

XIII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS

para alumnos de 2º ESO



Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria
<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Sociedad/Soci.htm>

XIII OLIMPIADA MATEMÁTICA PARA ESTUDIANTES DE 2.º DE E.S.O.

Santander, Sábado 25 de Abril de 2009

ORGANIZA:
Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

PATROCINAN:
"la Caixa"
Santillana Santillana
GOBIERNO DE CANTABRIA
CONSEJO DE EDUCACIÓN
CAJA CANTABRIA
EL DIARIO
UC
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA





XIII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS

para alumnos de 2º ESO



Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Sociedad/Soci.htm>

25 de Abril
2009



1.- MI TÍO RAIMUNDO APUESTA EN EL HIPÓDROMO

Mi tío Raimundo ha regresado a España después de unos años en el extranjero y en mi casa le llamamos familiarmente "el tío rico", ya que tiene bastante dinero. Es muy aficionado a las carreras de caballos.

Una tarde de primavera va al hipódromo, mira las carreras y decide probar suerte. Apuesta primero por un caballo y la cantidad que tenía se ve de este modo doblada. Animado por el éxito, apuesta 600 € por un segundo caballo que se lastima en una pata y lo tienen que retirar sin finalizar la carrera. Lógicamente, pierde lo apostado esta vez. Decide seguir probando suerte y apuesta por un tercer caballo y consigue doblar de nuevo lo que le quedaba.



Hoy me siento afortunado



Totalmente eufórico por el éxito, esta vez apuesta todo lo que le quedaba, 500 € por un cuarto caballo. Por desgracia, vuelve a perder y, naturalmente, se queda sin nada. No tiene ni para el autobús y, aunque no vive cerca, tiene que volver a casa andando.

Estoy sin blanca para el autobús.



¡Y aún me quedan 10 km. para llegar a casa!



Se pide que calcules:

- ¿Con cuánto dinero llegó al hipódromo?
- ¿Cuánto ganó con los caballos 1º y 3º?



XIII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS

para alumnos de 2º ESO



Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Sociedad/Soci.htm>

25 de Abril
2009



Solución:

	Inicial	Gana/Pierde	Final
1ª apuesta	x	$+x$	$2x$
2ª apuesta	$2x$	-600	$2x-600$
3ª apuesta	$2x-600$	$+(2x-600)$	$4x-1200$
4ª apuesta	$4x-1200$	-500	$4x-1700$

$$4x-1700 = 0$$

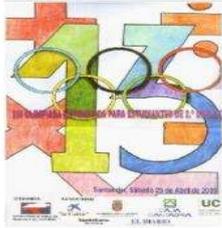
$$4x = 1700$$

$$x = 425 \text{ €}$$

a) Llegó con 425 € al hipódromo.

b) Con el primer caballo, ganó 425 €.

Con el tercer caballo ganó 250 €, que es lo que se obtiene al sustituir x por 425 en la expresión $2x-600$.



XIII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS

para alumnos de 2º ESO



Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Sociedad/Soci.htm>

25 de Abril
2009



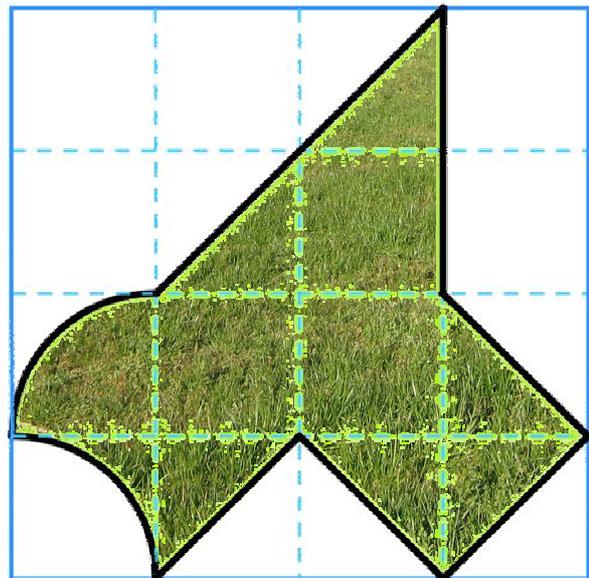
2.- LA FINCA HEREDADA POR JUANA

Cuando Juana era niña, sus abuelos Genaro y Micaela tenían una finca que ocupaba todo el cuadrado grande del dibujo y cuyo lado mide 80m. Sus padres acababan de fallecer y Juana, que actualmente tiene 40 años y está casada, sólo ha heredado la parte que está con hierba. Hace años, una parte de la finca primitiva se la expropiaron a sus padres y otras partes les han correspondido a sus hermanos en el reparto de la herencia.

Juana ha decidido dedicar una parte a plantar árboles frutales y otra parte a sembrar patatas.

