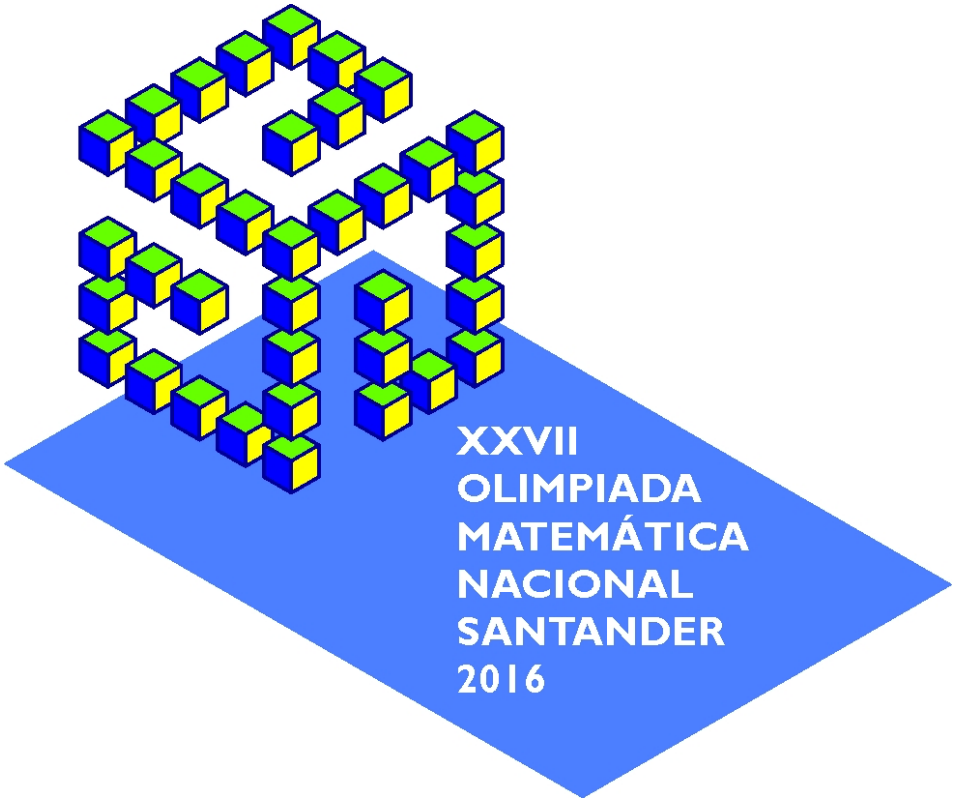



# Prueba por equipos

## CRUCIGRAMATES

Este crucigrama determina cuándo empezaréis la prueba por equipos. ¡Date prisa en resolverlo! Entrégalo y elige (al azar) el número de vuestro primer reto.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | | | |
| 2 | | | ■ | ■ | ■ | S | O | D | I | O |
| 3 | | ■ | | I | ■ | ■ | | | | |
| 4 | | C | | O | ■ | ■ | | | ■ | |
| 5 | | R | | D | | ■ | | | | |
| 6 | N | E | ■ | O | | ■ | | | ■ | |
| 7 | | E | | ■ | C | U | I | D | A | D |
| 8 | | R | | | | ■ | | | | |
| 9 | | ■ | | ■ | | | | | | |
| 10 | | | | | ■ | | | ■ | | ■ |

| | HORIZONTALES | VERTICALES |
|---|---|---|
| 1 | Desigualdad algebraica | En plural, cantidad desconocida en una ecuación. |
| 2 | ¿Tiene solución la ecuación $x + 3 = x$?<br>Metal alcalino. | Negación. Tener fe. Vocal. |
| 3 | En números romanos, la solución de la ecuación $-x + 95 = -5$ . En números romanos 101. Comparé una cantidad de magnitud con una unidad. | Vocal. Sílaba de brocha.<br>Solución de la ecuación: $7 - 2(x - 4) = x - 3$ |
| 4 | Valor de $y$ en el sistema: $\begin{cases} 2x - y = -2 \\ 3x + 2y = 25 \end{cases}$<br>Iniciales de "parque nuevo".<br>En números romanos, 100. | Cifra romana. Metaloide que al volatizarse produce vapores de color violeta. Cifra romana. Vocal. |
| 5 | En una ecuación, el mayor exponente de la incógnita. Al revés, altura de un punto sobre el nivel del mar. | Vocal. En plural, el número que resulta de operar $4 - 2 \cdot (1 - 5) - 7^0$. |
| 6 | Símbolo químico del neón. Al revés, negación. Pronombre personal de segunda persona. La última vocal. | Campeón. Vocal. Terminación de infinitivo. |
| 7 | Vocal en plural. Vigilad. | Dícese de la ecuación o del sistema que tiene solución. |
| 8 | Valor de $x$ en la igualdad $a^2 . a^{-5} . a^x = a^{10}$<br>Lado desigual en un triángulo isósceles. | Igualdad algebraica cierta para todos los valores de las letras. |
| 9 | Vocal. Vocal. Liquidar una cuenta. | Escuchad. Vocal. Agarraderos. |
| 10 | Sin sal. Nota musical. Consonante. | Al revés, uno de los métodos de resolución de ecuaciones. |

SOLUCION

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **I** | **N** | **E** | **C** | **U** | **A** | **C** | **I** | **O** | **N** |
| 2 | **N** | **O** | | | | S | O | D | I | O |
| 3 | **C** | | **C** | I | | | **M** | **E** | **D** | **I** |
| 4 | **O** | C | **H** | O | | | **P** | **N** | | **C** |
| 5 | **G** | R | **A** | D | **O** | | **A** | **T** | **O** | **C** |
| 6 | N | E | | O | **N** | | **T** | **I** | | **U** |
| 7 | **I** | E | **S** | | **C** | **U** | **I** | **D** | **A** | **D** |
| 8 | **T** | R | **E** | **C** | **E** | | **B** | **A** | **S** | **E** |
| 9 | **A** | | **I** | | **S** | **A** | **L** | **D** | **A** | **R** |
| 10 | **S** | **O** | **S** | **O** | | **R** | **E** | | **S** | |

Cuando lo entreguen resuelto, el grupo tendrá que escoger, de forma aleatoria, el número del problema por el que va a empezar a competir.

Para ello, se dispone de unos papeles numerados del 1 al 12. El número escogido por un equipo indicará el número de problema que ha de resolver en primer lugar. A partir de él, se seguirá la “secuencia natural”. Por ejemplo, si un equipo elige el número 9, primero deberá resolver el problema 9, luego deberá resolver el 10, luego el 11, luego el 12, luego el 1, el 2, etc.

