Boletín Informativo de la SMPC

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria - Curso 2013/2014 - Nº 15

ÍNDICE

EDITORIAL	**2**
MATERIALES Y RECURSOS	**5**
MaTeX, Libro Digital de Matemáticas	5
ThatQuiz, ¿el Hermano Pequeño de Moodle?	9
Menú de Problemas	19
Libros y Materiales Destacados	23
JORNADAS, TALLERES Y ENCUENTROS	**45**
Presentación de Ítems Liberados de PISA, TIMSS Y PIRLS. Marco Teórico, Elaboración y Aprovechamiento Didáctico	45
Matemáticas en Acción	51
Día Escolar de las Matemáticas	55
CULTURA Y MATEMÁTICAS	**59**
Efemérides	59
Este País, el Informe PISA y el Deporte	87
Curiosidades	93
OLIMPIADAS Y OTROS CONCURSOS	**97**
Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO	97
Olimpiada Matemática Nacional para Estudiantes de 2º de ESO	105
Olimpiada Matemática Española	113
Concurso del Cartel y Concurso de Fotografía Matemática	123
CONVOCATORIAS	**127**
Convocatorias de la SMPC	127
Otras Convocatorias	133
SOCIEDAD MATEMÁTICA DE PROFESORES DE CANTABRIA (SMPC)	**137**

EDITORIAL

Edita:

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (**SMPC**)

Autoría y Maquetación:

María José Fuente Somavilla
IES Augusto González de Linares
SANTANDER
mj.fuente@yahoo.es

Cecilia Valero Revenga
Facultad de Ciencias
SANTANDER
cecilia.valero@unican.es

Artículos, comunicaciones y correspondencia:

Por correo electrónico:

A cualquiera de las dos direcciones anteriores

Por correo postal o fax:

Cecilia Valero Revenga
Facultad de Ciencias
Avenida Los Castros s/n
39005 SANTANDER
Teléfono: 942 20 15 20
Fax: 942 20 14 02

Tirada: 250 ejemplares

Imprime:

Tratamiento Gráfico del Documento S.L.
Reprografía Interfacultativo. Santander

Depósito Legal: SA-160-1998

ISSN: 1139-0263

Desde la redacción del *Boletín Informativo de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC)* deseamos, una vez más, transmitir a todo el colectivo de profesores de matemáticas de la Comunidad Autónoma de Cantabria, por un lado, las novedades que se producirán en los próximos meses y, por otro, la descripción de aquellos acontecimientos relacionados con la disciplina matemática producidos a lo largo del año 2013. En ambos casos, se han seleccionado aquellos que pueden ser de interés más general.

Iniciamos propiamente este Editorial de igual forma en que ha venido haciéndose en las seis ediciones anteriores de este Boletín, informando acerca de las actividades promovidas por la SMPC. La publicación de este Boletín es una de ellas y, como se desprende del párrafo anterior, su objetivo es el de difundir y canalizar la cultura matemática entre los profesores de matemáticas de los distintos niveles educativos y, manera simultánea, ampliar y fortalecer la relación entre ellos.

Otras actividades que anualmente realiza la SMPC van desgranándose a continuación. Así, cada año, organiza los concursos del Cartel y de Fotografía Matemática para el alumnado de Secundaria y la Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO. Puede decirse que estos tres concursos son consustanciales a la SMPC por el ya voluminoso número de ediciones celebradas de todos ellos (puede encontrarse información detallada en páginas interiores). Cada curso un gran número de estudiantes participan en estas pruebas, desplegando diferentes capacidades y preferencias. Unos ponen en práctica su vena artística en los concursos del Cartel y de Fotografía y otros muestran su agudeza en la resolución de los problemas de la Olimpiada.

También tienen una magnífica aceptación los actos programados específicamente para profesores, tales como las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria, de las que en 2014 se celebrará la sexta edición, cuya convocatoria viene publicada en el apartado correspondiente de esta publicación, junto a las convocatorias de otras actividades realizadas por la SMPC.

En la página web de la SMPC se da información detallada de cada una sus actividades, tales como fechas de celebración, plazos de inscripción, resoluciones de concursos, etc., así

como de otros generales, ya sean congresos, encuentros u otros. Una gran parte de estos aspectos también están incluidos en esta revista que cuenta, además, con apartados en los que se habla del desarrollo de las actividades realizadas por la Sociedad o bien por grupos de profesores de otros organismos. También se ofrecen distintas colaboraciones de temática diversa, como las que recogen conclusiones de encuentros matemáticos a nivel nacional, las que reflejan los avances de proyectos, o bien las que proporcionan materiales para poder usar en el aula. En ese sentido, el número actual contiene, entre otros, el resumen del Seminario celebrado en Comillas a mediados de septiembre *Presentación de ítems liberados de PISA, TIMSS y PIRLS. Marco teórico, elaboración y aprovechamiento didáctico,* artículos en los que se presentan el proyecto *MaTeX* y la plataforma *ThatQuiz*, respectivamente, y *Este país, el informe PISA y el deporte,* con el que nos unimos a la celebración del Año Internacional de la Estadística. Existen, además, otras secciones habituales y ya consolidadas, tales como *Efemérides*, que nos acercan la vida de matemáticos insignes, o como *Curiosidades,* que nos quiere mostrar la cara menos seria de las matemáticas. Esperamos que, en cada una de las secciones, nuestros lectores encuentren algún elemento de interés.

∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩

En el editorial del Boletín número 12 nos hacíamos eco de una noticia que tuvo en su momento gran repercusión en los medios de comunicación: un matemático cántabro, **Francisco Santos Leal**, había resuelto, en sentido negativo, la Conjetura de Hirsch. Hoy, Francisco Santos Leal vuelve a ocupar algunas líneas de este Boletín al haberle sido otorgado, a finales de 2012, el Premio Humboldt de Investigación en Matemáticas. La Fundación Alexander von Humboldt concede cada año entre cincuenta y cien premios a investigadores no alemanes de reconocido prestigio internacional con el objetivo de establecer una red mundial de especialistas en materias diversas para lograr una mayor cooperación académica y científica. Las personas distinguidas con el premio, cuya dotación económica es de 60 000 €, son invitadas a trabajar en proyectos de investigación junto a colegas alemanes especializados en el tema elegido o en temas afines. Francisco Santos Leal está disfrutando esa estancia en la Universidad Libre de Berlín, junto al grupo de trabajo de Geometría Discreta dirigido por el profesor Gunter M. Ziegler, que fue quién le propuso para el galardón y quien realizó la "laudatio" de nuestro compañero en la ceremonia de entrega de los premios, celebrada el 15 de marzo en la localidad de Bamberg (Baviera, Alemania). Francisco Santos Leal recogió el galardón de manos de Helmut Schwarz, presidente de la Fundación Alexander von Humboldt, tal y como se recoge en la siguiente imagen.

≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥

Pasando del homenaje individual a un cierto homenaje colectivo, felicitamos desde aquí a la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM), en el 25 aniversario de su creación. La FESPM se fundó en el año 1988, integrada inicialmente por las Sociedades Aragonesa, Canaria y las dos existentes en aquellos momentos en Andalucía (que luego se convertiría en la SAEM THALES).

La finalidad de su creación era la de:

♠ Orientar a las Sociedades federadas en el objetivo de mejorar la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles. Asesorar a las mismas en cuantos problemas e iniciativas se planteen.

♠ Representar a las Sociedades ante los poderes públicos, entidades y organismos.

♠ Estimular y organizar el intercambio e información entre las Sociedades federadas.

♠ Promover encuentros nacionales e internacionales para debatir sobre la enseñanza de las matemáticas.

Desde entonces hasta la fecha, la Federación ha seguido un proceso continuo de crecimiento, hasta llegar a estar formada en la actualidad por 21 Sociedades, con la reciente incorporación de la de Euskadi, y contar con más de 6 000 socios de todas las etapas educativas. ¿No es esto para felicitarse de forma colectiva?

Δ ⊕ Δ ⊕ Δ ⊕ Δ ⊕ Δ ⊕ Δ ⊕ Δ ⊕ Δ ⊕ Δ ⊕ Δ ⊕ Δ ⊕ Δ ⊕ Δ ⊕ Δ ⊕ Δ ⊕

En fechas recientes se han conocido los resultados de las pruebas PISA 2012. No queremos entrar a analizar aquí ningún tipo de resultado ni, por supuesto, sacar conclusiones, pues son otros los foros donde ambas cosas han de producirse. Solo indicar que, como ha sucedido en

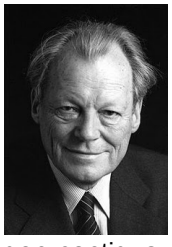
ediciones anteriores, la publicación de los resultados no ha dejado indiferente a ninguno de los sectores sociales, de ninguno de los países participantes, ya sean autoridades, educadores, estudiantes o padres. Lo cierto es que nosotros, los profesores, con independencia de los resultados, debemos seguir intentando que nuestra labor sea cada vez más útil y completa en la formación de los jóvenes que llenan las aulas.

⇐⇑⇒⇓⇐⇑⇒⇓⇐⇑⇒⇓⇐⇑⇒⇓⇐⇑⇒⇓⇐⇑⇒⇑⇒

A mediados de la pasada primavera se celebró una Asamblea General Extraordinaria de la SMPC cuyo único punto en el orden del día era la renovación de la Junta Directiva. En dicha Asamblea fue elegida presidenta **Carmen Espeso Ortiz**, a la que damos nuestra enhorabuena y deseamos mucha suerte en el cargo. Hacemos extensible dicha felicitación al resto de los miembros designados y que aparecen detallados en la sección *Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria* de este Boletín.

No queremos dejar pasar la oportunidad que nos brinda este Editorial de agradecer a la Junta Directiva saliente su trabajo, en particular a la que hasta ahora había sido su presidenta, **María José Señas Pariente**. Porque ella lo ha hecho posible, todos los socios de la Sociedad Matemática de Profesores de Matemáticas hemos estado puntualmente informados de cuantos acontecimientos, convocatorias, novedades, etc. pudieran ser de nuestro interés; además, ha recabado y gestionado eficazmente cuantos recursos han estado a su alcance y ha participado activamente en las distintas actividades de la SMPC. María José, gracias, una vez más, por tu magnífica y desinteresada labor.

◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞



Ha llegado el momento de rectificar, que según dicen es de sabios, aunque deben de ser más sabios los que no se ven obligados a hacerlo, pero… Hemos de decir que en el número anterior de este Boletín se adjudicó, por error, la imagen contigua a Ernest Corominas, y agradecemos a Juan Luis, un compañero de la Universidad de La Rioja, el que nos indicase que esa fotografía corresponde, en realidad, al que fuera Canciller de la Alemania Occidental entre 1969 y 1974, Willy Brandt. En ese instante, a los que tenemos ya una edad, no nos costó reconocer al señor Brandt en dicha reproducción, pero lamentamos no haberlo hecho en el momento preciso.

Como es de justicia dar al césar lo que es del césar, devolvemos a Willy Brandt su cara y mostramos, a continuación, la que corresponde a Ernest Corominas. Pedimos disculpas a nuestros lectores por esta confusión.

Ernest Corominas

Δ ⌓ Δ ⌓ Δ ⌓ Δ ⌓ Δ ⌓ Δ ⌓ Δ ⌓ Δ ⌓ Δ ⌓ Δ ⌓ Δ ⌓ Δ ⌓ Δ ⌓ Δ ⌓ Δ ⌓

Una vez más se informa que en la redacción de esta revista se ha optado por el uso genérico del masculino, pero esto no debe interpretarse como discriminación alguna. Se entiende que cualquiera es capaz de reconocer y valorar la presencia y el trabajo femeninos aun sin la pesada tarea de usar expresiones específicas para ello.

≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡

En la confección de este Boletín ponemos la ilusión y la esperanza de que sus contenidos sean útiles y de interés para todos los socios de la SMPC. No queremos acabar estas líneas sin antes agradecer a todas aquellas personas que nos han hecho llegar sus colaboraciones, su esfuerzo y su trabajo que, sin duda, mejoran y enriquecen el contenido de esta publicación.

Para poder continuar por esta vía, invitamos a socios y compañeros a participar con sus artículos**,** haciéndonoslos llegar a nuestra dirección de correo electrónico.

También se admiten opiniones y sugerencias acerca de secciones nuevas que puedan ser incorporadas a esta publicación.

∈ √ ∈ √ ∈ √ ∈ √ ∈ √ ∈ √ ∈ √ ∈ √ ∈ √ ∈

Como ya se ha dicho, este Boletín tiene como finalidad principal la divulgación de acontecimientos matemáticos de actualidad, junto a la publicación de colaboraciones de socios y no socios de la SMPC. No hay contraprestación económica ni de servicios por su edición, que tampoco incluye publicidad comercial. Por todo ello, entendemos que no se vulneran los derechos de imagen o de autor cuando se utilizan algunos materiales. Cuando se conoce, se cita su procedencia y su autor, pero en todo caso, si alguien considerase quebrantados sus derechos, se ruega nos lo advierta para proceder a la aclaración o rectificación que proceda.

MATEX, LIBRO DIGITAL DE MATEMÁTICAS

Elena Álvarez Saiz
Departamento de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación
Facultad de Ciencias, SANTANDER

Mario Fioravanti Villanueva
Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación
Facultad de Ciencias, SANTANDER

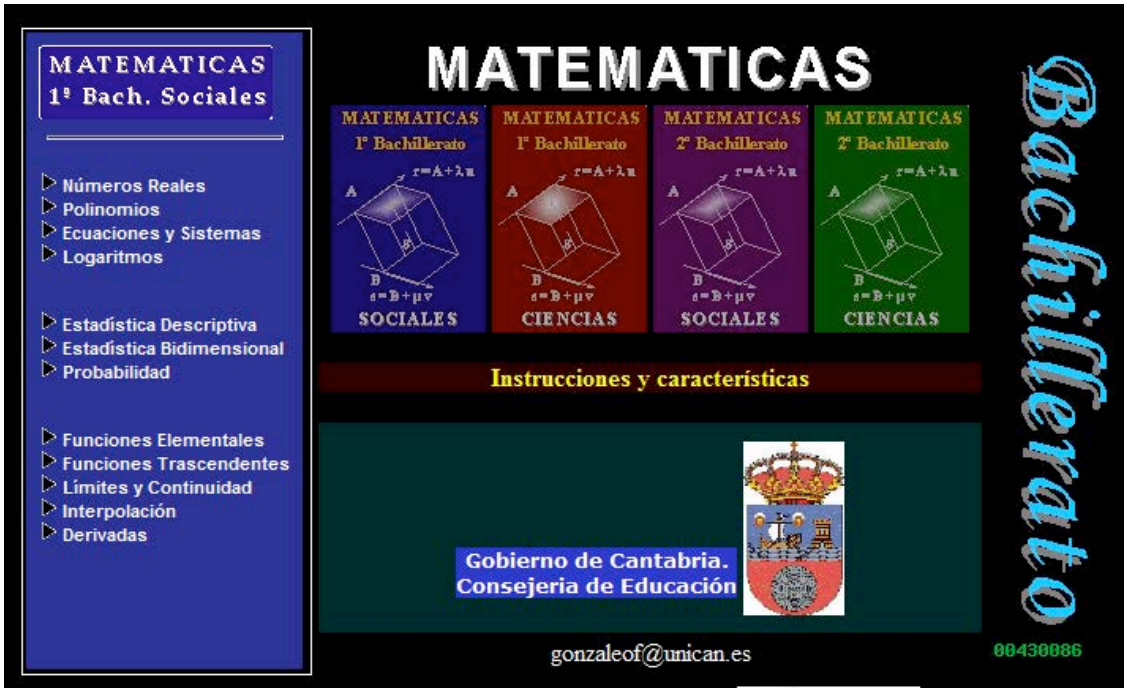
En el presente artículo se presenta ***MaTeX***, un libro digital de matemáticas para alumnos de primero de ESO y para alumnos de segundo de ESO en el que, mediante una interfaz muy sencilla, se muestra el contenido, compuesto tanto de aspectos teóricos como de ejemplos, ejercicios y tests aleatorios. Para su utilización no se requiere de ninguna instalación ya que se utiliza vía web por navegador. Entre sus principales ventajas destaca su facilidad de uso, que fomenta la autonomía del aprendizaje y posibilita distintos ritmos de trabajo, permitiendo gestionar la evaluación de los alumnos a través de una base de datos.

Este material ha sido experimentado con éxito durante varios años por alumnos de primero de ESO en el aula de matemáticas del IES El Astillero de Cantabria y durante el presente curso escolar 2013-2014 se está experimentando el material de segundo de ESO.

EL AUTOR

MaTeX ha sido creado por Francisco Javier González Ortiz, profesor del IES El Astillero, El Astillero, Cantabria, y profesor asociado del Departamento de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación de la Universidad de Cantabria.

El profesor González Ortiz obtuvo un accésit en el I Concurso de Contenidos Educativos para la Web de la Consejería de Educación de Cantabria, en el año 2004, por el Libro Electrónico de Matemáticas para Bachillerato: http://personales.unican.es/gonzaleof

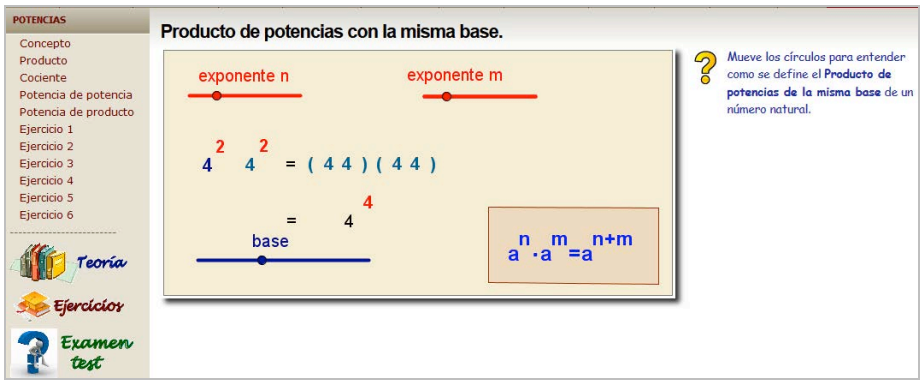


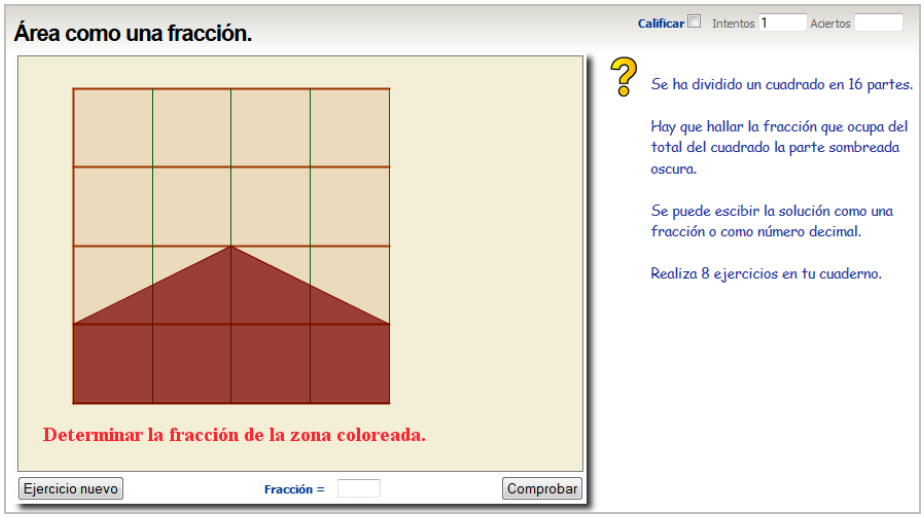
DESCRIPCIÓN DEL CONTENIDO

A través de la dirección http://iesastillero.no-ip.info/joomla_1_eso se puede acceder a la portada o menú de acceso al material correspondiente a primero de ESO donde figuran los enlaces a las Unidades Didácticas: Potencias, Divisibilidad, Enteros, Fracciones, Decimales, Álgebra, Porcentajes, Ángulos, Áreas, Gráficas y Azar. El contenido correspondiente a segundo de ESO está recogido en las siguientes Unidades Didácticas: Potencias, Divisibilidad, Enteros, Fracciones, Decimales, Álgebra, Porcentajes, Gráficas, Azar y Geometría, a las que se puede llegar desde la siguiente dirección: http://iesastillero.no-ip.info/matex_2_eso

Las Unidades Didácticas

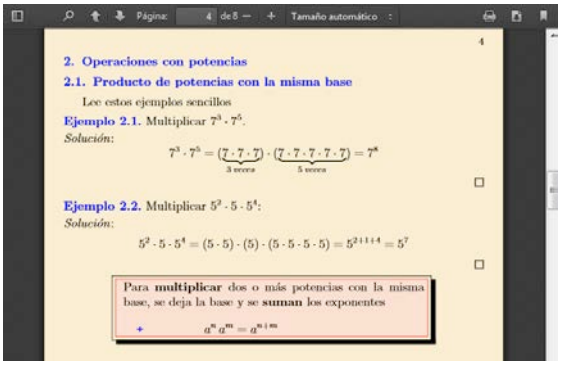
Cada Unidad Didáctica tiene su correspondiente menú de contenidos con escenas *GeoGebra* tanto para aprender conceptos como para practicar la resolución de ejercicios aleatorios.



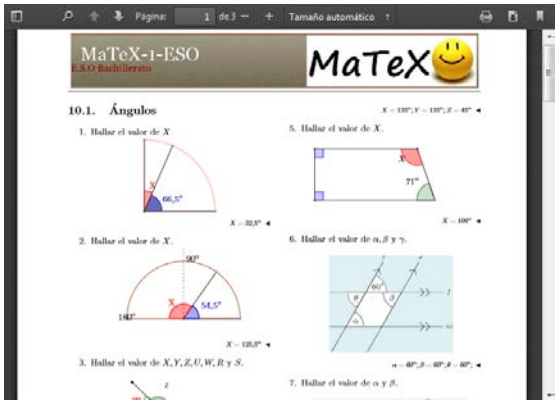


En el margen izquierdo de cada Unidad Didáctica pueden aparecer tres iconos: teoría, ejercicios y examen test.

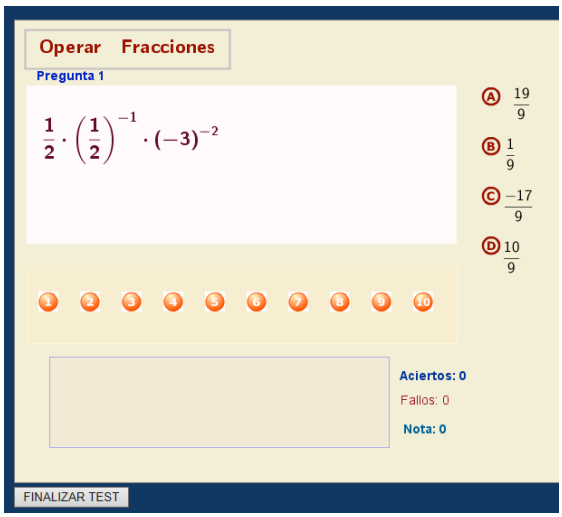
Icono Teoría: Desde este enlace se proporcionan los contenidos de la unidad didáctica. Es un fichero en formato pdf, en forma de presentación, editado con *LaTeX*. Su formato permite imprimir para los alumnos y proyectarlo para explicación en el aula.



Icono Ejercicios: Desde este enlace se proporcionan las hojas de actividades de la unidad didáctica. Es un fichero en formato pdf realizado con *LaTeX*, con los ejercicios y actividades propuestas que el alumno imprime y pega en su cuaderno para realizar. Contiene, además, todas las soluciones de los ejercicios para autocorrección del propio alumno.

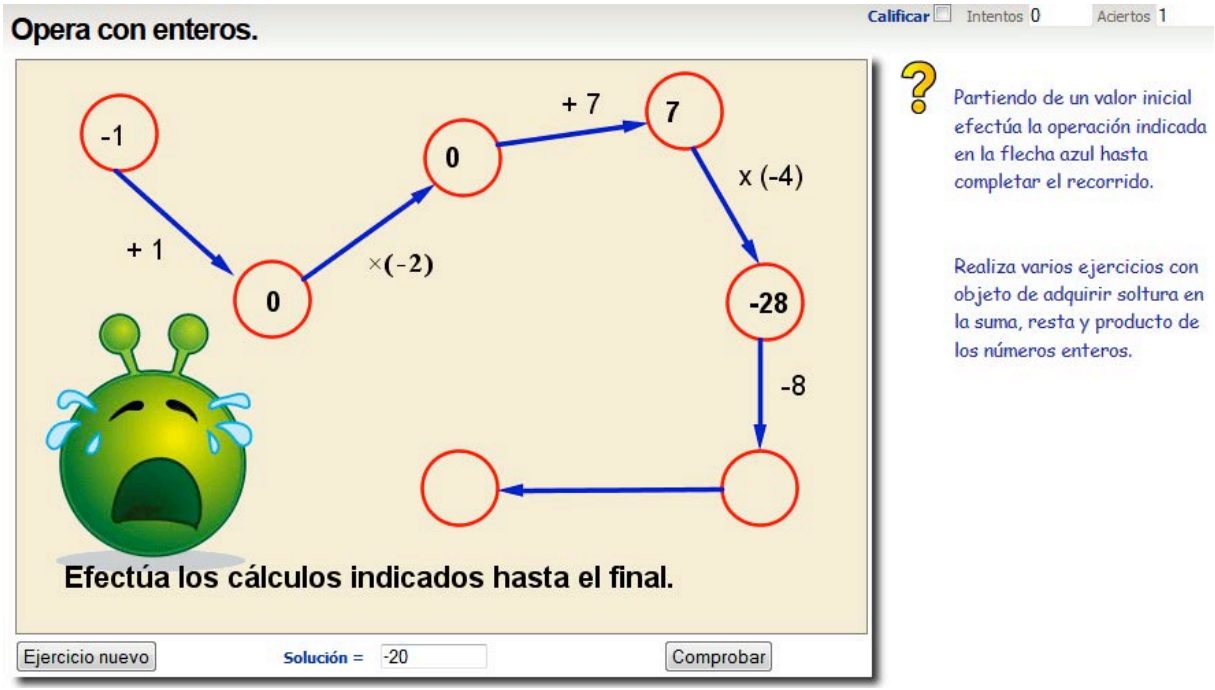


Icono Examen Test: Desde este enlace se accede a un examen tipo test realizado con *GeoGebra* que tiene las siguientes características: consta de 10 preguntas en las que se debe seleccionar la respuesta correcta entre cuatro posibles, es siempre aleatorio (tanto en el orden de las cuestiones planteadas como en el contenido de las mismas) y su calificación es interna, pasándose a la base de datos de las calificaciones de los alumnos.



Características

MaTeX contiene más de 200 escenas de *GeoGebra*. El contenido de las escenas es aleatorio para que el alumno pueda realizar ejercicios diferentes hasta alcanzar su dominio. Se contabilizan los intentos y los aciertos del alumno, que se almacenan internamente en la base de datos de las calificaciones.



MaTeX tiene incorporada una base de datos con los alumnos que se registran. Los aciertos e intentos que realiza el alumno se almacenan de forma automática en la base de datos. Las calificaciones se almacenan según la unidad didáctica y según el apartado realizado en dicha unidad. De esta manera, el profesor, cuando accede al programa, puede hacer un seguimiento del rendimiento alcanzado por cada alumno.

El material ***MaTex*** está bien organizado y es fácil de usar. Sus contenidos están presentados con claridad. ***MaTex*** promueve la autonomía en el aprendizaje, adecuándose a distintos ritmos de trabajo y progresos del alumnado.

El autor tiene entre sus proyectos completar este material creando el correspondiente a los cursos de tercero y cuarto de ESO. Sin duda será este un trabajo ímprobo pero que agradeceremos muchos docentes y estudiantes, en particular los que están inmersos en la etapa educativa de ESO.

THATQUIZ, ¿EL HERMANO PEQUEÑO DE MOODLE?

María Isabel Gómez Velarde
IES Marqués de Santillana, TORRELAVEGA

Todo profesional aspira a tener a su disposición herramientas y materiales que, por un lado, le faciliten su trabajo y, por otro, le permitan alcanzar las mejores cotas de calidad en el desarrollo de su labor. Los profesores, como profesionales de la enseñanza que somos, poseemos esa misma ambición. Si la posibilidad de disfrutar tales recursos siempre ilusiona y hace más grata cualquier tarea, se hace imprescindible si las condiciones de trabajo se vuelven menos cómodas, como ha sucedido recientemente con el aumento de alumnos por aula.

De todos es sabido que entre las actividades realizadas por cualquier profesor atento a la evolución académica de sus estudiantes está, y no es de las más entretenidas, la corrección de ejercicios propuestos para su entrega. Llevada esta situación al terreno personal, he de decir que durante el pasado curso, en el que conté con grupos de hasta 34 alumnos y con más de 120 alumnos en total, esa rutina de pedir ejercicios y devolvérselos corregidos en unos días, además de tarea ardua, parecía misión imposible. Por supuesto, podía plantear actividades interactivas o ejercicios en el blog http://masmates-igv.blogspot.com.es que les permitiera autoevaluarse, pero en ese entorno no recibo información sobre los aciertos o fallos de los alumnos, perdiendo así tanto la oportunidad de poder modificar, o no, mi conducta en función de los resultados a nivel global, como de tomar medidas para cada estudiante de manera individual.

En aquellos centros que disponen de la plataforma *Moodle* sí es posible crear actividades y obtener registros de las respuestas, pero ése no es mi caso. No obstante, hay un recurso que puede hacer esas funciones (aunque no tenga tanto potencial, resulta muy eficaz). Su nombre es ***ThatQuiz***.

ThatQuiz, http://www.thatquiz.org/es, es una herramienta gratuita, online, útil para cualquier materia y que permite desde usar ejercicios ya creados (informándote de los aciertos y fallos) hasta elaborar con todo detalle materiales propios y obtener la anotación de los resultados vía Internet. Para sacarle el mayor partido hay que registrarse (se debe indicar una dirección de correo electrónico) y así cada cual será su propio administrador, creando clases, pruebas, recibiendo estadísticas de resultados, etc.

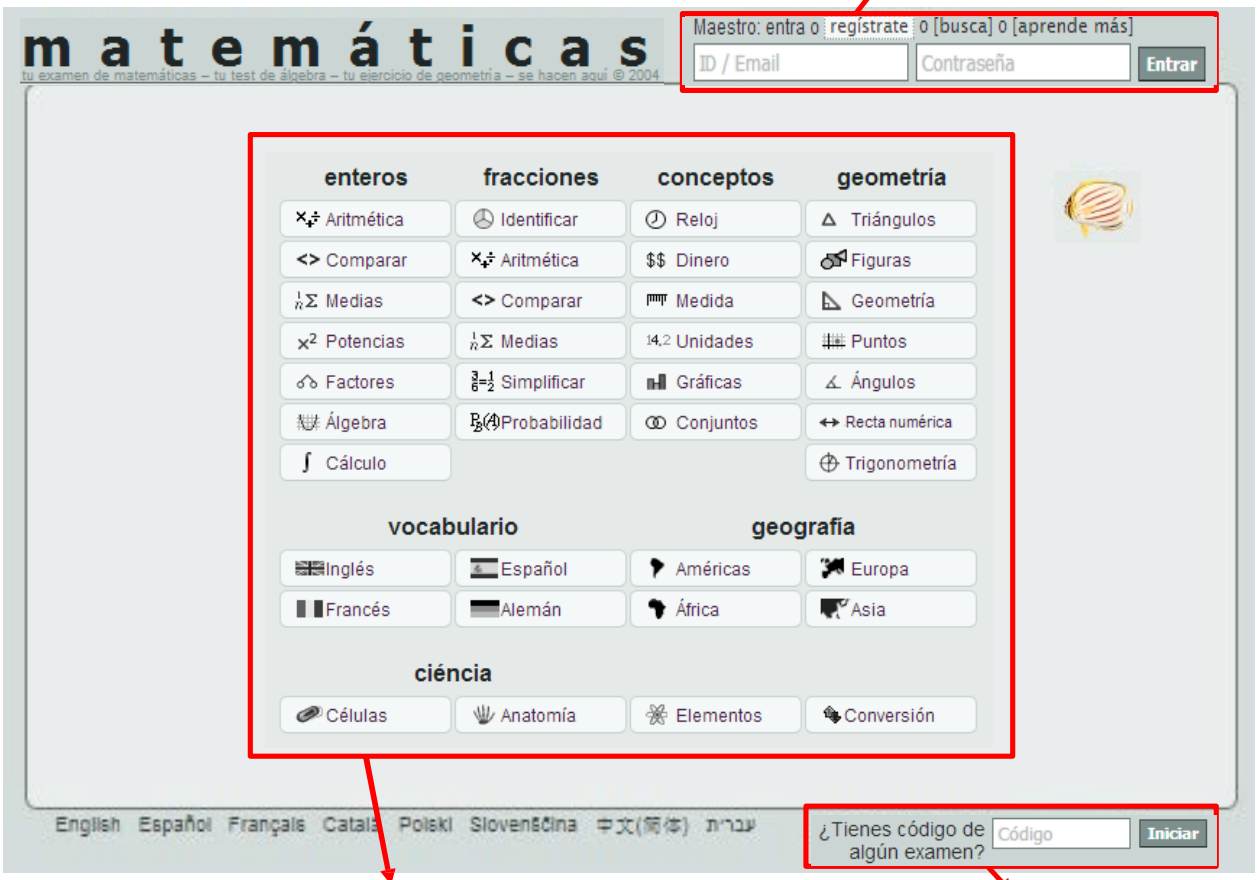
Además, la web está disponible en ocho idiomas, entre ellos, español, inglés, francés y catalán. Por tanto, resulta muy interesante para aquellos profesores que imparten la materia de matemáticas en proyectos bilingües.

La utilización personal que yo hago de *ThatQuiz* es la de crear clases y asignar contraseñas a los alumnos de cada clase. Hay un directorio de pruebas, que se pueden editar y modificar (o crear unas nuevas) ajustándolas a las peculiaridades de cada clase. Una vez tenemos la prueba a nuestro gusto, *ThatQuiz* crea un código que envío por e-mail a mis alumnos para que accedan a realizarla introduciendo su contraseña. Es posible configurar la prueba para que sea realizada en un tiempo limitado o de forma que quede inactiva pasada una fecha. En todo momento, al profesor le llega información sobre los resultados que van obteniendo los alumnos, cuáles han sido sus fallos, el tiempo empleado, etc. A mí me parece muy interesante y útil, ya que en centros en los que no se cuenta con *Moodle*, permite llevar un pequeño control de las tareas que el alumno realiza en su casa. Creo que es un recurso poco conocido y bastante potente que puede facilitar nuestra labor docente.

A continuación, se adjunta un tutorial acerca del uso de *ThatQuiz* (recuérdese que hay un amplio abanico de posibilidades: desde usarlo simplemente como una web de ejercicios interactivos hasta, sacando todo su potencial, manejarlo como si fuéramos administradores de "un pequeño *Moodle*").