Te pedimos que la ayudes con los cálculos que debe realizar:

- ¿Qué superficie en metros cuadrados y en hectáreas ($1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2$) tiene su finca?
- ¿Qué porcentaje representa su finca del total de la que poseían sus abuelos cuando ella era muy niña?
- Antes de la plantación y la siembra ha decidido vallar toda su finca, salvo cuatro metros que quiere dejar para una puerta de entrada. ¿Cuántos metros tendrá que vallar?





XIII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS

para alumnos de 2º ESO



Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Sociedad/Soci.htm>

25 de Abril
2009



Solución:

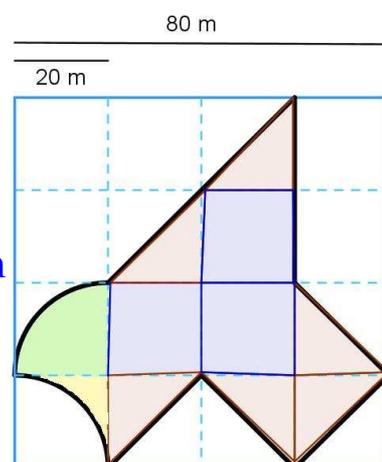
a)

$A = 20^2 = 400 \text{ m}^2$, ya que es un cuadrado de lado 20 m

$$A = \frac{A}{2} = 200 \text{ m}^2$$

$$A + A = A = 400 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{total}} = 3 \cdot A + 6 \cdot A + A + A = 7 \cdot A = 7 \cdot 400 = \boxed{2800 \text{ m}^2} = \boxed{0'28 \text{ ha}}$$



b)

$$A_{\text{cuadrado}} = 80^2 = 6400 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Juana}} = 2800 \text{ m}^2$$

$$\frac{2800}{6400} = 0'4375 \Rightarrow \boxed{43'75 \%}$$
 representa la finca de Juana sobre el total.

c)

$l = 20 \text{ m}$, pues coincide con el lado del cuadrado de lado 20 m.

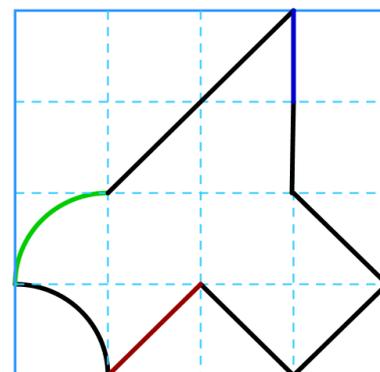
$l = \sqrt{20^2 + 20^2} = 20\sqrt{2} \text{ m}$, ya que es la diagonal del cuadrado de lado 20 m.

$l = \frac{2 \cdot \pi \cdot 20}{4} = 10\pi \text{ m}$, ya que es 1/4 de la longitud de la circunferencia de radio 20 m.

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot l + 6 \cdot l + 2 \cdot l = 20\pi + 120\sqrt{2} + 40 \text{ m} \approx 272'54 \text{ m}$$

Hay que restar 4 m que dejamos para la entrada, luego:

$$20\pi + 120\sqrt{2} + 40 - 4 = 20\pi + 120\sqrt{2} + 36 \approx \boxed{268'54 \text{ m}}$$





XIII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS

para alumnos de 2º ESO



Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria
<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Sociedad/Soci.htm>

3.- A CONTAR MÚLTIPLOS DE 6



Encuentra todos los números que cumplan a la vez las siguientes propiedades:

- ser múltiplo de 6.
- ser menor que 1000.
- la suma de sus cifras es 21.

¿Cuántos números encuentras?
¿Sólo 5? Sigue buscando..., ya que hay más de 10 y menos de 20.

Recuerda
Todo múltiplo de 6
lo es de 2 y 3.



XIII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS

para alumnos de 2º ESO



Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Sociedad/Soci.htm>

25 de Abril
2009



Solución:

Los números pedidos, tienen que tener 3 cifras, ya que son menores de 1000 y no pueden tener 1 ó 2 cifras ya que entonces sus dígitos no podrían sumar 21.

Queremos que el número sea múltiplo de 6, por tanto debe serlo de 2 y de 3. Al pedir que la suma de sus cifras sea 21, el número ya será múltiplo de 3. Además, deberá ser par para que sea múltiplo de 2.

El número no puede terminar en 0 ni 2 porque no tenemos posibilidades para las primeras dos cifras de forma que la suma alcance 21.

Si la última cifra es 4, las dos primeras deben sumar 17, así que deben ser 8 y 9, luego las combinaciones posibles son: **984** y **894**.

Si la última cifra es 6, las primeras deben ser 8 y 7, o bien 9 y 6 (de forma que sumen 21 en total), con lo que se pueden formar cuatro números: **876**, **786**, **966** y **696**.