## 1. RECOLOCANDO

Recoloca las cifras del número 11223344 de manera que entre cada pareja de cifras iguales haya tantas de las otras cifras como indica su valor: entre los dos unos sólo puede haber un dígito; entre los dos doses, debe haber dos dígitos; entre los dos treses debe haber tres dígitos y entre los dos cuatros debe haber cuatro dígitos.

SOLUCIÓN

Hay dos posibilidades (simétricas) 41312432 23421314

Para resolverlo, la mejor opción es empezar colocando los 4's, pues son los que más lejos están entre sí. Las posibles estructuras son:

– 4 – – – – 4 –

4 – – – – 4 – –

donde el guión representa una posición ocupada por un número.
La estructura – – 4 – – – – 4 no se considera por simetría con la segunda de las dadas.

- En ninguno de los dos casos, después del primer 4 puede haber un 3, porque entonces el otro 3 o bien debería ir donde está el 4 o bien a la primera posición y sólo habría una cifra entre los dos 3's.

- Si ponemos un 1 tras el primer 4 tenemos las siguientes tres opciones:

a) 1 4 1 – – – 4 – b) – 4 1 – 1 – 4 – c) 4 1 – 1 – 4 – –

a) Después de 141 no puede haber un 2, pues no podríamos colocar el otro 2.
Si colocamos un 3:

1 4 1 3 – – 4 –

El otro 3 iría a la última posición y los 2's estarían obligaos a ir juntos, lo que no es posible.

b) Los 2's sólo podrían colocarse así: 2 4 1 2 1 – 4 –, disposición que no permite colocar los 3's.

c) Después de 41 no puede haber un 2, pues no podríamos colocar el otro 2.
Si colocamos un 3:

4 1 3 1 – 4 – –

tenemos como posible disposición: 4 1 3 1 2 4 3 2 [1]

- Si ponemos un 2 tras el primer 4 tenemos las siguientes dos opciones:

a) – 4 2 – – 2 4 – b) 4 2 – – 2 4 – –

que claramente descartan poder colocar los 1's.

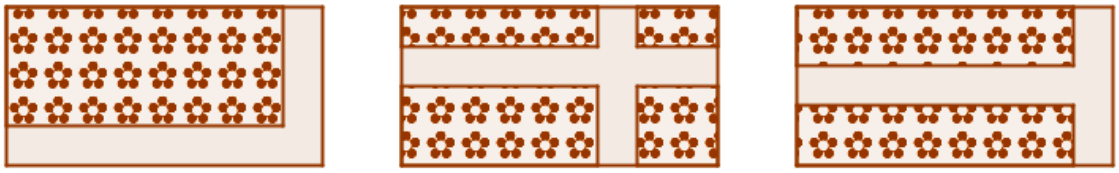
[1] Que se acompaña de su simétrica 2 3 4 2 1 3 1 4

## 2. MATEMIX

¡A resolver las dos cuestiones siguientes!

a) El ayuntamiento de Santander ha aprobado la construcción de un jardín utilizando un solar rectangular de 15 metros de ancho y 30 de largo. Según el proyecto de construcción, se quiere hacer dos paseos de X metros de anchura cada uno, de forma que uno de ellos sea perpendicular al ancho del solar y el otro perpendicular a su largo, y dedicar al cultivo de flores el resto de la superficie.

Abel, Bernardo y Carlos están calculando el área de la superficie disponible para el cultivo de flores, usando, respectivamente, las siguientes representaciones:



Abel Bernardo Carlos

Señalad cuál de las opciones dadas a continuación es correcta.

☐ Al usar representaciones distintas, los valores obtenidos serán diferentes aunque todos tomen como unidad el metro cuadrado.

☐ Abel y Carlos obtendrán el mismo número de metros cuadrados, pero no así Bernardo.

☐ Los tres obtendrán la misma cantidad de metros cuadrados.

b) El otro día Esther y su abuelo estuvieron mirando sellos con sendas lupas. Esther usó la de 4 aumentos y su abuelo la de 10 aumentos. Su abuelo le explicó que con una lupa de 4 aumentos, si miraban una longitud de 1 cm, la veían como si fuera de 4 cm, y con la de 10 aumentos como si fuera de 10 cm.

Cuando acabaron con los sellos, el abuelo enseñó a Esther un plano del centro de Santander construido a escala 1:5 000 y le preguntó sobre la escala a la que se vería si lo mirasen con la lupa 4 aumentos. ¿Qué respuesta dio Esther si fue correcta? Por favor, escribidla en el recuadro.

SOLUCIÓN

Apartado a)

1.- Falsa, 2.- Falsa, 3.- Verdadera

En los tres casos se trata de determinar la misma área, que resulta de eliminar, al rectángulo inicial, el área ocupada por los paseos. Puede razonarse de cualquiera de las maneras siguientes:

- En todos los casos, el área de los paseos es
4·15 (área paseo vertical) + 30·4 (área paseo horizontal) - 4·4 (el área común a los dos paseos no debemos contarla dos veces).

- Diciendo, por ejemplo, que un “desplazamiento” hacia abajo y/o a la derecha de los caminos de Bernardo y de Carlos, permite observar que la superficie ocupada por los caminos en los tres casos es la misma.

Apartado b)

Respuesta 1:1250.

En el plano 1 cm representa 5000 cm = 50 metros. Si usamos una lupa de 4 aumentos, cuando veamos 1 cm, estaremos viendo realmente 0,25 cm del mapa, que son 1250 cm (la cuarta parte de 5000 cm). El hecho de que la lupa sea de 4 aumentos, hace que la escala disminuya en 4.

## 3. EN UN YACIMIENTO ARQUEOLÓGICO

Al visitar una excavación arqueológica nos explicaron la aparición de unos símbolos dispuestos en filas que, tras un minucioso estudio y trascribirlos al sistema arábigo, resultaron seguir cierto patrón, lo que permite responder a las preguntas siguientes. Esa es la tarea.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1ª Fila | 1 | | | | | | | | | |
| 2ª Fila | 2 | 3 | | | | | | | | |
| 3ª Fila | 4 | 5 | 6 | 7 | | | | | | |
| 4ª Fila | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | | | | |
| 5ª Fila | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | | |
| 6ª Fila | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |
| 7ª Fila | ..... | | | | | | | | | |
| 8ª Fila | ..... | | | | | | | | | |
| 9ª Fila | ..... | | | | | | | | | |
| | ..... | | | | | | | | | |
| | ..... | | | | | | | | | |

a) Completad las filas séptima y octava.

b) Indicad el término vigésimo segundo de la fila trigésimo primera.

c) Determinad la posición (fila y lugar en ella) en la que se encuentra el número 2016.

SOLUCIÓN

Apartado a)

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | | |
| 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 |

Cada fila tiene dos números más que la anterior.