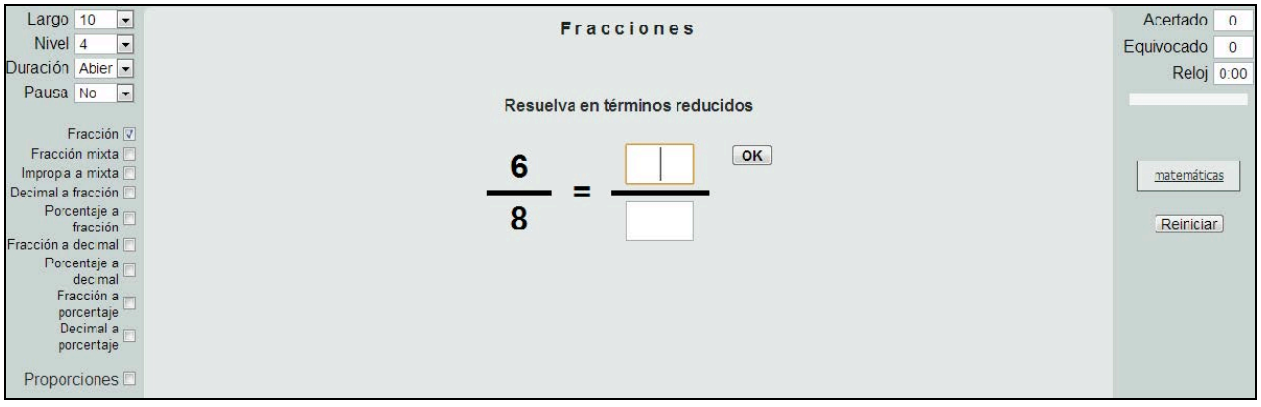
http://www.thatquiz.org/es

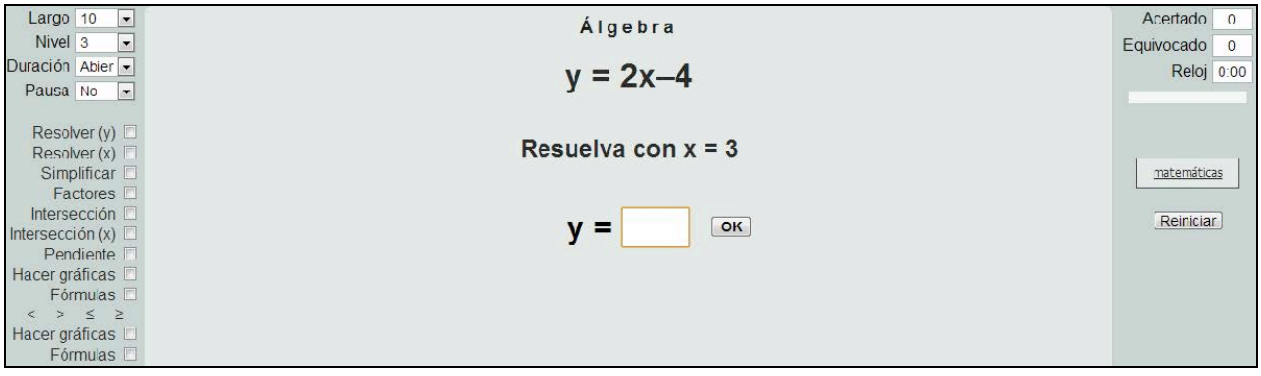
Acceder a nuestro entorno o buscar exámenes ya creados

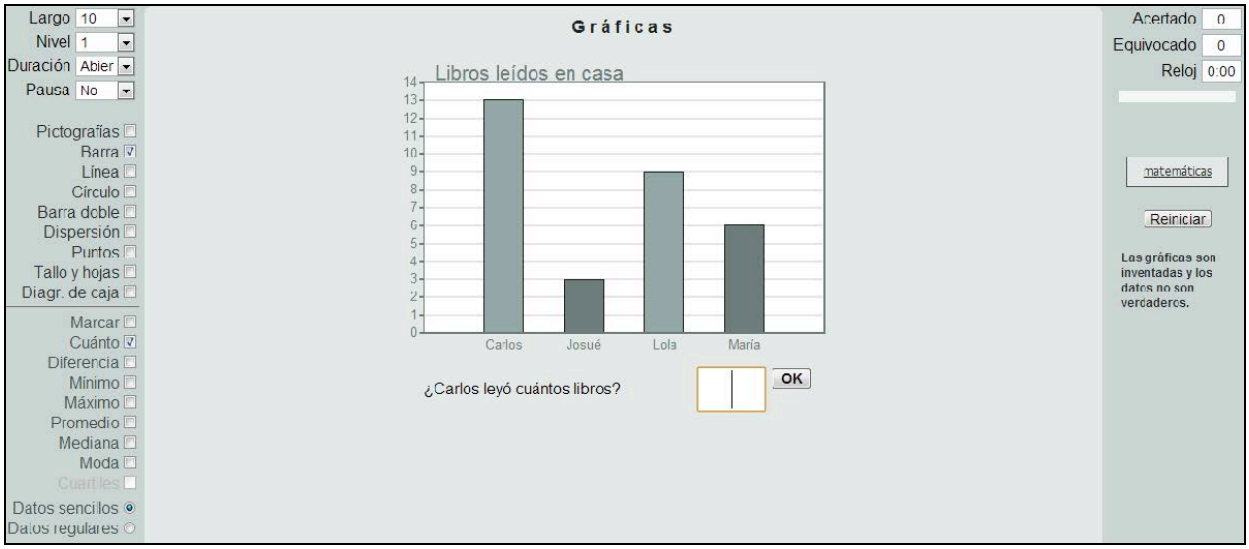


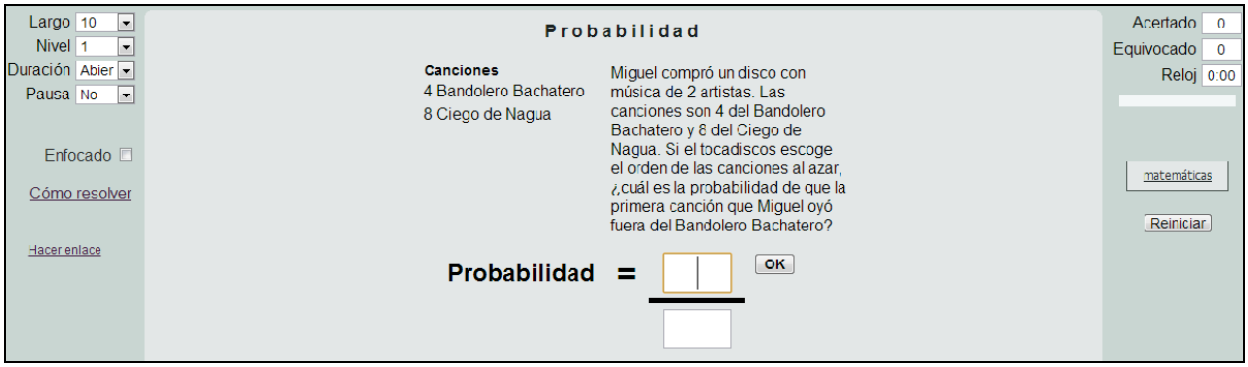
Ejercicios interactivos

Exámenes propios o ya creados



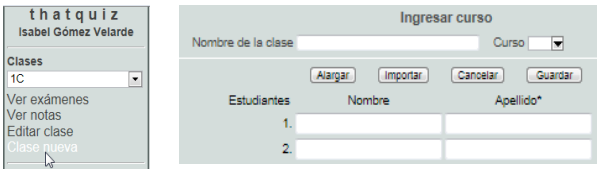






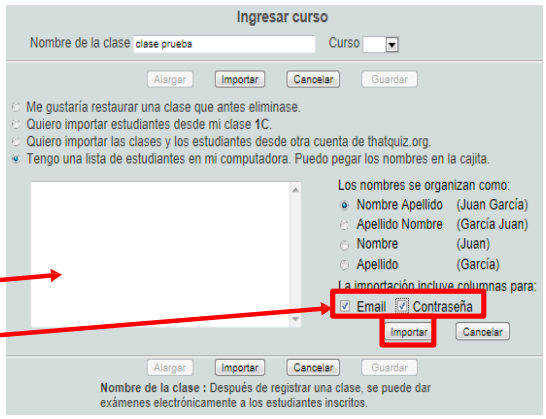
Accede a tu entorno (la primera vez desde “regístrate” y luego introduciendo ID y Contraseña)

Empieza desde el menú lateral izquierdo creando una clase. Haz clic sobre “**Clase nueva**” y aparecerá una ventana como:

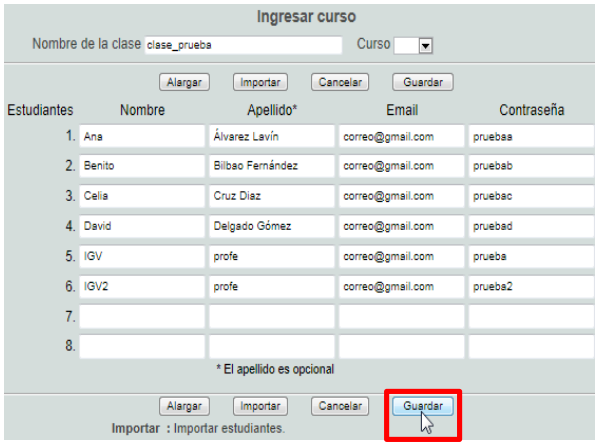


Pon nombre a la clase e introduce los datos de los alumnos (si necesitas más filas, haz clic en “**Alargar**”), y cuando acabes, pulsa “**Guardar**”.

Si tienes el listado de tus alumnos y no quieres ir introduciendo sus datos escribiéndolos de nuevo, pulsa en “**Importar**” y aparecerá esta ventana:

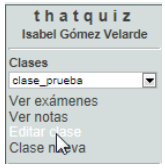


- Copia las columnas del archivo (conviene tener cuatro columnas: nombre, apellidos, email y contraseña) y pégalas.
- Debes hacer clic en
- Haz clic en el botón “**Importar**”.
- Así, volverás a la ventana de la clase, con los datos de los estudiantes rellenados.



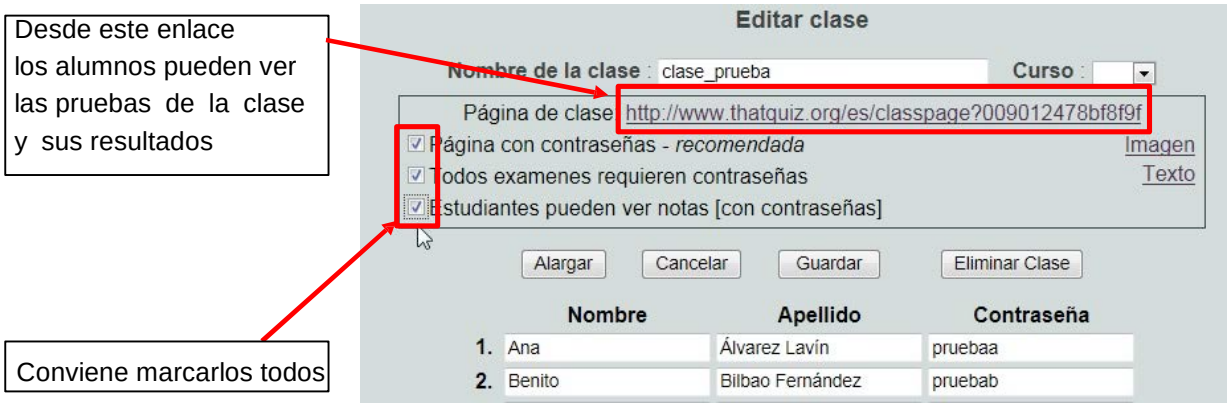
- No olvides "**Guardar**".

- Si quieres añadir o modificar algún dato, desde el menú lateral, selecciona la clase y pulsa "**Editar clase**".

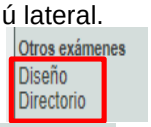


- Importante: Introduce uno (o varios) alumnos de prueba para mostrar las preguntas en clase.

- Importante: Introduce contraseña y email de los alumnos para enviarles sus resultados.



Una vez creada la clase, hay que asignar las pruebas. Para ello, puedes buscarlas en **Directorio** o crearlas tú mismo desde **Diseño**. A ambas opciones se accede desde el menú lateral.

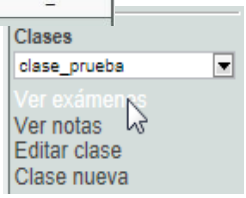


Haz clic en **Directorio**. Puedes buscar un tema concreto, por ejemplo, monomios.

Para ver la prueba, haz clic en el vínculo. Si te gusta, puedes llevarla a tu clase con "**Asignar**" (la asignará a la clase que esté activa en el desplegable) o a tu entorno para retocarla con "**Importar**".

Selecciona la clase para la que quieres la prueba (en el desplegable del menú lateral) y haz clic en "**Asignar**". Aparecerá así en el listado de exámenes de esa clase.

Puedes acceder a ver los exámenes de una clase seleccionando la clase (desplegable) y haciendo clic en "**Ver exámenes**".

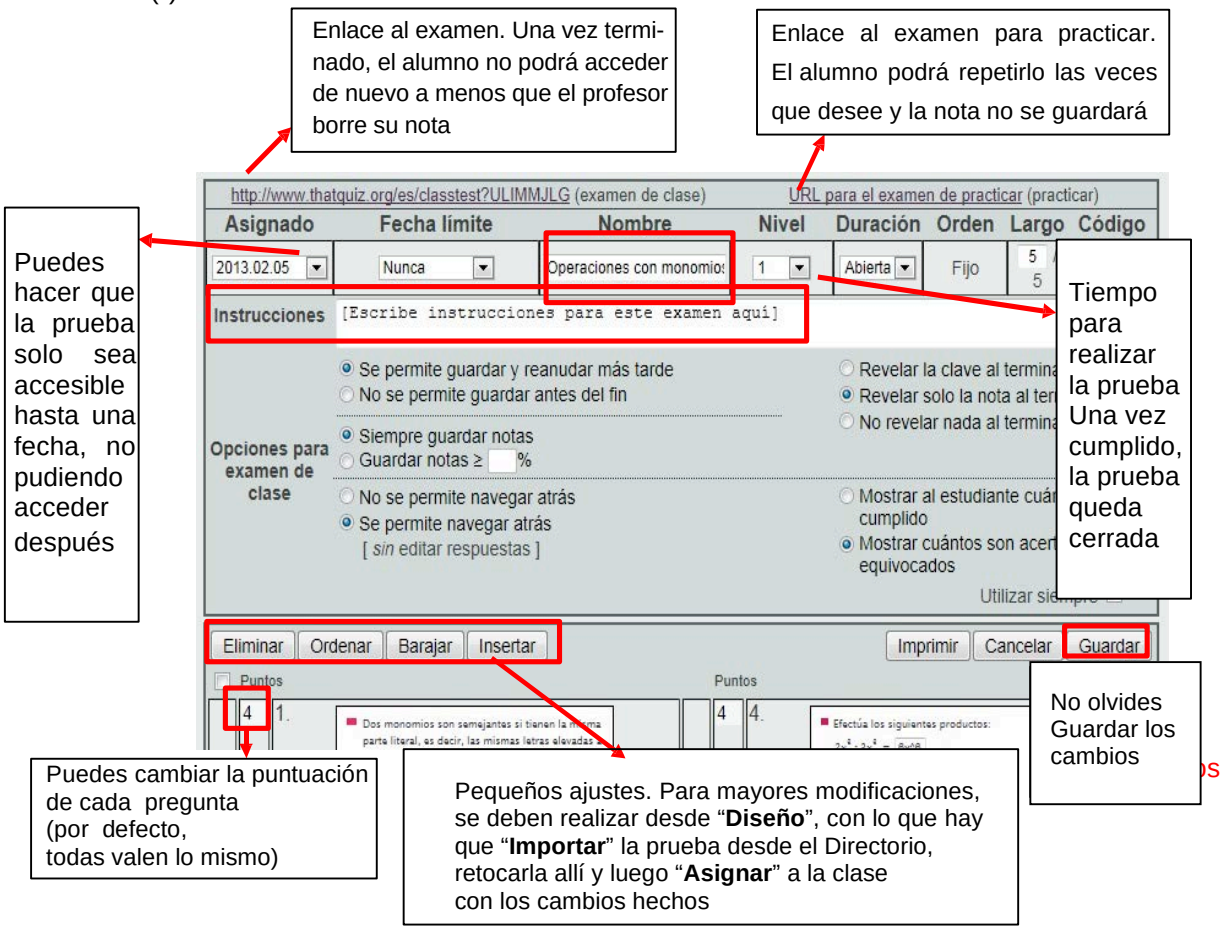


Examen final para los alumnos

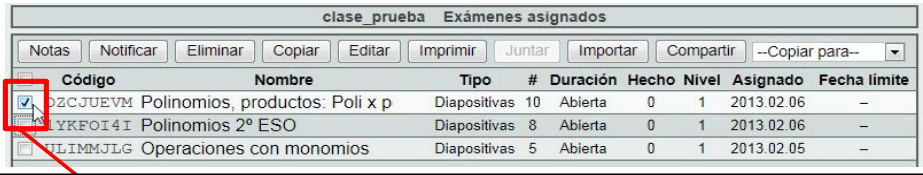
Con este código pueden entrar desde la página de *ThatQuiz*

Examen, donde puedes realizar pequeños ajustes (*)

(*)



Practica asignando varias pruebas (busca en "**Directorio**") a tu clase (la tendremos seleccionada en el desplegable). Después, desde "**Ver exámenes**", podrás acceder a todos los asignados a esa clase.



Debes hacer clic sobre la casilla para seleccionar el examen y activar los botones superiores

Los botones de la parte superior, sirven para:

Notas Ver las notas que los alumnos de esa clase han obtenido en el examen marcado.

Notificar Avisar a los alumnos del examen (envía email con la URL de la prueba).

Eliminar Eliminar el examen (o exámenes si tenemos varios marcados). Pide confirmar la eliminación.

Copiar Duplicar los exámenes seleccionados.

Editar Editar el examen para poder realizar pequeños ajustes (misma pantalla que en *).

Imprimir Imprimir el examen en el formato que aparece en pantalla.

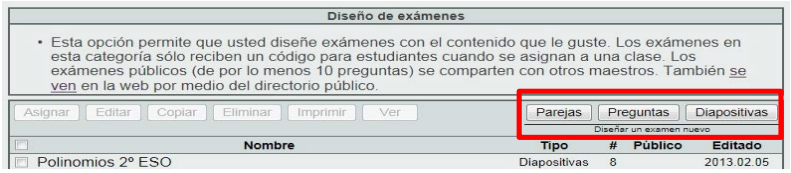
Juntar Unir varios exámenes (deben estar seleccionados) en uno solo.

Importar Importar exámenes (indicando el código o la URL del mismo) a una clase o a todas (igual que si se hace "**Importar**" desde **Directorio**).

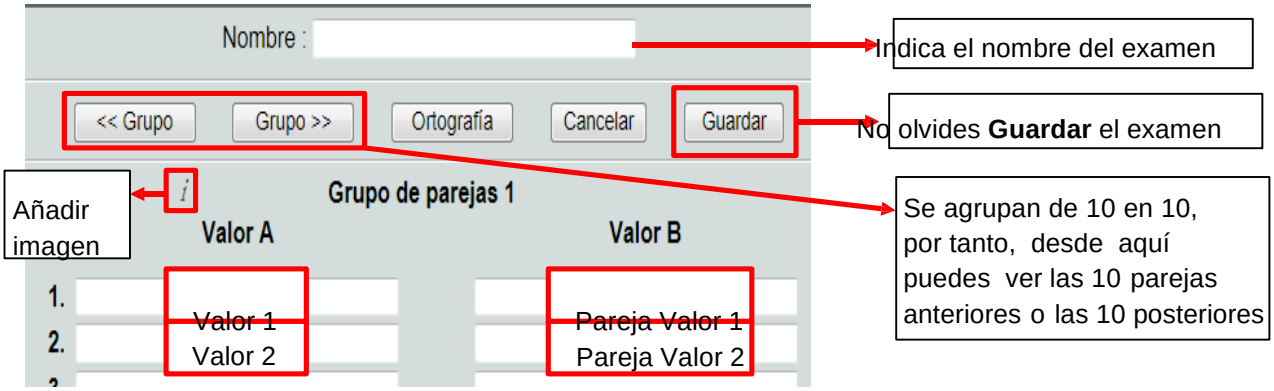
Compartir --Copiar para-- Asignar los exámenes seleccionados a otras clases que se eligen en el desplegable (les asigna distintos códigos porque, aunque la prueba sea la misma, la clase y las notas no lo serían).

Si quieres hacer modificaciones en un examen ya existente debes ir a **Directorio** (menú lateral) a buscar el examen, hacer clic en "**Importar**" para tenerlo en tu entorno y "**Editar**" para acceder a la prueba y retocar preguntas, añadir nuevas,…

Si quieres crear un examen nuevo, debes ir a **Diseño** (menú lateral) y elegir el tipo de examen que necesitas (parejas, preguntas o diapositivas).



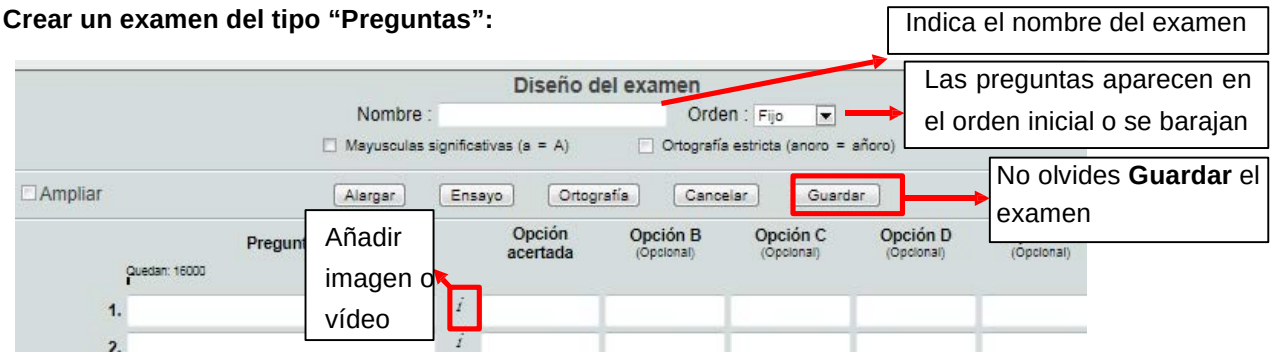
Crear un examen del tipo "Parejas":



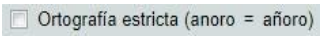
En la parte inferior de la ventana nos indica cómo poner algunos caracteres especiales: subíndices, exponentes,…

Este tipo de exámenes es de emparejamientos. El orden de las parejas es aleatorio (se barajan).

Crear un examen del tipo "Preguntas":



Haz clic si quieres diferenciar mayúsculas de minúsculas en las respuestas.



Haz clic si quieres que la respuesta sea válida sólo si ortográficamente es correcta.

Haz clic si quieres cambiar la vista y poder así ver preguntas con textos largos.

Este tipo de examen permite crear un examen de tipo pregunta y elegir la respuesta correcta (entre un máximo de 5 opciones) o poner una pregunta y ninguna opción, con lo que el alumno deberá escribir la respuesta correcta. Es decir, respuesta de elección múltiple, respuesta única o respuesta abierta. Cada pregunta puede llevar asociada una imagen o un vídeo (de *Youtube* o *Vimeo*) que insertaremos haciendo clic sobre .

Fíjate en los siguientes botones:

Si quieres más de 10 preguntas

Para preguntas con respuesta abierta, que no será evaluada pero que quedará registrada para corregirla manualmente

Corrector ortográfico

Cancelar los cambios y volver a la última versión guardada

En la parte inferior de la ventana indican cómo poner algunos caracteres especiales: subíndices, exponentes,…

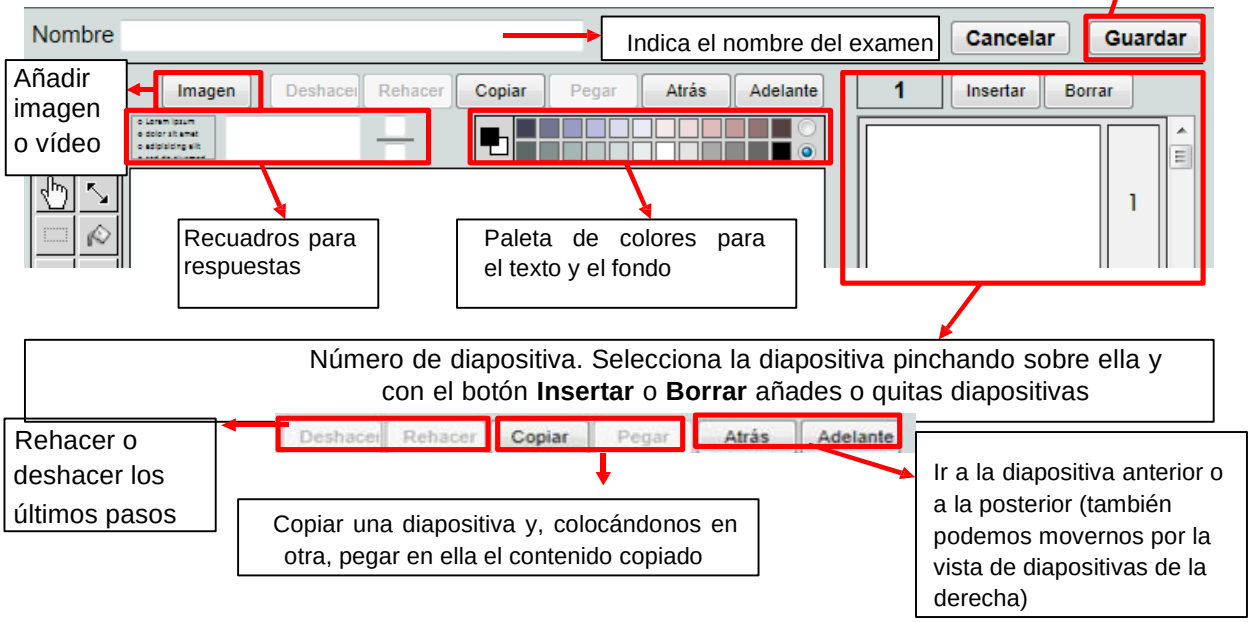
El orden de las preguntas se puede cambiar pinchando sobre el número de la pregunta y arrastrándolo hasta la posición donde se quiera colocar.

Para eliminar una pregunta, haz clic sobre el número de la pregunta y arrástrala hasta la papelera que aparece en la esquina superior izquierda.

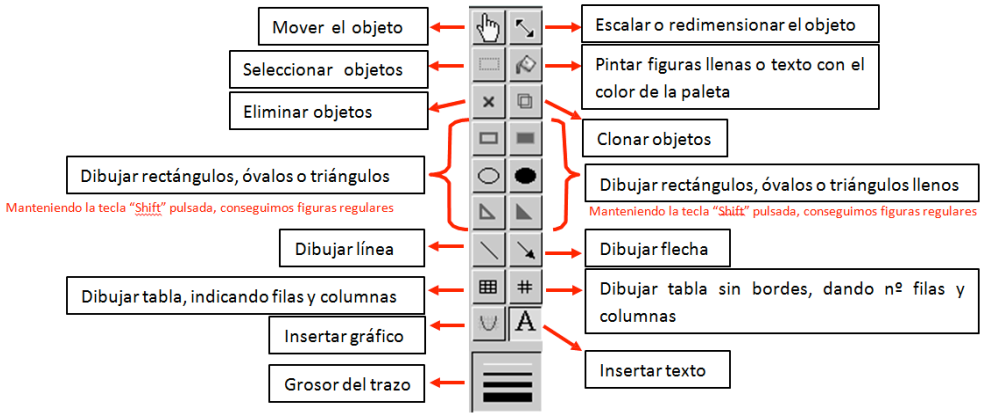
Crear un examen del tipo "Diapositivas":

Es la opción de exámenes que permite más versatilidad.

No olvides **Guardar** el examen

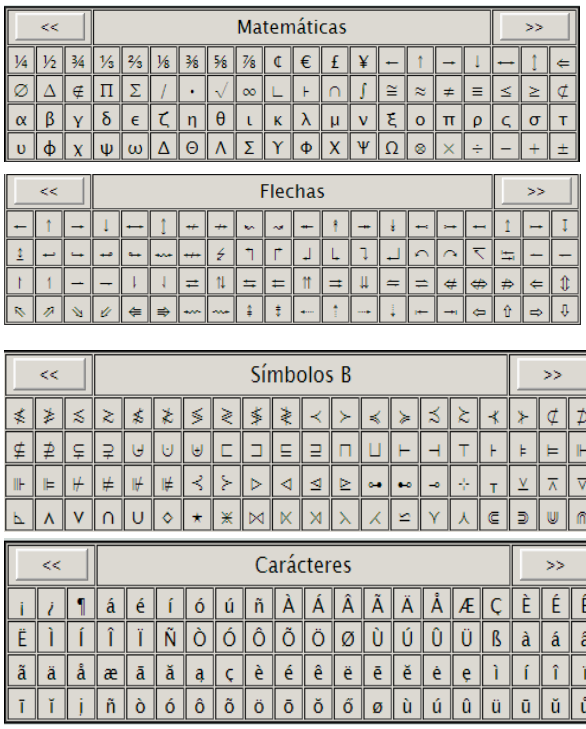


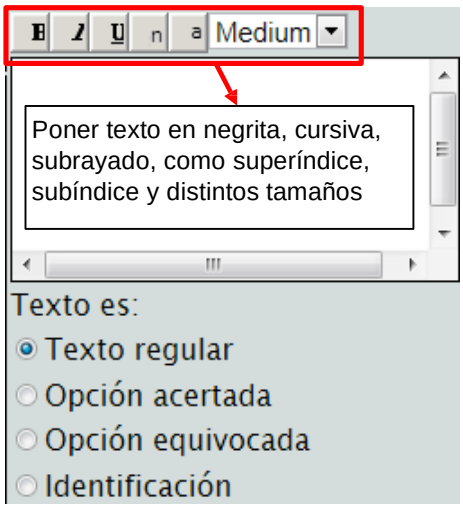
Veamos las herramientas de la paleta de dibujo y edición que están a la izquierda:



Veamos con detalle dos herramientas especialmente útiles:

Insertar texto. Permite escribir multitud de símbolos y caracteres.

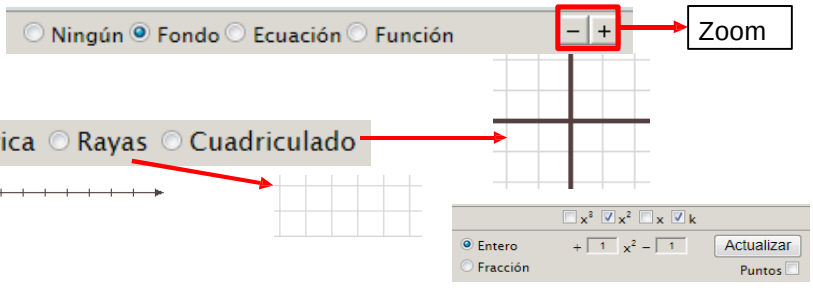




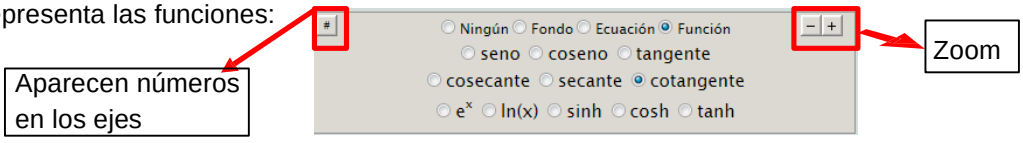
Además, se puede indicar el tipo de texto que tenemos:

- Texto regular: texto normal
- Opción acertada: si aparece en opción múltiple y es la respuesta correcta
- Opción equivocada: si aparece en opción múltiple y es la respuesta equivocada
- Identificación: si es texto que aparecerá en un recuadro que deberemos colocar en el hueco adecuado

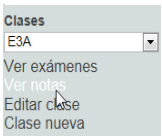
Insertar gráfico. Podemos elegir:



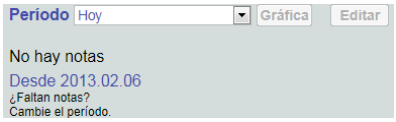
- Ninguno
- Fondo:
- Ecuación: Dibuja funciones polinómicas (grado≤ 3), pudiendo marcar puntos.
- Función: Representa las funciones:



Cuando tengamos un examen (ya elaborado o creado por nosotros), lo asignamos a una clase y les damos el código (o URL) a los alumnos para que lo realicen. Los resultados que los alumnos van logrando (notas y registro de resultados) se pueden ver desde "**Ver notas**" del menú lateral (previamente debemos seleccionar la clase en el desplegable).

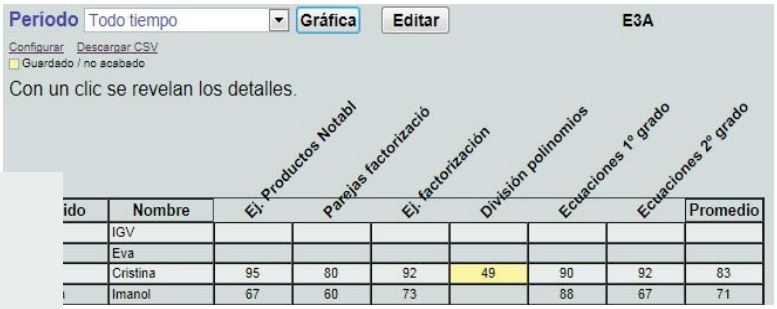


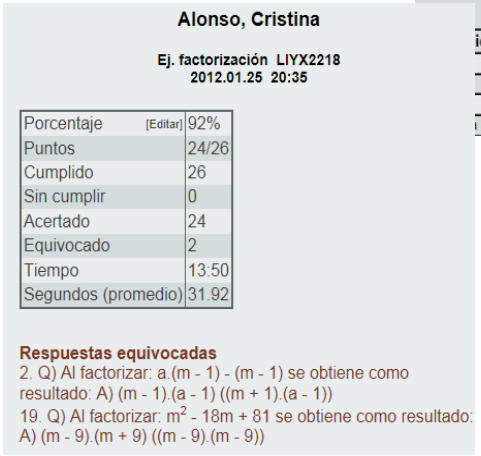
- Selecciona el período de tiempo en el que quieres ver los resultados.



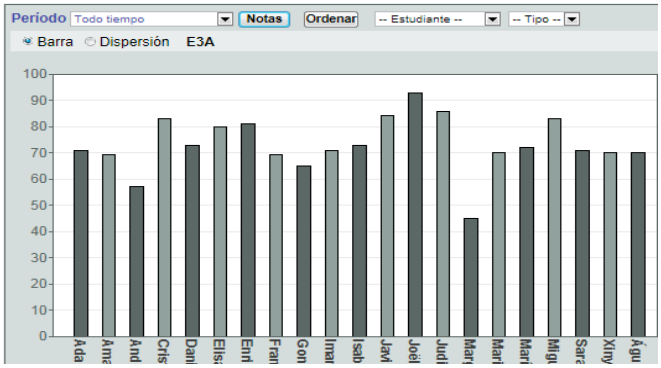
- Las notas que aparecen en amarillo corresponden a exámenes que no se completaron.

- Si haces clic sobre una nota aparecerán, en detalle, los fallos y aciertos.

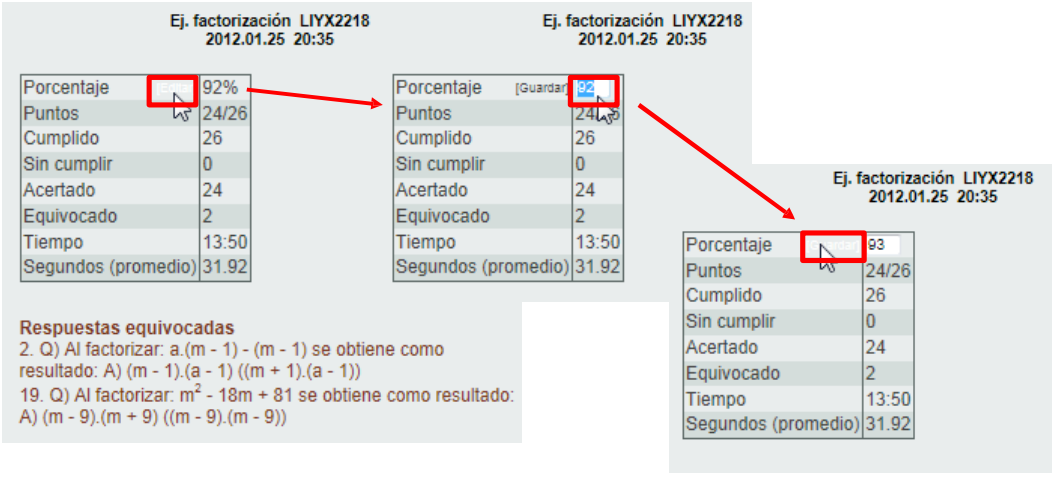




- Si haces clic en el botón "**Gráfica**" verás un análisis gráfico de los resultados.

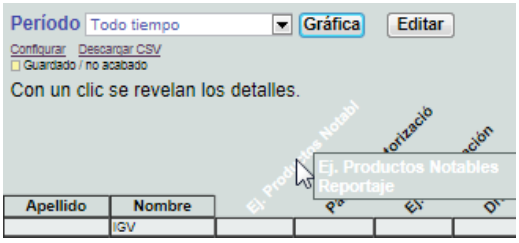


- Si necesitas cambiar una nota, hay que hacer clic sobre la nota que quieres modificar y aparece el reportaje de la imagensuperior. Haz clic en "**Editar**", modifica manualmente la nota y pincha en "**Guardar**".



- Si necesitas borrar una nota, pulsa el botón "**Editar**", haz clic en la nota a borrar y pulsa después el botón "**Borrar**".

- Si haces clic sobre el título de uno de los exámenes, verás los registros de todos los alumnos, así como un análisis de los fallos más frecuentes y la posibilidad de enviar por email los registros de cada alumno.

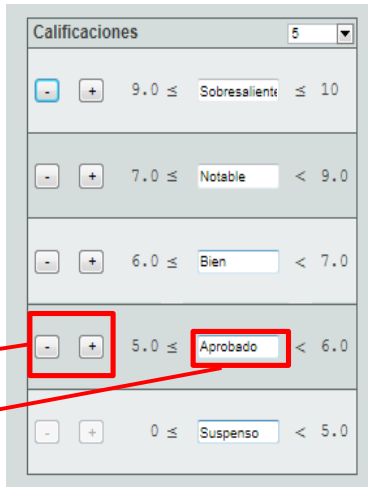


- Si haces clic sobre el nombre del alumno, verás el reportaje de todos los exámenes de ese alumno, junto a un enlace con el examen, el porcentaje de aciertos y qué alumnos han fallado cada pregunta.

- Se pueden ordenar las columnas por orden alfabético del apellido (clic en "Apellido") o del nombre (clic en "Nombre") o por orden de notas (clic en la columna "Promedio").

Es posible configurar las notas (que por defecto aparecen en porcentajes) desde el menú lateral, eligiendo la clase y luego haciendo clic en "**Ver notas**" y pinchando sobre " **Configurar**".

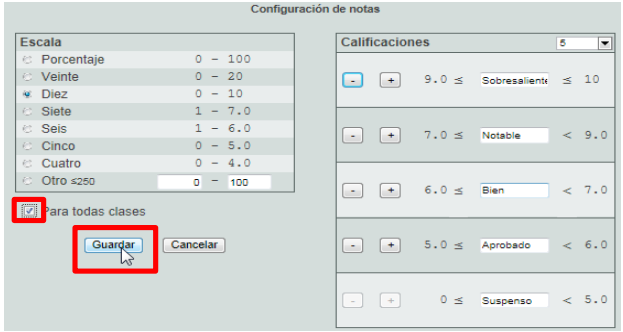
Elige la escala que desees (0-10, Suspenso, Aprobado, Bien, Notable y Sobresaliente).



Ajusta los márgenes entre los que varía el aprobado

Escribe cómo denominamos esa calificación

También existe la posibilidad de hacer que esa escala sea válida para todas las clases.



MENÚ DE PROBLEMAS

Como en cada edición de este Boletín, la sección que aquí se inicia tiene como objetivo fundamental proporcionar enunciados que puedan favorecer el desarrollo de destrezas y estrategias de resolución de problemas. Las personas que leen año tras año esta sección ya saben que los problemas que se incluyen en ella tiene procedencia diversa. Así, en el Boletín número 13 esta sección estuvo dedicada al Concurso de Primavera de Matemáticas, en el número 14 se expusieron los enunciados del concurso Cine y Matemáticas del verano 2012, que forma parte de la página http://www.divulgamat.net, y, en algunas ocasiones anteriores, la propuesta estaba integrada por problemas que han formado parte de concursos matemáticos celebrados en centros educativos de la Comunidad de Cantabria, como sucede en esta ocasión. A continuación se ofrecen los problemas de la XXI ***Olimpiada Matematbuelna 2013****, un concurso organizado entre los dos Institutos de Educación Secundaria de Los Corrales de Buelna. Agradecemos a Carmen Espeso Ortiz y a Francisco Liaño Santoveña la amabilidad con que han atendido nuestro deseo de publicar los mencionados problemas proporcionándonos el material correspondiente.*

En los párrafos siguientes se recogen, además de los problemas que constituyen la *Olimpiada Matematbuelna 2013,* las características generales de la misma: organización, fechas de celebración, niveles, etc.

Quién lo organiza y desde cuándo

El concurso de problemas comenzó a celebrarse en el año 1991 en el único Instituto de Educación Secundaria que en aquel momento existía en Los Corrales de Buelna, el IES Javier Orbe Cano. Su puesta en marcha estuvo a cargo de Francisco Liaño Santoveña, profesor del Departamento de Matemáticas de dicho centro. En la actualidad Francisco Liaño sigue siendo un pilar importante en la celebración de esta Olimpiada, pero comparte la tarea con otros profesores de su propio departamento y del Departamento de Matemáticas del IES Estelas de Cantabria. Desde la creación de este último centro, el concurso se extendió y participan en él los dos institutos con los que ahora cuenta el municipio. Cada curso se realiza en uno de ellos y es el Departamento de Matemáticas del instituto anfitrión el encargado de poner las pruebas, aunque en la corrección y calificación intervienen todos los profesores de matemáticas de ambos institutos.

Quién participa y cómo

En el concurso puede participar cualquier alumno que esté matriculado en alguno de los dos institutos convocantes del concurso. Los estudiantes pueden participar tanto individualmente como por parejas, pero hasta la fecha muestran cierta predilección por hacerlo acompañados. Además, deberán participar ateniéndose al nivel educativo en el que se encuentran, pues el concurso contempla tres niveles o categorías:

Nivel 1º y 2º ESO Nivel 3º y 4º ESO Nivel Bachillerato y Ciclos Formativos

Qué premios hay

Por cada categoría del concurso se seleccionan los dos estudiantes que mejor calificación hayan obtenido en la prueba. El primer clasificado recibe un premio de 90 € en material escolar y deportivo. Para el segundo clasificado el tipo de premio es similar pero de una cuantía de 45 €.

Peculiaridades de Matematbuelna 2013

En esta ocasión la Olimpiada se celebró el día 18 de abril en el IES Estelas de Cantabria. Los organizadores consideraron que el número de participantes fue bastante alto. Alrededor de 150 estudiantes, aproximadamente, pertenecientes a los dos institutos mencionados en estas líneas, se dieron cita para poner a prueba su capacidad de resolución de cuestiones matemáticas. Tenían para ello a su disposición dos horas y media en horario extraescolar, de 16:00 a 18:30 h.

En cada edición de esta Olimpiada, los profesores involucrados se sorprenden gratamente del interés mostrado por los chicos en resolver con superioridad los problemas planteados y siempre esperan, y nunca se sienten defraudados, que la edición siguiente sea tan exitosa como la que se acaba de celebrar.