Si la última cifra es 8, las posibilidades para las primeras son 6 y 7, 5 y 8, o bien 4 y 9 (pues las dos primeras cifras deben sumar 13, para que con 8 de la última, obtengamos un total de 21). Por tanto, tenemos: **768**, **678**, **588**, **858**, **498**, **948**.

En total, hay 12 números.



XIII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS

para alumnos de 2º ESO



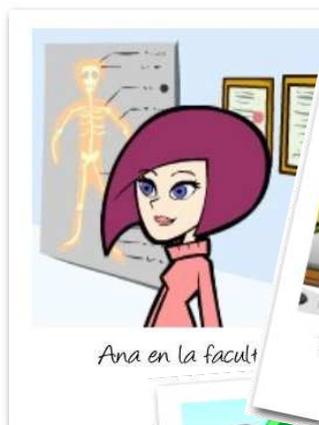
25 de Abril
2009



Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria
<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Sociedad/Soci.htm>

4.- DANIEL

Daniel, que estudia 2º de ESO, es un "pitagorín de las mates", le encantan!. Su familia está formada por siete miembros: **Pedro**, que es el abuelo, sus padres **María** y **José**, que tienen otros tres hijos (**Carlos** que va a la guardería; **Ana**, que estudia medicina; y **Luis**, el recién nacido). José es el más alto de la familia.



Ana en la facult



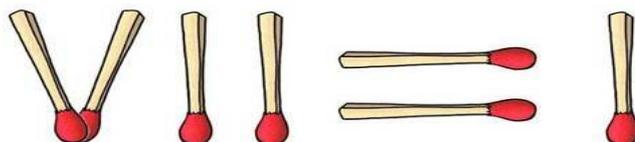
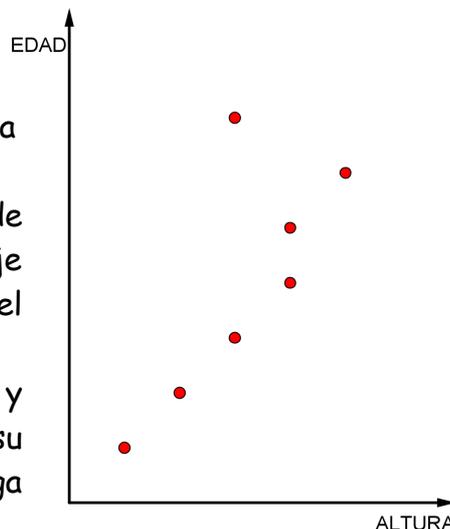
Papá, mamá y el pequerín



En el parque con el abuelo

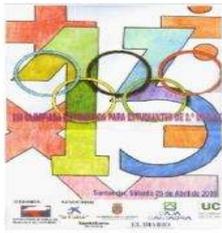
Un día, Daniel hizo un croquis altura-edad de su familia. Lo hizo muy rápido, le llevó menos de un minuto, y es el que aparece a continuación. Sí se cuidó de dejar claros los miembros de igual altura o edad. En el apartado a) te pedimos lo mismo que él pidió a sus compañeros de clase.

- Coloca encima de cada punto el nombre del miembro de la familia que representa.
- ¿Es apropiada la escala utilizada? Razona la respuesta. Encuentra posibles errores.
- Realiza una representación de toda la familia donde representes en el eje horizontal la edad y en el eje vertical la altura. Coloca encima de cada punto el nombre del miembro de la familia que representa.
- Aquí tienes la igualdad formada por cerillas y números romanos que el otro día Daniel enseñó a su "profe de mates"; se la había enviado una amiga australiana que conoció vía "Messenger".



La igualdad es claramente errónea. Daniel pidió a su "profe" que la convirtiera en una **igualdad** verdadera moviendo **inteligentemente** sólo una cerilla!

A su "profe" le costó un poco pero encontró la solución, para disgusto de Daniel. Te lo pedimos ahora a ti, y te damos una pista: **las cerillas colocadas en horizontal no deben moverse**.



XIII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS

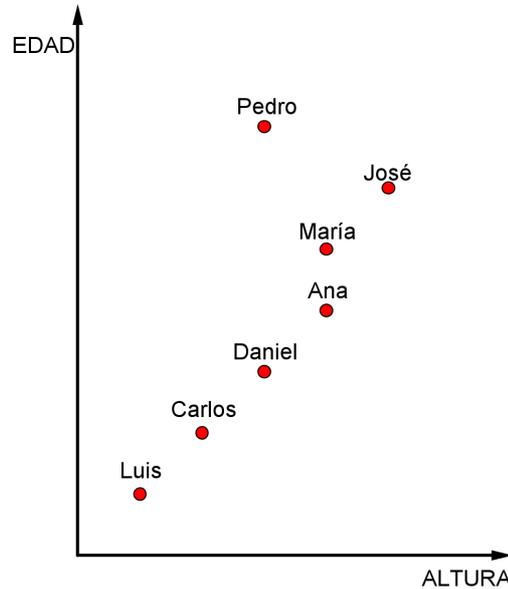
para alumnos de 2º ESO



Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria
<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Sociedad/Soci.htm>