Apartado b) 893

El último de cada fila es 1, 3, 7, 13, 21, 31, 43, 57,… Si miramos la diferencia de estos números, tenemos que es 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, … Por tanto, el último de la fila $n$ es

$$1 + 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + \cdots + 2(n-1) = n^2 - n + 1.$$

Por tanto, el de la fila 30 es $30^2 + 30 + 1 = 871$.

La fila 32 comienza con 872.
Por tanto, el que ocupa la posición 22 es $872 + 22 - 1 = 893$.

También se puede hacer con las diferencias entre los primeros términos de cada fila

Fila $n$ con $(n > 1)$:

$$1 + \ 1 + 2 + 4 + 6 + 8 + 10 \ldots + 2(n-1) = 2 + \ 2\big(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \cdots + (n-1)\big) =$$
$$= 2 + 2 \cdot \left((n-1) \cdot \frac{n}{2}\right) = (n-1) \cdot n + 2$$

Apartado c) Fila 46, posición 35

Hay que encontrar el $n$ tal que

$$n^2 - n + 1 < 2016 < \ (n+1)^2 - (n+1) + 1 = \ n^2 \ + n + 1$$

Para $n = 45$, $1981 < 2016 < 2071$. Por tanto, está en la fila 46, que empieza en el 1982.

Como $2016 - 1982 = 34$, el número 2016 está en la posición 35 de esa fila.

## 4. ¿QUIÉN SERÁ?

Hay que encontrar un número comprendido entre 50 y 79 (incluidos) sabiendo que

a. Si fuese múltiplo de 3, estaría entre el 50 y el 59.
b. Si no fuese múltiplo de 4, estaría entre 60 y 69.
c. Si no fuese múltiplo de 6, estaría entre 70 y 79.

Por favor, escribid la solución en el recuadro situado abajo, a la derecha.

SOLUCIÓN

La solución es única, es el número 76.

La mejor manera es ir eliminando los números que no cumplen cada condición y al final sólo queda el que tiene que ser.

La primera condición nos indica que no es ningún múltiplo de 3 entre el 60 y el 79. Es decir, eliminamos

60 63 66 69 72 75 78

La segunda condición nos dice que los números que no son múltiplos de 4 que están entre 50 y 59 o 70 y 79 tampoco pueden ser. Es decir, eliminamos

50 51 53 54 55 57 58 59
70 71 73 74 77 79

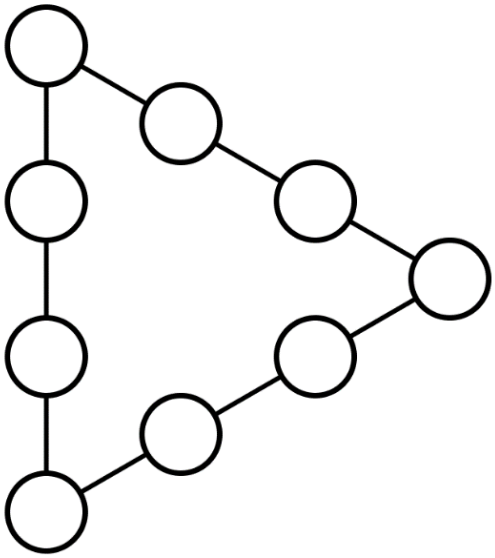
Finalmente la última condición nos quita los números (de los que quedan) que no son múltiplos de 6 entre 50 y 69

52 56 61 62 64 65 67 68

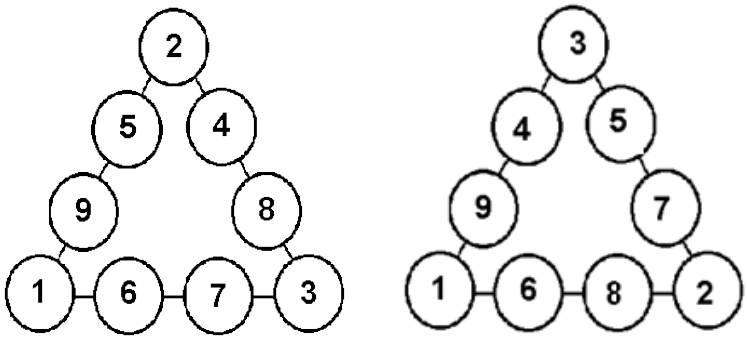
Con lo que al final sólo queda un número, y es el que lo cumple todo.

## 5. TRIÁNGULO NUMÉRICO

En los pequeños círculos de la figura, deben colocarse las cifras 1, 2, …, 9 de manera que siempre sumen 17 las que están sobre un mismo lado del triángulo.



SOLUCIÓN




No son las únicas soluciones, pueden ser simétricas.

Hay muchas formas de resolverlo. Los números del 1 al 9 suman 45, al colocar todos, si sumamos los lados del triangulo tiene que dar $17 \cdot 3 = 51$. Los números que se coloquen en los vértices están contados dos veces pues pertenecen a dos lados del triangulo. Por tanto, si $a, b, c$ son estos números, $51 - 45 = a + b + c = 6$.
La única forma posible es que $a = 1,\ b = 2,\ c = 3$.

Por otra parte, 9 y 8 suman 17 con lo que no pueden estar en el mismo lado. Tampoco pueden estar sobre un mismo lado 9 y 7, ni 9 y 6, ni 8 y 7. Pues las sumas respectivas con 16 y 15 y aún habría que añadir dos números para llegar a 17 lo cual es imposible.

Así tenemos puestos casi todos los números. Si colocásemos el 9 entre el 1 y el 3 y el 8 entre el 2 y el 3 y el 7 entre el 1 y el 3, vemos que esta configuración es imposible y hay que cambiar.

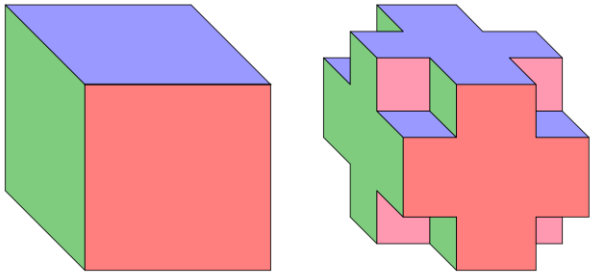
Otra forma de verlo es dar todas las combinaciones posibles de suma 17 con 4 números distintos, que son exactamente

| | | |
|---|---|---|
| $9+5+2+1$ | $8+6+2+1$ | $7+6+3+1$ |
| $9+4+3+1$ | $8+5+3+1$ | $7+5+4+1$ |
| | $8+4+3+2$ | $7+5+3+2$ |

Y ver las diferentes posibilidades

## 6. PELLIZCANDO UN CUBO

En un cubo de 20 cm de arista se recorta un cubo (de igual tamaño) en cada uno de sus vértices, tal y como ilustra la figura. Indicad cuáles de las frases siguientes son verdaderas:



Poliedro1 Poliedro2

☐ Si los cubos recortados tienen arista 5 cm, el volumen del Poliedro2 es un octavo del volumen del Poliedro1.