Problemas de Matematbuelna 2013

A continuación se ofrecen los problemas de la última edición de la Olimpiada, la ***XXI Olimpiada Matematbuelna 2013***. Los lectores que resuelvan los problemas propuestos pueden comprobar su acierto pleno utilizando las soluciones que se ofrecen al final de la sección.

Nivel 1º y 2º ESO

1) Si me subo con mi madre en una báscula pesamos 103 kg. Y si me subo con mi padre, 113 kg. Si mi madre y mi padre se suben juntos, pesan 126 kg. ¿Cuánto pesamos los tres juntos?

2) Tenemos una garrafa con diez litros de agua y otra con diez litros de vino, se echan tres litros de agua en la garrafa de vino y se mezcla, después se vuelven a echar tres litros de la mezcla en la garrafa de agua. ¿Qué habrá después del cambio, más agua en la garrafa de vino o más vino en la garrafa de agua?

3) En la siguiente suma cada letra representa una cifra, di cuáles son.

$$\begin{array}{rcccc} & G & O & T & A \\ & G & O & T & A \\ + & G & O & T & A \\ & G & O & T & A \\ & G & O & T & A \\ \hline & A & G & U & A \end{array}$$

4) En una noche oscura hay cuatro hombres de un lado del río. Los cuatro deben cruzar al otro lado a través de un puente que, como máximo, puede sostener a dos hombres al mismo tiempo. Tienen una sola linterna. Esto obliga a que si dos hombres cruzan al mismo tiempo, deban hacerlo juntos, a la velocidad del más lento. También obliga a que alguno de ellos vuelva para alcanzarles la linterna a los que se quedaron. Cada uno tarda un tiempo distinto en cruzar: Genio tarda 1 minuto, Pablo tarda 2 minutos, Gustavo, con mucho frío, tarda 5 minutos, y Ángel, que lleva dos cajas de cerveza, tarda 10 minutos. ¿Cómo deberán organizarse para cruzar los cuatro el río en 17 minutos?

5) Una cabra está atada, mediante una cuerda de 20 metros, a una esquina de una casa de campo de planta cuadrada de 10 metros de lado. ¿Cuál es la superficie del terreno que puede pastar la cabra?

Nivel 3º y 4º ESO

1) Un agricultor siembra unas patatas que duplican su tamaño cada día. Si una patata tardase 50 días en cubrir todo el huerto, ¿cuánto tardarían en cubrir el huerto dos patatas?

2) Dados tres números naturales *a, b* y *c*, tales que *a* es el producto de *b* y *c*, responde razonadamente si son ciertas las siguientes afirmaciones:

- Si *a* es par, entonces $a + b + c$ es par.

- Si *a* es impar, entonces *a* + *b* + *c* es impar.

3) Cada letra representa una cifra, di cuáles son. ¿Hay más de una solución?

$$\begin{array}{cccc} & U & N & O \\ & U & N & O \\ & U & N & O \\ + & U & N & O \\ & U & N & O \\ & U & N & O \\ \hline S & E & I & S \end{array}$$

4) El faraón recompensó a Ahmés y Tutmés, por la batalla ganada a los persas, de la siguiente forma: Les dio un hilo de igual longitud y les dijo que les daría a cada uno el terreno de la forma que cada cual eligiese y que pudiesen rodear con el hilo. Tutmés rodeó un terreno en forma de triángulo equilátero de 20 hectáreas y Ahmés un terreno en forma de hexágono regular. ¿Qué terreno era mayor?

Nivel Bachillerato y Ciclos Formativos

1) Se tiene un cuadrilátero y, sobre cada uno de sus lados, y en el exterior de ese cuadrilátero, se dibujan triángulos equiláteros. a) ¿Cuánto vale la suma de todos los ángulos que se forman entre triángulos contiguos?

Ahora, en vez de un cuadrilátero, tenemos un polígono de ocho lados y también dibujamos triángulos equiláteros sobre sus lados en el exterior de ese polígono. b) ¿Cuánto vale la suma de todos los ángulos que se forman entre triángulos contiguos?

Y si el polígono tuviera 1 000 lados, c) ¿cuánto valdría la suma de esos ángulos?

2) Jesús y Beatriz quieren saber cuánto cuesta un bote de refresco, pero no recuerdan exactamente lo que pagaron. Jesús compró 8 botes y sabe que pagó con un billete de 5 € y que le devolvieron una moneda de 2 € y algo más de dinero. Beatriz compró 18 botes y recuerda que pagó la cantidad exacta con un billete de 5 €, una moneda de 2 € y alguna moneda más. Con estos datos, ¿qué podrías decir del precio del bote de refresco?

3) Tenemos un suelo rectangular formado por baldosas enteras cuadradas de color claro, que está rodeado de baldosas oscuras, también cuadradas. ¿Qué dimensiones debe tener el rectángulo claro para que el número de baldosas de la zona clara sea igual al de la franja oscura que lo rodea?

4) En un hospital hay un número de pacientes que siempre es una potencia de 2 (por ejemplo: 2, 4, 8, 16, 32, etc.). En el hospital ronda un virus que afecta de la siguiente manera:

El día 1 la mitad de los pacientes están sanos y la otra mitad están enfermos.

El día 2 la mitad de los que enfermaron el día 1 sanan.

El día 3 la mitad de los que sanaron el día 2 enferman.

El día 4 la mitad de los que enfermaron el día 3 sanan.

El día 5 la mitad de los que sanaron el día 4 enferman.

Y este proceso continúa así hasta que el virus se estabiliza, que resulta ser cuando el número de pacientes sanos que queda es impar.

a) Completa la siguiente tabla:

(P = Número Total Pacientes; E = Número Pacientes Enfermos; S = Número Pacientes Sanos)

	día 1		día 2		día 3		día 4		día 5		día 6	
P	S	E	S	E	S	E	S	E	S	E	S	E
8	4	4	6	2	5	3	-	-	-	-	-	-
16	8	8	12	4	10	6	11	5	-	-	-	-
32												
64												

a) ¿En cuántos días se estabiliza el virus si comenzamos con 1 024 pacientes? ¿Cuántos pacientes sanos y cuántos enfermos habrá entonces?

b) Si el virus se estabiliza con 1 365 pacientes sanos, ¿podría haber en ese momento un número par de pacientes enfermos?, ¿cuántos pacientes había al principio?

c) ¿Sabrías decir, sea cual sea el número inicial de pacientes, cuál es el número de pacientes sanos y cuál es el número de pacientes enfermos que resultan cuando el virus se estabiliza?

5) Ana ha decidido salir a caminar exactamente un kilómetro cada día. Vive en una ciudad cuadriculada de 5 km x 5 km, en la que cada cuadra mide 100 m x 100 m y su casa está en una esquina del centro. ¿Durante cuántos días puede hacer recorridos distintos si siempre empieza los recorridos saliendo de su casa y terminando también en ella pero sin repetir ningún punto del recorrido. Nota: Recorridos de días distintos pueden tener partes en común e, inclusive, determinar el mismo camino pero en sentido contrario.

Soluciones

Nivel 1º y 2º ESO

1) 171 kg

2) Esas cantidades son iguales

3) G=1, O=0, T=3, A=5, U=2

4) {Ge,P} – P – {Gu,A} – Ge – {Ge,P}

5) $(^3/_4)20^2\pi + (^1/_2)10^2\pi = 350\pi$

Nivel 3º y 4º ESO

1) 49 días (¡con patatas de igual tamaño inicial!)

2) Sólo la segunda afirmación es cierta

3) Puede haber más, pero al menos las tres familias siguientes de dígitos satisfacen la condición del enunciado:
{S=2, O=7, I=0, N=6, E=8, U=4}, {S=2, O=7, I=0, N=1, E=5, U=4}, {S=2, O=7, I=4, N=5, E=1, U=3}

4) El terreno de Ahmés tiene una superficie igual a 3/2 la del terreno de Tutmés. Por tanto, mayor.

Nivel Bachillerato y Ciclos Formativos

1) a) 600º b) 840º c) 60 360º

2) Que los precios pagados por Beatriz y por Jesús respectivamente, por el bote de refresco, son diferentes.

3) 3x10 baldosas o 4x6 baldosas

4) a)

	día 1		día 2		día 3		día 4		día 5		día 6	
P	S	E	S	E	S	E	S	E	S	E	S	E
32	16	16	24	8	20	12	22	10	21	11	-	-
64	32	32	48	16	40	24	44	20	42	22	43	21

b) $1\,024 = 2^{10}$. En 10 días. En ese caso, S = 683, E = 341

c) No. En ese caso, $P = 2\,048 = 2^{11}$

d) Si $P = 2^{2k+1}$, entonces $S = (2^{2k+2}-1)/3$, $E = (2^{2k+1}+1)/3$

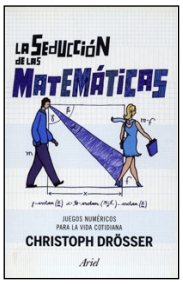
Si $P = 2^{2k}$, entonces $S = (2^{2k+1}+1)/3$, $E = (2^{2k}-1)/3$

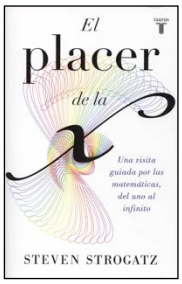
5) 560

LIBROS Y MATERIALES DESTACADOS

Esta sección ofrece referencias de libros y materiales seleccionados de cuantos se han publicado o elaborado a lo largo del año 2013, además de otros que a nuestro criterio son merecedores de su inclusión en esta lista. La relación ha sido confeccionada pensando en el interés general de los lectores del Boletín. Es nuestro deseo que la selección de textos incluida, que cubre un amplio abanico de temas y, por tanto, de preferencias, sea de utilidad. Creemos, y ése ha sido el espíritu que hemos empleado al efectuar la recopilación de las obras expuestas, que cualquier lector encontrará algún texto desconocido para él y que lo conducirá hacia su lectura. Con el objetivo de que sirva de orientación, siempre para cada libro se incluye algún fragmento o resumen de su contraportada.

LIBROS





La seducción de las matemáticas. Juegos numéricos para la vida cotidiana. **Christoph Drösser. Editorial Ariel. ISBN: 978-84-344-7044-6. 266 páginas.** En el texto se consigue demostrar, con ingenio y buen humor, la importancia de las matemáticas, su relativa simplicidad y su faceta más sorprendente. El autor explica cómo muchas operaciones matemáticas fundamentales se descubrieron durante la búsqueda de soluciones a problemas concretos. Así, habla de loterías; de la importancia relativa de dar respuestas exactas; de políticos que gastan millardos sin conocer qué significa esa cifra; inventa situaciones ficticias y cita anécdotas reales de la historia, la política, el arte y la realidad social (la discriminación femenina) o la economía (salarios).

La teoría que nunca murió. **Sharon Bertsch McGrayne. Editorial Crítica. Colección Drakontos. ISBN: 978-84-9892-434-3. 584 páginas.** Hacia 1740 Thomas Bayes enunció una regla que puede resumirse en pocas palabras: "si completamos nuestras suposiciones iniciales con nueva información objetiva, obtenemos una nueva y mejor suposición". Aunque razonable, ese enunciado fue discutido durante 150 años. Pero finalmente, supuso un sólido soporte de la teoría de la probabilidad. Es más, la teoría de Bayes desempeñó un papel decisivo en objetivos tan diferentes como descifrar los códigos alemanes durante la Segunda Guerra Mundial, combatir el cáncer o contribuir al desarrollo de los ordenadores. Sharon B. McGrayne consigue transformar un complejo tema matemático en una exposición comprensible, presentando al mismo tiempo la sorprendente historia de dos siglos de acontecimientos tan diversos como la liberación de Alfred Dreyfus o la búsqueda de las bombas de Palomares.

El placer de la X. Una visita guiada por las matemáticas, del uno al infinito. **Steven Strogatz. Editorial Taurus. ISBN: 978-84-306-0214-8. 336 páginas.** Las matemáticas están en la base de todo lo que hay en el cosmos, incluidos nosotros mismos y, sin embargo, muy pocos entienden lo suficiente este idioma universal como para gozar de su sabiduría, su belleza… y sus placeres. Este libro lo traduce para convertirlo en algo inteligible y apasionante. Cada capítulo proporciona inesperados momentos de revelación: desde la explicación de por qué los números son tan útiles (y tan eficaces para describir el mundo) hasta los escondidos encantos del cálculo, las elipses y el teorema de Pitágoras. Steven Strogatz solo pide a sus lectores curiosidad y sentido común; a cambio, les ofrecerá explicaciones claras e ingeniosas de los principios esenciales de esa disciplina y de su extraordinario poder para responder a muchas de las preguntas de la vida cotidiana.

Las matemáticas y la Mona Lisa. El arte y la ciencia de Leonardo da Vinci. **Bülent Atalay. Editorial ALMUZARA. ISBN: 978-84-96968-48-6. 318 páginas.** Atalay explora en este libro la fusión entre arte (pintura -en particular la de Leonardo da Vinci-, arquitectura, escultura, música) y ciencia (matemáticas, física, biología, astronomía, ingeniería) y el acercamiento entre las culturas correspondientes a ambos campos. Analiza en profundidad las matemáticas y la estética subyacente a las ciencias y al arte, dedicando una atención especial a la sucesión de Fibonacci y a la noción de la "proporción áurea" que nace de la misma, y que constituyen la clave para entender la unidad entre arte y ciencia.

Las matemáticas de Oz. Gimnasia mental más allá del límite. **Clifford A. Pickover. Editorial ALMUZARA. ISBN: 978-84-92573-76-9. 446 páginas.** Misterios, acertijos y problemas que involucran desde números cebra y primos circulares hasta números legión, laberintos extraños, consecuencias raras y formaciones vertiginosas a través de problemas de lógica entretendrán al lector de cualquier nivel matemático. Las pruebas elaboradas por el enigmático Dr. Oz para evaluar la inteligencia humana estimularán el cerebro de incluso el aficionado de acertijos más ávido. Pondrá a prueba su ingenio con una variedad de tópicos matemáticos: geometría, sucesiones, grupos, probabilidad, teoría de números, problemas concernientes al mundo físico... Con numerosas ilustraciones, ésta es una introducción original, divertida y totalmente única a los números y a su papel en la creatividad, los ordenadores, los juegos, la investigación práctica y las aventuras absurdas a caballo entre la lógica y la insensatez.

Aprendiendo matemáticas con los grandes maestros. **Vicente Meavilla. Editorial ALMUZARA. ISBN: 978-84-92924-13-4. 234 páginas.** El teorema de Pitágoras, la resolución de ecuaciones y sistemas, la determinación del área del círculo y del volumen de la pirámide, el cálculo diferencial e integral, la asignación de probabilidades a los sucesos aleatorios... son algunos de los tópicos matemáticos que han mantenido ocupados durante siglos a eminentes científicos y configuran una parcela fundamental de la cultura matemática. En este manual se pueden leer los textos originales, relativos a dichos contenidos, escritos por grandes maestros (Euclides de Alejandría, Savasorda, Fibonacci, Stevin, Descartes, Fermat, Pascal, Newton, L´Hôpital,…) que han contribuido a levantar el bello y complejo edificio matemático. *Aprendiendo matemáticas de los grandes maestros* se organiza en diecinueve lecciones, ordenadas cronológicamente atendiendo a la fecha de nacimiento de los “profesores” que las imparten. Cada lección va precedida de una breve biografía y contiene actividades de enseñanza y aprendizaje, comentarios y valoraciones didácticas.

La sinfonía de Pitágoras. Conoce la divertida esencia de las matemáticas. **Vicente Meavilla Seguí. Editorial ALMUZARA. ISBN: 978-84-92924-48-6. 270 páginas.** La aritmética es un fabuloso país del mundo de las matemáticas, organizado en diferentes regiones, cuyos habitantes (los números naturales, las fracciones…) tienen características especiales y se relacionan de forma muy peculiar. Este libro es un manual de lo que se debe conocer sobre la aritmética. La obra se organiza en diez capítulos en los que se tratan temas que deben formar parte del bagaje matemático de cualquier mente inquieta. Además, convencidos de que la lectura de textos clásicos ayuda a comprender el origen y la evolución de los conceptos y procedimientos matemáticos, a lo largo de estas páginas desfilan brillantes matemáticos y excelentes profesores que contribuyeron al desarrollo y a la transmisión de las matemáticas en general y de la aritmética en particular, como Fibonacci, San Isidoro, Pitágoras, Euclides, Euler, Gauss, Fermat o Pascal.

¿Cuánto vale la X? Un viaje trepidante por el universo del álgebra, el enigmático mundo de las ecuaciones, y la magia de las matemáticas. **Vicente Meavilla Seguí. Editorial ALMUZARA. ISBN: 978-84-15828-22-8. 324 páginas.** En el siglo XVI, un desafío público para resolver ecuaciones de tercer grado fue ganado por Nicolás Tartaglia, experto algebrista. Su enemigo acérrimo, Gerónimo Cardano, descubrió la importancia de los números imaginarios para resolver las ecuaciones de segundo, tercer y cuarto grado. El gran René Descartes popularizó la notación algebraica moderna, en la cual las constantes están representadas por las primeras letras del alfabeto - a, b,…- y las variables o incógnitas por las últimas - x, y, z -. Durante el siglo XVIII, matemáticos como Leonhard Euler publican resultados sobre ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones en derivadas parciales, que supondrán un punto un punto de inflexión en la materia. En esta obra se transita por el mundo de las ecuaciones, cuya historia contiene curiosidades y anécdotas, apenas conocidas hasta hoy. En el viaje nos acompañarán matemáticos ilustres (además de los citados, encontramos a Ludovico Ferrari, Paolo Ruffini, Évariste Galois o Nicholas Saunderson, entre otros), gracias a los cuales conoceremos, por ejemplo, cómo se enfrentaron al *casus irreducibilis* los matemáticos renacentistas.

Las matemáticas del sistema solar. **Manuel de León, Juan Carlos Marrero, David Martín de Diego. Colección ¿Qué sabemos de? – 3. Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC). ISBN: 978-84-00-08823-1. Editorial Los libros de la Catarata. ISBN: 978-84-8319-429-4. 114 páginas.** Desde que el hombre apareció en la Tierra hasta hoy, la visión del cielo estrellado y sus extrañas configuraciones aparentes han sorprendido y han sido un estímulo para su curiosidad. Para intentar desvelar los misterios del movimiento de los astros,

y comprender y predecir lo que sucedía en los cielos, los astrónomos recurrieron a las matemáticas. Este libro relata ese trayecto. El lector hallará desde las claves de los descubrimientos de los babilonios hasta los hallazgos de Poincaré y la teoría del caos, pasando por los legados de Ptolomeo o Kepler, entre otros, y los principales debates de los siglos XVII, XVIII y XIX.

Las matemáticas y la física del caos. **Manuel de León, Miguel Á. F. Sanjuán. Colección ¿Qué sabemos de? – 8. Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC). ISBN: 978-84-00-08927-6. Editorial Los libros de la Catarata. ISBN: 978-84-8319-477-5. 102 páginas.** Este libro trata sobre el caos, es decir, sobre el comportamiento aparentemente errático e impredecible de algunos sistemas dinámicos, incluso algunos de formulación matemática determinista. Este comportamiento aparece cuando hay una dependencia sensible a las condiciones iniciales, como sucede en meteorología. Pero el caos, gracias a las matemáticas y a la física, ha llegado a ser un poderoso instrumento con aplicaciones en muchos campos de la ciencia y la tecnología: matemáticas, física, biología, dinámica de poblaciones, medicina, ciencias de la computación, economía y finanzas, ingeniería, filosofía o robótica, tal y como narran los autores de esta obra, quienes trazan una historia del caos que va desde el mundo determinista de Aristóteles, Newton y Laplace, hasta los tiempos modernos.

La geometría del universo. **Manuel de León, Colección ¿Qué sabemos de? – 38. Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC). ISBN: 978-84-00-09608-3. Editorial Los libros de la Catarata. ISBN: 978-84-8319-776-9. 136 páginas.** Conocer el universo en el que vivimos es, sin duda, uno de los temas más apasionantes para la humanidad. El principal instrumento para conseguir que nuestra imagen del cosmos sea cada vez más objetiva han sido las matemáticas, sin las que "navegaríamos por un oscuro laberinto". Este libro muestra cómo las matemáticas han contribuido a la tarea de comprender el espacio en donde vivimos, comenzando con los primeros mapas de medida de la Tierra; siguiendo con las teorías geocéntricas y heliocéntricas de Tolomeo y Copérnico; alcanzando su cenit con la teoría de la gravitación desarrollada por Einstein y culminando con la reciente imagen de un universo en expansión surgiendo del Big Bang.

Los números trascendentes. **Javier Fresán, Juanjo Rué. Colección ¿Qué sabemos de? – 42. Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC). ISBN: 978-84-00-09672-4. Editorial Los libros de la Catarata. ISBN: 978-84-8319-819-3. 128 páginas.** La expresión $e^{\pi\sqrt{163}}$ es mucho más que la suma de sus partes e, π y $\sqrt{163}$. Lejos de ser una elección casual, esta fórmula sirve a los autores de hilo conductor para adentrase en las áreas de la investigación más activas de la teoría de números. De la mano de gigantes como Leonhard Euler, Pierre de Fermat o Évariste Galois, el lector emprenderá un viaje por la geometría aritmética que lo llevará a explorar territorios tan dispares como las curvas elípticas, los periodos y las formas modulares. Y en el camino, como si de una novela policiaca se tratase, las vidas de estos objetos y de quienes los estudiaron se entrelazarán para resolver un misterio: ¿por qué el número $e^{\pi\sqrt{163}}$ está tan cercano a un número entero?

Geomatemáticas. Cómo las matemáticas nos sirven para descifrar los mensajes escritos en el hielo y las rocas. **Eulogio Pardo. Colección Planeta Tierra. Instituto Geológico y Minero de España (IGME). ISBN: 978-84-7840-886-3. Editorial Los libros de la Catarata. ISBN: 978-84-8319-729-5. 134 páginas.** ¿Qué es la geometría del desorden? ¿Cómo descifran los científicos el mensaje de ciclicidad inscrito en las rocas desde hace miles o millones de años? ¿Cómo pueden cuantificar los recursos naturales sin tener que recurrir a adivinos? ¿Siguen algún patrón espacial los impactos de meteoritos en la superficie de Marte? Éstas son algunas de las cuestiones que se tratan en este libro. Los numerosos ejemplos que contiene ilustran las múltiples aplicaciones que ofrecen las matemáticas en las ciencias de la Tierra para resolver problemas relacionados con la complejidad del funcionamiento y la descripción de nuestro planeta.

Voltaire enamorado. **Nancy Mitford. Colección: NYRB. Duomo Ediciones. ISBN: 978-84-15355-40-3. 284 páginas.** Voltaire, el filósofo e intelectual esencial del siglo de las luces, al enterarse de que otra vez está por ser detenido, se refugia en el castillo de la marquesa Émilie du Châtelet, matemática, física, traductora de Newton y una de las mujeres más brillantes de la época. Juntos, y rodeados de una biblioteca de más de veintiún mil volúmenes, pueden gozar de su pasión y del mutuo estímulo intelectual en soledad. Pese al amor intermitente que se profesaron, Émilie, siempre seductora, se labró una reputación marcada por otros

afectos frecuentes y su adicción al juego, mientras que Voltaire, siempre encantador, se enamoró de su sobrina, madame Denis, aunque nunca dejó a la marquesa. Nancy Mitford narra sus agitadas vidas y diseccionа con sutileza una aventura erótica entre dos inteligencias admirables, a la vez que esboza el retrato de una aristocracia escandalizada por el pensamiento libre.

El asesinato de Pitágoras. Un thriller histórico. Intriga, amor, acción y enigmas. **Marcos Chicot. Colección Los imperdibles. Duomo Ediciones. ISBN: 978-84-15945-09-3. 672 páginas.** El anciano filósofo Pitágoras, uno de los personajes con más poder de su época, está a punto de elegir un sucesor entre los grandes maestros cuando en su comunidad se inicia una serie de asesinatos. Tras los crímenes se atisba una mente oscura y poderosa que parece superar al propio Pitágoras. La enigmática Ariadna y el investigador egipcio Akenón tratarán de descubrir quién es el asesino a la vez que resuelven sus propios sentimientos. Un reto en el que los fantasmas del pasado se unen a las oscuras amenazas del presente.

La fórmula preferida del profesor. **Yoko Ogawa. Editorial Funambulista. ISBN: 978-84-96601-37-6. 304 páginas.** En esta novela se nos cuenta delicadamente la historia de una madre soltera que entra a trabajar como asistenta en casa de un viejo y huraño profesor de matemáticas que perdió en un accidente de coche la memoria (mejor dicho, la autonomía de su memoria, que sólo le dura 80 minutos). Apasionado por los números, el profesor se irá encariñando con la asistenta y su hijo de 10 años, al que bautiza “Root” (“Raíz Cuadrada” en inglés) y con quien comparte la pasión por el béisbol, hasta que se fragua entre ellos una verdadera historia de amor, amistad y transmisión del saber, no sólo matemático…

Expediciones matemáticas. La aventura de los problemas matemáticos a través de la historia. **Frank J. Swetz. La Esfera de los Libros. ISBN: 978-84-9970-803-4. 246 páginas.** *Expediciones matemáticas* es una amena selección de más de quinientos problemas de diferentes épocas y civilizaciones, los primeros de ellos grabados en tablillas de arcilla por escribas babilonios, conservados en papiros egipcios o en cortezas de árbol en la antigua India. Desde Mesopotamia hasta Grecia, pasando por China, Arabia, la Italia del Renacimiento o la Inglaterra victoriana, los problemas que recorren estas páginas abarcan una gran variedad de culturas y formas de entender esta ciencia. Gracias a ellos, Swetz nos muestra la historia y desarrollo de las matemáticas en todo el mundo. Y, al hacerlo, nos habla de los distintos conocimientos que sobre dicha materia poseía cada cultura y del modo en que llegaron a conseguirlos, proporcionando así a los profesores actuales un modo maravilloso de introducir unas matemáticas interculturales en las aulas de la escuela secundaria, el bachillerato y la universidad.

Introducción a las matemáticas para la economía. **Francisco José Martínez Estudillo. Colección ETEA. Desclée De Brouwer Editorial. ISBN: 978-84-330-1982-1. 888 páginas.** Este texto recorre los conocimientos matemáticos básicos necesarios para estudiantes e investigadores en el ámbito de las ciencias sociales. En el libro se exponen las herramientas matemáticas más utilizadas en estas ciencias, como el álgebra lineal, el cálculo diferencial e integral, la teoría de la optimización y las ecuaciones diferenciales y en diferencias finitas. En el desarrollo de cada uno de los capítulos de este libro hay un equilibrio entre el rigor matemático y la claridad expositiva de los conceptos y teorías fundamentales. Para facilitar la lectura y hacerla más comprensible, se incorporan numerosos ejemplos y representaciones gráficas, junto con aplicaciones económicas de los resultados matemáticos expuestos. El libro contiene después de cada tema ejercicios resueltos y propuestos, cuya solución y/o resolución aparece al final del texto.

La carrera contra la máquina. Cómo la revolución digital está acelerando la innovación, aumentando la productividad y transformando irreversiblemente el empleo y la economía. **Erik Brynjolfsson, Andrew McAfee. Antoni Bosch editor. ISBN: 978-84-940433-7-6. 100 páginas.** ¿Por qué nuestra sociedad es cada vez más desigual? ¿Por qué la proporción de gente con trabajo está cayendo tan rápidamente? ¿Por qué las rentas medias han dejado de crecer? Según una explicación frecuente, la causa fundamental de estos hechos es el menor número de ideas nuevas y de inventos. En este libro, los investigadores Erik Brynjolfsson y Andrew McAfee ofrecen una explicación muy diferente. Demuestran que no sólo los avances tecnológicos no están estancados sino que la revolución digital se está acelerando. Esto hace que las nuevas máquinas posean unas habilidades que hasta ahora estaban reservadas solamente a los humanos.

Se trata de un fenómeno amplio y profundo con serias consecuencias económicas. Algunas de estas consecuencias son positivas, como el aumento de productividad, la reducción de precios y el crecimiento de la riqueza en general. Pero la innovación digital también cambia la manera como se reparte esta riqueza, y aquí las noticias son malas para el trabajador medio.

El ordenador y el cerebro. **John von Neumann. Antoni Bosch Editor. ISBN: 978-84-930516-0-8. 114 páginas.** ¿Cuáles son las componentes lógicas de los procesos que un ordenador deberá realizar? ¿Y las componentes lógicas de los procesos de un cerebro humano? ¿Qué es lo que la máquina necesita "recordar"? ¿Y el cerebro? ¿Es posible producir un autómata que se reproduzca a sí mismo?

El universo de Einstein. **Michio Kaku. Antoni Bosch Editor. ISBN: 978-84-95348-17-9. 208 páginas.** Michio Kaku, físico teórico innovador y autor del best seller *Hiperespacio*, entrelaza la vida y la obra de Einstein con el fin de poder ver el universo tal y como él lo veía. Aunque sus teorías tuvieron enormes repercusiones, Einstein pensaba realmente en términos de simples imágenes físicas —trenes a gran velocidad, ascensores cayendo,…—. En realidad, fue a partir de dos de esas ideas simples como surgió el papel crucial de la relatividad en el movimiento del universo. La primera cuando intentaba imaginar cómo se vería un rayo de luz si corriera a su lado. La paradoja de una onda de luz en reposo le habría conducido finalmente a la relatividad y a $E=mc^2$ la famosa ecuación que ha desentrañado los secretos de las estrellas. La segunda mientras estaba reclinado en su silla en la oficina de patentes de Berna: ¿Qué pasaría -se preguntó- si él y su silla se cayeran? Esta imagen casi cómica le llevó a pensar que la estructura del espacio y el tiempo es curva, desbancando a la misteriosa “fuerza” gravitacional de Newton. Esta idea, a su vez, nos ha permitido llegar a los agujeros negros y el Big Bang. La lucha infructuosa de Einstein por unificar todas las leyes de la naturaleza radica en no dar con una tercera idea. Kaku muestra cuántas ideas de Einstein de los últimos años de su carrera, inicialmente rechazadas, han llegado a fructificar en nuevos campos de investigación científica, nuevas tecnologías y varios premios Nobel.

Estadística. **David Freedman, Robert Pisani, Roger Purves. Antoni Bosch Editor. ISBN: 978-84-85855-68-X. 768 páginas.** *Estadística* es, en opinión de numerosos estadísticos y matemáticos, el mejor libro introductorio de estadística escrito en muchos años. En esta segunda edición, los autores actualizan los ejemplos y amplían la discusión de algunos temas puntuales. El libro está dirigido a estudiantes con escaso bagaje matemático. Pone el énfasis en la comprensión intuitiva, más que en la manipulación formal, y consigue convencer los estudiantes de que la estadística, después de todo, no es una disciplina tan misteriosa, que lo adoptan como libro de texto, por la selección de los ejemplos, por su inteligente planteamiento y por la claridad y corrección de sus explicaciones. *Estadística* se halla seguramente una o dos desviaciones típicas por encima de cualquier otro libro de texto.

Leonardo da Vinci y los secretos del Códice Atlántico. **Marco Navoni. Editorial BLUME. ISBN: 978-84-9801-663-5. 208 páginas.** Leonardo da Vinci no sólo fue ingeniero militar, sino también arquitecto, pintor y escultor. Gran parte de los proyectos se incluyeron en el *Códice Atlántico*, que se conserva en la Biblioteca Ambrosiana de Milán. Este volumen presenta 100 de los folios de dicho códice y está dedicado íntegramente a la figura de uno de los más grandes genios de la humanidad.

La geometría oculta de la vida. La ciencia y la espiritualidad de la naturaleza. Un viaje al corazón del espacio, el tiempo, la luz y la materia. **Karen L. French. Editorial BLUME. ISBN: 978-84-8076-997-6. 240 páginas.** ¿De qué estamos hechos? ¿Cuál es el significado del mundo? ¿Cuál es nuestro lugar en el espacio? ¿Qué armonías ocultas existen en la deslumbrante variedad de la creación? Karen L. French explora la geometría secreta que hay detrás de todo cuanto nos rodea, desde el patrón de crecimiento de un helecho hasta el canto de un mantra sagrado o la forma en espiral de una galaxia en el Universo. La autora revela cómo la geometría, en el sentido más amplio del término, puede darnos la clave para encontrar orden, estructura y significado en la asombrosa multiplicidad del cosmos.

Las aventuras de Alicia en el País de las Maravillas. **Lewis Carroll. Editorial BLUME. ISBN: 978-84-9801-416-7. 192 páginas.** Desde su primera publicación, la historia de Alicia ha sido uno de los clásicos más apreciados de la literatura infantil. Un relato cuyos personajes, pasajes y versos han pasado a formar parte de la cultura popular. Esta preciosa nueva edición reúne el texto completo, además de setenta mágicas ilustraciones del galardonado artista Robert Ingpen. Incluye, además, un ensayo sobre este cuento del especialista en historia de la literatura Russell Ash.

Newton y la mecánica celeste. **Jean-Pierre Maury. Colección Biblioteca Ilustrada. Editorial BLUME. ISBN: 978-84-8076-993-8. 144 páginas.** En 1665 Isaac Newton tiene la intuición de que una ley rige todo el universo, pero necesitará veinte años más para forjar las herramientas matemáticas de la mecánica celeste. En 1686 se publican los tres volúmenes de *Principios matemáticos de la filosofía natural* que enuncian la ley de la gravitación universal. A partir de ese momento la Academia de las Ciencias, la Royal Society y el Observatorio de París se hacen eco de la llegada de una revolución científica de la mano de Newton.

Einstein: su vida, sus teorías y su influencia. **Paul Parsons. Colección Biografía Breve. Editorial BLUME. ISBN: 978-84-9801-622-2. 160 páginas.** El libro ofrece una introducción a la vida de este gran genio científico del tiempo y de nuestra época, cuyas teorías sobre el espacio-tiempo sentaron las bases de la física moderna. Paul Parsons da a conocer las teorías de Albert Einstein al gran público, incluso a aquellos que, en sus años escolares, tenían dificultades con las matemáticas. El descomponer el texto en fragmentos breves facilita la comprensión de los hechos sin distorsionar la ciencia.

Alimentar la mente. **Lewis Carroll. Colección Pequeña Biblioteca Gadir. Gadir Editorial. ISBN: 978-84-96974-47-0. 72 páginas.** Este volumen contiene dos textos de Lewis Carroll desconocidos para el público lector en español, dos aproximaciones inusuales al genial autor de *Alicia*. El primero, "*Alimentar la mente*", es una conferencia que dictó Carroll sobre la lectura y sus bondades, en clave de humor y genial por momentos. El segundo texto, "*Ocho o nueve palabras sabias sobre escritura epistolar*", es un texto amable, curioso, delirante y también lleno de humor. En él, Carroll describe sus singulares prácticas a la hora de redactar y clasificar su correspondencia. Muchos de sus consejos, en esta época en que la escritura por carta parece extinguirse, siguen siendo útiles, pues lo son para las relaciones personales, y ¿por qué no? para la escritura de correo electrónico. Pero sobre todo, el lector pasará a lo largo del texto de la sonrisa a la carcajada. Esta edición contiene las ilustraciones en color que acompañaron a la edición inglesa de 1890.

Explorando el mundo. Poesía de la ciencia. Antología. **Selección de Miguel García-Posada. Colección La Voz de las Cosas. Gadir Editorial. ISBN: 978-84-934748-5-1. 304 páginas.** *Explorando el mundo*, que toma su título de un poema de Pablo Neruda, es una ambiciosa antología, la primera publicada en España, dedicada a ilustrar la relación entre ciencia y poesía. La selección, llevada a cabo por Miguel García-Posada, recoge poemas de Lucrecio a nuestros días, haciendo paradas obligatorias en Dante Alighieri, Francisco de Quevedo, Miguel de Unamuno, Walt Whitman o José Hierro. El canto a las nuevas tecnologías, la fisión del átomo, el psicoanálisis de Sigmund Freud o la fascinación por el ciberespacio tienen cabida en unas páginas que constituyen, en su conjunto, un compendio de la evolución del pensamiento a lo largo de los siglos, y del encuentro entre la cultura científica y la humanista.

Fábulas. **Leonardo da Vinci. Colección El Bosque Viejo. Gadir Editorial. ISBN: 978-84-940441-8-2. 74 páginas.** Ese gran genio del Renacimiento refleja en *Fábulas* su gran interés por la naturaleza, sus dotes de observación, su gusto por la experimentación, el ejemplo y la paradoja; su ironía, su gusto por la moral y por enseñarla de forma tan gráfica como solo permiten las fábulas, ideales para lectores de todas las edades.

Atlas básico de matemáticas**. María del Rosario Villagrá, Ana Villagrá. Parramón Ediciones. Colección Atlás Básicos. ISBN: 978-84-342-2491-9. 96 páginas.** El objetivo de esta obra es proporcionar al lector, tanto para el escolar como para el que realiza una consulta esporádica, un completo y atractivo panorama de los campos fundamentales de la matemática, con ilustraciones acompañadas de unas breves notas que explican de una forma lógica y sencilla las teorías matemáticas, así como muchas de las aplicaciones que hoy día se encuentran en los campos más diversos y que han contribuido al colosal progreso de la humanidad. Una introducción acerca de los aspectos generales de la matemática, y un detallado índice alfabético de materias, incrementan el valor práctico y didáctico de este volumen.

Me llamo… Albert Einstein**. Lluís Cugota, Gustavo Roldán. Parramón Ediciones. Colección Me llamo. ISBN: 978-84-342-2603-6. 64 páginas.** Muchas veces me preguntaron cómo inventaba mis teorías, de dónde sacaba las ideas y cómo me las ingeniaba para simplificar las cosas más complicadas. La respuesta es sencilla. Siempre he dicho que hay que intentar las cosas noventa y nueve veces para tener éxito a la que hace cien.

Yo… Galileo Galilei. **Albert Pla. Colección Yo. Parramón Ediciones. ISBN: 978-84-342-3284-6. 64 páginas.** He pasado a la historia por ser un representante de la lucha entre la

ciencia y las falsas creencias. Viví una etapa maravillosa de la historia, en que renació la curiosidad por la naturaleza y el saber. En un breve espacio de tiempo, apareció el microscopio, con lo que penetramos en el mundo de lo diminuto y de los cielos intocables.

La fundación de una ciudad. Sobre la introducción de las matemáticas en la filosofía de Platón. **Leandro García Ponzo. Editorial Dykinson SL. ISBN: 978-84-9031-265-0. 330 páginas.** *La fundación de una ciudad* es un libro de filosofía. Eso quiere decir que se inscribe en una larga tradición cuya vocación es hacer del pensamiento una forma de invención. Incluso cuando se trata de leer a otros filósofos, ella no tiene más propósito que ofrecer un gesto positivo y creador, provisto de una potencia singular y de un alcance imposible de anticipar. Desentrañar el mecanismo mediante el cual Platón pone en contacto a la filosofía con las matemáticas es el pretexto elegido aquí para desplegar este ejercicio. Sin embargo, no puede ser una decisión accidental. En este asunto se esconde tanto el deseo platónico de construir una filosofía como la voluntad política de fundar la ciudad. De su esclarecimiento depende, entonces, no sólo una renovada manera de concebir la ontología griega sino también una nueva comprensión de la relación entre el filósofo y la comunidad.