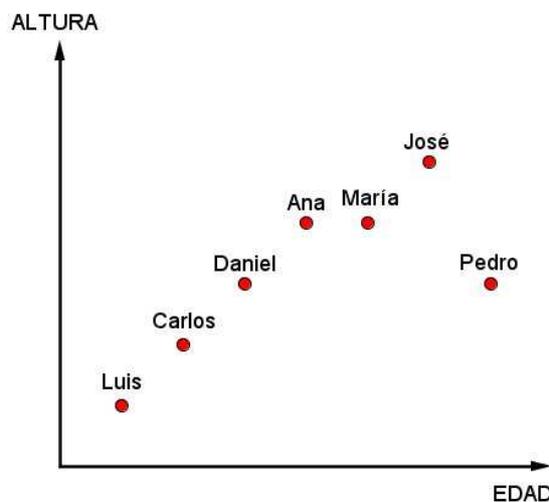
Solución:

a)

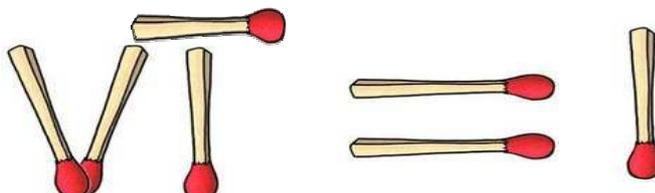


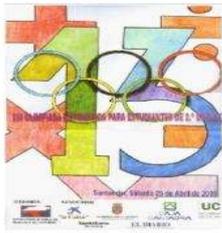
b) La escala no es apropiada. Algunas imprecisiones y errores son evidentes. Por ejemplo: la diferencia de edades entre Daniel (que estudia 2º ESO) y Carlos (que va a la guardería) no puede ser similar a la diferencia de edades entre las de Carlos y su hermano Luis (recién nacido).

c) A partir de los datos de la gráfica a), obtenemos:



d)





XIII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS

para alumnos de 2º ESO



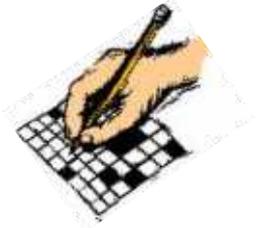
Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria
<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Sociedad/Soci.htm>

5. - CRUCIGRAMA NUMÉRICO

Seguramente habrás realizado varios crucigramas con letras... ¿y numéricos? Con cuidado y un poco de paciencia puedes resolver el siguiente que te proponemos.

Debes colocar un dígito (una cifra) en cada casilla.

Te damos una pista: el cero no aparece nunca.



	1	2	3	4	5
A					
B					
C					
D					
E					

Verticales:

- Número par mayor que 21^2 y menor que 22^2 .
- En un deporte olímpico, el mejor puesto después de los de las medallas. ■ Si a su doble le sumamos 23 obtenemos el número de días que tarda la Tierra en dar una vuelta alrededor del Sol.
- Los dígitos de las casillas **A3**, **B**, **C3** son todas pares y suman 14. El dígito de la celda **D3** no aparece en ninguna otra casilla.
- Múltiplo de 2. ■ Múltiplo impar de 3.
- Múltiplo de 43. En **E5** debes colocar el número de provincias que forman Extremadura.

Horizontales:

- El valor de **A3** coincide con el de x en la igualdad $a^2 \cdot a^x \cdot a^3 \cdot a^4 = a^{15}$. Las cifras de esta fila son todas pares.
- Cuadrado de un número par. ■ Número primo de dos cifras, menor que 30 y que leído al revés es múltiplo de 8.
- Si al número de provincias limítrofes con Cantabria le sumamos tres, obtenemos el número a colocar en la casilla **C1**. Sus dos últimas cifras (decenas y unidades) son la solución de la ecuación:
 $x - (40 - 2x) = 23$.
- Una docena menos media decena es el valor a colocar en **D2**.
- Año del descubrimiento de América. (Finales del siglo XV).



XIII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS

para alumnos de 2º ESO



Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria
<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Sociedad/Soci.htm>

Solución:

	1	2	3	4	5
A	4	4	6		
B	4		2	3	
C	8	1	6	2	1
D		7	5		7
E		1	4	9	2

"No he fracasado. He encontrado 10.000 soluciones que no funcionan"

(Benjamín Franklin)