☐ Si el volumen del Poliedro2 es la mitad que el volumen del Poliedro1, entonces la arista de los cubos recortados es $\frac{10}{\sqrt[3]{2}}$ cm.

☐ La superficie del Poliedro2 es siempre $6 \cdot 20^2$ cm$^2$, con independencia de lo que mida la arista de los cubos recortados.

SOLUCIÓN

Son verdaderas la segunda y la tercera frases, la primera es falsa.

a) El volumen del cubo inicial es $20^3 = 8000$ cm$^3$.
Si quitamos 8 cubitos cada uno de arista 5 cm, estamos quitando $8 \cdot 5^3$ cm$^3$=$2^3 \cdot 5^3$ cm$^3$ con lo que nos quedan $20^3 - 2^3 \cdot 5^3 = 10^3(2^3-1) = 7 \cdot 10^3 = 7000$ cm$^3$. Que no es 1/8 del volumen. Realmente lo que quitamos sí es 1/8 del volumen.
También esto último se puede deducir a partir del dibujo.

*Otra forma*: Como el cubo tiene arista 20, el Poliedro1 equivale a 64 cubos de arista 5 y el Poliedro2 equivale a $64 - 8 = 56$ cubos de arista 5.

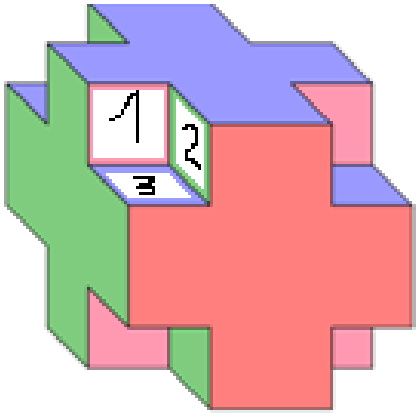
b) El volumen del poliedro recortado es $20^3 - 8x^3$ cm$^3$ donde $x$ es la longitud de la arista recortada. Para que éste sea la mitad del original, debe cumplirse que $20^3/(20^3 - 8x^3) = 1/2$. Despejando nos queda $x^3 = 10^3/2$ y por tanto $x = \frac{10}{\sqrt[3]{2}}$, como decía el enunciado.

*Otra forma*: Si $a$ es la arista de los cubos recortados se tendrá:

$$8\,a^3 = \frac{20^3}{2} \Rightarrow a^3 = \frac{10^3}{2} \Rightarrow a = \frac{10}{\sqrt[3]{2}}.$$

c) Se puede comprobar de varias formas, la más mecánica pero más complicada es calcular la superficie de las 8 “cruces” y sumarle la de los 8 “huecos” suponiendo que la arista del cubo recortado mide $x$.

Pero si nos fijamos bien en esos “huecos”, por ejemplo, en el señalado, la cara 1 es lo que “falta” de la cara frontal, la cara 2 el trozo que falta de la cara de la izquierda, y el 3 lo que “falta” de arriba. Es decir, el cubo recortado tiene la misma superficie que el original que es $6 \cdot 20^2$.



## 7. LAS COSAS DEL MERCADO

Un puesto del mercado tiene a la venta cinco sacos de garbanzos y un saco de lentejas. El vendedor sólo vende sacos completos y los pesos de los mismos son 19, 18, 31, 16, 15 y 20 Kg.

Los sacos de garbanzos se venden entre dos clientes, de manera que uno se lleva el doble de kilos que el otro. ¿Cuánto pesa el saco de lentejas?

Por favor, escribid la solución en el recuadro situado abajo, a la derecha.

SOLUCIÓN

El saco de lentejas es el que pesa 20 Kilogramos.

El cliente A ha comprado $x$ kilos de garbanzos y el cliente B $2x$ kilos. Entre los dos han comprado $3x$ kilos, es decir, un múltiplo de 3.

*Una forma*
Buscar qué suma de 5 sacos es múltiplo de 3. Dicho de otra manera, el vendedor tiene en total 119 kilos de legumbres (que deja resto 2 al dividir por 3). Por tanto, para que el peso de los garbanzos sea múltiplo de 3, el saco de lentejas tiene que tener también un peso cuyo resto al dividir por 3 sea 2. El único saco que lo cumple es el que pesa 20 Kg.

*Otra forma*
Ver qué combinaciones de cinco sacos son múltiplos de 3.

## 8. A VUELTAS CON LA EDAD

Pim y Pum acaban de conocerse y discuten acerca de quién es mayor.

Pim dice que, a diferencia de la actual, en 2015 su edad era múltiplo de 3 y en 2014 era un múltiplo de 4. Por su parte, Pum indica que su edad actual es múltiplo de 3, que en 2015 su edad era un múltiplo de 4 y en 2014 era un múltiplo de 5.

¿Quién es mayor, si además se sabe que ambos son cincuentones?

SOLUCIÓN

Pim tiene 58 años y Pum 57. Por tanto es mayor Pim.

*Una forma de resolverlo*:

Está claro que tanto Pim como Pum pueden tener entre 50 y 59 años.

La primera condición de Pim elimina las posibilidades 51, 54 y 57. La segunda elimina 50, 53, 56 y 59. Y finalmente la tercera condición elimina 52 y 56. Con esto únicamente nos queda para Pim la edad de 58. Con Pum es igual y tiene 57,

*Otra forma más sofisticada de resolverlo es usando el Teorema chino de los restos.*

No lo van a hacer así, pero no me resisto a no escribirlo

Si x es la edad de Pim, de la información que nos da sabemos que

$$x \neq 0 \ mod\ 3$$
$$x - 1 = 0\ mod\ 3$$
$$x - 2 = 0\ mod\ 4$$

Que tiene solución única modulo 12 y es 10.
Por tanto, puede tener $10,\ 10 + 12 = 22,\ 34,\ 46,\ 58, \ldots$ años. Como nos dicen que es cincuentón tiene que tener 58.

Para Pum, el sistema de ecuaciones es

$$y = 0\ mod\ 3$$
$$y - 1 = 0\ mod\ 4$$
$$y - 2 = 0\ mod\ 5$$

cuya solución es 57 módulo 60. Por tanto la edad de Pum es 57.