Matemáticas en Mesopotamia: álgebra, geometría y cálculo. **Piedad Yuste Leciñena. Editorial Dykinson SL. ISBN: 978-84-9031-408-1. 248 páginas.** Mesopotamia es un contexto privilegiado en el que podemos rastrear el origen y evolución de las matemáticas; esto se debe a la enorme cantidad de documentos escritos en barro que nos han legado las diversas civilizaciones que poblaron su suelo, desde su época más arcaica y remota, hace más de 10 000 años, hasta el período seleúcida o alejandrino, en el que las ciencias griega y babilónica pudieron llegar a confluir. En este libro se trata de analizar la matemática en sus comienzos, desde la creación de los primeros numerales, conceptualmente ligados al objeto que trataban de cuantificar, hasta la invención de reglas y algoritmos a partir de los cuales atender asuntos cotidianos de cálculo numérico y medición de tierras. Se hace un breve recorrido a través de su historia, mostrando el inicio de la escritura, la modalidad de enseñanza impartida en las escuelas de escribas, los sistemas de numeración y unidades métricas de uso corriente en el período paleobabilónico (2000 a 1600 a.C.), la especificidad del aprendizaje de las matemáticas, para pasar después a un tema tan complejo como es la interpretación en clave geométrica de los problemas que hoy en día consideramos de naturaleza algebraica: mediante la aplicación de esta metodología, los sabios y técnicos mesopotámicos resolvieron ecuaciones de cuarto y octavo grado, además de otras más sencillas lineales y de segundo grado. Y en relación a la geometría, se repasan los procedimientos empleados para calcular perímetros, áreas y volúmenes, determinación de líneas transversales, división proporcional de figuras planas y sólidas, etc. Los matemáticos de la Antigua Mesopotamia utilizaron un sistema de numeración sexagesimal y posicional, inspirado, probablemente, en los cómputos realizados para construir sus primitivos calendarios lunares: 12 meses de 30 días solares. Esta notación les permitió eludir fracciones infinitas y encontrar soluciones enteras con más frecuencia que si hubieran utilizado cualquier otra base decimal o mixta. El grado de sofisticación alcanzado por esta ciencia supera en mucho lo que cabe esperar de un conjunto de saberes concebidos únicamente para solventar situaciones concretas y prácticas, hasta tal punto que podemos hablar de teorización al comprobar cómo estos expertos fueron capaces de imaginar problemas y situaciones que iban más allá del normal desempeño de sus funciones administrativas y legales.

Ciencia y técnica en el antiguo mundo romano. **Álvaro G. Vitores González. Editorial Cultivalibros. ISBN: 978-84-9923-264-5. 246 páginas.** De los romanos heredamos el derecho, la lengua o la literatura pero, además, les debemos diversas ideas y teorías científicas, así como su avanzada ingeniería. Por ello, este libro pretende describir el estado y evolución de la ciencia y de la técnica en el mundo antiguo bajo dominio romano, abarcando para ello temas que van desde su propuesta de un nuevo calendario, del que deriva el actual, hasta sus acertados sistemas de distribución de agua a las ciudades, pasando por sus avances en la arquitectura, la química o la minería, sin olvidar las ciencias de la salud. Se aspira a dar una visión del mundo romano que vaya más allá de la tradicional idea de que esta cultura fue una simple potencia política con un afán militar de expansión territorial continua y desechar que se preocuparan tan sólo de aquellos avances técnicos que facilitaran sus conquistas, marginando el pensamiento más científico frente a los logros prácticos.

Ciencia y técnica en el antiguo mundo griego. **Álvaro G. Vitores González. Editorial Cultivalibros. ISBN: 978-84-9923-666-7. 250 páginas.** En contraste con la cultura de Roma, el mundo griego se decantó más, en líneas generales, por la ciencia que por lo práctico. Con los antiguos griegos surgen ideas científicas como la teoría atómica, se construyen modelos cosmológicos y se mide el tamaño de la Tierra. También es con ellos con quienes nacen las primeras teorías físicas, se plantean las primeras hipótesis sobre cómo se mezclan los elementos para dar compuestos químicos, se clasifican los seres vivos y se estudian los fenómenos atmosféricos y geofísicos. Pero, sobre todo, se construye un formalismo matemático, especialmente en la geometría, que se aplica con éxito no sólo a la agrimensura, sino a la cartografía, a la geodesia y a la astronomía. Es la época en la que la medicina empieza a ser separada de las interpretaciones mágico-demoníacas, se impulsan la técnica naval, la minería y la metalurgia, y se levantan grandes obras arquitectónicas. Además, se construyen todo de tipo de máquinas basadas en poleas y engranajes, se aprovechan las propiedades de los fluidos y del vacío al diseñar bombas impelentes y de succión, e incluso diseñan algunos automatismos hidráulicos o neumáticos.

Matemática científica, tecnológica y experimental. Ingeniería de estructuras matemáticas. **Jesús Parada Fernández. ISBN: 978-84-9923-660-5. 292 páginas.** El texto está dividido en dos partes: I. Teoría y práctica de sistemas matriciales de ecuaciones de relaciones comunes y II. Números primos comunes y segmentación de los números primos. El libro está en proceso de publicación y ha sido gentileza del autor la información de tal hecho, lo que ha permitido su inclusión aquí.

Matemáticas. Educación Secundaria de Adultos. **Aurora Lafuente Lacasa, Fernando Gallego Rodríguez, Úrsula Seco Fernández. Colección Eduforma. Editorial MAD. ISBN: 978-84-8311-510-7. 322 páginas.** El desarrollo de los contenidos se presenta en la medida de los posible partiendo del nivel de abstracción más bajo, utilizando a menudo ejemplos con situaciones de contextos que puedan resultar familiares a los alumnos. A partir de aquí se generaliza aportando los nuevos conceptos o procedimientos matemáticos, alcanzando un nivel más alto de abstracción. De especial interés puede resultar el apartado de *matemáticas en el mundo cotidiano*, con el que se pretende conectar las matemáticas con áreas como el consumo, la salud, el medio ambiente, etc.

Dificultades asociadas a las altas capacidades intelectuales. Guía para profesores y orientadores. **Mª Teresa Fernández Reyes, Mª Teresa Sánchez Chapela. Serie Inteligencia y Talento. Editorial MAD. ISBN: 978-84-676-7334-0. 196 páginas.** Esta guía presenta las dificultades que pueden estar asociadas a las altas capacidades. Se analizan los problemas escolares que, a veces, presenta este colectivo de niños, tales como la dislexia, la disortografía, la discalculia… y las causas de su bajo rendimiento y fracaso escolar. Se hace hincapié en otros trastornos que pueden aparecer en comorbilidad con las altas capacidades como el Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad (TDAH) y el Síndrome de Asperger. Las escritoras aportan testimonios de adolescentes y adultos que conviven con las altas capacidades para que otras personas de idénticas características puedan reconocerse y aceptar esta condición. Asimismo, ofrecen 100 consejos para mejorar el desarrollo personal, social, familiar y educativo de este grupo de individuos.

La fantástica historia de los números. **Abel Martín Álvarez, Montserrat García Fueyo. Ediciones Paraninfo. ISBN: 978-84-283-1888-4. 128 páginas.** Se hacen quince paradas en el camino de nuestra historia, desde los albores de la humanidad hasta nuestros días. Nos asomamos al mundo de los sumerios, los elamitas, los babilonios, los egipcios, los griegos, los romanos, los chinos, etc., para regresar a la actualidad. Los números, que han sido el hilo conductor de cada uno de nuestros mágicos relatos, nos llevaron y llevarán por los infinitos caminos del saber.

Matemáticas. Pruebas de acceso Ciclos Formativos de Grado Superior. Prueba libre Título de Bachiller. **José Antonio Águeda del Pozo. Ediciones Paraninfo. ISBN: 978-84-283-1747-4. 132 páginas.** El autor de la obra cuenta con una dilatada experiencia en el ámbito de la formación, especialmente en la preparación de alumnos para las pruebas de acceso a los Ciclos Formativos de Grado Superior o la obtención del título de Bachiller en las pruebas libres. Como consecuencia, ha constatado la inexistencia en el mercado editorial de contenidos adecuados para que los aspirantes preparen con garantía de éxito dichas pruebas. El temario ofrecido aspira a suplir esas carencias.

El contenido se adapta a las exigencias curriculares, tras analizar con detalle los currículos de Bachillerato vigentes en las diferentes administraciones educativas y las características de los exámenes convocados por las distintas comunidades autónomas españolas; está estructurado de manera didáctica y sencilla, insistiendo en aquellos aspectos que recurrentemente forman parte de las pruebas. Esquemas, ejemplos prácticos, contenidos sintéticos y bien explicados son los valores añadidos que presenta esta obra.

La enseñanza de la matemática. Fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas. **Juan Carlos Sánchez Huete, José Antonio Fernández Bravo. Colección Campus – 27. Editorial CCS. ISBN: 978-84-8316-641-3. 224 páginas.** Este libro pretende ser una herramienta de estudio y análisis teórico para la construcción del conocimiento matemático y la resolución de problemas, con aportaciones claves a toda investigación dirigida a mejorar la práctica de aula, en la enseñanza obligatoria. Va dirigido a todos aquellos profesores, pedagogos, psicólogos, educadores, estudiantes e investigadores que quieran profundizar en fundamentos y bases psicopedagógicas de la enseñanza de la matemática. En la primera parte se presentan fundamentos teóricos desde una perspectiva histórica, que nos introduce en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y en cómo han ido transformándose en nuestro sistema educativo. La segunda parte aporta, desde las etapas iniciales del aprendizaje, un fuerte análisis teórico de los estudios sobre la resolución de problemas. Todo planteamiento práctico se apoya en argumentos que se pueden inferir fácilmente de probadas teorías; dilatados esfuerzos y años de investigación cuyo objetivo central es mejorar el rendimiento de los alumnos en el aprendizaje de la matemática.

Estadística básica aplicada a la educación. **Juan Carlos Sánchez Huete. Colección Campus – 44. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9842-080-7. 316 páginas.** La pretensión principal del autor es dar a conocer la estadística como ciencia instrumental de la pedagogía experimental en los aspectos de: estadística descriptiva, estadística correlacional y estadística inferencial, aplicación a la comprensión y realización de investigaciones, que permitirán describir situaciones, analizar, evaluar y generalizar resultados obtenidos durante el proceso de investigación. La estructura de los capítulos permite avanzar de una manera sistemática en el conocimiento de los principales conceptos que se manejan en pedagogía experimental y de las fases que constituyen el desarrollo de un modelo de investigación en este campo.

Serie Alumnos. **Varios autores.** ***Colección Ciudad de las Ciencias*****. Editorial CCS.** Los cuentos de esta serie quieren hacer accesible al alumnado de Educación Infantil y Educación Primaria la adquisición de conceptos relacionados con la ciencia, la matemática y los valores humanos; todo ello adaptado a su edad, partiendo de sus intereses y teniendo en cuenta su desarrollo evolutivo. Los títulos de la serie son: 1 - *Numerator*, 2 - *Un pez chiquitín llamado Benjamín*, 3 - Las *nubes del país de la fantasía virtual*, 4 - *La tortuga Botarruga*, 5 - *El hipopótamo gracioso y fuerte*, 6 - *Los animales que se escaparon del circo*, 7 - *Tomatina del monte*, 8 - *La caja de números/1*, 9 - *La caja de números/2*, 10 - *Si te quieren, serás lo que eres*, 11 - *Vamos a aprender números*, 12 - *Vamos a aprender letras*, 13 - *Vamos a aprender formas*.

Retos matemáticos para Primer Ciclo de Secundaria. **Juan Diego Sánchez Torres. Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Ingenio – 8. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9023-059-6. 144 páginas.** Este libro está compuesto por 150 retos matemáticos y está dirigido a chicos y chicas de 12 a 14 años que quieran divertirse mientras mejoran su capacidad matemática, descubren cosas nuevas sobre esta ciencia y refrescan su memoria con otras que ya conocen. Un buen test para poner a prueba la inteligencia de uno mismo, de nuestros familiares y amigos y hasta de los profesores, siempre jugando y de una manera agradable. Con los retos de este libro se podrá disfrutar de la parte lúdica de las matemáticas, llegándolas a entender como una recreación.

Disfruta, juega y aprende con las matemáticas 1. Actividades a partir de Primer Ciclo de Secundaria. **Miquel Capó Dolz. Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Ingenio – 9. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9023-093-0. 228**

páginas. Sumergirse en las páginas de este libro es encontrar todo tipo de problemas de ingenio relacionados con las matemáticas. Hasta 240 problemas organizados en cinco grandes temas: geometría, aritmética, lógica, álgebra y probabilidad y estadística. Cada uno de los retos tiene una pista de resolución y, al final, la solución. Se trata de disfrutar y aprender con las matemáticas o descubrir la cara simpática, alegre y agradable de ellas.

Las formas en la naturaleza. Matemáticas y comprensión de la realidad observable. El espacio y su medida. La geometría. **Felipe Bandera (coordinador). Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Hernández Pacheco – 2. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9023-042-8. 196 páginas.** Desde tiempos remotos uno de los problemas que suscitó el interés de la mente humana fue el de las figuras geométricas, sus formas, las relaciones de unas y otras, los valores de las longitudes que las determinaban, sus áreas y volúmenes, etc. Por eso, a la hora de presentar las figuras geométricas tendremos que dar un gran peso al método histórico, a cómo se han generado estos conocimientos, que es lo que pretende este libro. Son reflexiones propias, son una parte de la forma de enfrentarse los autores a la enseñanza.

Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor. **Vicente Bermejo (coordinador). Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Educadores – 6. Editorial CCS. ISBN: 978-84-8316-822-6. 256 páginas.** El fracaso escolar en matemáticas es escandalosamente alto: en torno a un 50% de escolares españoles tienen problemas con ellas. Este libro propone vías de solución. Escrito por docentes, matemáticos, psicólogos de la educación e investigadores, parte de la idea de que para enseñar bien hay que conocer cómo aprende el niño. Ello supone cambiar la dinámica tradicional del aula de matemáticas, proponiendo nuevos roles tanto del profesor, como del alumno, al igual que la presentación de los contenidos matemáticos, que ha de hacerse desde una perspectiva evolutiva. Es imprescindible modificar las actitudes negativas de profesores y alumnos en torno a las matemáticas, tales como "no me gustan", "no son útiles", etc. La obra va dirigida a todos aquellos que de algún modo participan en la educación matemática de los niños: padres, orientadores, tutores, alumnos de psicología y educación, etc., y especialmente a los profesores de Educación Infantil y Educación Primaria. A lo largo de sus páginas se ilustra de una manera práctica y sencilla cómo el niño aprende y cómo hay que enseñarle contenidos matemáticos concretos: contar, sumar, restar, etc.

Cálculo mental en el aula en el Segundo Ciclo de Educación Primaria. **María Ortiz Vallejo. Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Educadores – 21. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9023-000-8. 100 páginas. –** ***Cálculo mental en el aula en el Tercer Ciclo de Educación Primaria.*** **María Ortiz Vallejo. Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Educadores – 23. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9023-068-8. 116 páginas.** El objetivo de estos dos libros es que el profesor/padre tenga una guía práctica que le facilite el proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo mental. Esta práctica debe ser sistemática, puesto que el trabajo diario de este tipo de cálculo puede proporcionar al alumno la adquisición de numerosas habilidades, como: concentración, reflexión, rigurosidad, autonomía, mejora del rendimiento en matemáticas, etc. En cada libro se presentan unas 500 actividades (ejercicios, problemas, juegos), pensadas para que sean aplicables a cada uno de los temas de cada Ciclo. De estas actividades, más de 300 vienen con solución.

Actividades prácticas de matemáticas y su didáctica 1. **Andrés Nortes Checa (coordinador). Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Educadores – 22. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9023-045-9. 224 páginas.** Este libro va destinado a alumnos del Grado Maestro de Primaria y trata de una colección de actividades que le van a servir al futuro maestro para completar la asignatura de matemáticas y su didáctica mediante actividades prácticas: resolución de problemas, casos de ensayo-error, inducción,… También se pueden encontrar ejercicios del campo numérico, la mayoría referidos a materiales didácticos (ábacos, material multibase, dominós,…) y actividades referidas a medida, como croquis o medidas no convencionales; a geometría, como mosaicos, ángulos de polígonos, polígonos estrellados o a materiales como poliminós o libro de espejos; sin olvidar los ejercicios de estadística, con sondeos de opinión o aplicación de la ley D´Hondt.

Resolución de problemas matemáticos. **Jesús Escudero Martín (coordinador). Ministerio de Educación y Cultura. CPR de Salamanca. ISBN: 978-84-89005-25-7. 94 páginas.** Introducción. Ideas, tendencias, creencias, etc. sobre la resolución de problemas. Rasgos que caracterizan a los buenos problemas. Pautas a seguir en la resolución de problemas. Desarrollo

de algunas estrategias de resolución de problemas. Problemas. Soluciones. Bibliografía.

250 acertijos de ingenio escogidos. Vol. I. (Incluye CD-ROM). **Jesús Escudero Martín. ISBN: 978-84-95943-56-3. 194 páginas.** Prólogo. Samuel Loyd, Henry Ernest Dudeney. Introducción: ¿Cómo se inventan los buenos acertijos? Clasificación de los acertijos. Resolución de acertijos. Algunas historias ingeniosas. Los acertijos. Las soluciones. Bibliografía. Anexo: Los archivos del CD-ROM.

300 acertijos de ingenio escogidos. Vol. II. (Incluye CD-ROM). **Jesús Escudero Martín. ISBN: 978-84-609-3195-1. 198 páginas.** Prólogo del volumen I. Otras historias ingeniosas. Los acertijos. 150 problemas “acertijos” mentales. Las soluciones. Bibliografía. Anexo: Los archivos del CD-ROM.

Acertijos escogidos relativos al lenguaje y otras historias. Vol. XI. **Jesús Escudero Martín. ISBN: 978-84-609-3194-3. 206 páginas.** Prólogo del volumen I. Introducción. Historias ingeniosas. Los acertijos. Las soluciones. Anexo I: Frases escogidas. Anexo II: Sacando punta. Anexo III: Hablamos mal. Anexo IV: Diálogos escogidos. Bibliografía.

Los ingeniosos acertijos que se incluyen en estos cuatro volúmenes muestran que las matemáticas pueden llegar a ser muy divertidas y entretenidas. Para resolver la mayor parte de ellos, no se requieren conocimientos superiores a los elementales, aunque casi siempre se precisa la aplicación de un agudo ingenio, a pesar de que a veces no lo parezca.

Las aventuras de Alicia. **Lewis Carroll. Colección Tus Libros-Selección. Grupo Anaya. ISBN: 978-84-678-2908-2. 296 páginas.** Este volumen contiene *"Las aventuras de Alicia en el País de las Maravillas"* y su segunda parte, *"A través del espejo y lo que Alicia encontró allí"*. Las aventuras comienzan cuando Alicia, que está leyendo un libro "sin ilustraciones ni diálogos", empieza a divagar. En cuanto Alicia se sumerge en ese mundo de fantasía donde puede encogerse como un insecto o crecer como un gigante, donde cobran vida las cartas de una baraja o las piezas de un ajedrez, y conoce a disparatados personajes, resulta imposible sustraerse a su encanto.

Fundamentos de matemática. **Francisco Soler Fajardo, Reinaldo Núñez. Starbook Editorial. ISBN: 978-84-92650-72-9. 588 páginas.** Algunos de los objetivos del aprendizaje de la matemática en la enseñanza media y en la universidad tienen que ver con el papel que juega en la formación del pensamiento lógico, su utilidad práctica y su aplicación en todas las actividades relacionadas con ciertas profesiones. De acuerdo con ello, en matemáticas se deberían aprender algunos resultados fundamentales elegidos con criterio claro, así como procedimientos que permitan no solo formar el pensamiento lógico, sino también construir modelos. Este libro contiene los aspectos metodológicos y didácticos necesarios para invitar al lector a hacer matemática desde los conceptos básicos, su estructura matemática y el énfasis en las aplicaciones. Se complementa el texto con problemas, ejercicios y preguntas, con sus respectivas respuestas al final del libro.

La selva de los números. **Ricardo Gómez. Alfaguara Infantil. ISBN: 978-84-204-6476-3. 120 páginas.** Hace ya mucho, mucho tiempo, una sabia y vieja tortuga descubrió algo sorprendente que servía, entre otras cosas, para poner orden en la remota selva en que habitaba: los números. Decidida a compartir su sabiduría, fue mostrando su invento a diversos animales, y éstos lo utilizaron para los más locos y sorprendentes fines.

Pull-Back. Para entender: los mercados financieros. **Jordi Andreu Corbatón. Colección Narraciones Solaris 12. Editorial Octaedro. ISBN: 978-84-9921-047-6. 128 páginas.** El detective Andreu Balaguer nunca se hubiera imaginado que aquella llamada telefónica de Isabel Casanova le daría tanto trabajo. Por ella penetra en el mundo misterioso y oscuro de las finanzas y se ve envuelto en una historia donde todos esconden algo. Se da cuenta de que detrás de las pantallas de la bolsa, de los ordenadores y de los periódicos de economía hay un mundo de inversores inteligentes, sabios despistados, profesores universitarios, jugadores de casino, estafadores, chantajistas y ladrones de guante blanco. Al final, descubre que nada es lo que parece.

El encargo del viejo Hayyam. Para entender: las representaciones gráficas. **Victor Rotger i Cerdà. Colección Narraciones Solaris 14. Editorial Octaedro. ISBN: 978-84-9921-154-1. 134 páginas.** Rachid es un joven bereber que

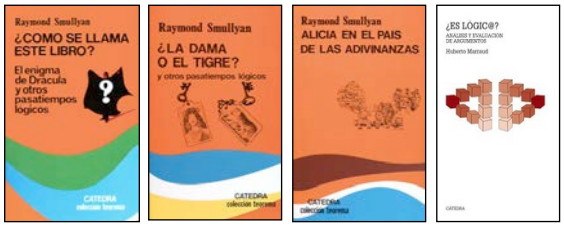
vive en Imilchil, un pequeño pueblo de las montañas del Atlas, en Marruecos. La víspera de su viaje a Marrakech recibe un extraño encargo de Hayyam, un personaje arisco y solitario, con un pasado misterioso. En su búsqueda por las laberínticas calles de Marrakech, Rachid encontrará personajes y culturas que le harán descubrir un mundo completamente nuevo para él.

El libro de las pajaritas de papel. **Grupo Riglos. Colección El Libro de Bolsillo. Alianza editorial. ISBN: 978-84-206-5563-5. 214 páginas.** Los principios geométricos inspiradores de la papiroflexia le confieren un alto valor educativo y el carácter abierto y creador de esa actividad explica el interés que numerosos artistas y pensadores han mostrado por las pajaritas de papel. Tras una introducción histórica, se explican los secretos del plegado y qué materiales son idóneos para su práctica. *El libro de las pajaritas de papel* describe detalladamente los distintos tipos de pliegues y bases, antes de pasar a la secuencia de operaciones que dan forma a las figuras. El núcleo del libro lo constituye un conjunto de más de 150 láminas clasificadas en orden creciente de dificultad. Una bibliografía básica completa el volumen.

Matemáticas. Una breve introducción. **Timothy Gowers. Colección El Libro de Bolsillo. Alianza editorial. ISBN: 978-84-206-6243-5. 224 páginas.** Con la finalidad de hacer más accesibles y comprensibles a las matemáticas, Timothy Gowers nos muestra, a partir de distintos planteamientos filosóficos, cuáles son las diferencias más notables entre las matemáticas más avanzadas y las que aprendemos en la escuela. En el prólogo, su autor indica que el principal cometido del libro es "que la gente aprenda a pensar en abstracto, porque al hacerlo desaparecen muchas dificultades filosóficas", lo que supone comprender con mayor claridad conceptos como "infinito" o "espacio curvo". El libro concluye con un capítulo dedicado a quienes se dedican a las matemáticas, planteando cuestiones filosóficas y sociológicas, cuyas respuestas nos sirven para desentrañar algunos de los misterios del espacio y de los números.

El placer estético de las matemáticas. **Serge Lang. Colección Alianza Universidad. Alianza editorial. ISBN: 978-84-206-2737-2. 184 páginas.** Este libro contiene las transcripciones de tres conferencias dadas en el Palais de la Découverte (Museo de la Ciencia de París) por el gran matemático americano de origen francés Serge Lang a una audiencia en su mayor parte sin formación matemática específica. En las charlas-coloquio que se reproducen en este libro el público se mostró entusiasmado ante el interés de lo que se exponía y la capacidad de comunicación del conferenciante. Es seguro que el lector se verá contagiado por la misma sensación. El profesor Lang describe vivazmente la actividad de investigación de un matemático actual, a la vez que nos explica de manera magistral los problemas más importantes de los números primos, las ecuaciones diofánticas y la geometría del espacio. Sin embargo, a pesar del gran interés de los temas tratados en esta obra, lo esencial de la misma es la tremenda fuerza con que el autor transmite la gran belleza de la creación matemática.

¿Qué son y para qué sirven los números? **Richard Dedekind. Alianza editorial. ISBN: 978-84-206-4243-6. 194 páginas.** Al contestar una pregunta tan elemental, Richard Dedekind (1831-1916), trata de responder al viejo problema de fundamentar la matemática. El autor delinea simultáneamente el marco general de su concepción de toda la matemática pura: la aritmética, el álgebra, el análisis encuentran un fundamento común en la teoría de conjuntos y aplicaciones. La presente edición de este clásico, publicado por primera vez en 1888, incluye otros trabajos suyos como "Continuidad y números racionales" y fragmentos sobre aritmética y teoría de conjuntos. También presenta una selección de su correspondencia y un completo estudio introductorio de José Ferreirós.



¿Cómo se llama este libro? El enigma de Drácula y otros pasatiempos lógicos. **Raymond Smullyan. Colección Teorema. Ediciones Cátedra. ISBN: 978-84-376-0297-4. 292 páginas.** Raymond Smullyan, lógico, matemático, filósofo, mago y humorista, domina genialmente el arte de plantear con divertidos acertijos arduos problemas de matemática, de lógica y de filosofía. El libro consta de cuatro partes: Acertijos lógicos, Los cofres de Porcia y otros misterios, Cuentos extraordinarios y La lógica es una cosa maravillosa. El texto interesará a legos y a expertos, a estudiantes de Bachillerato y a universitarios interesados en la lógica, matemáticas o informática.

¿La dama o el tigre? y otros pasatiempos lógicos. **Raymond Smullyan. Colección Teorema. Ediciones Cátedra. ISBN: 978-84-376-0414-1. 270 páginas.** *La dama o el tigre* es un divertido libro de juegos y acertijos lógicos. La diferencia con otras obras del género está en que los problemas que presenta como amenos pasatiempos no son intrascendentes, pues tratan de importantes cuestiones de lógica, la teoría de conjuntos y la teoría de la computabilidad. Desde el principio, un abigarrado tropel de personajes ficticios va planteando problemas de gradual complejidad. Un monarca pone a sus prisioneros en el dilema de ganar la libertad y una bella mujer o caer en las garras del tigre, y el inspector Craig deberá investigar una serie de manicomios donde incluso los psiquiatras pueden estar locos. La segunda mitad del libro contiene una insólita novela matemática que se inicia con la tarea de descifrar el misterio de una caja de caudales y conduce a la invención de máquinas lógicas y a la famosa teoría de la indecidibilidad de Gödel.

Alicia en el país de las adivinanzas. **Raymond Smullyan. Colección Teorema. Ediciones Cátedra. ISBN: 978-84-376-0479-4. 208 páginas.** El libro es una recreación lógico-matemática de los inmortales personajes de *Alicia en el País de las Maravillas* y *Alicia a través del Espejo*. Parodiando el estilo de Lewis Carroll, la Tortuga y el Grifo, el par de gemelos Tweedledee y Tweedledum, los Reyes de Corazones, el pedante huevo Humpty Dumpty y el Caballero Blanco provocan la curiosidad de Alicia con una serie de problemas de álgebra, de lógica, y de metalógica, y un surtido de paradojas filosóficas.

¿Es lógico? Análisis y evaluación de argumentos. **Huberto Marraud. Colección Teorema. Ediciones Cátedra. ISBN: 978-84-376-3082-3. 286 páginas.** Dar y recibir razones es parte de nuestra vida cotidiana. Si ojeamos un periódico, escuchamos la radio,… o simplemente escuchamos una conversación, es muy probable que nos encontremos con algún argumento. Dan razones los científicos, los críticos, los políticos, etc. Hasta las descripciones y las imágenes pueden transmitir razones. Consumimos razones pero también las producimos: para justificar nuestra conducta, para condenar o elogiar, para sopesar pros y contras de una elección. Argumentar es tratar de mostrar una tesis justificada y también es intentar persuadir a alguien de algo racionalmente para reducir diferencias de opinión. En este libro se trata el análisis y la evolución de argumentos, y está concebido como un manual conciso de teoría de la argumentación.

Juegos de acertijos enigmáticos. **Eric Emmet. Colección Juegos. Nivel iniciación: aprende y practica jugando. Editorial Gedisa. ISBN: 978-84-9784-720-9. 214 páginas.** En este libro se recopilan toda una serie de juegos y acertijos inéditos que el autor escribió antes de su muerte en 1980 y que sus numerosos discípulos procuraron reunir a partir de gran cantidad de problemas originales. Aquí aparecen cálculos con números cruzados, suma, multiplicación y división, sustitución de números por letras y acertijos de fútbol y criquet. De dificultad variada, pero requieren atención y claridad de pensamiento.

Caballeros, bribones y pájaros egocéntricos. Juegos para imitar a un pájaro imitador I. **Raymond Smullyan. Colección Juegos. Nivel medio: más juegos, mayor ingenio. Editorial Gedisa. ISBN: 978-84-9784-718-6. 204 páginas.** El inspector Craig de Scotland Yard fue llamado a la Isla de los Caballeros y los Bribones para ayudar a encontrar a un criminal, Arthur York. Fue un proceso difícil porque no se sabía si Arthur York era un caballero o un bribón y allí los caballeros sólo hacen enunciados verdaderos y los bribones sólo enunciados falsos. Un sospechoso fue arrestado y llevado a juicio. Craig presidió la sesión. Craig: *¿Qué sabe sobre Arthur York?* Acusado: *Él afirmó una vez que era un bribón*. Craig: Por *casualidad, ¿usted es Arthur York?* Acusado: *Sí*. ¿Es realmente Arthur York el acusado? El libro está dividido en tres partes: Adivinanzas lógicas; Caballeros, bribones y la fuente de la juventud; Imitar a un pájaro imitador.

Los trucos de las fracciones. **Anna Cerasoli. MAEVA Ediciones. ISBN: 978-84-15532-10-1. 128 páginas.** Repartir una tarta de cumpleaños, las chuches que hay en una bolsa o una chocolatina es algo muy sencillo. Si lo haces en partes iguales, cada una de estas partes se llama fracción. Algo tan útil y tan cotidiano es lo que explica este libro. A través de las lecciones de su profe, el protagonista, un chaval de cuarto de primaria, entra en contacto con las fracciones, y aprende a resolver situaciones prácticas de su día a día.

Desafíos matemáticos. **Varios autores. Colección Biblioteca Estímulos Matemáticos. Real Sociedad Matemática Española y Ediciones SM. ISBN: 978-84-675-5778-7. 216 páginas.** Sesenta autores, desde catedráticos de Universidad hasta estudiantes de Secundaria y Bachillerato, nos presentan los cuarenta desa-

fíos que la Real Sociedad Matemática Española propuso con motivo de su centenario. Son cuarenta estimulantes retos que avivan el ingenio. Enfrentándose a ellos, el lector se sentirá un auténtico investigador matemático. Pero no hay que asustarse. No es necesario saber muchas matemáticas. La herramienta esencial para resolver los desafíos es pensar ordenadamente.

Dibujo Técnico. Enseñanzas Secundarias. **F. Joaquín Gonzalo Gonzalo. Editorial Donostiarra. ISBN: 978-84-7063-183-2. 128 páginas.** Este libro tiene como objetivo servir como introducción del dibujo técnico para los alumnos de ESO. Dispone de una completa teoría sobre los temas básicos de esta materia y presenta un método propio para deducir las vistas de una pieza. Al final del libro se incluyen 32 láminas agrupadas por bloques y con un nivel de dificultad progresivo.

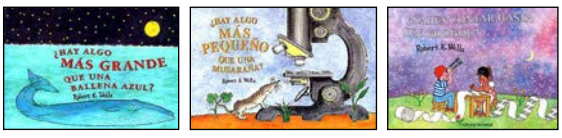
Pasatécnicos. Construcciones básicas de dibujo técnico. **Virginia Moncalián Montes. Editorial Donostiarra. ISBN: 978-84-7063-396-6. 44 páginas.** Con este cuaderno se intenta que la enseñanza del dibujo técnico en la ESO se desarrolle desde una perspectiva lúdica y motivadora. Los tradicionales ejercicios sueltos de geometría plana están enlazados para que, siguiendo ordenadamente las instrucciones que acompañan a cada lámina, se consiga realizar un motivo: un retrato, un bodegón…, un dibujo con un resultado final atractivo. El trabajo es más un cuaderno de "pasatiempos" que la habitual sucesión de ejercicios sin aparente conexión entre sí.

Dibujo Técnico I. 1º Bachillerato. **F. Javier Rodríguez de Abajo, Víctor Álvarez Bengoa. Editorial Donostiarra. ISBN: 978-84-7063-381-2. 218 páginas.** – ***Dibujo Técnico II.*** **2º Bachillerato. F. Javier Rodríguez de Abajo, Víctor Álvarez Bengoa, Joaquín Gonzalo Gonzalo. Editorial Donostiarra. ISBN: 978-84-7063-299-0. 284 páginas.** El dibujo técnico es un medio de expresión y comunicación indispensable, tanto en el desarrollo de procesos de investigación científica como en la comprensión gráfica de proyectos tecnológicos cuyo último fin sea la creación y fabricación de un producto. Estos libros destacan por la calidad de los dibujos, por la claridad de exposición y la cantidad de ejercicios. Disponen de cuaderno de actividades para el alumno aparte del libro. Las guías del profesor y los solucionarios se deben solicitar por separado al adquirir los libros.

El mapa del bosque. **Ana Alonso. Colección Pizca de Sal. Grupo Anaya. ISBN: 978-84-667-8489-4. 96 páginas.** La bruja Rebeca ha encontrado el mapa de un tesoro escondido. El problema es que las distancias del mapa están medidas en pasos, y los pasos de cada habitante del bosque son diferentes… ¿Existirá alguna forma de solucionarlo? El libro enseña lo que hay que saber sobre unidades de longitud.

Un cocodrilo misterioso. **Ana Alonso. Colección Pizca de Sal. Grupo Anaya. ISBN: 978-84-667-8490-0. 96 páginas.** La bruja Rebeca se ha encontrado un cocodrilo que no es lo que parece. Un hada lo hechizó hace mucho y para deshacer el hechizo tendrá que reunir cinco lágrimas especiales, que deberán caer en el frasco mágico a la hora exacta… ¿Conseguirá Rebeca ayudar al cocodrilo y romper el maleficio? Con este libro se aprende a leer la hora en un reloj de agujas.

El palacio subterráneo. **Ana Alonso. Colección Pizca de Sal. Grupo Anaya. ISBN: 978-84-667-9505-0. 96 páginas.** El dragón Minus y el elfo Berk entran en un pasadizo subterráneo que conduce a un palacio encantado. Para sobrevivir, deberán aprender a leer unos curiosos símbolos… Y, de paso, descubrirán el secreto que encierra ese extraño lugar. Con este libro uno se familiarizará con la numeración romana, aprendiendo su manejo, y repasará la descomposición de números y la resta con llevadas.



¿Hay algo más grande que una ballena azul? **Robert E. Wells. Editorial Juventud. ISBN: 978-84-261-3030-3. 32 páginas.** La ballena azul es enorme; de hecho, es el animal más grande que existe. Pero quedaría pequeña en lo alto de una montaña, y una montaña, no es más que un guijarro en comparación con la Tierra. ¿Es entonces la Tierra lo más grande que hay? En este libro vas a descubrir algunas cosas grandes y algo que excede toda medida, lo que realmente podemos denominar lo más grande que hay.

¿Hay algo más pequeño que una musaraña? **Robert E. Wells. Editorial Juventud. ISBN: 978-84-261-3031-3. 32 páginas.** La musaraña es pequeña; de hecho, es el mamífero más pequeño. Pero una musaraña parecería un mamut al lado de una mariquita, que a su vez sería un gigante al lado de los protozoos. Desde luego, los protozoos son muy pequeñitos. Pero hay partículas tan pequeñas que ni siquiera se ven con el microscopio.

¿Sabes contar hasta un googol? **Robert E. Wells. Editorial Juventud. ISBN: 978-84-261-3361-4. 32 páginas.** ¿Dirías que el cien es un número grande? ¿Y del millón? Estos números pueden parecer grandes… hasta que echas un vistazo a un googol. Pero ¡no intentes contar hasta un googol! Descubrirás el porqué en este libro sobre números muy grandes y podrás aprender los nombres de otros números gigantes. Un día a finales de los años treinta, Edward Kasner, un matemático americano escribió un uno seguido de cien ceros y le dijo a su sobrino de nueve años que le pusiera un nombre; le puso googol. Con los años, el googol atrajo la imaginación de quienes les fascinan los grandes números. Pero, ¿cómo de grande es un gogool?

Fibonacci, el soñador de números. **Joseph D'Agnese. Editorial Juventud. ISBN: 978-84-261-3848-4. 40 páginas.** En la Italia medieval vivía un niño llamado Leonardo Fibonacci, que soñaba de día y de noche con los números. Todos se burlaban de él, pero llegaría a ser conocido como uno de los mayores matemáticos de la historia.

Números. **Patrick George. Editorial Juventud. ISBN: 978-84-261-3883-5. 26 páginas.** Diez moscas revolotean, pero llega una araña ¡y se come una! ¿Cuántas moscas quedan? Gira la página transparente, y descubre cómo acaba la mosca, con una sorpresa satisfactoria al final.

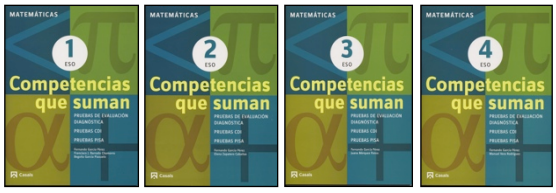
Cuadrado amarillo. **David A. Carter. Combel Editorial. ISBN: 978-84-9825-436-5. 18 páginas.** Este es un libro lleno de sorpresas para pequeños y mayores. ¿Dónde se esconde el cuadrado amarillo? Descúbrelo en cada doble página entre increíbles construcciones de papel. Un acercamiento al arte contemporáneo, un texto poético y un entretenimiento inolvidable.

Veo - veo. **David A. Carter. Combel Editorial. ISBN: 978-84-9825-773-1. 12 páginas.** Veo, veo... ¿Qué ves? La nueva obra pop-up de David Carter. Un espectacular festival visual de formas, colores y acertijos poéticos para jugar al veo-veo de una manera distinta y original. Diversión asegurada para todos los públicos.

Colección Supera 13 dificultades de matemáticas. 3º, 4º, 5º y 6º Educación Primaria. **Jordi Payró i Català, Pere Joan Vinós i Peiretó. Editorial Bruño. 72 páginas cada cuaderno.** Cada cuaderno incluye, en 13 unidades, los contenidos esenciales de la materia, a través de un festival de problemas, una prueba final, un resumen de contenidos y un solucionario de todas las actividades propuestas.

Objetivo Aprobar. 5º y 6º Educación Primaria. **Albert Roig Company. Editorial Bruño. 72 páginas cada cuaderno.** Cuadernos de trabajo para repasar los contenidos de 5º y 6º de Educación Primaria. Cada cuaderno contiene resúmenes de los contenidos fundamentales del curso, gran variedad de ejercicios resueltos y propuestos, actividades para la adquisición de destrezas matemáticas y competencias básicas, examen final y un solucionario de las actividades propuestas.