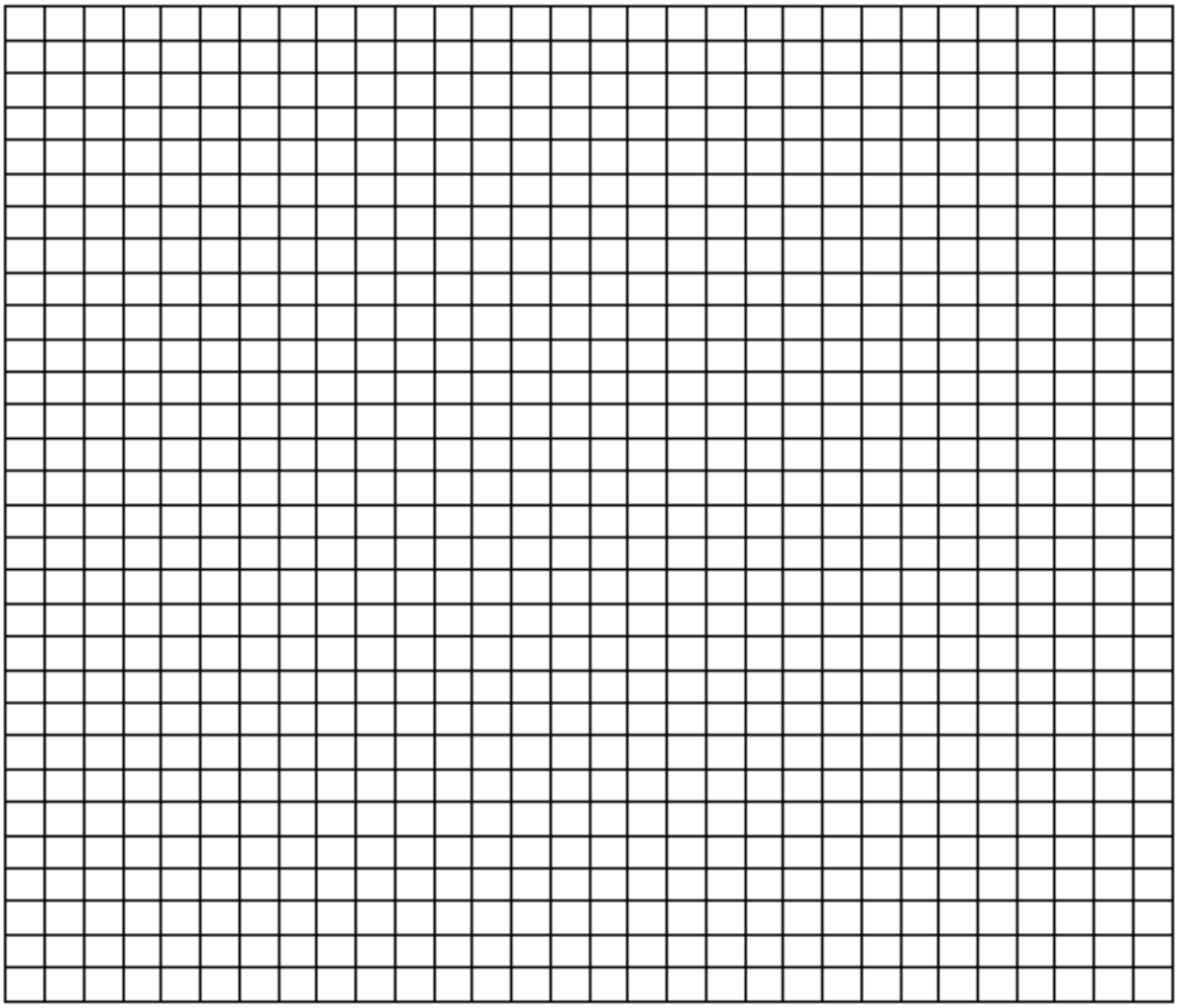
## 9. PARCELANDO CON INGENIO UN CUADRADO CUADRICULADO

La tarea ahora es dividir el cuadrado *cuadriculado* del dibujo en 5 rectángulos que deben cumplir:

1º) Todos deben de tener sus dos lados de longitud menor que la del cuadrado.

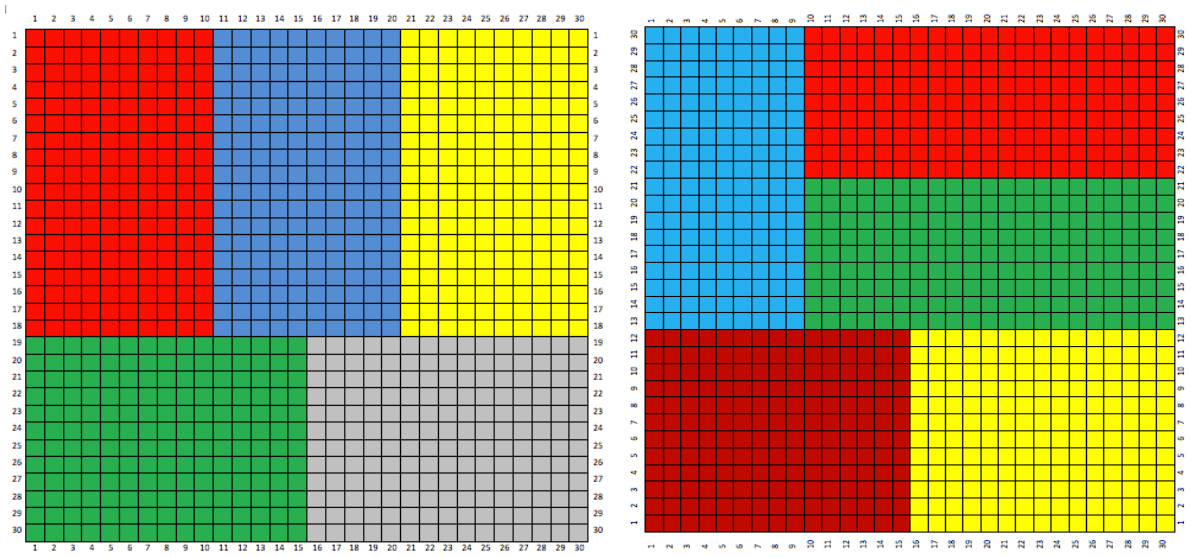
2º) Todos deben de estar formados por un número exacto de cuadraditos pequeños.

3º) Todos deben estar formados por el mismo número de cuadraditos.



SOLUCIÓN

Se puede hacer de al menos dos formas distintas y las simétricas.



El cuadrado original tiene área 900. Como son 5 rectángulos de igual área, cada uno tiene que tener de área $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

Los lados de los rectángulos serán de estas posibilidades

2·90 (no cabe)
3·60 (tampoco)
4·45 (no)
5·36 (no lo intentes)
6·30 (lado de longitud igual que el cuadrado)
9·20
10·18
12·15

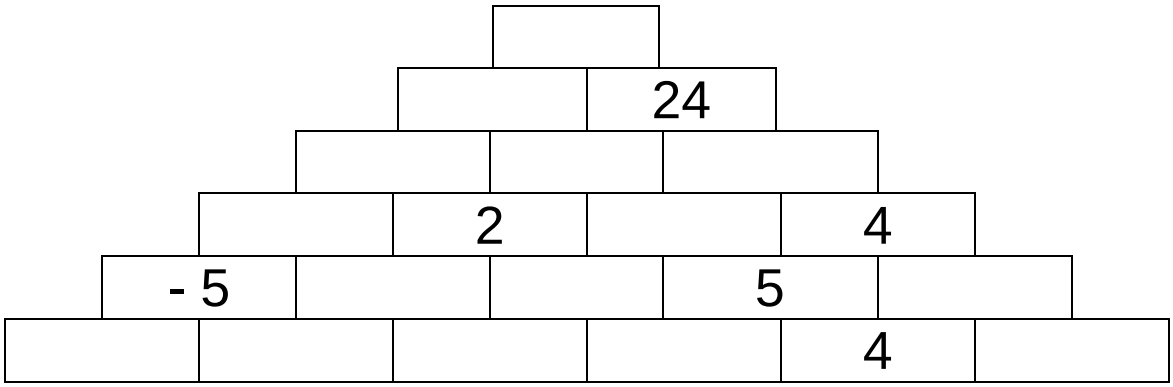
Por tanto, sólo tenemos tres opciones

$$9 \cdot 20$$
$$10 \cdot 18$$
$$12 \cdot 15$$

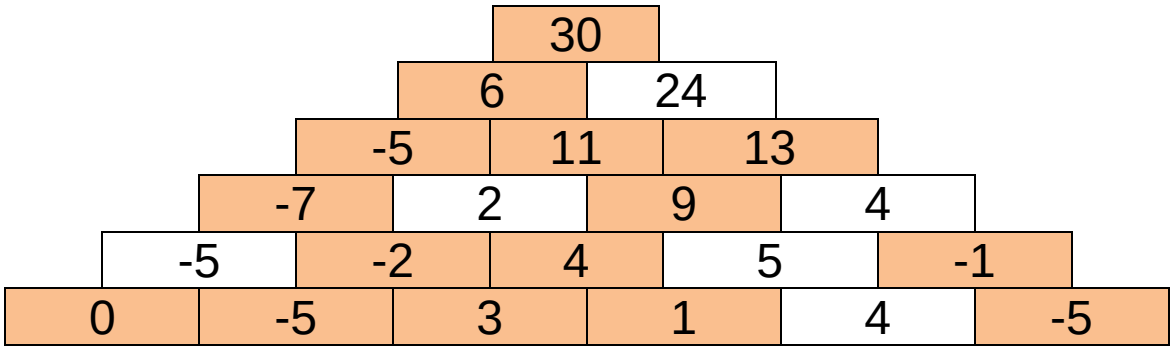
Empezando por las dos últimas se ve más fácil, pues, por ejemplo, usando el 12·15 podemos poner dos en horizontal abajo (que es como están en las dos soluciones), e intentar rellenar el resto con rectángulos iguales (primera opción) o no (segunda opción).

## 10. UNA PIRÁMIDE NUMÉRICA

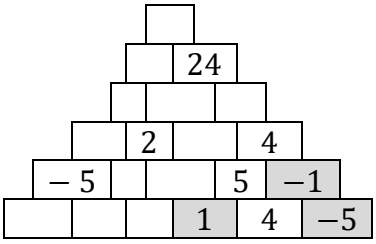
Completad la pirámide colocando un número entero (positivo o negativo) en cada casilla, de modo que cada una contenga la suma de los dos números de las casillas inmediatamente inferiores.



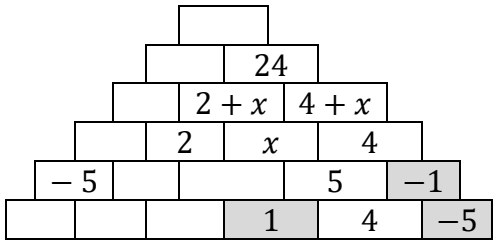
SOLUCIÓN




De los datos iniciales, podemos deducir únicamente unos cuantos números (exactamente tres)




El resto dependen unos de otros y si ponemos uno, el resto nos va a venir determinado. El punto crucial es la casilla entre el 2 y el 4. Si ahí ponemos x, tenemos la siguiente configuración




Y por tanto $24 = 6 + 2x$, de lo que se deduce $x = 9$ y a partir de ahí salen todos.

## 11. ¡NO OS QUEDÉIS BLOQUEADOS!

A lo largo de este ejercicio, *bloque* significa hexaedro de piedra, como los de la imagen, y *torre* de, por ejemplo, 3 alturas, significa conjunto de 3 bloques perfectamente apilados.

A la derecha se muestra una curiosa forma de representar torres de 1, 2, 3 o 4 alturas cada una, usando en total 40 bloques.

- En cada línea horizontal o vertical las 4 torres son alturas diferentes.
- Los números grandes indican el número de bloques o alturas de cada torre.
- Los números exteriores, de menor tamaño, indican el número de torres diferentes que se verían desde su posición mirando, en horizontal o en vertical, es decir, en la dirección de la flecha correspondiente.

Los cuadros de texto ejemplifican lo dicho en los dos puntos anteriores.

| | 3↓ | 1↓ | 2↓ | 2↓ | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 → | 2 | 4 | 3 | 1 | 3 ← |
| 2 → | 3 | 1 | 2 | 4 | 1 ← |
| 1 → | 4 | 3 | 1 | 2 | 3 ← |
| 3 → | 1 | 2 | 4 | 3 | 2 ← |
| | 2↑ | 3↑ | 1↑ | 2↑ | |

torre de 3 alturas

Desde esa posición, sólo se ven 2 torres; las de 3 y 4 alturas.

a) Completar las 16 casillas sombreadas con los números que correspondan.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| | 2 | 3 | 4 | 1 |
| | 3 | 4 | 1 | 2 |
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| | 4 | 1 | 2 | 3 |
| | | | | |

b) Completar las casillas interiores con los números del 1 al 5 que correspondan en cada caso.

| 3 | 2 | 1 | 4 | 2 | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 1 | 4 | | | 2 |
| 3 | | 1 | | | 1 |
| 1 | | | | 1 | 3 |
| 2 | | | | | 2 |
| 2 | | | 1 | | 3 |
| | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 |

SOLUCIÓN

| | 3 | 2 | 1 | 3 | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 |
| 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 2 |
| 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 |
| 1 | 4 | 1 | 2 | 3 | 2 |
| | 1 | 3 | 3 | 2 | |

| | 3 | 2 | 1 | 4 | 2 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 1 | 4 | 5 | 2 | 3 | 2 |
| 3 | 2 | 1 | 4 | 3 | 5 | 1 |
| 1 | 5 | 3 | 2 | 4 | 1 | 3 |
| 2 | 3 | 2 | 1 | 5 | 4 | 2 |
| 2 | 4 | 5 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | |

El apartado a) es muy fácil pues sólo hay que ir contando cómo están dispuestos los números. Por ejemplo, en la fila de abajo tenemos 4, 1, 2, 3. Por tanto, a la izquierda debemos poner un 1 porque la torre de 4 alturas nos impide ver las demás. Sin embargo, a la derecha, ponemos un 2, porque vemos las torres de 3 y 4 pisos (las torres de 2 y 1 piso las tapa la de 3 pisos).