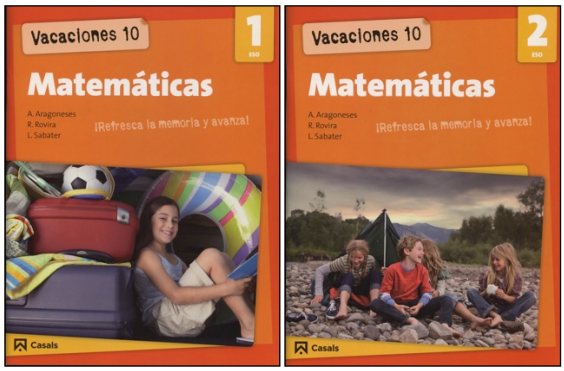
Objetivo Aprobar. 1º Bachillerato. **Fernando Arce, José Ángel Fernández-Cano. Editorial Bruño. ISBN: 978-84-216-6015-7. 96 páginas.** El cuaderno incluye los contenidos esenciales de la asignatura de matemáticas de 1º de Bachillerato. Sirve para asegurar el dominio de los aspectos teóricos y prácticos de la materia, para repasar los contenidos aprendidos a lo largo del curso y para complementar el trabajo durante el curso escolar. Cada unidad contiene un resumen de los contenidos fundamentales y gran variedad de ejercicios resueltos y propuestos. Incluye un solucionario de los ejercicios propuestos y un anexo con las tablas de la distribución binomial y normal.



Colección Competencias que suman. Matemáticas ESO. **Fernando García Pérez y otros autores. Editorial Casals. 64 páginas cada cuaderno.** Cuadernos para que los alumnos de de ESO realicen un aprendizaje competencial en matemáticas. Cada cuaderno ofrece: 14 pruebas basadas en los modelos de evaluación diagnóstica y PISA; 140 actividades que siguen la programación de los cursos y dos pruebas globales; tablas de seguimiento de cada prueba; tabla e informe final de valoración del curso; solucionario extraíble de las actividades.

Cálculo. Cuadernos de estimulación cognitiva. **Editorial Rubio. 20 páginas cada cuaderno.** En estos cuadernos se plantean actividades de estimulación dirigidas a reforzar, preservar, potenciar y lograr una mejora de las capacidades implicadas en los procesos de pensamiento y razonamiento lógico-matemático. Para ello, se proponen ejercicios de entrenamiento, que incluyen operaciones aritméticas, resolución de problemas, cálculo mental, secuenciación de números, etc. El cuaderno 1 está indicado para ser utilizado por adultos que deseen entrenar su mente y para personas con deterioro cognitivo en fase leve; el 2 está ideado para ser trabajado por personas con deterioro cognitivo de leve a moderado; el 3 está indicado en situaciones de deterioro moderado-grave.

Colección Refuerzo. Matemáticas ESO. Aritmética y Álgebra I, Aritmética y Álgebra II, Medida y Geometría I, Medida y Geometría II. **Josep Manel Marrasé. Editorial Bruño. 64 páginas cada cuaderno.** Colección de cuatro cuadernos para que los alumnos de 1º y 2º de ESO refuercen y dominen, de manera autónoma, los contenidos curriculares básicos de la materia. Cada cuaderno contiene resúmenes y gran variedad de ejercicios y problemas. Se incluyen soluciones de todas las actividades.



Colección Vacaciones 10. Matemáticas ESO. **A. Aragoneses, R. Rovira, L. Sabater. Editorial Casals. 72 páginas cada cuaderno.** Cuadernos para que los alumnos de 1º y 2º de ESO refresquen la memoria y comiencen con éxito el siguiente curso. Cada cuaderno consta de 8 unidades con actividades secuenciadas, test de evaluación, resumen y solucionario.

Proyecto **La Casa del Saber**

Matemáticas ESO. Serie Avanza. Proyecto Los Caminos del Saber. Editorial Santillana. Partiendo de los contenidos del libro base y siguiendo el mismo diseño, programación, formato, etc., se ha elaborado un nuevo material para los alumnos con dificultades de aprendizaje. En todas las páginas y epígrafes de estos libros se ofrecen recordatorios de los contenidos de unidades y cursos anteriores. Se han añadido más actividades creadas expresamente para el proyecto y cada unidad incluye “Lo esencial”, con resumen de contenidos, procedimientos y autoevaluación.

LIBROS de ajedrez

Ajedrez. Guía de Campeones. **Jesús Campuzano Ruiz. ISBN: 978-84-613-4674-5. 306 páginas.** Con *Guía de Campeones* el autor ha querido crear un libro que pueda ser utilizado como libro de texto en las diferentes Escuelas de Ajedrez, como en la actualidad lo es en el Círculo de Recreo de Torrelavega. Las razones por las que el autor recomienda seguir un libro de texto en tales Escuelas son básicamente tres. La primera es garantizar una enseñanza de calidad: asegurar que todos los alumnos reciben una misma formación; circunstancia que es compatible con otra de las razones, garantizar una educación personalizada: cada alumno aprende a su ritmo, supervisado constantemente por su monitor. Además, se logrará una mayor valoración del ajedrez: hay que estudiar para aprender a jugar al ajedrez. *Guía de Campeones* se estructura en 30 temas que abarcan desde la enseñanza de los primeros movimientos del ajedrez hasta alcanzar un alto nivel de juego.

Juega y aprende. **Proyecto Educachess. Balàgium Editors. 104 páginas cada libro.** La colección *Juega y aprende* consta de 6 libros y pretende contribuir a la educación integral de los alumnos en los centros educativos de primaria, utilizando el modelo de las inteligencias múltiples. A través de estos libros se potencia el razonamiento lógico, el lenguaje, el cálculo, la percepción, la memoria y la inteligencia espacial; además, permiten mejorar la atención, la concentración y el silencio para crear los hábitos correctos que favorezcan el aprendizaje de las materias curriculares y de las competencias básicas. Los contenidos de cada unidad están agrupados en dos bloques: el ajedrecístico y el de las capacidades intelectuales. En el primer bloque se enseña conceptos muy básicos de ajedrez que puede impartir el profesorado aunque no tenga conocimientos previos de ajedrez. En el segundo bloque se presentan ejercicios, de dificultad gradual, relacionados con las capacidades intelectuales mencionadas anteriormente.

Ajedrez para todos. **Proyecto Educachess. Balàgium Editors. 184 páginas cada libro.** La colección *Ajedrez para todos* está formada por seis libros agrupados en tres niveles: iniciación, intermedio y avanzado. En cada libro se trabajan los contenidos de la apertura, del medio juego y de los finales. Los conceptos y ejercicios se presentan de forma progresiva. Esta colección puede ser utilizada en la enseñanza de primaria y secundaria. Todos los materiales están disponibles en formato impreso, pdf (gratuito) y multimedia interactivo (gratuito). Más información en las páginas web:

http://www.educachess.org
http://www.balagium.com

Lecturas y miniaturas de ajedrez. **Carlos Juan Mateu. Editorial Paidotribo. ISBN: 978-84-8019-871-4. 232 páginas.** Las miniaturas y jugadas de mate que se presentan en este libro son una muestra de la tradición cultural de un juego milenario; su belleza explica mejor que cualquier otro argumento por qué el ajedrez ha perdurado hasta nuestros días. El libro contiene abundantes imágenes de tableros para facilitar el seguimiento de las partidas, casi sin necesidad de recurrir a la notación algebraica. Con las anécdotas y datos históricos que se relatan en las lecturas, conocerás la historia del ajedrez y, a través de ella, una parte de la historia universal.

150 ejercicios de ajedrez. **Frank Lohéac-Ammoun. Editorial Paidotribo. ISBN: 978-84-8019-238-0. 372 páginas.** Este libro está dividido en seis partes, destinadas a comprobar las dotes combinatorias del lector, su sentido del ataque, su talento para descubrir los mates, su capacidad como defensor, sus conocimientos sobre finales y la pertinencia de su razonamiento. Los ejercicios propuestos son de varios tipos y de nivel desigual. Su dificultad se anuncia mediante la cantidad de estrellas que preceden al número del diagrama, según el baremo siguiente: una estrella = fácil, dos estrellas = media y tres estrellas = difícil.

Mi primer libro de ajedrez. **Sylvain Landry. Editorial Octaedro. ISBN: 978-84-8063-902-6. 120 páginas.** ¿Busca un libro de iniciación al ajedrez para niños? *Mi primer libro de ajedrez* invita a los niños a jugar al rey de los juegos gracias a una breve y divertida historia. Como los personajes del relato, Boris y su hermana Sofía, el joven lector se inicia progresivamente en el maravilloso reino del ajedrez. Numerosas simulaciones explican las reglas así como las tácticas y las estrategias más importantes del ajedrez. Las ilustraciones estimulan la imaginación y la curiosidad. Los ejercicios permiten verificar y evaluar su comprensión.

El ajedrez. Curso completo. **Ricardo Aguilera. Colección El Libro de Bolsillo. Alianza editorial. ISBN: 978-84-206-3872-0. 278 páginas.** Si bien el conocimiento de las reglas elementales del ajedrez no ofrece grandes dificultades, si queremos salir del estéril estancamiento que supone limitarse a "mover las piezas" y llegar a comprender y apreciar los atractivos y sutilezas del juego, es indispensable el estudio de los fundamentos estratégicos y tácticos del mismo, que se muestran muchas veces de manera ejemplar en las partidas de los grandes maestros. El propósito de este libro es ofrecer las bases idóneas no sólo para practicarlo correctamente, sino también para avanzar en su ejercicio.

La jugadora de ajedrez. **Bertina Henrichs. Colección Alianza Literaria. Alianza editorial. ISBN: 978-84-206-5184-2. 184 páginas.** Eleni lleva una vida monótona y tediosa en la isla griega de Naxos. Una existencia previsible que se reparte entre su trabajo de mucama en un hotel, las labores domésticas y atender a su marido y a sus hijos. Sueña con otras vidas y lugares, con escapar de la mediocridad cotidiana. Todo cambiará cuando un día tira por accidente una ficha de ajedrez en la habitación de unos turistas. No sabe dónde colocarla, desconoce las reglas de un juego en el que cree ver un signo de distinción. Desea aprender a jugar y un viejo profesor le enseña a hurtadillas. Sus ausencias desatarán rumores y equívocos en una isla en donde todo se sabe y la tradición todo lo subyuga bajo el peso de las Erinias. Pero le da igual, el ajedrez le permite abstraerse de su vida cotidiana mientras le aporta otras miras y enriquece su vocabulario.

Expediciones al mundo del ajedrez. **Christian Hesse. Editorial Chessy. ISBN: 978-84-937645-1-7. 434 páginas.** Christian Hesse invita al lector a un fascinante viaje de curiosidades y temas de gran trascendencia en el mundo del ajedrez. En un total de 94 ensayos se analizan un conjunto de materias complejas – intelectualmente estimulantes – pero al mismo tiempo desenfadadas, divertidas y siempre entretenidas. La jugada más sobrevalorada, la geometría del tablero de ajedrez, la lógica cuántica en ajedrez, el problema supremo, errores ingeniosos, genialidades miserables, rescates espectaculares, partidas soñadas por Grandes Maestros son algunos de los ejemplos de la relación del mundo del ajedrez con la psicología, la literatura, las matemáticas y la física.

Desarrolla la intuición en ajedrez. **Manuel López Michelone. Editorial Chessy. ISBN: 978-84-934834-8-7. 96 páginas.** ¿Qué es la intuición en ajedrez? ¿Una habilidad que puede desarrollarse? En este libro se buscan respuestas a partir de lo que la ciencia ha descubierto acerca de cómo pensamos y de lo que realmente significa para los psicólogos la intuición. Este enfoque – aplicado al ajedrez – nos puede ayudar a entender el significado de intuición y, además, nos permite tener más elementos para comprender lo que hacen los grandes jugadores de ajedrez al desplegar su arte.

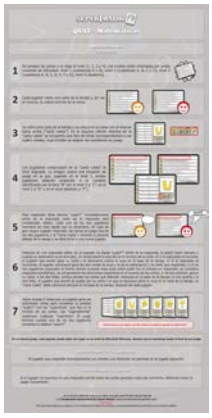
El método en ajedrez. Un concepto nuevo en la estrategia moderna. **Iossif Dorfman. Editorial Chessy. ISBN: 978-84-934104-0-3. 192 páginas.** El famoso entrenador francés de origen ruso Iossif Dorfman, que formó parte del equipo de analistas de Kasparov en cuatro encuentros por el Campeonato Mundial, nos desvela su original método de enseñanza de ajedrez, un método que se ha convertido en pieza capital del pensamiento estratégico moderno. El trabajo de Dorfman es sorprendente en su claridad, estableciendo las posiciones críticas y razonando el camino para cambiar una situación de forma favorable.

Clases de ajedrez. La enseñanza al alcance de todos. **Artur Yussupow. Editorial Chessy. ISBN: 978-84-609-1625-1. 174 páginas.** Este libro es fruto del trabajo del autor como entrenador de ajedrez, uno de los mejores jugadores del mundo en los años 80 y 90. El libro presenta 10 temas muy elaborados y una buena serie de ejercicios, seleccionados para la ocasión.

Ajedrez y refranes**. Rafael González Custodio, Agustín García Luque. Editorial Chessy. ISBN: 978-84-934104-3-8. 124 páginas.** *Ajedrez y Refranes* es una obra original de dos autores andaluces que apostaron por trasladar el saber cotidiano del refranero español al mundo de las partidas de ajedrez. Resulta curioso comprobar la aplicación de tantos y tantos refranes en las 43 partidas seleccionadas, reafirmando una premisa conocida de antemano: el ajedrez como reflejo de la vida. El texto es una selección de partidas de jugadores clásicos, que suelen ser ejemplos espectaculares en su desenlace final. El libro está construido en un lenguaje llano y básico; por otro lado, los refranes seleccionados han sido cuidadosamente documentados y se complementan con ilustraciones del pintor sevillano Diego Neyra.

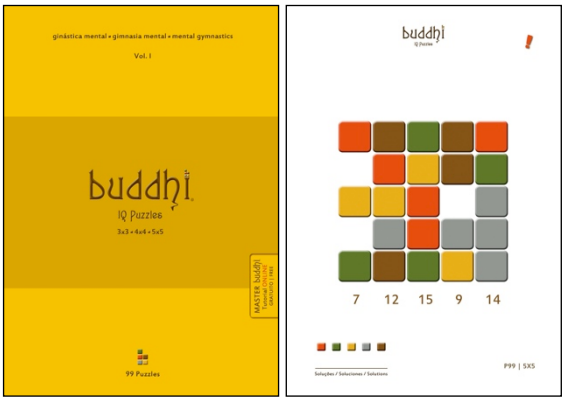
JUEGOS

SuperTmatik Quiz Matemáticas. Eudactica. Este juego de cartas fomenta la adquisición, la ampliación y la consolidación de una amplia gama de conocimientos matemáticos (porcentajes, fracciones, números romanos, geometría, símbolos y lenguaje matemático, problemas y mucho más). Caja juego incluye 54 cartas con 378 cuestiones y sus respectivas respuestas, y tiene 4 niveles de dificultad. Para proclamarse ganador del juego debe completarse la palabra "superT". La forma de conseguir cada una de sus letras está detallada en las instrucciones. ¡Ánimo, aplícate y sé el primero en reunirlas!



Más información en la página web:

http://www.eudactica.com



Buddhi. **IQ Puzzles. Eudactica. ISBN: 978-989-8246-27-1. 104 páginas.** *Buddhi* es una nueva dimensión de entretenimiento inteligente para niños y adultos. Los 99 puzzles inteligentes *buddhi* están formados por conjuntos de cuadrículas de color y huecos. ¡Descubre el valor de cada color conociendo el resultado de la suma de cada columna!

Juegos de pupitre. **Andrea Angiolino, Domenico Di Giorgio. Colección Palabras en Juego. Editorial Octaedro. ISBN: 978-84-8063-204-1. 86 páginas.** Los autores proponen una serie atractiva y original de juegos de pupitre. Y ello porque, desafortunadamente, en el arco de la vida se termina pasando más tiempo en los pupitres, mesas y escritorios que en patios, prados o playas. En los juegos propuestos, el pupitre se convierte en campos de juego. Como instrumental: papel, lápices, gomas, reglas, chinchetas, clips, post-it, etc.

Juegos de mesa del mundo. **Severino Ballesteros Alonso. Colección Juegos – 14. Editorial CCS. ISBN: 978-84-8316-942-8. 268 páginas.** Los juegos de mesa son un excelente trasmisor de valores, datos históricos y geográficos diferentes a los nuestros, que nos permiten viajar en el espacio y en el tiempo y conocer y comprender otros mundos. También son una oportunidad única para evadirse de la monotonía cotidiana. Es cierto que existe competición, disputa y rivalidad; pero es cortés, leal y educada; la tensión competitiva que genera potencia valores educativos en el ámbito intelectual, social y afectivo. El libro presenta una cuidada selección de un centenar de juegos rescatados de la memoria de los tiempos, más algunos de reciente creación.

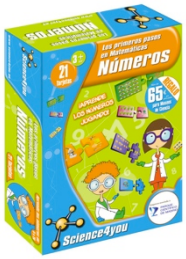
Juegos de tablero. Para el aula y otros lugares. **Juan Diego Sánchez Torres. Colección Juegos – 21. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9842-220-7. 296 páginas.** Éste es un libro ideado para aprender y enseñar a jugar. Ofrece más de 200 juegos de todos los tiempos; juegos con más de 2 000 años y juegos nuevos; juegos originarios de China, Argentina, Suecia, Egipto, Nueva Zelanda, Laponia, Canadá, Madagascar, Marruecos, Mongolia, Dinamarca, etc. De cada juego se dan sus reglas y se ofrece una breve reseña histórica, los objetivos didácticos, los destinatarios y el material necesario para desarrollarlo, que siempre es económico y fácil de conseguir. Por su interés pedagógico, el libro no debería faltar en los departamentos de matemáticas y en los hogares.

Juegos matemáticos y de razonamiento lógico. **Juan Diego Sánchez Torres. Colección Juegos – 25. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9842-491-1. 208 páginas.** El objetivo principal de esta obra, compuesta por 350 juegos y 104 citas matemáticas, es divertir y entretener, pero no es el único. Si te gustan los retos intelectuales y quieres poner tu inteligencia a prueba, seguro que lo pasarás muy bien con este libro, y, además, mejorarás tu forma de razonar, de analizar, de clasificar, de ordenar, de procesar la información, de vislumbrar posibles alternativas de una situación... En definitiva, estarás desarrollando tu cerebro, perfeccionando tus capacidades intelectuales y enriqueciendo tu manera de pensar. Todo mientras disfrutas y aprendes más sobre las matemáticas.

Cómo jugar y ganar al póker**. Dave Woods, Matt Broughton. Larousse Editorial. ISBN: 978-84-8016-693-5. 192 páginas.** El póker es fácil de aprender y divertido de jugar. Todos los días, millones de personas barajan cartas, juegan con las fichas y se llevan cuantiosísimos botes. Este libro te enseñará los principios básicos de este juego y de sus principales modalidades, un poco de historia, la terminología más adecuada, consejos para mejorar tu juego, criterios para apostar, estrategias, etc.

Los secretos de los magos. Los mejores trucos de magia. **Larousse Editorial. ISBN: 978-84-8016-703-1. 64 páginas.** Abracadabra… magia potagia… nada por aquí, nada por allá… et voila! De la chistera de Larousse surge *Los secretos de los magos*, un maletín para futuros magos, con sus principales herramientas y un libro didáctico y muy divertido, totalmente ilustrado, para aprender a realizar los veinte mejores trucos de magia. Con este maletín no habrá truco que se resista. Una baraja de cartas, un falso pulgar, un pañuelo, tres cubiletes y cinco pequeñas bolas de esponja… El libro explica cada truco paso a paso y lo ilustra con fotografías. Además, encontrarás muchos consejos con los que perfeccionar tu técnica.

Boys' Box**. Larousse Editorial. ISBN: 978-84-15411-04-8. 64 páginas. –** ***Girls' Box*****. Larousse Editorial. ISBN: 978-84-15411-03-1. 64 páginas.** El entretenimiento está asegurado con estos cofres llenos de sorpresas, tan divertidos como prácticos. Originales maletines que contienen sendos libros con multitud de propuestas y todo el material necesario para que a niños y niñas las horas se les pasen volando mientras dan rienda suelta a su imaginación y aprenden a orientarse utilizando una brújula, codifican y descubren mensajes secretos gracias a técnicas de encriptación, hacen sorprendentes trucos de magia, personalizan un cuaderno gracias a los consejos de escritura secreta, se familiarizan con el arte del origami,… Recomendado para niñ@s de 6 a 9 años.



Quiz4you. Cálculo mental**. Science4you.** Las 52 cartas del juego, con más de 200 preguntas, pondrán a prueba el cálculo mental de los niños. Aprenderán todo sobre el cálculo mental y se divertirán con sus amigos y compañeros, en casa o en la escuela.

Los primeros pasos en el origami**. Science4you. ISBN: 978-84-15811-49-7. 36 páginas.** El objetivo de este kit es despertar en los niños la curiosidad por el mundo que les rodea, contribuyendo a su desarrollo de forma lúdica y pedagógica. Los niños descubrirán el extraordinario mundo del origami y aprenderán a hacer más de 20 animales, con sólo doblar el papel, con las 80 hojas de colores que incluye el kit.

Dominó. Figuras geométricas**. Science4you.** La Educación Preescolar es la primera etapa del proceso educativo, por lo que representa una fase fundamental en el desarrollo de los niños. Con las 28 piezas del dominó los niños aprenderán a reconocer las diferentes formas geométricas de manera divertida y pedagógica.

Los primeros pasos en las matemáticas. Números**. Science4you. ISBN: 978-84-15811-51-0. 36 páginas.** Este kit contiene 21 puzles para que el niño descubra el mundo de los números y aprenda a contar hasta 20. El juego despertará su memoria visual y desarrollará su raciocinio matemático. Con este juego de números dará sus primeros pasos hacia el descubrimiento de las matemáticas de una forma divertida y pedagógica.

***Los primeros pasos en las matemáticas. Sumar y restar*. Science4you. ISBN: 978-84-15811-50-3. 36 páginas.** Este kit contiene 21 puzles para que el niño descubra el mundo de las sumas y las restas, con números del 1 al 20. El juego despertará su curiosidad por el cálculo y desarrollará su raciocinio matemático.

***Los primeros pasos en la construcción. Pirámides*. Science4you. 44 páginas.** Con este kit el niño conocerá el magnífico mundo de la construcción y descubrirá cómo los arquitectos imaginaban sus edificios y decidían las mejores formas y los mejores materiales para su construcción. El niño construirá su pirámide y aprenderá aspectos básicos de arquitectura, construcción y también un poco de historia. El niño irá mejorando su destreza con los materiales y comprenderá mejor las formas tridimensionales.

De este material y todos los seleccionados de **Science4you** hay más información en la página web:

http://www.science4you.es

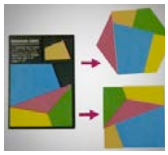
MÁS JUEGOS

Tricoda

Tasso

Piko Piko el gusanito

Chocolate Fix



Hexagon Game

Coco Cross

Cubo Rubik´s 3x3

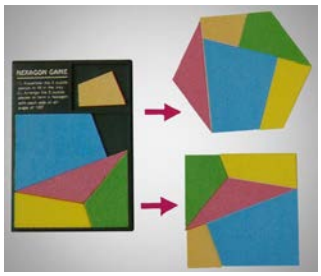
Tricoda es un juego de destreza y táctica para dos, tres o cuatro jugadores. El objetivo del juego es ser el primero en descifrar un código de tres fichas. Cada jugador puede ver el código de sus oponentes, pero no el suyo. A través de preguntas y de la lógica, cada jugador intenta deducir cuáles son los tres números que se esconden delante de él. Una vez que el jugador tenga una certeza razonable, puede adivinarlo. Pero si se confunde, tendrá que comenzar desde cero con otras tres fichas nuevas... Más información en http://www.morapiaf.com/es

Tasso es un juego de destreza y táctica para dos o más jugadores. El objetivo es ser el primero en colocar todos los bloques de madera en el tablero de juego. Cada bloque puede ponerse en horizontal, directamente en la bandeja, o sobre dos bloques ya puestos que no aguantan ya otros. En el caso de que el jugador coloque un bloque sobre otros dos ya jugados consigue un turno adicional. Por ello, hay que evaluar las distancias y evitar dar oportunidades al oponente. El juego respeta el medio ambiente, está fabricado en madera PEFC acabada con cera de abeja y las instrucciones han sido impresas utilizando tintas vegetales sobre papel reciclado. Más información en http://www.morapiaf.com/es

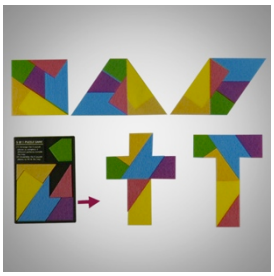
Piko Piko el gusanito es un juego de dados apto para toda la familia. Los jugadores deberán arriesgarse con los dados para conseguir las sabrosas raciones de gusanos. A lo largo de la partida se pueden perder las raciones ya conseguidas, robar las de otros jugadores, y todo esto con el valor de las raciones obtenidas oculto, de modo que hasta el final no se conoce el ganador. Los mayores se divertirán fastidiando a los contrarios y buscando ciertas estrategias, mientras que los pequeños disfrutarán a la vez que practican el cálculo mental. Más información en http://www.mercurio.com.es

Chocolate Fix es un rompecabezas de deducción lógica para un jugador, con un formato de lo más sencillo: un tablero al estilo de las 3 en raya, con tres piezas de juego diferentes, cada una con dos atributos. Usando las pistas, completa la bandeja con los nueve bombones en su posición correcta. Al igual que en un sudoku, debes examinar todas las pistas del reto antes de hacer ningún movimiento. Descarta las posibilidades para rellenar cada surtido, agudizando tus razonamientos. Más información en las siguientes páginas web: http://www.thinkfun.com y en http://www.mercurio.com.es

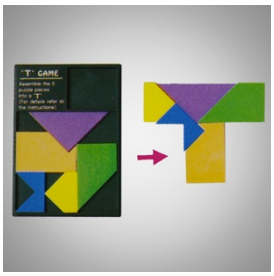
Hexagon Game consiste en ensamblar las 5 piezas del puzzle para formar un hexágono regular o para formar un cuadrado. Existen otros juegos de este estilo. Por ejemplo: ***5 en 1 Puzzle Game***, que consiste en ensamblar las 6 piezas del puzzle para formar cuatro figuras distintas o un cuadrado; ***T Game***, que consiste en ensamblar las 5 piezas del puzzle para formar una "T"; ***IQ Creator***, que consiste en ensamblar las 8 piezas del puzzle para formar un cuadrado, con 46 desafíos diferentes. Más información en http://lonpos.cc y en http://lon-pos.com



Hexagon Game



5 en 1 Puzzle Game



T Game

IQ Creator

Coco Cross consiste en colocar la pieza en el punto de partida que nos señala el reto correspondiente y llevar la pieza al lugar especificado. Pero hay que lograrlo girando la pieza sobre sus aristas. Este juego tiene un total de 631 desafíos. Existen otros juegos de este estilo. Por ejemplo, ***Crazy Chain*** es un juego solitario en el que hay que colocar las 8 piezas dentro de la caja. Una de ellas te indica el número de reto que estás resolviendo. O si quieres hacerlo, puedes colocar todas las piezas de colores y por último colocar la pieza gris y así sabrás el nivel que resolviste. En ***Cubic Pyramid***, ***Cubic Code***, ***Cosmic Creatures***, ***Crazy Collet***, ***Crazy Cone***, ***Rectangular Pyramid*** y ***Colorful Cabin*** lo que hay que hacer es colocar las piezas del rompecabezas en la placa de juego de acuerdo con las instrucciones. Cada juego tiene más de 100 desafíos. Más información en http://lonpos.cc y en http://lon-pos.com

Coco Cross

Crazy Chain

Cubic Pyramid

Cubic Code

Cosmic Creatures

Crazy Collet

Crazy Cone

Rectangular Pyramid

Colorful Cabin

Cubo Rubik´s 3x3 es el puzzle nº1 del mundo con más de 43 quintillones de combinaciones distintas pero que es posible aprender a resolver con unos pocos movimientos. ***Cubo Rubik´s 4x4***, también llamado la venganza de Rubik, solo es un poco más complicado que su hermano pequeño, el 3x3. ***Mirror Rubik´s*** es la versión monocromática del cubo de Rubik con piezas de tamaños diferentes y diferentes formas de resolverlo… pero solo una solución. En ***Rubik´s 360º*** hay que colocar cada bola en el hueco de su color, volteando, girando y rodando el cubo sin parar. ***Triominós de luke*** es la variante más fascinante del juego del dominó. Contiene 56 piezas triangulares de gran calidad, 4 soportes y reglas de juego. La sencillez de las reglas hace de *Triominós* ideal para toda la familia. Es un juego que combina táctica, suerte y lógica. Más información en http://www.rubiks.com

Rubik´s 3x3

Rubik´s 4x4

Mirror Rubik´s

Rubik´s 360º

Triominós de luxe

JORNADAS, TALLERES Y ENCUENTROS

PRESENTACIÓN DE ÍTEMS LIBERADOS DE PISA, TIMSS Y PIRLS. MARCO TEÓRICO, ELABORACIÓN Y APROVECHAMIENTO DIDÁCTICO

Sara González Gutiérrez
Licenciada en Ciencias Matemáticas, Facultad de Ciencias, SANTANDER

A mediados del pasado mes de septiembre el Centro Internacional de Estudios Superiores del Español de la Fundación Comillas (CIESE) (Cantabria) acogió el Seminario titulado *Presentación de ítems liberados de PISA, TIMSS y PIRLS. Marco teórico, elaboración y aprovechamiento didáctico*. Dicho encuentro tuvo lugar los días 12 y 13 del mencionado mes y su objetivo principal era, por un lado, dar a conocer algunas de las pruebas que integran ciertas evaluaciones internacionales en lengua y matemáticas, así como ofrecer posibles orientaciones para el aprovechamiento didáctico de los mismas; y, por otro lado, organizar grupos de trabajo para elaborar nuevos ítems que puedan ampliar y favorecer la utilización en las aulas de estos recursos didácticos.

Fundación Comillas

Las instituciones encargadas de la organización de este Seminario fueron el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte; la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria; el Instituto GeoGebra de Cantabria (IGC), que forma parte de la Universidad de Cantabria (UC); y la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM).

Al evento acudieron más de 160 personas provenientes de diferentes ámbitos ligados a la educación. Además de miembros de las diferentes instituciones organizadoras, se dieron cita en Comillas responsables de las unidades de evaluación de Consejerías de Educación de distintas Comunidades, de asociaciones de profesores de lengua, de asociaciones de profesores de matemáticas, tanto de Primaria como de Secundaria, además de profesores universitarios cuyo trabajo es la formación de profesores de Primaria y/o Secundaria, etc. Sin duda, la acogida del Seminario fue espléndida e incluso superó algunas de las previsiones efectuadas.

Durante la primera jornada, el INEE del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte presentó los ítems liberados de las evaluaciones internacionales PISA, TIMSS y PIRLS. Simultáneamente, y durante los dos días que duró el encuentro, se analizaron los marcos teóricos específicos en los que se apoyan los grupos de

trabajo que desarrollan dichos ítems. El desarrollo completo de las jornadas fue emitido en directo a través de *streaming* desde el Aula Magna del CIESE.

La inauguración oficial se celebró el día 12 a las 10 de la mañana y en ella intervinieron María José Fabre González, subdirectora general de Ordenación Académica del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte; Ismael Sanz Labrador, director del INEE del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte; José Luis Blanco López, director general de Ordenación e Innovación Educativa de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria; Tatiana Álvarez Careaga, directora general de la Fundación Comillas; Fernando Etayo Gordejuela, vicerrector de Ordenación Académica de la UC y Onofre Monzó del Olmo, presidente de la FESPM.

La conferencia inaugural corrió a cargo de Guillermo Montt, analista de PISA de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), y llevaba por título *Evaluaciones Externas Internacionales*. Guillermo Montt es experto en el estudio de la influencia del ISEC o índice de estatus social, económico y cultural en el rendimiento de los estudiantes. Su exposición se basó en la última evaluación de 2009, donde participaron más de 500 000 alumnos de 15 años de edad y de 61 países diferentes. En su charla apuntó que España estaba por debajo del promedio en las tres áreas que cubre PISA, es decir, lectura, matemáticas y ciencias. También manifestó que las evaluaciones y los exámenes a los que habitualmente se somete al alumnado no aseguran un mayor rendimiento en el mismo, porque sólo se producirá una mejora de la calidad si las acciones que en un principio hayan de llevarse a cabo son las adecuadas y se implementan, asimismo, adecuadamente. El ponente afirmó que es imprescindible que exista una coherencia entre la política y los programas de educación para disfrutar de un buen sistema educativo; lo más importante no es inyectar recursos sino saber en qué y cómo se destinan. Una de las medidas de más interés es la de invertir en cualificación docente y procurar captar a los mejores estudiantes hacia esa ocupación.

Montt explicó el marco teórico y el desarrollo de las pruebas de PISA. En cuanto a la competencia en matemáticas, se parte de un problema en una situación real que hay que traducir al mundo matemático. Este procedimiento se llama *formular* y es necesario para poder aplicar las técnicas matemáticas que nos conduzcan a la solución del problema (*emplear*). Una vez que se ha resuelto el ejercicio, hay que volver a traducir esa solución al mundo real, procedimiento que se denomina *interpretar*.

Respecto a la estructura de las pruebas de PISA, cada unidad está compuesta por un estímulo, que es el punto que conecta el mundo real con el matemático, un conjunto de ítems y una respuesta correcta a cada ítem. Estas respuestas pueden ser de carácter elaborado o múltiple, diferenciando en estas últimas las simples de las complejas. En el Anexo 1 se puede ver un ejemplo de unidad de matemáticas de PISA.

A la intervención de Montt sucedió la de Avelino Sarasúa Ortega, subdirector general adjunto de Inspección del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, que pronunció la conferencia titulada *Elementos del currículo: Evaluación y metodología*. Explicó de manera clara y sencilla qué son las competencias básicas, definiéndolas como los aprendizajes y recursos que se aprenden de manera integrada y que se utilizarán en contexto real. Asimismo, señalan aprendizajes básicos que orientan al resto de aprendizajes del currículo, pero sin añadir nada al mismo.

Tras la participación del señor Sarasúa, llegó el turno de los representantes del INEE, en cuya exposición, titulada *Presentación de ítems liberados de Evaluaciones Externas de Lengua y Matemáticas*, analizaron cuáles eran las pautas

a seguir para construir un ítem. La evaluación de estas pruebas se basa en el proceso que aplican los alumnos para la resolución del problema.

También se analizaron las pruebas internacionales de TIMSS y de PIRLS, que van dirigidas a alumnos de 9 años y son desarrolladas por la Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo (IEA). Las pruebas de TIMSS evalúan la comprensión en matemáticas y en ciencias, mientras que las de PIRLS evalúan la comprensión lectora. La estructura de estas dos evaluaciones es similar a la de PISA. Cada unidad consta de un estímulo, que tiene que ser un texto sencillo y atractivo para los alumnos, y de un ítem o conjunto de ítems. Las respuestas a estos ítems pueden ser abiertas y/o cerradas. En el Anexo 2 se da un ejemplo de unidad de matemáticas de TIMSS.

Por la tarde se organizaron dos bloques, uno de lengua y otro de matemáticas. Los participantes del bloque de matemáticas asistimos a la conferencia titulada *Marcos teóricos de PISA y TIMSS,* impartida por David Tout, representante del Consejo Australiano de Evaluación Educativa, y por José Diego, de la UC.

En la primera parte de la charla, a cargo de David Tout, se analizó la estructura que tienen las pruebas de PISA en la competencia matemática. Las características del marco teórico en el que se desarrollan dichas pruebas son los contextos (personal, laboral, social y científico), los procesos (formular, emplear e interpretar) y las áreas de contenido (cantidad, incertidumbre y datos, espacio y forma, cambio y relaciones) que se intentan cubrir con ellas.

José Diego fue el encargado de llevar a cabo la segunda parte de la conferencia. El ponente indicó que TIMSS busca evaluar contenido matemático y destrezas cognitivas a través de dimensión de contenido y dimensión cognitiva. En esta última, el alumno tiene que conocer y saber aplicar conceptos y procedimientos, así como saber razonar en contextos de cierta complejidad y en la resolución de determinados problemas no rutinarios.

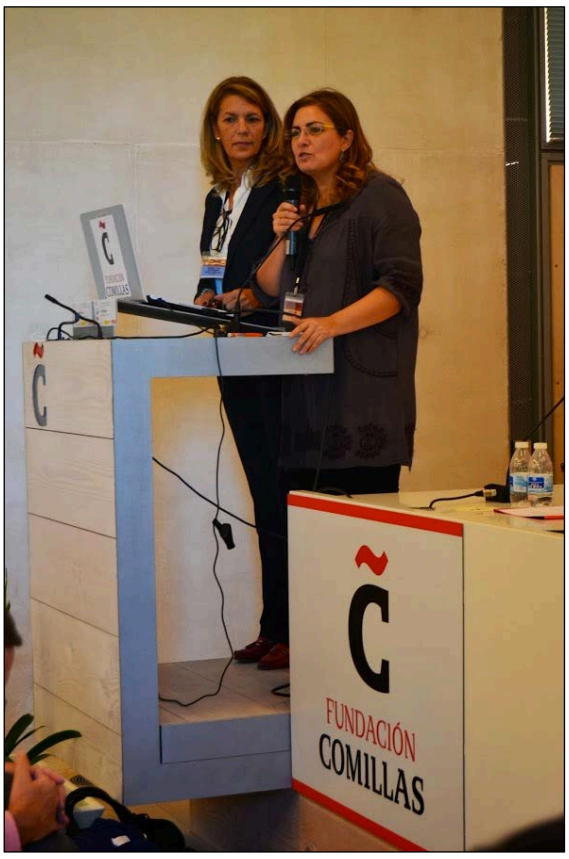
También fueron David Tout y José Diego los encargados de dirigir la última sesión del día, *Cómo construir ítems de matemáticas*.

David Tout explicó el proceso por el que tiene que pasar un ítem antes de publicarse en PISA. Primero, hay que conocer bien el marco teórico en el que se va a desarrollar. Después, hay que formar a las personas que van a realizar el ítem y que trabajarán en equipo. Posteriormente, los ítems se revisan y se hacen pruebas con los alumnos donde se averiguan cuáles son sus problemas. El siguiente paso es volver a revisar los ítems, enviarlos a todos los países y traducirlos a inglés o francés. Por último, se realiza una muestra representativa.

Aparte de la estructura de las unidades de PISA, ya comentada anteriormente, David Tout también comentó que los ítems tienen que suponer una dificultad al alumno, pero tampoco tienen que ser demasiado difíciles. Además, hay que evitar temas que hagan referencia a malos hábitos, religión, racismo,… e intentar que vengan del mundo real. También es importante encontrar distractores que sean creíbles para los alumnos, pero que conduzcan a la respuesta incorrecta.

José Diego analizó detalladamente el tipo de respuestas a los ítems en las evaluaciones de TIMSS. A diferencia de lo que ocurre en PISA, los ítems en TIMSS pueden ser de respuesta múltiple o elaborada. Las consideraciones generales para el diseño de los ítems son el tiempo, la adecuación al contexto evaluado y la dificultad. Los ítems con respuesta múltiple se dividen en un enunciado, una pregunta y un conjunto de respuestas, que habitualmente son cuatro y de las que solamente una es la correcta. En este tipo de ítem es interesante la utilización de distractores que estén basados en errores del estudiante. Los ítems con respuesta elaborada constan de una introducción con una pregunta.