El apartado b) hay que realizarlo por pasos. Por ejemplo, ¿qué significa un 1 (en la posición central de la primera fila)? Pues que desde ese lado, la torre más alta, la de 5 pisos, no nos deja ver más y es la más cercana. El resultado se muestra a la derecha.

| | 3 | 2 | 1 | 4 | 2 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 1 | 4 | 5 | | | 2 |
| 3 | | 1 | | | 5 | 1 |
| 1 | 5 | | | | 1 | 3 |
| 2 | | | | | | 2 |
| 2 | | 5 | | 1 | | 3 |
| | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | |

Posteriormente, el 2 que aparece en la cuarta posición de la fila inferior, por la misma razón de antes, nos indica que detrás de la torre de 1 hay una de 5 pisos. El primer número que aparece a la derecha es un 2. Como la torre de 5 se va a ver si o si, solo podemos ver otra torre. Quedan de colocar las torres de 2 y 3 pisos. Por tanto primero va la de 3 y luego la de 2. Ahora, procedemos de la misma forma con el 3 que aparece al final de la fila inferior y colocamos las torres de 2 y 4 pisos en ese orden. El 3 central de la fila derecha, nos indica también que tras la torre 1 debe estar la de 4 pisos para que no se vea más. En la cuarta columna sólo nos queda colocar la de 4 pisos, y por tanto la segunda fila por arriba la podemos completar. Nos queda ahora así

| | 3 | 2 | 1 | 4 | 2 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 1 | 4 | 5 | 2 | 3 | 2 |
| 3 | 2 | 1 | 4 | 3 | 5 | 1 |
| 1 | 5 | | | 4 | 1 | 3 |
| 2 | | | | 5 | 4 | 2 |
| 2 | | 5 | | 1 | 2 | 3 |
| | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | |

Siguiendo este proceso, … podemos rellenar el resto.

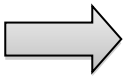
## 12. RECTANGULITIS

Partimos de una disposición rectangular en la que algunas casillas tienen un número en su interior.
Se trata de dividirlo en porciones con las siguientes condiciones:

- Cada una de ellas debe tener forma rectangular.
- Cada una de ellas debe contener uno solo de los números que aparecen en la cuadrícula.
- Cada una de ellas debe estar formada por tantos rectángulos pequeños como el único número que contenga en su interior.

A continuación aparece un ejemplo ilustrativo resuelto:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 4 | | 3 | |
| | | | | |
| 3 | 2 | | | |
| | | | | 9 |
| | 4 | | | |

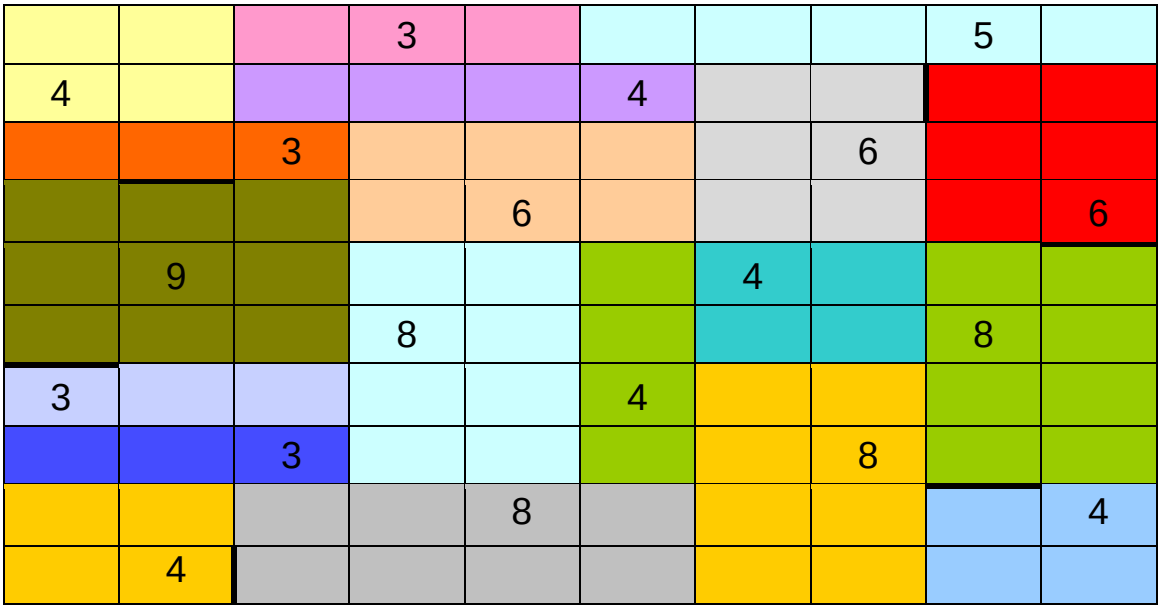


| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 4 | | 3 | |
| | | | | |
| 3 | 2 | | | |
| | | | | 9 |
| | 4 | | | |

Ahora debéis hacer las porciones de la situación que se plantea a continuación

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 3 | | | | | 5 | |
| 4 | | | | | 4 | | | | |
| | | 3 | | | | | 6 | | |
| | | | | 6 | | | | | 6 |
| | 9 | | | | | 4 | | | |
| | | | 8 | | | | | 8 | |
| 3 | | | | | 4 | | | | |
| | | 3 | | | | | 8 | | |
| | | | | 8 | | | | | 4 |
| | 4 | | | | | | | | |

SOLUCIÓN




Si nos fijamos en el rectángulo de la esquina inferior izquierda, éste sólo es alcanzable por el 4 que aparece a su derecha, como tenemos ya dos rectangulitos y una “pared” a la derecha de este 4, esa porción es un $2 \times 2$. El 3 de la primera columna tiene una “pared” arriba, y hacia abajo no tenemos suficientes rectángulos, con lo que ese 3 hace referencia a una pieza horizontal. De aquí sacamos también que el segundo 3 de la tercera columna es horizontal, para que el rectángulo (1,3) (primera columna-tercera fila por abajo) esté en algún sitio.