Con la mañana del viernes llegó también la parte más práctica del Seminario. Era el momento de configurar los grupos que iban a participar tanto en los talleres del bloque de lengua como del bloque de matemáticas. Las personas encargadas de componer los grupos de trabajo de matemáticas y de organizar las tareas a realizar por los participantes fueron Juana María Navas, coordinadora de Primaria, y Eugenia López, coordinadora de Secundaria, ambas de la FESPM.



Los grupos de trabajo, formados por seis o siete personas, fueron distribuidos por diferentes aulas de la Fundación Comillas.

Teniendo en cuenta todo lo presentado en las conferencias, cada grupo de trabajo tuvo que elaborar una unidad de matemáticas (o de lengua) para niveles de Primaria o Secundaria, siguiendo en cualquier caso el modelo de PISA. El desarrollo de la unidad tenía que consistir en un estímulo seguido de tres ítems, uno de respuesta elaborada, otro de respuesta múltiple y un tercero de respuesta múltiple compleja.

El Aula Magna de la Fundación Comillas fue el escenario de la clausura del Seminario. Este acto estuvo dirigido por José Luis Blanco López y por María José Fabre González.

Para finalizar, agradecer a las entidades organizadoras la realización de este encuentro, que ha supuesto todo un éxito desde distintas vertientes. Ya se ha hablado de la buena participación en relación al número de asistentes, pero además esos mismos participantes, a la conclusión de las jornadas, hablaron del enorme interés de las ponencias efectuadas y del agradable ambiente y los buenos resultados de los grupos de trabajo. Felicitamos por todo ello a las personas que más empeño han puesto en lograr que este Seminario tuviera esta estupenda aceptación y este magnífico desarrollo: Francisco Javier Crespo García, jefe de Área de Gestión de Datos y Asuntos Generales del INEE; Juana María Navas Pleguezuelos, de la Secretaría de Actividades y Formación del Profesorado de la FESPM; y muy especialmente a las personas de las diferentes entidades cántabras, Claudia Lázaro del Pozo, coordinadora de la Unidad Técnica de Evaluación y Acreditación de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte; y Tomás Recio Muñiz, catedrático de la UC y Presidente del IGC. Muchas gracias a los cuatro.

Anexo 1: Unidad de matemáticas - PISA

El poder del viento

Villazed está contemplando construir varias centrales de energía eólica para producir electricidad. El Ayuntamiento de Villazed recogió información sobre el siguiente modelo.

Modelo:	E-82
Altura de la torre:	138 metros
Número de palas del rotor:	3
Longitud de una pala del rotor:	40 metros
Velocidad máxima de rotación:	20 vueltas por minuto
Precio de construcción:	3.200.000 zeds
Facturación:	0,10 zeds por kWh generado
Coste de mantenimiento:	0,01 zeds por kWh generado
Rendimiento:	Operativo el 97% del año

Nota: El kilovatio-hora (kWh) es una unidad de medida de la energía eléctrica.

Pregunta 1

Indica si los siguientes enunciados sobre la central de energía eólica E-82 pueden deducirse de la información facilitada. Rodea con un círculo "Sí" o "No" según corresponda a cada enunciado.

Enunciado	¿Puede este enunciado deducirse de la información facilitada?
La construcción de tres de las centrales de energía costará más de 8.000.000 de zeds en total.	Sí / No
Los costes de mantenimiento de la central de energía corresponden, aproximadamente, al 5% de su facturación.	Sí / No
Los costes de mantenimiento de la central de energía eólica dependen de la cantidad de kWh generados.	Sí / No
Exactamente durante 97 días al año, la central de energía eólica no está operativa.	Sí / No

Pregunta 2

Villazed desea calcular los costes y el beneficio que generaría la construcción de esta central de energía eólica. El alcalde de Villazed propone la siguiente fórmula para calcular el beneficio económico, E (en zeds), durante una serie de años, a, si construyen el modelo E-82.

$$E = 400.000\,a - 3.200.000$$

$400.000\,a$: Beneficio de la producción anual de electricidad

$3.200.000$: Costes de construcción de la central de energía eólica

Según la fórmula del alcalde, ¿cuál es el número mínimo de años de funcionamiento requeridos para cubrir los costes de construcción de la central de energía eólica?

A. 6 años

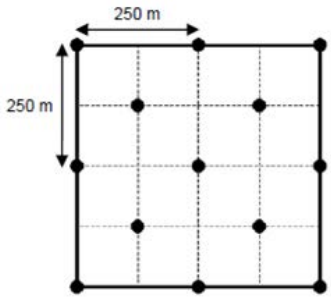
B. 8 años

C. 10 años

D. 12 años

Pregunta 3

Villazed ha decidido erigir varias centrales de energía eólica E-82 en un terreno cuadrado (longitud = = anchura = 500 m). Según las normas de construcción, la distancia mínima entre las torres de dos centrales de energía eólica de este modelo debe ser igual a cinco veces la longitud de una pala del rotor. El alcalde de la villa ha realizado una propuesta para distribuir las centrales de energía eólica sobre el terreno. Dicha propuesta se muestra en el siguiente dibujo:



● = Torre de una central de energía eólica
(Nota: el dibujo no está a escala)

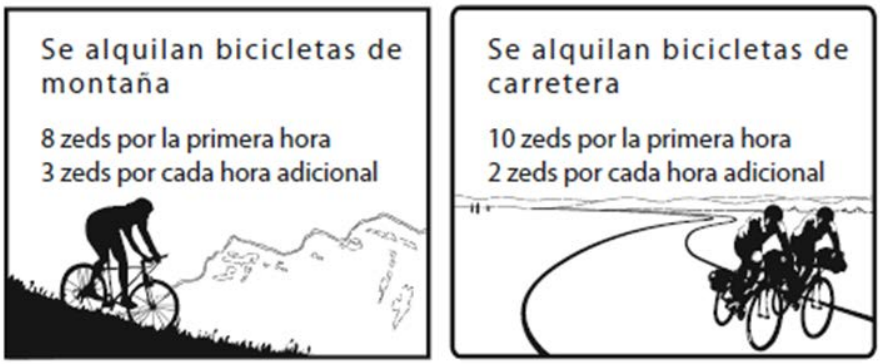
Explica por qué la propuesta del alcalde no cumple las normas de construcción. Justifica tu razonamiento por medio de cálculos.

Pregunta 4

¿Cuál es la velocidad máxima a la que se mueven los extremos de las palas del rotor de la central de energía eólica? Desarrolla el proceso seguido para hallar la solución y expresa el resultado en kilómetros por hora (km/h). Consulta la información anterior sobre el modelo E-82.

Anexo 2: Unidad de matemáticas - TIMSS

A continuación presentamos los anuncios de dos clubs deportivos que alquilan bicicletas.



A. Utiliza la información de los anuncios para completar las tablas.

Alquiler de bicicletas de montaña	
Horas	Precio (zeds)
1	8
2	11
3	
4	
5	
6	

Alquiler de bicicletas de carretera	
Horas	Precio (zeds)
1	10
2	12
3	
4	
5	
6	

B. ¿Para qué número de horas es igual el precio en los dos clubs?

Respuesta: _____

C. ¿En qué club cuesta menos alquilar una bicicleta durante 12 horas?

A. En el que alquilan bicicletas de montaña
B. En el que alquilan bicicletas de carretera
C. Cuesta lo mismo en los dos
D. No se puede calcular

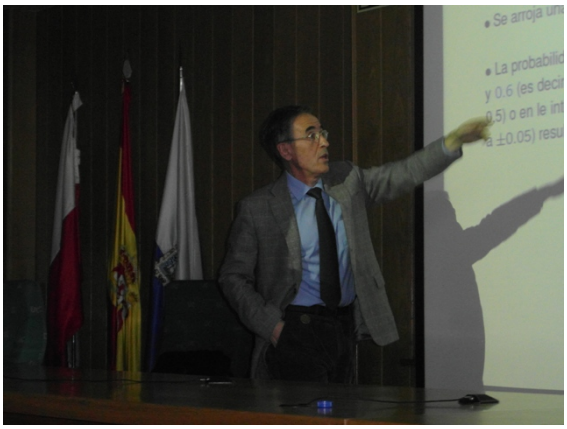
MATEMÁTICAS EN ACCIÓN

Ésta es la séptima ocasión que el Boletín de la SMPC se hace eco del ciclo de talleres *Matemáticas en Acción*, una actividad que durante el curso 2012/2013 ha celebrado su novena edición. Los talleres, organizados por el Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación (MATESCO) de la Universidad de Cantabria (UC) tienen en los profesores Fernando Etayo Gordejuela y Luis Alberto Fernández Fernández sus responsables más directos, y su objetivo es difundir tanto el saber matemático que subyace en las más diversas disciplinas científicas como el que impregna algunas de las actividades más cotidianas. Puesto que, curso tras curso, este ciclo tiene una excelente acogida entre el público al que va dirigido, no podemos dejar de felicitar, una vez más, a Fernando y Luis Alberto, que con su trabajo desinteresado logran contactar y convencer a profesionales de las diferentes áreas del conocimiento científico y técnico para que, con sus habilidades divulgativas, pongan al servicio de profesores y estudiantes situaciones matemáticas que no les dejan indiferentes.

En los párrafos que siguen a continuación queremos reflejar, brevemente, lo que ha sido la novena edición de *Matemáticas en Acción*, que a diferencia de ediciones precedentes, que constaban de catorce talleres, ha contado con un total de diez. No es intención nuestra exponer con cierto grado de detalle lo que fue el contenido cada una de las charlas, ni siquiera su dinámica específica, sino ofrecer una idea de la pluralidad de las mismas, atendiendo, en particular, a los temas tratados.

Un conjunto arquitectónico tan próximo, como el Palacio, fue el motivo de estudio de la charla inaugural del ciclo de talleres del curso 2012/2013. El título de la misma fue ***Matemáticas y Palacio de la Magdalena: modelado 3D para documentación digital del patrimonio histórico***, y Andrés Iglesias Prieto del Departamento de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación de la Universidad de Cantabria, y Oscar Cosido Cobos, del Ayuntamiento de Santander, sus responsables. El análisis de un proyecto de investigación fruto de la colaboración ente la Universidad de Cantabria y el Ayuntamiento de Santander para la documentación digital del patrimonio histórico fue el tema sobre el que giró esta charla.

Jesús María Sanz Serna, del Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad de Valladolid, fue el encargado del taller titulado ***El orden del desorden***. En él, el profesor Sanz Serna dio una visión sobre lo que son, y lo que consideramos que son, hechos aleatorios, mostrando mediante situaciones concretas cómo, por ejemplo, un mismo estudio puede ser interpretado de manera radicalmente opuesta según determinados intereses. El objetivo era mostrar la existencia de situaciones cuyo orden sólo se explica estadísticamente.



El profesor Sanz Serna en un momento de su intervención.

Un tema clásico fue objeto de otras de las charlas, conducida por Manuel de León Rodríguez del Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT): ***Las geometrías no euclídeas y la comprensión del universo***. Un breve recorrido histórico acerca del desarrollo de las matemáticas, los nombres de algunos de sus responsables y sus aportaciones fueron los aspectos básicos de este conferencia, que terminó con la exposición de algunos trabajos de Albert Einstein, que ofrecen una visón renovada de nuestro universo.

El título de la charla de Marta Macho Stadler, del Departamento de Matemáticas de la Universidad del País Vasco-EHU, nos hace retornar a nuestra infancia, ***Haciendo cuentas y cuentos***. Pero junto con esa primera impresión, la profesora Macho Stadler quiso exponer

la gran complicidad que puede existir entre matemáticas y literatura, que ella dice no ser mundos antagónicos. El significado lingüístico y/o matemático de palabras como parábola, hipérbola e hipérbole o elipse y elipsis, configuró el punto de arranque de esta intervención, que estuvo plagada de títulos de obras de la literatura, como *El Quijote* o *Los viajes de Gulliver*. Algunas películas o el mundo del comic también hicieron aquí acto de presencia.

Uno de los talleres con un carácter más participativo fue el que cerró este ciclo, que llevaba por título ***Una pareja indisoluble: ajedrez y matemáticas*** y que estuvo a cargo de María José Fuente Somavilla, del Departamento de Matemáticas del IES Ría San Martín, de Suances. En este trabajo la profesora Fuente Somavilla mostró la fuerte relación existente entre las dos disciplinas que dan título a la charla desde diferentes vertientes, tanto desde el tipo de estrategias mentales utilizadas, como mediante problemas cuyo punto de partida es un tablero de ajedrez o a través de matemáticos seducidos por este juego.

Asimismo se habló del proyecto experimental "Ajedrez Educativo" que se ha puesto en marcha este curso escolar en 32 centros educativos de Cantabria en el que se potencia la enseñanza del ajedrez como herramienta didáctica. Hay estudios que avalan su bondad para potenciar las capacidades de razonamiento en la población estudiantil en general, y en particular, benefician el trabajo de personas con, por ejemplo, ciertas dificultades de atención o hiperactividad. El ajedrez posibilita la vinculación de las vivencias que genera la práctica del juego con determinados contenidos de distintas áreas curriculares y facilita la transferencia del aprendizaje a situaciones de la vida real.

Al final de la charla, el público asistente tuvo la oportunidad de jugar una partida simultánea con el joven cántabro de 18 años Enrique Tejedor Fuente, campeón absoluto de Cantabria.

Enrique Tejedor Fuente jugando una partida simultánea con parte del público asistente, bajo la atenta mirada de María José Fuente Somavilla

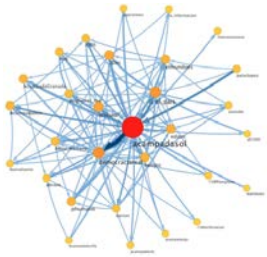
Los otros cinco talleres que completaron este ciclo, algunos con títulos muy sugerentes, fueron los siguientes:

Alan Turing: computabilidad, criptoanálisis, primeros ordenadores y test de Turing de David de Frutos Escrig, del Departamento de Sistemas Informáticos y Computación de la Universidad Complutense de Madrid.

Simulador de la máquina de Turing.

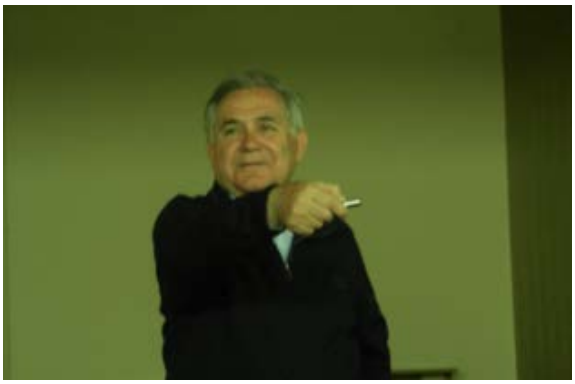
Retos matemáticos en las redes eléctricas inteligentes, de Cruz Enrique Borges Hernández del Deusto Instituto de Tecnología del Departamento de Energía de la Universidad de Deusto.

Cruz Enrique Borges Hernández, a la derecha, acompañado de Luis Miguel Pardo Vasallo al finalizar la charla.



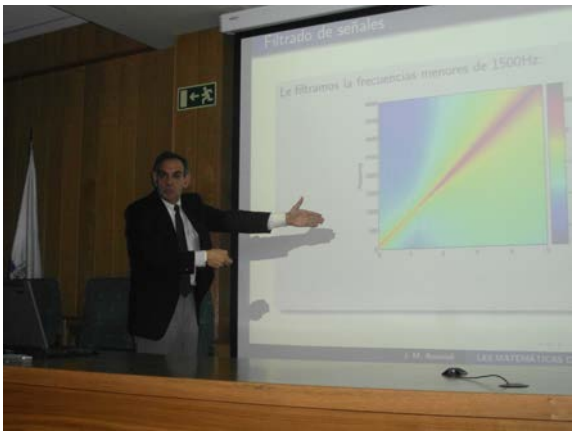
Redes complejas: el mundo es un pañuelo, de Bartolomé Luque Serrano, del Departamento de Matemática Aplicada y Estadística de la Universidad Politécnica de Madrid.

Por el giro de una aguja*,* de Antonio Córdoba Barba, del Departamento de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Madrid.



Antonio Córdoba en un momento de su intervención.

Las matemáticas que hay en el mp3 y el GPS, de José María Martínez Ansemil, del Departamento de Análisis Matemático de la Universidad Complutense de Madrid.



El profesor José María Martínez Ansemil durante su charla.

A todos los profesores participantes, gracias por su trabajo y su interés por la divulgación matemática.

Si el lector está interesado en conocer con más detalle el contenido de cualquiera de los talleres, en la página web del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación, http://www.matesco.unican.es, podrá encontrar el material que cada autor utilizó en su exposición y que tan gentilmente pone a disposición de quien quiera estudiarlo.

Como en boletines anteriores, en el actual queremos recoger la relación de objetivos generales propuestos para cada ciclo de *Matemáticas en Acción* y que, curso tras curso, como se deduce de la aceptación por parte del público asistente, se ven ampliamente cubiertos:

- Difundir el papel esencial desempeñado por las matemáticas en campos muy variados del conocimiento científico y técnico.
- Mostrar la aplicación de las matemáticas a problemas reales y enseñar cómo se construyen modelos matemáticos para estudiar un problema real.
- Completar la visión de las matemáticas ofrecidas en las enseñanzas regladas con una visión interdisciplinar.
- Servir como punto de encuentro de personas provenientes de diferentes ámbitos que utilizan las matemáticas como base o herramienta fundamental en su trabajo o estudio.

Para aquellos lectores que aún no conocen con todo detalle las condiciones para el seguimiento del ciclo *Matemáticas en Acción,* cabe indicar que está especialmente dirigido a alumnos de la propia Universidad de Cantabria y a profesores de Educación Secundaria.

La entrada es libre y gratuita, por lo que no es necesaria matrícula previa alguna.

En cada sesión se efectúa un control de firmas entre aquellas personas que están interesadas en recibir certificación de asistencia.

Los alumnos matriculados en la asignatura “Habilidades, Valores y Competencias Transversales” de la Universidad de Cantabria y que, dentro del subprograma “Desarrollo de Habilidades de Comunicación e Información y Competencias Personales”, hayan elegido el curso “Talleres Matemáticas en Acción” (dos créditos ECTS) deberán asistir a nueve de los diez talleres que se ofrecen. El resto de las actividades a desarrollar por estos alumnos están descritas en la guía docente del curso, junto al sistema de evaluación. Los alumnos de primer y segundo ciclo de la Universidad de Cantabria que asistan al menos a seis talleres recibirán la correspondiente certificación que les permitirá obtener un crédito de libre elección por curso de corta duración. Del mismo modo, los profesores de Educación Secundaria que asistan al menos a seis talleres recibirán la correspondiente certificación que les permitirá obtener igualmente un crédito de formación.

Sesiones

del ciclo de talleres divulgativos

Matemáticas en Acción

Curso 2013/2014

1. Día 30/10/13. *Problemas complejos con soluciones estadísticas simples.* Juan Antonio Cuesta Albertos, Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación, Universidad de Cantabria.

2. Día 13/11/13. *Modelos matemático-estadísticos para la predicción del tráfico.* Enrique Castillo Ron, Departamento de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación, Universidad de Cantabria.

3. Día 04/12/13. *Las matemáticas de las olas, gotas y torbellinos.* Diego Córdoba Gazolaz, Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT).

4. Día 18/12/13. *¿Dónde están las matemáticas de la Industria?* Peregrina Quintela Estevez, Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Santiago.

5. Día 15/01/14. *La matemática de la evolución de las especies.* Marta Casanellas Rius, Departamento de Matemática Aplicada I, Universidad Politécnica de Cataluña.

6. Día 19/02/14. *Física cuántica: la tecnología del futuro.* David Pérez García, Departamento de Análisis Matemático, Universidad Complutense de Madrid.

7. Día: 12/03/14. *La naturaleza está escrita en lenguaje matemático.* Marian Ros Lasierra, Instituto de Biomedicina y Biotecnología de Cantabria (IBBTEC).

8. Día 26/03/14. *Simulación de materiales en la edad del silicio. Cómo SIESTA puede ayudarnos.* Javier Junquera Quintana, Departamento de Ciencias de la Tierra y Física de la Materia Condensada, Universidad de Cantabria.

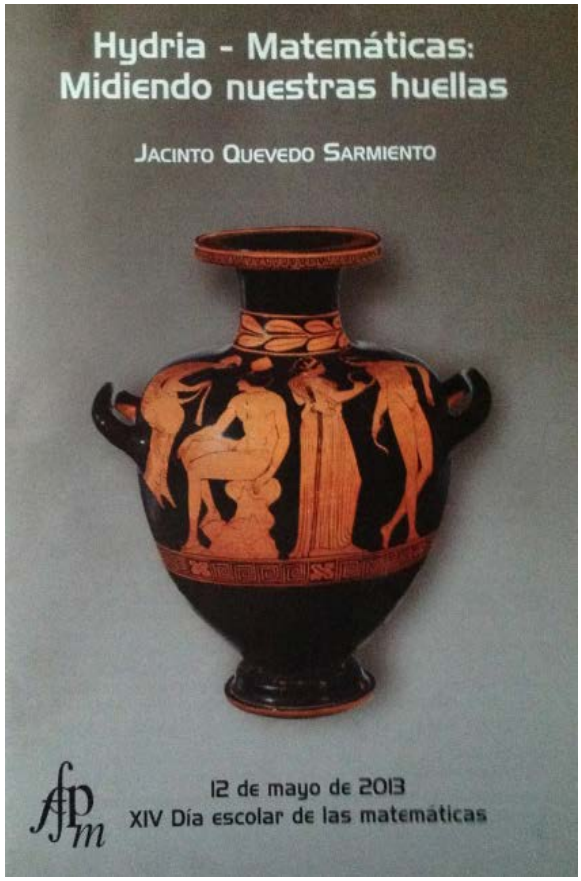
9. Día 09/04/14. *Criptografía: la ciencia de los secretos.* Ignacio Fernández Rua, Departamento de Matemáticas, Universidad de Oviedo.

10. Día 07/05/14. *Santander, mirar y ver… matemáticas, arquitectura e historia.* Elisa Abad Palazuelos, Departamento de Matemáticas, IES Nuestra Señora de los Remedios, Guarnizo; Belén Barandica Romo, Departamento de Dibujo, IES Muriedas, Camargo; María José Fuente Somavilla, Departamento de Matemáticas, IES Augusto González de Linares, Santander; María Isabel Gómez Velarde, Departamento de Matemáticas, IES Marqués de Santillana, Torrelavega; Ezequiel Martínez Rosales, Departamento de Matemáticas, IES Ricardo Bernardo, Solares; Ángela Núñez Castaín, Departamento de Matemáticas, IES Alberto Pico, Santander.

Todos los talleres se desarrollan en el Salón de Actos de la Facultad de Ciencias, los miércoles de 18:00 a 19:30 horas.

XIV DÍA ESCOLAR DE LAS MATEMÁTICAS

Fue en el año 2000 cuando la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) decidió celebrar el **Día Escolar de las Matemáticas** (**DEM**). La raíz de este evento está en que la UNESCO declaró al 2000 Año Mundial de las Matemáticas y la elección de la fecha del 12 de mayo está relacionada con el nacimiento del célebre y reconocido matemático Pedro Puig Adam, que fue el iniciador de la didáctica de las matemáticas. Puig Adam hubiera cumplido 100 años el 12 de mayo de 2000.



El objetivo de celebrar un Día Escolar de las Matemáticas es invitar a los centros educativos a realizar actividades matemáticas relacionadas con un tema elegido previamente. En la página web que la FESPM dedica al DEM 2013 (http://www.fespm.es/-DEM-2013-) puede leerse:

"*El **XIV Día Escolar de las Matemáticas** está dedicado a la gestión de los recursos hídricos, con el título **Hydria – Matemáticas: Midiendo nuestras huellas.** [...] El 20 de diciembre de 2010 la Asamblea General de las Naciones Unidas declaró 2013* Año Internacional de la Cooperación en la Esfera del Agua *(resolución 65/154). En esa oportunidad, tuvo en cuenta el papel fundamental que puede tener el Año en el fortalecimiento del diálogo y la cooperación en todos los planos [...]*"

Salvo en las dos primeras ediciones del DEM, para el resto de las mismas, la FESPM ha editado una guía de actividades para facilitar el principal cometido de esa celebración que es, como ya se ha indicado, lograr que cada año los centros escolares participen en la ejecución de actividades matemáticas acordes con el tema elegido para la ocasión. El cuadernillo del DEM 2013, como se conoce dicha guía, se ha titulado *Hydria – Matemáticas: Midiendo nuestras huellas* y ha sido confeccionado por Jacinto Quevedo Sarmiento, de la Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas. En la introducción de su trabajo el profesor Quevedo dice:

"*[…] Los distintos organismos internacionales como WWF, Water Footprint y el Informe sobre el Desarrollo Humano, presentan informes llenos de gráficos, cifras, estadísticas y medidas, que nos pueden ayudar al desarrollo competencial en la práctica docente. No olvidemos que estamos también en el Año Internacional de la Estadística.*

Encontramos relación entre las matemáticas y el agua ya desde el antiguo Egipto […] hasta los más modernos modelos matemáticos […] tanto en problemas de gestión como de corte medioambiental.

En este XIV Día Escolar de las Matemáticas vamos a trabajar con los conceptos de huella ecológica e hídrica *tratando de presentar situaciones de aprendizaje desde donde desarrollar las competencias: matemática, social y ciudadana*, *[…]*"

El profesor Quevedo distingue en su trabajo, sin contar la introducción, cuatro apartados:

- La huella ecológica
- El agua: Conceptos
- El agua: Impacto
- El agua: Soluciones

Partiendo de su entorno inmediato, la isla de Gran Canaria, el profesor Quevedo introduce, en el primer apartado de su trabajo, el concepto de *huella ecológica*, que identifica como un indicador numérico que sirve para estimar y representar el acaparamiento, impronta o "acto de ocupación y transformación" que una persona hace sobre el planeta Tierra para sustentar su estilo de vida material, con independencia de si ello se realiza o no de manera directa y/o consciente. Dice que la huella ecológica suele expresarse en hectáreas de superficie ecológicamente productivas por persona y año y que puede incluir desde la superficie forestal, oceánica,… hasta la necesaria para residir, desplazarnos, receptar los residuos que generamos, etc., pasando por la utilizada en la producción de bienes de consumo.

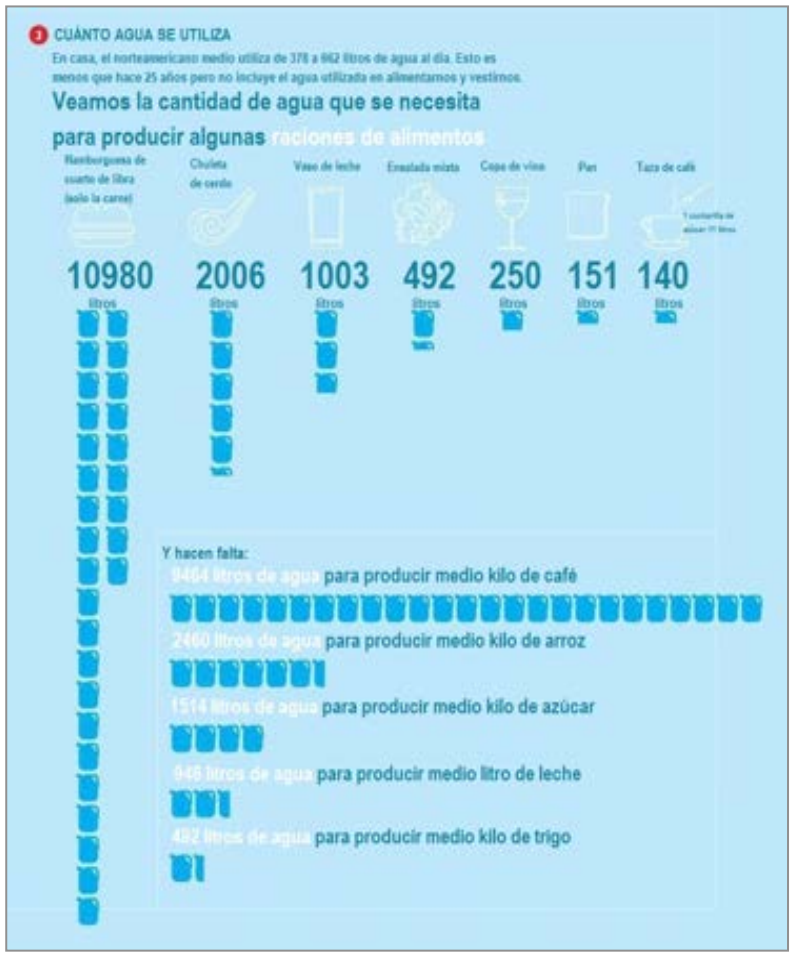
Tras un breve análisis acerca de la huella ecológica promedio por persona de la Comunidad Canaria, el profesor Quevedo nos invita a hacer una primera reflexión: ¿Cómo conseguir la perpetuación de un estilo de vida material en, por ejemplo, el municipio de Las Palmas de Gran Canaria, que requiere para ello una superficie 395 veces superior a aquella de la que realmente dispone?

Una estimación a nivel mundial, teniendo en cuenta el crecimiento de la población y la aspiración legítima a que cada persona disfrute de un nivel de confort igual o superior, por ejemplo, que el canario medio, conlleva a que desde muchos foros científicos se proclame la no sostenibilidad de esa situación con el único planeta Tierra del que disponemos.

Como actividad se propone la siguiente:

> "Compara la huella ecológica de distintas zonas del planeta. En hectáreas por habitante tenemos, por ejemplo
>
> | Zona | India | Nigeria | Colombia | UE | España | USA | Canarias |
> |---|---|---|---|---|---|---|---|
> | Huella | 0,9 | 1,3 | 2,0 | 4,7 | 5,7 | 9,4 | 10,4 |
>
> Calcula la huella ecológica total de cada zona de la lista anterior y compárala con su superficie (busca en Internet los datos que te falten). ¿A qué conclusiones llegas?"

El apartado acaba introduciendo los conceptos de capacidad de carga y de déficit ecológico. La primera es el área local disponible teniendo en cuenta la productividad del terreno y una reserva del 12% para conservación de la biodiversidad y el déficit ecológico en una zona es la diferencia entre su capacidad de carga (área disponible) y su huella ecológica (área consumida).



En los apartados de *El agua: Conceptos* y *El agua: Impacto* se presentan diferentes infografías sobre el agua, de las que aparece un ejemplo en la imagen de la derecha. Sobre la información mostrada en las mismas se pide, como actividades propuestas, el análisis de los datos, la realización de resúmenes y la obtención de conclusiones.

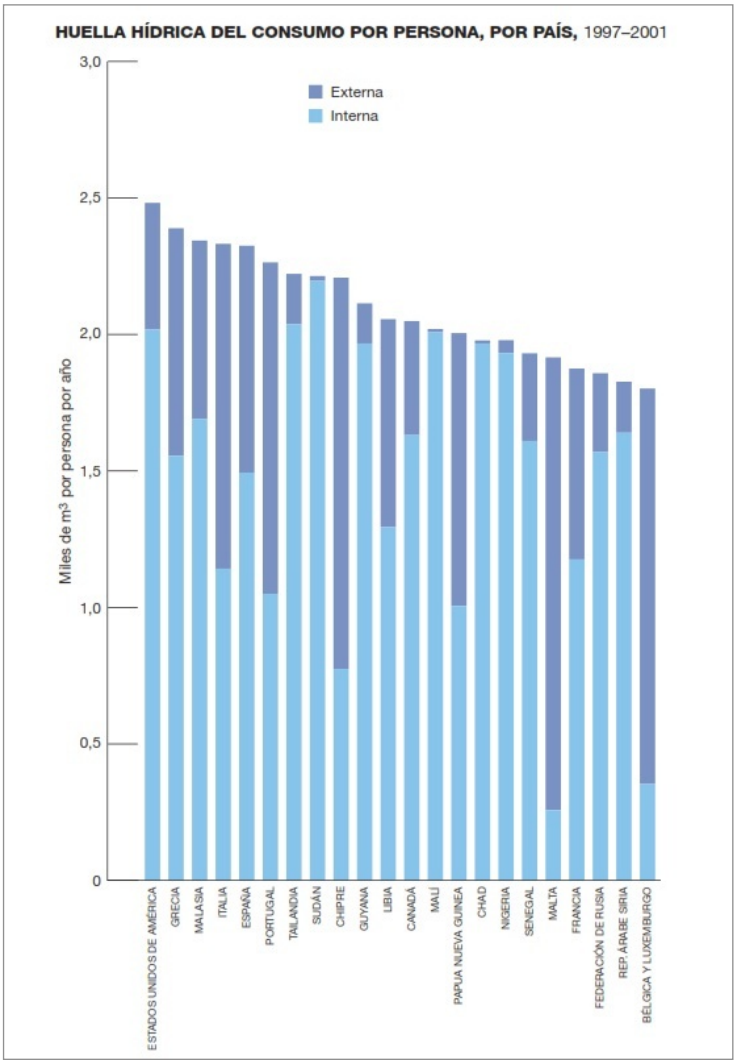
En el bloque que trata el impacto se introduce, además, lo que se conoce como *huella hídrica del consumo* de un país, que es el volumen total de agua utilizado globalmente para producir los

bienes y servicios consumidos por sus habitantes. En la huella hídrica se distinguen dos componentes: el interno, que mide el volumen de agua necesario para la obtención de bienes y servicios que se producen y consumen dentro del país; y el externo, que mide el volumen de agua necesario para la obtención de bienes y servicios que se consumen dentro del país pero se producen fuera. Obsérvese que el volumen de agua utilizado en un país para productos exportados no forma parte de su huella hídrica.

También en ese apartado se aborda el concepto de *huella hídrica de la producción*, que representa todo el agua utilizada para uso doméstico, industrial y agrícola de un país, con independencia del lugar donde se consumen los bienes producidos, ya sea en el propio país o en otros como consecuencia de su exportación.

Son sumamente interesantes los gráficos presentados por el profesor Quevedo y que recogen tanto los componentes de la huella hídrica como los datos de la huella hídrica de consumo y de producción de algunos países.

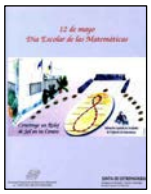
A continuación se muestra el diagrama de barras que representa la huella hídrica del consumo por persona en 22 países durante el periodo que va de 1997 a 2001. Este gráfico también es el punto de partida para otra de las actividades propuestas para realizar con los estudiantes. En ella se pregunta, por ejemplo, sobre las ventajas o inconvenientes que puede tener una huella hídrica externa grande.

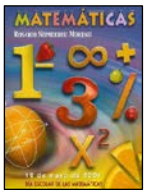


En el cuarto y último de los apartados, que lleva por título, *El agua: Soluciones*, se pide de nuevo estudiar con detenimiento todos los datos incluidos en un par de infografías con el objetivo de elaborar una propuesta para la reducción de la huella hídrica, introduciendo tanto cambios en nuestros hábitos diarios como desde un punto de vista legislativo. En todos los casos, se pide que las propuestas se acompañen con datos objetivos.

Agradecemos a Jacinto Quevedo Sarmiento la confección del cuadernillo *Hydria - Matemáticas: Midiendo nuestras huellas*, que puede adquirirse al precio de 1 € contactando con el Servicio de Publicaciones de la FESPM. Las infografías a las que se ha aludido en estas líneas pueden descargarse de

http://www.fespm.es/Infografias-del-XIV-Dia-escolar



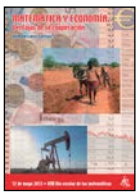


El tema elegido con motivo del **XV Día Escolar de las Matemáticas 2014** es:

Matemáticas

y

Computación



CULTURA Y MATEMÁTICAS

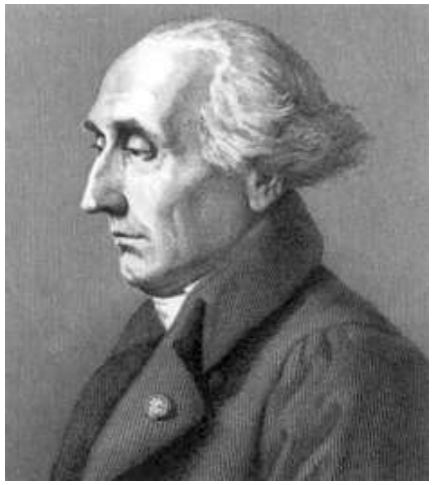
EFEMÉRIDES

Amador Álvarez del Llano
IES La Marina, SANTA CRUZ DE BEZANA

Tres matemáticos del siglo XVIII

Alexis Claude Clairaut

Jorge Juan y Santacilia



Joseph-Louis Lagrange

El desarrollo de las matemáticas en el siglo XVIII ha quedado ensombrecido por el espectacular avance que experimentó esta ciencia en la centuria precedente y en la posterior. En cierta forma se considera un periodo de consolidación y avance de los revolucionarios resultados alcanzados en el siglo XVII y de preparación de la profunda revisión que se producirá en el XIX. Contrasta esta perspectiva de una visión conservadora de la actividad matemática con los vertiginosos cambios acaecidos en otros ámbitos científicos y, por supuesto, en la economía, la sociedad y la política, cuyo broche final sería la Revolución Francesa.

Durante el siglo XVIII se inició la revolución industrial y la formación de un mercado mundial, dos acontecimientos que plantearán importantes retos científicos y técnicos a los estados, especialmente en el terreno militar, en el de las comunicaciones, fundamentalmente en la navegación marítima, y en la energía. A consecuencia de ello, la actividad científica se convierte en una cuestión de estado y los propios monarcas toman a su cargo la creación y patrocinio de las Academias de Ciencias, rivalizando en la contratación de los más eminentes científicos.

Los precedentes de estas instituciones deben buscarse en la centuria anterior, como es el caso de la Accademia dei Lincei, creada en Roma en el año 1601 y que mantuvo su actividad durante un periodo de treinta años, o en la Accademia del Cimento, creada en Florencia en 1657 bajo el patrocinio de los Medici, que cerró sus puertas en el año 1667. Pero, por su prestigio y perdurabilidad, cabe destacar l'Académie Royale des Sciences de Paris y la Royal Society de Londres. La primera tuvo su origen en los círculos de científicos y matemáticos surgidos en torno a la figura de Mersenne a partir de 1630, de los que formaron parte, entre otros, Desargues, Descartes, Gassendi, Fermat y Pascal. En 1666 Luis XIV, a instancias de su ministro Colbert, crea la Academia de Ciencias, instalándola inicialmente en la biblioteca real del Palacio del Louvre. Aunque en un principio funcionó sin estatutos, estaba consagrada al desarrollo de las ciencias y al asesoramiento científico del soberano. De forma similar, hacia 1645 se había creado un grupo de científicos en torno a la figura de Walis, entre los que predominaban matemáticos y astrónomos, que se reunían en el Gresham College de Londres. Esta agrupación fue el origen de la Royal Society de Londres, creada por Carlos II en 1662 para promocionar el conocimiento de la naturaleza. Al inicio del siglo XVIII, y a instancias de Leibniz, Federico I de Prusia creó lo que entonces se denominó Real Sociedad Prusiana de las Ciencias. Cuando en 1740 sube al trono su sucesor Federico II el Grande, amante de la filosofía y profundamente francófilo, se

produce una reorganización de la misma, tomando como modelo la Academia de Ciencias de París, y se fusiona con la Nouevelle Societé Littéraire, creándose así en 1743 la que se denominó Académie Royal des Sciences et Belles Lettres, cuyo primer presidente fue Maupertuis, al que sucedería Euler y, cuando éste regresó a San Petersburgo, Lagrange. En 1724 el zar ruso Pedro I el Grande creó la Academia de Ciencias de San Petersburgo que contaría entre sus miembros a científicos de la talla de los hermanos Nicolás y Daniel Bernoulli, su amigo Euler, Golbach y el astrónomo Delisle.