El 8 de (5,2) ahora nos marca una pieza 2 x 4 para incluir el rectángulo (3,1).
Las únicas formas de obtener una pieza de tamaño 9 es $1 \times 9$, $9 \times 1$ y $3 \times 3$. Las dos primeras no “caben”, con lo que tenemos que el 9 es un $3 \times 3$.

El rectángulo (1,10) solo puede ser alcanzado por el 4 de (1,9). Por lo que ese 4 delimita un cuadrado $2 \times 2$. Y en consecuencia el 3 de (3,8) es horizontal.

Así sucesivamente podemos ir rellenando todas las piezas.

## EXTRA. PREPARANDO EL VERANO

Tras finalizar el curso, Ana, Benjamín, Carmen y Darío han decidido apuntarse a cursos intensivos de deporte de pelota. ¿Pero cada uno qué curso realizará, con qué duración y cómo se desplazará al polideportivo? Con las siguientes pistas y el gráfico inferior, ¡averiguadlo!

1. Ana ha planeado practicar tenis.
2. El curso de quien va a pie dura 7 días.
3. Quien va en autobús, practica pelota vasca.
4. El curso de quien se desplaza en patinete, dura 15 días.
5. El curso al que acude Carmen dura 10 días.
6. El curso elegido por quien va en bicicleta dura más que el de bádminton.
7. Benjamín no practica pádel.
8. El curso de Darío, que no practica pelota vasca, dura 14 días. [2]

| | TENIS | BADMINTON | PÁDEL | PELOTA VASCA | EN BICICLETA | EN PATINETE | A PIE | EN AUTOBUS | 7 DÍAS | 10 DÍAS | 14 DÍAS | 15 DÍAS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ANA | | | | | | | | | | | | |
| BENJAMÍN | | | | | | | | | | | | |
| CARMEN | | | | | | | | | | | | |
| DARÍO | | | | X | | | | | | | O | |
| 7 DÍAS | | | | | | | | | | | | |
| 10 DÍAS | | | | | | | | | | | | |
| 14 DÍAS | | | | | | | | | | | | |
| 15 DÍAS | | | | | | | | | | | | |
| EN BICICLETA | | | | | | | | | | | | |
| EN PATINETE | | | | | | | | | | | | |
| A PIE | | | | | | | | | | | | |
| EN AUTOBUS | | | | | | | | | | | | |

[2] Esta información está recogida en la tabla a modo de ejemplo.

SOLUCIÓN

| | TENIS | BADMINTON | PÁDEL | PELOTA VASCA | EN BICICLETA | EN PATINETE | A PIE | EN AUTOBUS | 7 DÍAS | 10 DÍAS | 14 DÍAS | 15 DÍAS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ANA | O | X | X | X | X | O | X | X | X | X | X | O |
| BENJAMÍN | X | O | X | X | X | X | O | X | O | X | X | X |
| CARMEN | X | X | X | O | X | X | X | O | X | O | X | X |
| DARÍO | X | X | O | X | O | X | X | X | X | X | O | X |
| 7 DÍAS | X | O | X | X | X | X | O | X | | | | |
| 10 DÍAS | X | X | X | O | X | X | X | O | | | | |
| 14 DÍAS | X | X | O | X | O | X | X | X | | | | |
| 15 DÍAS | O | X | X | X | X | O | X | X | | | | |
| EN BICICLETA | X | X | O | X | | | | | | | | |
| EN PATINETE | O | X | X | X | | | | | | | | |
| A PIE | X | O | X | X | | | | | | | | |
| EN AUTOBUS | X | X | X | O | | | | | | | | |

*Primeros pasos de la resolución:*

| | |
|---|---|
| 1) De todas las condiciones dadas (y completando en lo posible), se obtiene el cuadro mostrado en la **Figura 1** siguiente. | 2) Utilizando varias de las condiciones dadas:<br>a) De 8. y 3., Darío no bus.<br>b) De 4., 5. y 2., Carmen no pie, no patinete.<br>c) De 8. , Darío no patinete no pie.<br>d) De b) y c) Darío y Carmen usan bici o bus.<br>Pero de 8. y 3., Darío no bus.<br>Por tanto Darío bici, Carmen bus.<br>Y si Carmen bus, Carmen pelota vasca<br>Llevando esto a la tabla (y completando en una primera fase), se obtiene lo mostrado en la **Figura 2** siguiente. |

| | TENIS | BADMINTON | PÁDEL | PELOTA VASCA | EN BICICLETA | EN PATINETE | A PIE | EN AUTOBUS | 7 DÍAS | 10 DÍAS | 14 DÍAS | 15 DÍAS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ANA | O | X | X | X | | | | | | X | X | |
| BENJAMÍN | X | | X | | | | | | | X | X | |
| CARMEN | X | | | | | | | | X | O | X | X |
| DARÍO | X | | | X | | | | | X | X | O | X |
| 7 DÍAS | | | | | X | X | O | X | | | | |
| 10 DÍAS | | | | | | X | X | | | | | |
| 14 DÍAS | | | | | | X | X | | | | | |
| 15 DÍAS | | X | | | X | O | X | X | | | | |
| EN BICICLETA | | | | X | | | | | | | | |
| EN PATINETE | | | | X | | | | | | | | |
| A PIE | | | | X | | | | | | | | |
| EN AUTOBUS | X | X | X | O | | | | | | | | |

Figura 1

| | TENIS | BADMINTON | PÁDEL | PELOTA VASCA | EN BICICLETA | EN PATINETE | A PIE | EN AUTOBUS | 7 DÍAS | 10 DÍAS | 14 DÍAS | 15 DÍAS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ANA | O | X | X | X | X | | | X | | X | X | |
| BENJAMÍN | X | O | X | X | X | | | X | | X | X | |
| CARMEN | X | X | X | O | X | X | X | O | X | O | X | X |
| DARÍO | X | X | O | X | O | X | X | X | X | X | O | X |
| 7 DÍAS | | | | | X | X | O | X | | | | |
| 10 DÍAS | | | | | | X | X | | | | | |
| 14 DÍAS | | | | | | X | X | | | | | |
| 15 DÍAS | | X | | | X | O | X | X | | | | |
| EN BICICLETA | | | | X | | | | | | | | |
| EN PATINETE | | | | X | | | | | | | | |
| A PIE | | | | X | | | | | | | | |
| EN AUTOBUS | X | X | X | O | | | | | | | | |

Figura 2

A partir de aquí se obtiene la solución final completando en dos fases y teniendo en cuenta que en cada cuadro 4 x 4 solo puede haber una opción válida en fila y columna.