Las Academias de Ciencias constituyeron durante el siglo XVIII auténticos centros de investigación y promoción del conocimiento científico. En efecto, jugaron el doble papel de hacer posible el contacto e intercambio de ideas entre los científicos más notables de la época y, a la vez, fueron el soporte de las revistas científicas más importantes.

Cabe señalar que las universidades, instituciones que en la actualidad tienen a su cargo la creación y difusión del conocimiento, estuvieron durante el siglo XVII y XVIII al margen de los avances del progreso científico, impartiendo enseñanzas dogmáticas y obsoletas, y controladas por las religiones oficiales de los respectivos países. El propio Wallis, nacido en 1616, que había estudiado matemáticas en la universidad de Cambridge, señalaba que había aprendido más matemáticas estudiando por su cuenta que asistiendo a las clases que allí se impartían. Las primeras cátedras matemáticas de prestigio en las universidades británicas se crean en la segunda mitad del siglo XVII, como la Lucasiana de Cambridge, fundada en 1663, lo que supuso para la mayor parte de ellas, incluidas las universidades de Edimburgo, Glasgow y Londres, un periodo de esplendor matemático entre los años 1650 y 1750, que fue declinando hasta 1825. La actividad matemática fue prácticamente irrelevante en las universidades francesas hasta que, a finales del XVIII, los revolucionarios franceses crean las escuelas superiores de enseñanza técnico científica, caso de l'École Polytechnique y l'École Normale, que constituyeron un modelo para otros países, y propiciaron la hegemonía francesa en el campo científico en general, y en las matemáticas en particular. Con la excepción de las universidades de Génova y la de Basilea, en cuyas aulas se formaron los Bernoullis, Euler, Hermann y otros, la situación de las matemáticas en los centros universitarios del resto de países europeos no era mejor que la descrita en Francia. Incluso las universidades italianas, que habían alcanzado un alto nivel matemático en la centuria anterior, iniciaron su declive en el XVIII.

El caso español presentaba algunas características específicas que agravaban aún más la situación descrita. España había quedado totalmente al margen de la revolución científica del siglo XVII. Este atraso científico ya había sido percibido en la segunda mitad de esta centuria y los últimos Austrias habían iniciado proyectos de reformas educativas que, finalmente, habían quedado en propósitos nunca sustanciados. Finalizada la Guerra de Sucesión, la nueva dinastía borbónica, encarnada en el rey Felipe V, concertó una alianza con la corona francesa que favoreció la estabilidad política en el interior y la pacificación de las relaciones internacionales, permitiendo que España entrara en un periodo de reconstrucción interna. En el caso concreto de las ciencias y las matemáticas, las universidades españolas seguían ancladas en el escolasticismo medieval, como se pone de manifiesto en las críticas del padre Feijoo, o en el informe del Marqués de la Ensenada, que afirmaba: *Se hace patente, principalmente, la falta de disciplina académica, los abusos de las matrículas, la liviandad de los libros de texto, el poco amor al estudio de los escolares y el mal funcionamiento del mecanismo universitario.* Incluso el inefable Diego Torres de Villarroel nos hace este elocuente comentario, cuando gana la cátedra de matemáticas de la Universidad de Salamanca, una de las más prestigiosas del país: *Había estado sin maestro treinta años y sin enseñanza más de ciento cincuenta* (ya que) *rara vez ha tenido discípulos*.

Ante esta situación, el nuevo monarca prescindió de las universidades en su objetivo de dar un gran impulso al desarrollo de las ciencias "útiles", canalizándolo hacia otro tipo de instituciones, principalmente las Academias Militares del Ejército y la Armada. De esta forma, los Borbones superpusieron una estructura docente y científico – técnica a la castrense, dando lugar a un fenómeno que los historiadores han denominado la "militarización" de las ciencias. En consecuencia, durante la Ilustración española, las academias militares, colegios, observatorios y escuelas técnicas ocuparon el espacio y la función que en condiciones normales habría correspondido a la universidad, convirtiéndose en auténticos centros de saber, donde se enseñaba a buen nivel aritmética, geometría, álgebra, trigonometría y dibujo. No es extraño, por lo tanto, que los primeros centros educativos en los que se introdujo el cálculo infinitesimal en España fueran la Escuela Naval de Cádiz, a partir de los textos redactados en 1748 por **Jorge Juan y Santacilia (1713-1773)** y Antonio de Ulloa a su vuelta de la expedición científica al virreinato del Perú, la Academia de Artillería de Segovia y la Academia de Barcelona, en la que se utilizó el Cálculo diferencial e Integral, o método de las fluxiones (1753), redactado por el capitán e ingeniero Pedro Padilla y Arcos.

Desde el punto de vista sociológico, se observan dos características específicas en los científicos y matemáticos ilustrados que marcan claras diferencias con sus antecesores. En primer lugar, emerge la clase de los científicos profesionales en clara diferencia con lo sucedido en épocas pasadas, en la que los resultados matemáticos más brillantes los habían obtenido matemáticos aficionados, cuyas profesiones solían ser ajenas al campo de esta disciplina. Los matemáticos más notables del XVIII, por el contrario, estaban plenamente dedicados a la investigación, compaginándola en algunos casos con la enseñanza, y sostenidos económicamente por el mecenazgo real de las Academias o por las instituciones educativas en que desempeñaban sus tareas.

Una curiosidad, y aparente paradoja, es que, pese a que la mayoría de los matemáticos se había formado en escuelas técnicas, sus resultados están más cercanos al desarrollo de principios teóricos generales, propios del cultivo de las ciencias puras, que a las aplicaciones utilitarias.

Los matemáticos del siglo XVII se habían encontrado un mundo eminentemente cualitativo y descubrieron las ventajas de aplicar las abstracciones matemáticas para su estudio, e iniciaron la concreción del mundo físico en leyes matemáticas. Este fue el legado que transmitieron a sus sucesores, quienes habrían de continuar y ampliar el proceso a lo largo del XVIII. Pero a medida que se expande el uso de las matemáticas, y los matemáticos aceptan sus argumentos amparados en que les proporcionan predicciones y resultados ciertos en el mundo físico, se va borrando la distinción entre ciencia y matemáticas, a la que tan sensible había sido el mundo clásico. De ello se derivaron dos consecuencias notables: por un lado, se va a dar la paradoja de que a medida de que la ciencia se apoya y promueve la creación de nuevas herramientas matemáticas para dar solución a problemas surgidos en el mundo físico, las matemáticas basan la justificación de sus nuevos procedimientos en las brillantes soluciones que proporcionan a estos problemas; por otra parte, la falta de una frontera precisa amplió la extensión del dominio de las matemáticas, de forma que, trascendiendo las ramas que actualmente entendemos como propias de esta ciencia, se incluía la mecánica, la estática, la geografía, la hidrostática, el magnetismo, la óptica, la música, la construcción naval y la ingeniería civil y militar entre otras disciplinas. A ello contribuyó, también, el hecho de que los matemáticos más notables del siglo de las luces estuvieran muy interesados en la resolución de problemas científicos y tecnológicos y, por ello, poco predispuestos a establecer separaciones nítidas entre ambos campos.

Del tronco del cálculo, la máxima aportación matemática del siglo XVII, van a surgir en la siguiente centuria nuevas ramas, como las series infinitas, las ecuaciones diferenciales, la geometría diferencial, el cálculo de variaciones, las funciones de variable compleja, etc. Algunas de ellas se habían iniciado con los fundadores del cálculo o con sus primeros discípulos. Basta considerar la ingente producción de resultados por parte de los discípulos de Newton en Gran Bretaña y los continuadores de Leibniz en el continente. Naturalmente, la influencia de Newton fue determinante para fijar la naturaleza y líneas de investigación de las universidades más prestigiosas del Reino Unido. En la primera mitad del siglo sus aportaciones al avance y ampliación del cálculo de fluxiones fueron muy brillantes. A ello contribuyó el enorme talento de sus primeros de discípulos: Gregory, Abraham de Moivre, Cotes, Taylor, Simpson o Stirling, pero su extremado apego a los métodos newtonianos y a su pesado simbolismo condujo a la decadencia de la escuela británica en la segunda mitad de la centuria, acentuada por su aislamiento de las matemáticas continentales, a raíz de la estéril polémica que mantuvieron los partidarios de Newton y de Leibniz sobre la prioridad en la invención del cálculo.

Los matemáticos continentales tuvieron a su favor el hecho de que los procedimientos y recursos del cálculo diferencial e integral desarrollado por Leibniz resultaron, a la postre, mucho más manejables y efectivos que el cálculo de fluxiones. Tras desaparecer en la primera mitad del siglo los discípulos directos de los creadores del cálculo, el desarrollo de esta rama cae en manos de una nueva generación de matemáticos en la que destacan Euler (1707-1783), **Clairaut (1713-1765)** y D'Alembert (1717-1783). Generación que, a su vez, será relevada por los llamados matemáticos de la revolución francesa: **Lagrange (1736-1813)**, Monge (1746-1818), Laplace (1449-1827) y Legendre (1752-1833). En esta pléyade de excelentes analistas brillarán con luz propia Euler y Lagrange.

En buena medida, los esfuerzos de los matemáticos del XVIII se van a centrar en el desarrollo de las diferentes ramas que van surgiendo en el análisis y en la ampliación del cálculo creado por Newton y Leibniz, reconociendo o introduciendo nuevas clases de funciones de una o más variables, y extendiendo las técnicas de diferenciación e integración para las funciones que ya eran conocidas y para las nuevas funciones que van apareciendo. Aunque hubo algunos intentos fallidos, quedó pendiente un tema capital para la siguiente centuria: la fundamentación lógica del análisis.

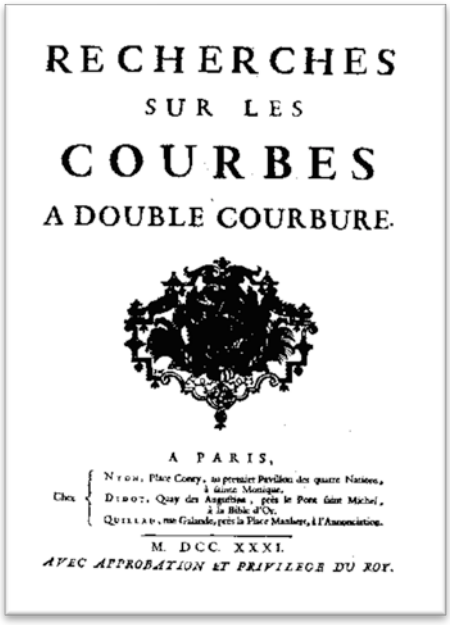
Durante la primera mitad del siglo XVIII la ley de la gravitación universal de Newton hubo de librar una encarnizada pugna para imponerse a la física cartesiana. Pese a la insistencia de Newton en considerar la fuerza de atracción como un simple formalismo matemático, que permitía explicar el movimiento de los cuerpos celestes y la caída de los graves, una parte importante de la comunidad científica europea, apegada a la física cartesiana, que únicamente contemplaba la interacción por contacto, consideró que las leyes de Newton incorporaban el controvertido concepto de acción a distancia y, en consecuencia, venían a restituir las cualidades ocultas de la física aristotélica y medieval.

En este contexto, no puede extrañar que las ideas de Newton tuvieran inicialmente ciertas dificultades para abrirse paso en las principales universidades británicas. Aún más lenta resultó su difusión en el continente; hecho al que no fue ajena la polémica de Leibniz con Samuel Clarke, en la que el sabio alemán ironizaba sobre la teología newtoniana que hacía intervenir constantemente la voluntad divina en los fenómenos naturales. Por otra parte, las aportaciones de Malebranche y Huygens habían permitido superar las principales dificultades que presentaba el primitivo cartesianismo, afianzado su coherencia interna, lo que facilitó que la Academia de Ciencias de París lo adoptara como sistema oficial. Tanto fue así, que, a la altura de 1730, la docta institución continuaba exigiendo a la mecánica newtoniana una respuesta concreta sobre cuál era la causa de la atracción universal.

El problema de la figura de la Tierra va a convertirse durante las primeras décadas del siglo XVIII en el campo de batalla más importante de la disputa entre cartesianos y newtonianos, en cuanto permitía confrontar el poder explicativo y predictivo de ambos sistemas teóricos, cuyas concepciones del Universo eran radicalmente diferentes. La controversia, por otra parte, estaba también aderezada por elementos no científicos, entre los que no faltaban sentimientos nacionalistas e intereses geoestratégicos y militares, relativos a la expansión comercial y al control de los mares y las rutas comerciales. Desde el punto de vista científico, el problema enfrentaba también dos formas de proceder frente al estudio de los fenómenos naturales: mientras desde el Reino Unido se defendía el carácter predictivo de la física newtoniana, la Academia de Ciencias de París reivindicaba la supremacía de las observaciones astronómicas para decidir esta controversia. Por ello, decide organizar dos expediciones científicas: una a Perú y otra a Laponia. La primera, dirigida por Charles M. de la Condamine, al que acompañarán los científicos galos Louis Godin y Pierre Bouguer, grupo al que se añadirán los guardias marinas españoles Antonio de Ulloa y Jorge Juan, tendrá por misión realizar la medida del grado del meridiano en el mismo ecuador, tarea que durará casi una década, de 1735 a 1744. La expedición a Laponia, iniciada el año 1736, concluyó sus trabajos en menos de un año. Su director fue Maupertuis, y su amigo, el joven matemático Clairaut, jugará un papel fundamental en ella.

Alexis Claude Clairaut (1713-1765)

Alexis Claude Clairaut nació en París el 7 de mayo de 1713. Su padre, Jean-Baptiste, era un notable profesor de matemáticas que llegó a ser correspondiente de la Academia de Matemáticas de Berlín. Su madre, Catherine Petit, dio a luz veinte hijos de los que la mayoría no llegó a alcanzar la edad adulta. Alexis, segundo de los hijos, y su hermano inmediatamente posterior, conocido popularmente en la historia de las matemáticas como “Clairaut le Cadet”, lograron sobrevivir a la infancia. Su padre debía de albergar altas expectativas sobre sus capacidades intelectuales y se responsabilizó personalmente de su educación en el seno familiar. Al parecer, los enseñó a leer utilizando los *Elementos* de Euclides. Con estos precedentes, no resulta extraño que ambos hermanos mostraran una precocidad matemática fuera de lo común. Con diez años Alexis se concentraba en el estudio de dos tratados póstumos del Marqués de L’Hospital: *Traité analytique des sections coniques* y *Analyse des infinitement petits*. Tres años más tarde redactó su primer artículo sobre geometría, *Quatre problèmes sur de nouvelles courbes*, que leyó ante los incrédulos miembros de la Academia de Ciencias y publicó posteriormente en *Miscellanea Berolinensia.*


RECHERCHES
SUR LES
COURBES
A DOUBLE COURBURE.

A PARIS,
Chez NYON, Place Conty, au premier Pavillon des quatre Nations, à sainte Monique.
DIDOT, Quay des Augustins, près le Pont saint Michel, à la Bible d'Or.
QUILLAU, rue Galande, près la Place Maubert, à l'Annonciation.

M. DCC. XXXI.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

A los dieciséis años redactó la memoria *Recherches sur les courbes a doubles courbures,* publicada el año 1731, donde desarrollaba el programa sugerido por Descartes para el estudio de las curvas del espacio a partir de sus proyeccio-

nes sobre dos planos coordenados. De ahí la denominación de curvas de doble curvatura, aludiendo a que ésta viene determinada por las de las dos curvas que resultan de la proyección de la original sobre ambos planos. Históricamente representó el primer tratado de geometría analítica sólida, en el que se proporcionaban las fórmulas para calcular la distancia en dos y tres dimensiones, las ecuaciones de superficies cuádricas, etc. Siguiendo a los Bernoulli en el procedimiento de asimilar los arcos infinitesimales a segmentos rectilíneos, se determinan tangentes y perpendiculares a dichas curvas del espacio y logra sus rectificaciones.

Esta memoria aportó al joven Clairaut un gran prestigio en los círculos matemáticos y le franqueó la entrada a la Academia de Ciencias a pesar de que no había cumplido aún la edad mínima reglamentaria para ingresar en esa institución, que era de veinte años, y fue preciso hacer una excepción en su caso. La Academia propuso su elección para el 4 de septiembre de 1729, pero el rey no confirmó su ingreso hasta el 11 de julio de 1731. Ese mismo año, su hermano publicará un tratado de cálculo titulado *Traité de quadratures circulaires et hyperboliques*. Desafortunadamente para la ciencia, este joven, que podría haber tenido un futuro tan brillante como su hermano Alexis, falleció al año siguiente, a la edad de dieciséis años, víctima de la viruela.

El mismo año de su recepción, Alexis presentó dos nuevas memorias a la Academia, que se publicarían el año 1732. La primera, *Nouvelle manière de trouver les formules des centres de gravité*, contiene un método original para obtener de forma sencilla las fórmulas que permiten determinar el centro de gravedad de un espacio limitado por curvas obtenidas al cortar una superficie de doble curvatura por un plano. La segunda, *Sur les courbes que l'on forme en coupant une surface courbe quelconque, par un plan donné de position,* contiene una elegante aplicación del mismo principio que utilizó en *Recherches sur les courbes a doubles courbures* y que más adelante volverá aplicar al estudio de epicicloides esféricas y de curvas que pueden definirse sobre la superficie del cono. Con ello, logró probar algunas de las afirmaciones realizadas por Isaac Newton en la memoria publicada el año 1704 que recogía las conclusiones del estudio sistemático de las ecuaciones de tercer grado o cúbicas, cuya ecuación general es de la forma $ax^3 + bx^2y + cx^2 + dy^3 + exy^2 + fxy + gy^2 + hx + jy + k = 0$, iniciado en 1676. En ella, el sabio inglés afirmaba, sin aportar una demostración concluyente, que todas las ecuaciones cúbicas pueden generarse a partir de la proyección central de alguna de las cinco formas de parábolas divergentes. Clairaut y Françoise Nicole, trabajando de forma independiente, demostraron la aseveración de Newton. El primero, partió de las curvas determinadas por la intersección de dos superficies, cuyas ecuaciones son de la forma $zy^2 = ax^3 + bx^2z + cxz^2 + dz^3$, consiguiendo probar que toda ecuación cúbica es la intersección de una superficie de este tipo con un plano.

Una vez incorporado a la Academia, Clairaut entró a formar parte del círculo de Pierre-Louis Maupertuis, firme partidario de las teorías newtonianas y de que éstas fueran aceptadas en la Academia de Ciencias de París. Contaba, para ello, con el inestimable apoyo de François-Marie Arouet, Voltaire, que puso su brillante pluma al servicio de la causa de la filosofía natural newtoniana, y de Gabrielle Emilie Le Tonnelier de Breteuil, marquesa de Châtelet. En 1734 Clairaut aceptó la invitación de Maupertuis para acompañarlo en un viaje a Basilea. En la ciudad helvética tuvo la oportunidad de conocer y tratar a Johann Bernoulli y de establecer una relación amistosa con Samuel König, que mantendría en el futuro a través de una asidua correspondencia.

De regreso del viaje a Basilea, se encontraron inmersos en el encendido debate, que a la sazón se desarrollaba en el seno de la Academia, sobre la cuestión de la forma de la Tierra. Ambos científicos, desde sus convicciones newtonianas, se implicaron de inmediato en la controversia y, para poder reflexionar con tranquilidad sobre el tema, decidieron retirarse por un tiempo al monte Valérien, alejándose del bullicio parisino. El retiro no impidió, sin embargo, las visitas de la marquesa de Châtelet, que acudía a lomos de un caballo para recibir lecciones de geometría de Clairaut. Se dice que fueron estas lecciones el embrión de los *Eléments de géometrie*, obra de carácter pedagógico que publicó Clairaut en 1741. En todo caso, fue el inicio de una relación de amistad entre ambos que hizo posible la colaboración del matemático en la traducción francesa de los *Principia* de Newton, iniciada por la marquesa de Châtelet. Tras el fallecimiento de ésta, Clairaut se hizo cargo de la edición, supervisó la redacción del anexo *Exposition abrégée du système du monde* y redactó, prácticamente en su integridad, el titulado *Solution analytique des principaux problèmes qui concernent le système du Monde*. La obra acabó publicándose en el año 1756 con un prefacio firmado por Voltaire.

La publicación de los *Principia* en 1687 había marcado una nueva visión del problema del tamaño y forma de la Tierra. En las proposiciones XVIII, XIX y XX del Libro III, Newton consideraba que la Tierra era inicialmente una masa fluida homogénea en rotación uniforme y, aplicando la ley de atracción,

concluía que la forma que adoptaría en equilibrio sería la de un elipsoide achatado por los polos. Calculó también la razón de los ejes y obtuvo el valor 1/230 para el aplanamiento terrestre, o diferencia entre el radio ecuatorial y el polar. Para obtener estos resultados, Newton utilizó un recurso teórico, sumamente ingenioso, consistente en considerar dos canales o columnas que atraviesan la masa de fluido desde el centro al polo y al ecuador, respectivamente. Si la masa está en reposo, razonaba Newton, las longitudes de ambas columnas serían iguales, pero si está rotando en torno al eje polar, la acción de la fuerza centrífuga hará que disminuya el peso de la columna ecuatorial y, para restituir el equilibrio, el eje ecuatorial deberá experimentar un alargamiento que iguale los pesos de ambas.

Desde su posición cartesiana, Huygens se interesó por el problema de la figura de la Tierra a consecuencia de su rechazo de algunas de las hipótesis centrales de la teoría de la gravitación newtoniana. En su *Discourse sur la cause du pesantéur*, publicado en 1690 para dar réplica a los *Principia* de Newton, formuló una nueva teoría sobre la causa de la gravedad de los cuerpos, atribuyéndola al esfuerzo que hace la materia fluida, que gira en torno al centro de la Tierra, para alejarse de dicho centro y empujar hacia el mismo a todos los cuerpos que no participan de su movimiento o son más lentos.

Partiendo de esta concepción, aborda el estudio de la figura de la Tierra utilizando también el recurso de los dos canales perpendiculares, pero recurriendo a un principio de equilibrio hidrostático diferente, denominado *principio de la plomada*, que consideraba que cada punto de la superficie de equilibrio exterior del planeta había de cumplir que la fuerza atractiva y la fuerza centrífuga habían de ser iguales. A partir de estos presupuestos, Huygens obtuvo unos resultados similares a los del sabio inglés, dando como un valor del aplanamiento 1/577 . Esta discrepancia cuantitativa no desvirtuaba, sin embargo, la similitud de sus conclusiones respecto a la pequeña excentricidad del planeta, que apenas tendría repercusión en la cartografía terrestre.

Los trabajos geodésicos iniciados por académicos franceses a finales del siglo XVII, y continuados en la siguiente centuria por Jean Dominique Cassini y su hijo Jacques, habían concluido en 1712 con la medición completa del arco de meridiano que se extiende de Dunkerque a Perpiñán. En total, más de 80º de latitud y una longitud de arco de unos 900 kilómetros. Jacques Cassini publicó los resultados en 1720 acompañándolos de un análisis sobre la diferencia entre el grado de meridiano medido al sur de París y el medido al norte, que resultó ser menor que la anterior. De acuerdo con sus cálculos, de esta diferencia se infería que el diámetro que une los dos polos es 1/95 más largo que el ecuatorial. La conclusión, por tanto, era radicalmente opuesta a la que sostenían Newton y el propio Huygens: la figura de la Tierra presentaba un aplanamiento por el ecuador y se alargaba por los polos. Los cartesianos acogieron con júbilo esta conclusión considerándola una clara refutación de la teoría de Newton. Tanto éste como el propio Huygens, ya habían prevenido sobre la dificultad de dar una respuesta concluyente a la cuestión de la forma de la Tierra con el nivel de precisión que podía alcanzar la astronomía práctica en aquel tiempo. Pese a ello, la Academia de París optó por recurrir al veredicto experimental. La metodología propuesta para zanjar la cuestión consistía en medir la distancia que separaba a dos estaciones situadas en el mismo meridiano y la diferencia de sus latitudes, lo que proporcionaría el ángulo de sus verticales. Si la Tierra fuese esférica, el radio de curvatura del arco medido coincidiría con el radio del planeta; en otro caso, la curvatura variaría según la latitud media del arco. La longitud del grado, es decir, del arco de meridiano terrestre cuyas latitudes difieren en 1º, sería tanto mayor cuanto menor fuese la curvatura, en consecuencia, cuanto más cerca se estuviera de los polos si las predicciones de la física newtoniana fueran ciertas.

Para llevar a término la empresa, la Academia de Ciencias de París organizó dos expediciones científicas. La primera tuvo por destino el virreinato español del Perú y el propósito de medir la longitud del grado del meridiano en las proximidades del ecuador. La segunda, que partió de Rouen el 20 de abril de 1736, se dirigió a Laponia para medir el grado del meridiano en las proximidades del polo. Maupertuis fue el director de la misión y formaron el equipo científico los académicos Clairaut, Camus y Le Monnier, a los que se añadieron los científicos Carnet, el abate Outhier, Kerbelat, que hacía las veces de dibujante, y Sommereaux, que actuó como secretario. En Suecia se les uniría el prestigioso astrónomo y físico Celsius, profesor de la universidad de Upsala.

Llegados a la ciudad finlandesa de Tornea, en la desembocadura del río del mismo nombre, observaron que el curso de éste seguía aproximadamente el meridiano y estaba cercado por una cordillera en la que escogieron siete vértices para realizar las triangulaciones. Emplearon los meses de julio a noviembre para realizar las medidas de los ángulos y, llegado el invierno, aprovechando que las aguas

del río Tornea quedaron congeladas, realizaron la medición de la base limitada por las poblaciones de Tornea y Kittis. Sus cálculos arrojaron una distancia de 55 023,5 toesas (la toesa era una medida francesa del Antiguo Régimen equivalente a 1,949 m) y una diferencia de latitud de 0º 57' 28,5'', de donde obtuvieron el valor de 57437 toesas para la longitud del grado del meridiano en Laponia.

Antes de su marcha a Laponia, Clairaut había hecho algunas contribuciones teóricas relevantes al estudio de la figura de la Tierra. En 1733 había presentado a la Academia la memoria *Détermination géométrique de la perpendiculaire à la méridienne tracée par M. Cassini avec plusieurs méthodes d'en tirer la grandeur et la figure de la Terre*, en la que analizaba las posibles ventajas de efectuar la medida de los grados en los paralelos de diferentes latitudes frente a la medida de grados en los meridianos, concluyendo que, en general, eran menos precisas las medidas en los paralelos que en los meridianos. Presentaba también esta memoria una elegante investigación sobre las geodésicas de cuádricas de rotación, que incluía la propiedad, anteriormente señalada por J. Bernoulli, de que el plano osculador de la geodésica es normal a la superficie. Un año después, leyó ante la Academia el trabajo titulado *Examen des différentes oscillations qu'un corps suspendu par un fil, peut faire lorsqu'on lui donne une impulsion quelconque*, en el que, a propósito de las observaciones de Mairan respecto a la utilización del péndulo para determinar la figura de la Tierra, realiza un estudio sobre sus oscilaciones, estableciendo que éstas describen una curva, cuya naturaleza y ecuación proporciona.

Con semejante bagaje científico, resulta una obviedad señalar que sus aportaciones fueron decisivas para coronar con éxito la misión científica en Laponia. Por otra parte, no debió ser ajeno a este éxito el alegre ambiente de camaradería que presidió las relaciones entre los miembros del equipo. En el mes de agosto de 1737 dieron por finalizados los trabajos y pudieron emprender el regreso. A su llegada a París, el monarca francés recompensó su trabajo asignándole una pensión de 1000 libras y, en un plazo de menos de un año, Clairaut pasó de ser miembro asociado a la Academia a ser designado para cubrir la vacante dejada por Chevalier.

Las mediciones realizadas en Laponia establecieron una diferencia de unos 1000 m con la longitud del grado del meridiano de París. Este resultado, pese a no haber concluido sus trabajos la expedición a Perú, se consideró suficiente para confirmar definitivamente el aplanamiento polar y, en consecuencia, validar las conclusiones de Newton y Huygens sobre la forma de la Tierra. El 20 de febrero de 1737, antes de regresar a París, Clairaut envió desde Tornea una memoria titulada *Investigationes aliquot, ex quibus probatur Terrae figurám secundum Leges attractionis in ratione inversa quadrati distantiarum maxime ad Ellipsin accedere debere* a la Royal Society de Londres. En ella comunicaba los resultados de sus cálculos sobre el grado de aplanamiento terrestre a partir de los datos experimentales obtenidos. Se leyó el 24 de marzo en una asamblea de la docta institución que, en recompensa, le nombró miembro de la Royal Society. Un año más tarde, envió una nueva memoria, *An Inquiry concerning the Figure of such Planets as revolve about an Axis, supposing the Density continually to vary, from the Centre towards the Surface*, en la que adelantaba algunos resultados que s

Aunque los resultados de la expedición a Perú confirmaron, siete años más tarde, las conclusiones de Maupertuis y Clairaut, la respuesta definitiva sobre la forma de la Tierra y su grado de aplanamiento no quedó definitivamente zanjada hasta el siglo XX, ya que nuevas mediciones del arco de Jacques Cassini, realizadas por su hijo Cassini de Thury en 1740, aumentaron su valor en 300 metros. Por otra parte, en el año 1801 se volvió a medir el grado de Laponia, resultando 400 metros menor que el proporcionado por la expedición dirigida por Maupertuis. Obviamente, la combinación de ambos resultados anulaba la significación de la diferencia de cara a la validación experimental de las predicciones newtonianas.

A su vuelta de Laponia, Clairaut comenzó la que sería su obra fundamental: *Théorie de la figure de la Terre, tirée des principes de l'hydrostatique*. El tratado se publicó el año 1743 y representaba un claro avance hacia la interpretación matemática de la hidrostática. Clairaut reunió en su tratado gran parte de las investigaciones que había venido realizando sobre el tema y que se hallaban desperdigadas en memorias presentadas a diferentes Academias.

Como se desprende del subtítulo de la primera parte: *Principes généraux pour trouver les hypothèses dans lesquelles les fluides peuvent être en équilibre, et pour déterminer la figure de la Terre et des autres planètes*, el propósito fundamental de la obra era proporcionar una condición necesaria y suficiente para el equilibrio hidrostático, que posibilitara su tratamiento matemático mediante la aplicación del cálculo diferencial e integral. Clairaut partió de los principios de equilibrio hidrostático establecidos por Newton y Huygens, y de las aportaciones realizadas por Maclaurin en su memoria *De causa phy-*

sica fluxus et refluxus maris, con la que había concurrido al premio convocado por la Academia de París en el año 1740 para el trabajo que mejor explicara las causas de las mareas; premio que, finalmente, compartió con D. Bernoulli y L. Euler. Maclaurin había establecido en esta memoria, y posteriormente y de forma más completa en *A treatise of fluxions* (1742), que una masa fluida homogénea en rotación alcanzará el equilibrio si, además de cumplir las condiciones de Newton y Huygens, verifica que cualquier partícula situada sobre su superficie es impulsada igualmente en todas direcciones. Este último requisito equivale a decir que la superficie de equilibrio ha de ser equipotencial o de nivel.

En el momento que Clairaut redactó su obra, no existía ninguna formulación del principio hidrostático en términos de necesidad y suficiencia. P. Bouger, en una memoria presentada en 1734, había demostrado que las condiciones de Newton y Huygens, tomadas por separado, eran necesarias pero no suficientes para asegurar el equilibrio hidrostático de una masa fluida. Tampoco tenían aún carta de naturaleza en las ciencias las nociones de presión y potencial, habría que esperar a los trabajos de Euler de 1755 y a la *Mécanique analytique* de Lagrange de 1788 para disponer de una formulación matemática de la hidrostática en esos términos.

Como se desprende de la lectura de su correspondencia con Euler, Clairaut era consciente de la necesidad de un principio más general del equilibrio hidrostático, que superase las limitaciones de las condiciones impuestas por Newton y Huygens. Al principio del primer capítulo de su tratado, lo expone en los siguientes términos: Una masa de fluido en rotación alcanzará el equilibrio cuando los esfuerzos de todas las partes que están comprendidas en un canal imaginario, cualquiera que sea su forma, que atraviesa la masa entera, se anulen mutuamente. A partir de este enunciado, pasa a demostrar que los principios de Newton y Huygens son casos particulares del mismo. Por otra parte, el principio propuesto por Clairaut resultaba válido con independencia de la teoría gravitatoria que se utilizase, aspecto que revestía suma importancia en aquel tiempo, y permitía el estudio del caso de masas heterogéneas sin necesidad de recurrir a nuevas hipótesis. Aspectos que confirmaban la generalidad buscada.

Otro valor añadido del principio de Clairaut era su fácil interpretación, sencilla en términos del cálculo diferencial. En efecto, descomponiendo la fuerza de la gravedad en cada punto S de un canal en dos componentes P y Q, según los ejes coordenados, el esfuerzo de un cilindro para salir por una extremidad venía dado por $Pdx + Qdy$, que corresponde al peso del cilindro dividido por su sección. A partir de este resultado, Clairaut establecía la expresión matemática del equilibrio de los canales imponiendo la condición de que $Pdx + Qdy$ sea una diferencial completa, lo que equivale a que se verifique la ecuación $\frac{dP}{dy} = \frac{dQ}{dx}$. Considerando que la integral $Pdx + Qdy$ expresa, a falta de una constante, el peso de una columna o canal CM que va del centro C a un punto de la superficie M, y representando por $\frac{f_{yy}}{2r}$ la suma de los esfuerzos centrífugos de esa misma columna, Clairaut aplica la condición de que la suma de los esfuerzos en cualquier punto de la superficie de equilibrio es nula y obtiene la ecuación: $\int (Pdx + Qdy) - \frac{f_{yy}}{2r} = A$, donde A es una constante, que expresa la ecuación de la superficie de equilibrio del esferoide.

La segunda parte del tratado contiene un desarrollo completo de la teoría de la figura de la Tierra. Se trataba, según decía Clairaut, de "poner la Tierra en ecuación". Entre los resultados más sobresalientes que presenta, cabe destacar la demostración de que el aplanamiento polar está comprendido entre dos valores: $\frac{1}{577} < e < \frac{1}{230}$, en el supuesto de que su velocidad angular sea pequeña y uniforme. Los valores extremos son coincidentes con los aportados por Huygens y Newton. Dichos valores corresponden a dos situaciones límites de variación de la densidad: la de suponer la masa concentrada en el centro y la de una distribución uniforme.

Notable es también el llamado *teorema de Clairaut*, expresado matemáticamente por la ecuación: $\frac{P-E}{E} = \frac{5}{2}\beta - \alpha$, donde P y E representan la gravedad en el polo y en el ecuador, respectivamente, β el cociente entre la fuerza centrífuga y gravitatoria en el ecuador y α la excentricidad de una sección del meridiano terrestre. El teorema es independiente de las hipótesis sobre la distribución de la densidad. En relación con su teorema, aporta una elegante demostración de la fórmula que proporciona la aceleración de la gravedad, g, en un punto de latitud L: $g = g_0\left[1 + \left(\frac{5}{2}\beta - \alpha\right)\operatorname{sen}^2 L\right]$, donde g_0 es el valor de la gravedad en el ecuador.

En el campo de mecánica celeste, y en mismo año en que se publicaba su teoría sobre la figura de la Tierra, leyó ante la Academia una memoria titulada *L'orbite de la lune dans le systeme de M. Newton*. El sabio inglés no había logrado explicar de forma concluyente el movimiento de apogeo lunar, por lo que tres grandes matemáticos, Clairaut, Euler y D'Alembert, de forma simultánea e independiente, emprendieron la tarea de reexaminar el problema y buscar una solución satisfactoria.

La doble acción ejercida sobre el satélite por la Tierra y el Sol provoca variaciones e irregularidades en su órbita. El problema había alcanzado una gran notoriedad y era conocido como "el problema de los tres cuerpos". Los primeros resultados obtenidos por Clairaut únicamente explicaban la mitad del movimiento que se observaba en el apogeo lunar. Lo mismo les había ocurrido a Euler y D'Alembert y, por ello, Clairaut descartó la posibilidad de que existiera un error en sus cálculos. En su comunicación a la Academia propuso una modificación de la ley de atracción de Newton consistente en añadirle un término inversamente proporcional a la cuarta potencia de la distancia, de forma que su efecto fuera muy leve cuando las masas se hallasen a gran distancia y más fuerte cuando disminuyese la separación entre ellas; con ello, podría explicarse la singularidad del fenómeno sin afectar significativamente al resto de aplicaciones de la ley de Newton. La propuesta suscitó una viva oposición por parte de Buffon, que le replicó con argumentos fundamentalmente metafísicos. La pequeña discrepancia observada indujo a Clairaut a revisar los cálculos y a finales de 1748 pudo probar que tomando términos de los desarrollos de un orden superior a los que había utilizado en sus primeros, se obtenían resultados acordes con las observaciones sin necesidad de modificar la ley de gravitación.

En el año 1752 publica la memoria *Théorie de la Lune déduite du seul principe de l'attraction réciproque proportionelle (sic) aux quarrés des distances...,* que había obtenido el premio convocado el año 1750 por la Academia de Ciencias de San Petersburgo. La obra supuso el primer intento de solución del problema de los tres cuerpos en la mecánica celeste. Dos años más tarde completará sus aportaciones al tema con la publicación de las *Tables de la Lune calculées suivant la théorie de la gravitation universelle*. Más adelante volvió a retomar sus investigaciones sobre la teoría de la Luna, publicando en el año 1765 la segunda edición de la tablas lunares, revisadas y corregidas, a las que añadió la memoria que había obtenido el premio de la Academia de San Petersburgo.

Fortalecido por su éxito en el problema de los tres cuerpos, Clairaut presentó el año 1754 la memoria *Sur la détermination de l'orbite terrestre*, en la que abordaba el estudio de las perturbaciones ocasionadas por otros planetas a la órbita terrestre. Unos años más tarde extendería las ideas aplicadas en este trabajo al estudio de la órbita del cometa Halley. El astrónomo inglés había señalado que el cometa avistado el año 1682 era el mismo que se había observado los años 1607 y 1531 y vaticinó que haría su próxima aparición a finales de 1758 o principio de 1759, atribuyendo las variaciones del periodo a las perturbaciones ocasionadas por los planetas que encontraba en su camino.

Al aproximarse la fecha prevista por Halley, la atención de la mayoría de astrónomos se centró en el nuevo pasaje del cometa. Clairaut emprendió una carrera contra el reloj para intentar calcular con la mayor exactitud posible la fecha en que el cometa alcanzaría su perihelio. Dado que en aquella época se desconocía la existencia de Urano y Neptuno, tan solo se consideraban las perturbaciones provocadas por los dos mayores planetas conocidos, Júpiter y Saturno. La tarea exigía realizar largos y tediosos cálculos astronómicos sobre sus posiciones y las perturbaciones que pudieran ocasionar. Para llevarla a cabo, Clairaut recurrió a los servicios del astrónomo Lalande y de una notable mujer, Nicole-Reine Étable de Labrière Lepaute que, utilizando una pluma de ganso y cuadernos rayados, realizaron los cálculos de las órbitas y de la atracción gravitatoria ejercida por Júpiter y Saturno. Clairaut, por su parte, concentró su atención en la determinación de la órbita parabólica del cometa.

El trabajo en equipo de los tres científicos permitió a Clairaut anunciar en la sesión de apertura de la Academia, celebrada en noviembre de 1758, que el pasaje del cometa por el perihelio tendría lugar alrededor del 15 de abril de 1759, precisando que dicha fecha debía tomarse con cautela, ya que el olvido de una ínfima cantidad en los cálculos podía suponer una alteración de un mes. El 24 de diciembre de 1758 un campesino alemán pudo avistar por primera vez el regreso de Halley, que alcanzaría el perihelio el 13 de marzo de 1759. Teniendo en cuenta las circunstancias, la aproximación lograda por los tres científicos resulta extraordinaria. Al parecer, a Clairaut le faltó generosidad a la hora de reconocer los méritos de sus colaboradores en tan excelente resultado. Así se lo reprochó Lalande, tras el fallecimiento de la que había sido su asistente cuando se convirtió en editor del almanaque astronómico *Connaissance des Temps*, donde juntos elaboraban las tablas de las posiciones de los diferentes cuerpos celestes.

Clairaut continuó mejorando sus cálculos sobre la llegada del cometa de Halley. El 8 de agosto de 1759 presentó una memoria en la que situaba el pasaje por el perihelio el 4 de abril, y el año 1762 publicó una nueva memoria, que obtuvo el premio de la Academia de Ciencias de San Petersburgo del año 1761, en la que, utilizando un método diferente, sitúa la fecha de pasaje del cometa en el último día de marzo. Tal precisión parece insuperable, teniendo en cuenta los conocimientos y recursos disponibles en esa época. A pesar de ello, los cálculos de Clairaut fueron cuestionados, e incluso ridiculizados, por algunos de sus contemporáneos, especialmente por D'Alembert, cuya animosidad en este punto sobrepasó la natural rivalidad científica. En 1759 aparecieron varios artículos anónimos en el *Observateur littéraire*, el *Mercure* y el *Journal encyclopédique*. Clairaut atribuyó a D'Alembert la autoría del artículo que aparecía en esta última revista y le respondió desde el *Journal des sçavans*, lo que dio inicio a una encarnizada y estéril polémica que se prolongó hasta junio de 1762.

Clairaut hizo importantes contribuciones al avance del análisis. La mayor parte de ellas aparecieron en una serie de memorias publicadas entre los años 1733 y 1743. *Sur quelques questions de maximis et minimis* (1733), escrita según el estilo de los hermanos Bernoulli, supuso una aportación notable al desarrollo del cálculo de variaciones. Al año siguiente, abordó el estudio de un tipo de ecuación diferencial, que actualmente lleva su nombre, cuya expresión viene dada por $y = xy' + g(y')$, de g es una función continuamente diferenciable. Lo característico de este tipo de ecuaciones es que tienen como solución general una familia de rectas y la envolvente, curva cuyas tangentes están dadas por dichas rectas, es también solución de la ecuación. A esta última se la conoce con el nombre de solución singular. Ésta fue una de las primeras apariciones de las soluciones singulares. En 1715 Brook Taylor había detectado también este tipo de soluciones.

Entre 1739 y 1740 Clairaut publicó varios trabajos sobre cálculo integral y dio a conocer el teorema que lleva su nombre sobre la igualdad de las derivadas parciales cruzadas para funciones de dos variables, cuando estas derivadas existen y son continuas. En 1740 publicó una memoria sobre la integración o la construcción de ecuaciones diferenciales de primer orden, donde introduce, con independencia de Euler, el uso del factor integrante. Este factor había aparecido anteriormente en un trabajo publicado por Fatio de Duiller en 1687, y también lo habían utilizado Johann Bernoulli y Reyneau.

En la Ilustración, los académicos acostumbraban a redactar manuales para uso de los alumnos de la enseñanza superior. Con esta finalidad Clairaut compuso dos obras: *Eléments de Géométrie*, que vio la luz en el año 1741, y *Élémens d'algèbre*, publicada en el año 1746. Ambas estaban dirigidas a principiantes y escritas en un estilo claro y sencillo. Clairaut trató de plasmar en ellas el espíritu pedagógico que había presidido su peculiar educación matemática, completamente al margen de las pautas habituales en aquella época. En los *Eléments de Géométrie* se prescindía de las demostraciones rigurosas y se trataba de que los alumnos redescubrieran la geometría, despertando en ellos la intuición y curiosidad necesarias para explorar este dominio. Nada mejor que las palabras del propio autor en el prólogo de la obra para clarificar los propósitos y su metodología: *No es admisible comenzar el estudio de la geometría desde lo más abstracto, es decir: punto, recta, plano. Quien comienza debe partir de lo concreto a lo abstracto. Con un comienzo abstracto el alumno se alejará para siempre de las matemáticas.*

Más adelante plantea su propuesta metodológica: - *He pensado que esta ciencia, como todas las demás, debe haberse formado gradualmente, que ha sido alguna necesidad la que verdaderamente ha obligado a dar los primeros pasos, y que estos primeros pasos no puedan quedar fuera del alcance de los principiantes, puesto que fueron ellos los que los dieron. - Trato de remontarme a lo que pudo haber sido el nacimiento de la Geometría e intentar desarrollar sus principios por un método natural del que se pueda asumir que fue el mismo que el de sus primeros inventores. Sólo he procurado evitar aquellas falsas tentativas que ellos tuvieron la necesidad de hacer. - Para seguir en esta obra un camino semejante al de los inventores, primeramente pretendo hacer descubrir a los aprendices los principios de los que puede depender la simple medida de las tierras, de las distancias accesibles o inaccesibles, etc. Por otra parte, considero otras investigaciones, tan análogas a las primeras, que la curiosidad común a todos los hombres les lleva a detenerse en ellas. A continuación, justificando esta curiosidad con algunas aplicaciones útiles, vengo a examinar los aspectos más interesantes de la geometría elemental.*

Con un espíritu similar redacta sus *Élémens d'algèbre*, que tuvo una influencia notable en las escuelas centrales puestas en marcha con la Revolución. Clairaut sigue una metodología "natural" para la introducción del simbolismo y las nociones algebraicas, comenzando con problemas elementales, cuya resolución requiere únicamente sentido común, para ir aumentando progresivamente el grado de dificultad hasta generar la necesidad de recurrir al simbolismo y técnicas del álgebra.

Otro de sus focos de interés científico fue el fenómeno de la aberración de la luz. James Bradley publicó en 1727 su descubrimiento de este fenómeno, que provocaba un movimiento aparente de las estrellas, haciéndolas describir a lo largo de un año una pequeña elipse, como resultado del movimiento de la luz combinado con el de rotación de la Tierra alrededor del Sol. Durante la expedición a Laponia, Clairaut y sus compañeros habían puesto especial cuidado en corregir los efectos de la aberración sobre las medidas efectuadas. A la vuelta, Clairaut estudió los fundamentos teóricos del fenómeno y redactó la memoria *De l'aberration apparente des étoiles, causée par le mouvement progressif de la lumière*, leída a principio de 1738, en la que proporcionó las demostraciones teóricas que Bradley había obviado y añadió resultados originales, que contribuyeron a la creación de una nueva rama de la astronomía. En 1746 aplicó esta teoría al estudio de los movimientos de planetas y cometas, considerando que el tiempo que tarda la luz en llegar de uno de estos cuerpos celestes a la Tierra produce necesariamente algún cambio aparente de su situación. El problema, en definitiva, era de la misma naturaleza que el de las estrellas, con las dificultades añadidas de su posición variable respecto al Sol y la Tierra, y las irregularidades y alteraciones de sus órbitas.

En 1739 Clairaut abordó el estudio del problema de la refracción según la teoría corpuscular de la luz formulada por Newton. Esta teoría había sido introducida en Francia a través de los *Élémens de Philosophie de Newton*, cuyo autor era su amigo Voltaire. La desigual refrangibilidad de los rayos luminosos hacía que el telescopio de refracción resultara poco adecuado. Euler sugirió en 1747 que la utilización de lentes formadas por dos cristales separados por una capa de agua podía evitar dicho fenómeno. Aunque su propuesta fue rechazada inicialmente, los resultados presentados por Klingenstierna en 1755 determinaron un replanteamiento del tema y se reinició la experimentación con lentes constituidos por dos tipos de cristales con diferentes cualidades ópticas. Estas técnicas resultaban un tanto misteriosas al carecer de una base teórica apropiada. Clairaut se propuso establecer dicha teoría y, con la asistencia de un óptico, inició una serie de cuidados experimentos en los que se examinaba la diferencia de refrangibilidad de los distintos tipos de vidrios empleados en las lentes, los efectos de sus formas, las ventajas o desventajas que aportaban las diferentes combinaciones de cristales, etc. A partir de los resultados experimentales, derivó principios teóricos para la construcción y mejora de las lentes acromáticas, que comunicó a la Academia de Ciencias en tres sucesivas memorias que, con el título común de *Mémoire sur les moyens de perfectionner les lunettes d'approche, par l'usage d'objectifs composés de plusieurs matières différemment réfringentes*, se publicaron los años 1756, 1757 y 1762.

Clairaut tenía previsto publicar un manual técnico, dirigido a los artesanos ópticos, que proporcionara una síntesis de los fundamentos teóricos de su actividad, así como tablas para calcular la longitud de los focos de diferentes cristales, sus espesores, etc.; su inesperada muerte el año 1765, tras una breve enfermedad originada por una indigestión, truncó este proyecto.

Quienes le conocieron afirmaban que Clairaut, aunque de baja estatura, tenía un porte agradable y un vivo carácter que favorecieron su éxito social. Aunque permaneció soltero, parece que también gozó del favor de las mujeres, hasta el punto que su contemporáneo, el matemático e historiador Charles Bossut (1730-1814) afirmaba que su excesiva afición a los placeres terrenales y a la compañía de las mujeres le había hecho perder el reposo y la salud, adelantando la hora de su muerte. El destino pareció quererle jugar una especie de broma póstuma, cuando Jean le Rond D'Alembert, que había sido su más encarnizado rival científico, fue designado para ocupar el sillón que había dejado vacante en la Academia.

Jorge Juan y Santacilia (1713-1773)

El 5 de enero de 1713 nacía en la finca “El Fondonet” de Novelda Jorge Juan Santacilia. Su familia pertenecía a la pequeña nobleza urbana alicantina. Dos años después, fallecía su padre, y su madre, Violante Santacilia, se trasladó a la casa familiar de Elche, donde el 23 de febrero alumbraría a su hermano Bernardo.

Jorge Juan estudió sus primeras letras en Elche y en 1720 pasó al colegio de la Compañía de Jesús de Alicante, para continuar su preparación en latín y otras materias. Tres años más tarde, marcha a Zaragoza para estudiar gramática y humanidades bajo la tutela de su tío Cipriano Juan, que era caballero de la orden de Malta, bailío de Caspe y recibidor de Aragón. En 1726 recibe el hábito de la Orden de Malta y viaja a la isla como paje de D. Antonio Manuel de Villena, Gran Maestre de la Orden. Jorge Juan permanecerá en la isla hasta el año 1729 en que, tras recibir la encomienda de Aliaga, regresa a España. Ese mismo año se presenta en Cádiz para realizar los estudios de guardia marina

en la Academia Naval. Al no haber plazas vacantes, ha de esperar en calidad de alumno oyente hasta el 10 de marzo de 1730, en que se le concede plaza de guardia marina.

El plan de formación de esta institución estaba configurado por una formación teórica en geometría elemental, aritmética, trigonometría, esfera y globos, y una práctica de maniobra y pilotaje. Tras una primera formación teórica, Jorge Juan inició la fase práctica saliendo a navegar al corso por el Mediterráneo durante tres años. Durante este tiempo realiza cuatro campañas entre las que cabe destacar su participación en la expedición a Orán a bordo del navío Castilla. En 1733 se embarcó en el navío *León*, que formaba parte de la escuadra de Blas de Lezo, para ir en persecución de una escuadra argelina. Al poco de salir, se declaró una virulenta epidemia que causó una gran mortandad en la marinería. Tras ser desembarcado con otros marineros enfermos en Málaga, pudo salvar su vida gracias a los cuidados que le prodigó el cónsul de Malta en esta ciudad.

Vuelto a las aulas de la Academia Naval de Cádiz para completar su formación teórica, obtiene tan brillantes resultados en sus estudios matemáticos y astronómicos que sus compañeros le apodaban el Euclides español. En marzo de 1734 el embajador francés pidió permiso al secretario de Estado de Felipe V, José Patiño, para realizar la misión científica en el virreinato del Perú. La solicitud se aprobó con la condición de que participaran en ella comisionados españoles.

Los criterios para la selección de estos comisionados quedan patentes en la Real Orden dirigida a Patiño el 20 de agosto de 1734, expresándole los deseos del Soberano de que se eligiese a *...dos personas en quienes concurrieran no sólo las condiciones de buena educación, indispensables para conservar amistosa y recíproca correspondencia con los académicos franceses, sino la instrucción necesaria para poder ejecutar todas las observaciones y experiencias conducentes al objeto, de modo que el resultado fuese fruto de sus propios trabajos, con entera independencia de lo que hicieron los extranjeros.*

Patiño inició la búsqueda, según su propia expresión, de dos “sujetos inteligentes en matemáticas y astronomía”. Dado el lamentable estado en que se encontraban las universidades y la inexistencia de una Academia de Ciencias, como había en naciones europeas avanzadas, se recurrió a dos jóvenes guardias marinas, ya que sólo el estamento militar español estaba en disposición de ofertar científicos cualificados en esos campos. Finalmente, son propuestos para la misión científica Jorge Juan y su compañero José García de Postigo. Como este último se hallaba navegando y no acaba de producirse su regreso, fue sustituido por Antonio de Ulloa (1716-1795). Ulloa había nacido en Sevilla, en el seno de una familia noble y culta. Estudió matemáticas con Fray Pedro Vázquez Tinoco y, posteriormente, decide seguir carrera en la Marina. En aquellos tiempos, existían dos vías para seguir la carrera de oficial de la Marina: ingresar en la Escuela de Guardias Marinas de Cádiz o la de enrolarse en un buque y hacer méritos navegando. Ulloa siguió esta última opción, se embarcó con trece años en un buque de la flota del Marqués de Torrefranca, que salió de Cádiz en junio de 1730 rumbo a Cartagena de Indias. Durante el viaje el maestro de cadetes Juan José Navarro le inició en los estudios de la profesión. En 1733 concurrió a los exámenes de la Academia naval de Cádiz, obtuvo sobresaliente y se le dio asiento de guardia marina. Embarcó rumbo a Nápoles en un barco de la escuadra que acudió a auxiliar al futuro Carlos III frente a la ocupación austriaca y fue destinado a la escuadra que, atendiendo a la petición de auxilio del infante Carlos, acudió a Nápoles para combatir la dominación austriaca de Nápoles. Allí tuvo Ulloa su bautismo de fuego.

El nombramiento oficial de los dos comisionados españoles se realizó mediante un Real Despacho, fechado el 3 de enero de 1735, que les ascendía a tenientes de navío y en el que le monarca manifestaba *... su Real inclinación al honor de la Nación Española y su deseo de fomentar en ella las mismas materias científicas, destinando dos vasallos, oficiales de su Armada é inteligentes en las matemáticas para que con la mayor gloria, reputación y utilidad concurriesen á las observaciones que se habían de practicar, y el fruto de esta obra pudiese esperarse directamente sin mendigarlo de agena mano.*

Además de estas recomendaciones, los comisionados españoles llevaban otras de carácter reservado en las que se indicaba: - *Además de las observaciones que quedan expresadas y de las que en compañía de los académicos franceses deben practicar, ejecutarán en particular todas aquellas otras que les parezcan consecuentes y que puedan ser útiles para perfeccionar la geografía y navegación. - ... hiciesen de común acuerdo con los franceses y guardando con ellos la mayor atención y buena armonía, todas las observaciones astronómicas necesarias para la medida de los grados, apuntando quanto se executase por todos, por si acaso fuese menester; [...] que en caso necesario supliese el lugar y veces de qualquier Académico que faltase ó muriese; [...] que aun quando faltasen todos los Académicos, concluyesen ellos la obra de la Medida, si quedase empezada, y si fuese menester la hiciesen por sí solos toda entera con los instrumentos que llevaban y los demás que se les havían de remitir.*

Las tareas encomendadas a ambos jóvenes, reservadas o no, eran múltiples y muy diversas: llevar un diario completo del viaje y de todas las medidas físicas y astronómicas que se efectuasen, de los cálculos de latitud y longitud, levantamiento de planos y mapas, cartas de navegación, descripción de puertos y fortificaciones, análisis de costumbres, estudios de botánica y mineralogía y, también, las correspondientes a una segunda misión de carácter político consistentes en observar e informar todo lo concerniente a la situación social, económica, eclesiástica y administrativa de las colonias, la navegación oceánica y la geografía americana para que la metrópoli pudiera en un futuro explotar más adecuadamente los recursos de las Indias.

El 26 de mayo de 1735, aprovechando dos navíos de guerra que salían de Cádiz rumbo a Cartagena de Indias para trasladar al recién nombrado virrey del Perú, D. José de Mendoza y al obispo electo de Popayán, se embarcaron nuestros comisionados para encontrarse en Cartagena de Indias con los académicos franceses. El 7 de julio llegaron a su destino y hubieron de esperar hasta el 15 de noviembre la llegada de los franceses: los académicos Louis Godin (1704-1760), Pierre Bouguer (1688-1758) y Charles Marie de la Condamine (1701-1774), el naturalista Jussieu, el cirujano Seniergues, el relojero Hugot, los ayudantes Verguin, Desodonais y Couplet y el dibujante Moranville. Diez días más tarde iniciarían el viaje que les iba a llevar, a través de Panamá, a Guayaquil. Desde esta ciudad emprenden viaje por tierra en dirección a Quito, donde llegarán el 10 de junio de 1736.

Apenas llegada la expedición a Quito, se produjeron los primeros enfrentamientos entre los académicos franceses. En realidad, no cabía esperar otra cosa dado el carácter despótico de Godin, director de la expedición, y la arrogancia de sus compañeros, Bouguer y La Condamine. La chispa saltó a propósito de si había de medirse un arco de meridiano o de paralelo, y hubo de ser zanjada desde la Academia de Ciencias de París. El 8 de octubre de 1736 se iniciaron los trabajos propiamente dichos, fijando las señales que determinaban el primer triángulo en la llanura de Yaruqui, al este de Quito. Se pueden diferenciar dos tipos de operaciones o fases en los trabajos que hubieron de realizar los expedicionarios. La primera, que puede denominarse geodésica y cartográfica, consistía en reconocer una amplia franja de terreno comprendida entre dos cadenas montañosas de los Andes y señalar las superficies a triangular con puntos fijos. A continuación, se tomaba uno de los lados como base del triángulo, se medía su longitud y, conocida ésta, se pasaba a medir las relaciones angulares con los otros dos lados para, posteriormente, determinar sus longitudes mediante cálculos trigonométricos. De esta forma, se iba estableciendo una red para la triangulación del arco de meridiano. La segunda fase era de carácter astronómico y consistía en determinar la longitud del arco de meridiano y la amplitud del arco recorrido, datos necesarios para el cálculo de la longitud del grado de meridiano.

Los trabajos de la primera fase ocuparon a la expedición durante dos años. Los instrumentos de medida empleados eran básicamente una regla y un cuarto de círculo. Aunque desde un punto de vista teórico el problema de la triangulación estaba resuelto, era preciso corregir las mediciones no solo por las imperfecciones técnicas del instrumental, también por todas las perturbaciones ocasionadas por diferentes factores que las afectaban y que hacían preciso observaciones sobre la altura, la temperatura, la presión de los lugares y el conocimiento del radio de la tierra. Para ello tuvieron que utilizar termómetros, barómetros y planchetas o cuartos de círculo bien ajustados. En general, los mayores problemas que tuvieron no fueron tanto las mediciones geodésicas en si, como las correcciones que debieron hacer a estas medidas.

Durante estos dos años los científicos debieron superar numerosas dificultades de todo tipo que sería prolijo enumerar en toda su extensión. Muchas de ellas fueron producto del accidentado y escarpado terreno en que se desarrolló la misión: las temperaturas extremas, las tormentas y nieblas persistentes que imposibilitaban las observaciones durante largos periodos, unidas a las enfermedades y accidentes como la caída de Jorge Juan de su cabalgadura por un precipicio que estuvo a punto de costarle la vida. Añádase a esto las dificultades con los naturales, como el incidente que tuvo lugar el 29 de agosto de 1739 en la plaza mayor de Cuenca, donde la muchedumbre asesinó a Seniergues.

A causa de las malas relaciones entre los académicos franceses se forman dos equipos que realizaron la mayor parte de sus trabajos de forma independiente. El primer grupo lo constituyeron Bouguer y La Condamine, a los que acompañó Ulloa, y el otro Godin y Jorge Juan. Incluso en el seno del primer equipo llegaron a producirse serias diferencias entre Bouguer y La Condamine. Estas divisiones supusieron, a la postre, que se realizaran tres triangulaciones diferentes, ya que cada equipo eligió distintos puntos, tanto al norte como al sur, del arco del meridiano. Godin y Jorge Juan fijaron sus observatorios norte y sur en las localidades ecuatorianas de Mira y Cuenca respectivamente, cuya

diferencia de latitud era de 3° 27'; por su parte Bouguer y La Condamine fijaron sus observatorios en Tarqui y Cochesqui, cuyas latitudes difieren en 3º 7'.

La realización de la fase astronómica planteaba un nuevo conjunto de problemas y técnicas de observación. Básicamente se trataba de determinar la latitud y longitud de los extremos de la triangulación. El método que habitualmente se utilizaba para medir la latitud se basaba en la precisa determinación de la máxima altura del Sol en el cénit. Pudieron hallar la oblicuidad de la elíptica a partir de observaciones del Sol que habían realizado en los solsticios de invierno y verano de 1736. Hubieron de estudiar también la dilatación los metales y sus efectos en la toesa patrón que habían llevado de Paris y en la longitud del péndulo que utilizaban para verificar la disminución de la gravedad en el Ecuador. Además de las mediciones cenitales, se realizaron mediciones sobre la inclinación del eje de la Tierra respecto al plano de la Eclíptica y sus variaciones, precesiones en declinación de las estrellas medidas, declinaciones, semidiámetros y paralajes del Sol; se calcularon tablas de refracción según un método inventado por Bouguer y se estudiaron los efectos del fenómeno de la aberración de la luz. Todo ello con vistas a introducir las correspondientes correcciones en las medidas efectuadas. Estas correcciones exigían, en algunos casos, un tratamiento que o bien se escapaba a los conocimientos de los comisionados o se situaba en regiones fronterizas del corpus científico existente en aquellos momentos. Tal es el caso de la refracción de la luz, la determinación de alturas por medio del barómetro, el estudio de la dilatación de los materiales o problemas más técnicos relacionados con la construcción de la escala en los aparatos de medida y su corrección.

La fase astronómica se inició a finales de 1739. En este periodo, los comisionados españoles debieron hacer frente a situaciones excepcionales que provocaron graves retrasos en la realización de sus mediciones. En octubre de 1740 Jorge Juan y Antonio de Ulloa tuvieron que trasladarse a Lima, llamados por el virrey Villagarcía que solicitó su ayuda para realizar trabajos de fortificación de la ciudad ante el inminente ataque de la flota del almirante Vernon. En septiembre de 1741 pudieron regresar a Quito y reanudar sus trabajos. Por esas fechas Godin había finalizado sus medidas en el extremo norte, al igual que el grupo formado por Bouguer y La Condamine. Cuando ya parecía concluida la misión, Godin observó que existían graves errores, hasta de 20'', y fuertes divergencias en las mediciones efectuadas. Se tomó la decisión de reiniciarlas verificando previamente la exactitud de los instrumentos utilizados. Estas operaciones se prolongarán hasta mediados del año 1742, procediendo a continuación a la determinación definitiva del arco de meridiano triangulado.

A finales de 1741 el virrey volvió a solicitar los servicios de los guardias marinas españoles para preparar la defensa de Guayaquil contra las incursiones de Vernon. En febrero del año siguiente, convocados por el virrey, vuelven a Lima para armar dos fragatas mercantes: *Nuestra Sra. De Belén* y *La Rosa*, que puso al mando de Jorge Juan y de Ulloa, respectivamente, con instrucciones de navegar al corso rumbo al archipiélago de Juan Fernández, donde había noticias de que se pertrechaba el almirante Vernon. Durante el viaje tuvieron ocasión de conocer Valparaíso, Santiago y Concepción. En el verano de 1743, después de haber levantando cartas y estudiado sus derrotas por aquellos mares, decidieron solicitar autorización para volver a Quito a terminar la medición, pero los continuos y variados encargos del virrey les retienen hasta que Jorge Juan puede marchar en diciembre a Quito, para preparar los instrumentos y completar las mediciones. Bouguer y La Condamine habían dado por finalizados sus trabajos el 31 de enero de ese año, obteniendo para el arco entre Tarqui y Cochesqui un valor del grado de meridiano de 56 753 toesas el primero y de 56 750 toesas La Condamine. Con ello, pudieron iniciar su viaje de regreso a Francia en febrero. Bouguer alcanzó el Atlántico siguiendo el curso del río Magdalena; La Condamine, por su parte, prefirió el río Amazonas. También había concluido Godin sus mediciones, de las que obtuvo como valor del grado de meridiano 56 747 toesas. Falto de recursos económicos, y algo delicado de salud, aceptó el ofrecimiento de la Universidad de Lima para quedarse como profesor de matemáticas y cosmografía.

Ulloa regresó a Quito el 27 de enero de 1744. Siete días más tarde tuvo ocasión de observar, junto a Jorge Juan y Godin, el cometa que habían avistado Tycho Brahe en 1577 y Cassini en 1681. Durante el mes de febrero de 1744 Jorge Juan termina las mediciones en solitario de las doce leguas de triángulos que faltaban en la parte septentrional. A mediados del mes se le unió Ulloa y pudieron dar por finalizados los trabajos el 23 de mayo. Aplicando las correcciones del fenómeno de la aberración, de acuerdo con la fórmula proporcionada por Clairaut unos años antes, calcularon para el arco medido un valor del grado de meridiano igual a 56 767,788 toesas.

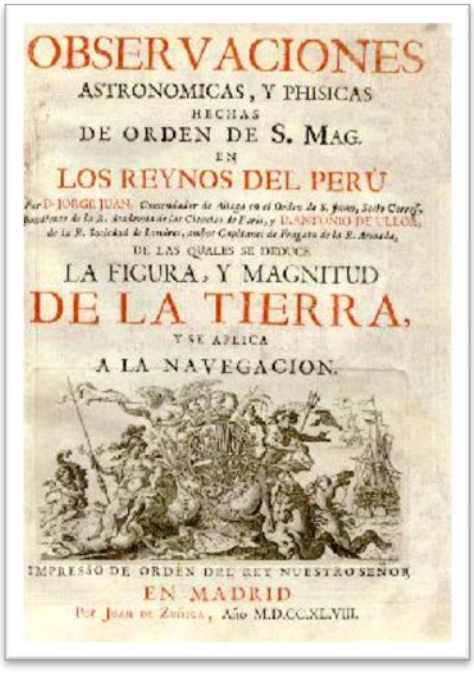
Los resultados de la expedición al Perú vinieron a confirmar, en cierta medida, el escepticismo con que los esperaba Clairaut en la conclusión de su *Théorie de la figure de la Terre*. La mayor cantidad

de observaciones y la mayor calidad de su ejecución, proporcionaban finalmente cuatro valores distintos del grado de meridiano, que no permitían dar una respuesta concluyente a la cuestión que había originado la expedición: la forma de la Tierra. La precisión que debía alcanzarse en la medida del grado estaba muy lejos de las posibilidades de la astronomía práctica. Si inicialmente los expedicionarios habían llegado a Quito dispuestos a no excluir la influencia de ningún efecto físico detectable sobre la calidad de sus medidas, confiados en que tal programa era realizable, al final, tomarán conciencia de la ingenuidad y fragilidad de sus concepciones de partida. Incluso los nuevos grados de meridiano que seguirán midiéndose a lo largo del XVIII, en busca de una mayor exactitud empírica que permitiera reducir la incertidumbre, confirmarán que un mayor conocimiento de las dimensiones de los meridianos terrestres no aportaba un valor más preciso de la relación entre los ejes que la acotación proporcionada en la obra de Clairaut.

Los resultados de la expedición contribuyeron a que ganara terreno la idea de que el error en la medida es intrínseco a la ciencia experimental. No se trataba de evitarlo sino de acotarlo. Es justo en este siglo, y a partir de estas experiencias, cuando se produce el acercamiento entre dos modos, hasta entonces irreconciliables, de entender la física. Por un lado, los geómetras, sosteniendo que la experiencia se doblegaría a ley de gravitación universal newtoniana cuando las técnicas experimentales fuesen suficientemente precisas; por otro, los experimentalistas, que consideraban mera especulación cuanto no pudiese ser medido u objetivado cuantitativamente. Para éstos, la observación era el juez máximo de cualquier controversia científica.

A finales de octubre de 1744 Jorge Juan y Ulloa inician el regreso desde el puerto del Callao en dos fragatas francesas. El primero a bordo de la *Liz* y Ulloa en la *Deliverance*. Ésta es apresada por los ingleses y Ulloa es trasladado a Londres, donde recibe un excelente tratamiento y el reconocimiento de su labor científica con su designación como miembro de la Royal Society a finales de 1746. Poco tiempo después, pudo emprender viaje de regreso a Madrid. Jorge Juan, por su parte, arribó al puerto francés de Brest, desde donde se trasladó a París para conferenciar con los académicos franceses. El 26 de enero de 1746, a propuesta de La Condamine, se le nombró miembro correspondiente de la Academia de Ciencias de París.

Con este broche final concluyó esta expedición, que duró casi una década y que ha pasado a la historia como una auténtica gesta científica. En ella, se abrieron muchos caminos de futuro para diversas ramas del conocimiento: geodesia, astronomía, navegación, botánica, etc. Posiblemente, su duración podría haberse acortado considerablemente si se hubieran tomado decisiones más acertadas en algunas fases de su desarrollo, pero, a la postre, esta reducción podría haber impedido la realización de importantes observaciones: botánicas, físicas, médicas, geográficas, etnográficas, etc., que no tuvieron lugar en la misión de Maupertuis. Para la ciencia española la reducción hubiera sido fatal, porque Jorge Juan y Ulloa no habrían podido completar y ampliar su formación junto a los académicos franceses y, con ello, la incorporación de España a la ciencia europea hubiera sufrido un mayor retraso.


OBSERVACIONES
ASTRONOMICAS, Y PHISICAS
HECHAS
DE ORDEN DE S. MAG.
EN
LOS REYNOS DEL PERU
DE LAS QUALES SE DEDUCE
LA FIGURA, Y MAGNITUD
DE LA TIERRA,
Y SE APLICA
A LA NAVEGACION.
IMPRESSO DE ORDEN DEL REY NUESTRO SEÑOR
EN MADRID

Cuando Jorge Juan llegó a Madrid, Patiño había fallecido y se encontró con la total indiferencia de la Corte ante su proeza científica. Gracias a su encuentro con el General Pizarro, a quien había conocido durante las operaciones navales en el archipiélago de Juan Fernández, tuvo acceso al Marqués de la Ensenada, el nuevo ministro de la Corona, que había seguido la línea inaugurada por Patiño de vincular ciencia y política, y se hallaba volcado en el proceso de militarización de la ciencia española con el fin de proporcionar técnicos cualificados a nuestro país.

Una vez reunidos, Jorge Juan y Ulloa comienzan a redactar la relación de su viaje al Perú, que se publicará el año 1748. La obra comprende los cuatro tomos de la *Relación histórica del viaje á la América Meridional hecho de orden de Su Magestad para medir algunos grados de meridiano terrestre y venir por ellos en consecuencia de la verdadera figura y magnitud de la tierra* y el volumen titulado *Observaciones Astronómicas y Phísicas, hechas de orden de S.M. en los Reynos del Perú, de las quales se deduce la*

COMPENDIO
DE
NAVEGACION
PARA EL USO
de los
CAVALLEROS GUARDIAS-MARINAS.
Por D. JORGE JUAN,
Comendador de Aliaga en la Orden de San Juan,
del Consejo de S. M. en su Junta de Comercio,
Moneda, &c. Capitan de Navio de la R. Armada,
y de la Compañia de Guardias-Marinas,
de la Real Sociedad de Londres,
de la R. Academia de Berlin,
y Corr. de la de Paris.
EN CADIZ: En la Academia de los mismos Cavalleros,
M.DCC.LVII.
www.todacoleccion.net

figura y magnitud de la tierra, y se aplica á la navegación. Aunque comparten la autoría de las obras, Ulloa se encargó de la redacción de la *Relación histórica...* En ella incluyó, además de la historia de las operaciones geodésicas y astronómicas realizadas en colaboración con los franceses, detallados estudios sobre hidrografía, orografía, fauna y flora, topografía, etnografía, e informes sobre la explotación y administración de minas e historia de las conquistas, industrias y artes indígenas.

La redacción de las *Observaciones...* corrió íntegramente a cargo de Jorge Juan. Se divide en nueve libros. Los tres primeros recogen estudios sobre la máxima oblicuidad de la eclíptica, observaciones de latitud y longitud, tablas de declinaciones del Sol, observaciones de las inmersiones y emersiones de los satélites de Júpiter y de varios eclipses de luna, realizados por Jorge Juan en solitario o con Godin y Ulloa. El cuarto libro contiene los estudios sobre la dilatación y compresión de los metales, basándose en los experimentos realizados fundamentalmente por Godin y el propio Jorge Juan. El quinto y sexto libro recogen trabajos relacionados con el uso del barómetro para la medida de alturas y sobre la velocidad del sonido. En el séptimo y octavo aparece la relación de las operaciones y cálculos realizados para la medida del grado de meridiano, concluyendo con la determinación de la figura de la Tierra y las correcciones que de ella se derivan para la navegación. El libro noveno es un manual de navegación con las correspondientes tablas para facilitar su práctica.

Pese a que la edición de las *Observaciones…* estaba auspiciada por el Marqués de la Ensenada, su carácter copernicano y heliocéntrico provocó la intervención del Santo Oficio que denegó su autorización para publicarla, exigiendo que su autor hiciera una condena expresa del sistema copernicano. A esta censura se añadió la patética crítica del astrólogo y catedrático de matemáticas de la Universidad de Salamanca, Diego de Torres Villarroel. En sus *Prevenciones* ridiculizaba las teorías newtonianas y se refería a Ulloa y Jorge Juan llamándoles despectivamente *caballeros observadores*. La respuesta de Jorge Juan al Gran Piscator no se hizo esperar y, con una buena dosis de ironía, le indicó que sus anotaciones y advertencias se reducían a: *...inconexiones y poca atención en geometría, mecánica, astronomía, geografía, navegación y física.*

Las intercesiones ante el Inquisidor General de personalidades de la talla del jesuita Andrés Marcos Burriel y de Gregorio Mayans consiguieron finalmente la autorización, no sin que el sabio alicantino tuviese que incluir en su obra la advertencia de que tomaba la teoría copernicana como una hipótesis de trabajo, sin que ello supusiera afirmar el movimiento de la Tierra en torno a su eje y alrededor del Sol.

Jorge Juan y Ulloa también colaboraron en la redacción conjunta de otras obras que tenían una proyección más política que científica. Tal fue el caso de *Noticias secretas de América sobre el estado naval, militar de los reinos del Perú y provincia de Quito...* que constituía un informe confidencial para el Gobierno y fue publicada en Londres el año 1826. Juntos escribieron también la *Disertación histórica y geográfica sobre el meridiano de demarcación entre los dominios de España y Portugal…* publicada en 1749, cuyas argumentaciones fueron utilizadas por la diplomacia española en sus negociaciones con los portugueses.

A partir de la publicación de las *Observaciones...*, Jorge Juan se convirtió en el principal recurso del Marqués de la Ensenada para la realización de todos sus planes. Comenzaron éstos con el encargo de hacer espionaje industrial en los astilleros y arsenales ingleses. A tal fin, Jorge Juan se trasladó a Londres acompañado de dos jóvenes guardias marinas que había reclutado en la Academia Naval de Cádiz. Por medio del embajador Wall, entabló amistad con el influyente duque de Bedford y tuvo ocasión de conocer a su antiguo enemigo de los mares del sur, el Almirante Anson. Estas relaciones le franquearon la entrada a los astilleros y arsenales londinenses, permitiéndole adquirir unos conocimientos actualizados de la mejor ingeniería naval y portuaria de la época, y contratar a cualificados técnicos de la construcción de navíos. También recibió el reconocimiento a su labor científica en la

expedición al Perú, siendo elegido miembro de la Royal Society el 9 de noviembre de 1749. Cuando el duque de Bedford tuvo noticias de la trama de espionaje industrial en que se hallaba el sabio español ordenó su inmediata detención, que Jorge Juan logró evitar huyendo en un mercante francés disfrazado de marinero.

De vuelta a Madrid a finales de junio de 1750 recibe el encargo del Rey de dirigir las construcciones de buques y arsenales. Dos años más tarde reunía en Madrid a todos los constructores navales y, trabajando con ellos durante nueve meses, puso en marcha el Nuevo Plan de Construcción Naval. No cesaron de llegarle nuevos requerimientos de la Corona, incluso tras la caída del Marqués de la Ensenada. No parecía sino que Jorge Juan era el talismán para resolver todo problema que se plantease en cualquier ámbito de la acción de gobierno. El sabio alicantino hubo de recorrer de continuo la geografía española con un sinfín de cometidos: establecer el sistema de ventilación de las minas de Almadén, estudiar la traída de aguas a varias localidades murcianas, dirigir la construcción de un nuevo arsenal de la Marina en el Ferrol, construir los diques del astillero de Cartagena y un largo etcétera que incluyó también la supervisión de la fábrica de cañones de la Cavada y de los astilleros de Guarnizo. Por si ello no fuera suficiente, se le encomendaron también delicadas misiones diplomáticas, como fue la embajada enviada el año 1767 para negociar un tratado de paz con Marruecos. Negociaciones que resultaron sumamente ventajosas para nuestro país ya que se consiguió el territorio de Ifni.

Pese a todo, Jorge Juan halló el tiempo y el reposo necesarios para realizar una profunda renovación de la enseñanza superior, escribir dos de sus obras maestras: *Compendio de navegación para el uso de caballeros guardias marinas* y el *Examen Marítimo Teórico Práctico, o Tratado de Mecánica aplicado a la construcción, conocimiento y manejo de Navíos y demás Embarcaciones,* un opúsculo en defensa del sistema copernicano, titulado *Estado de la Astronomía en Europa,* que sería su obra póstuma y un proyecto para iniciar trabajos de triangulación que permitieran elaborar un mapa científico de España. Lo redactó el año 1751, con el título *Método de levantar y dirigir el mapa o plano general de España, por medio de triángulos observados por buenos cuartos de círculos y Reflexiones sobre las dificultades que pueden ofrecerse* y le añadió unas *Instrucciones* precisas para la creación de veinte compañías de geógrafos, hidrógrafos y astrónomos que lo llevasen a cabo. Estos proyectos cartográficos habían cobrado gran importancia por su valor para la división administrativa del territorio, y la articulación de una red de comunicaciones marítimas, fluviales y terrestres. La caída política del Marqués de la Ensenada y la falta de recursos económicos y humanos hizo que se abandonase, una vez más, un proyecto muy beneficioso para nuestro país en el cajón del olvido.

A lo largo de su carrera Jorge Juan tuvo responsabilidades en tres centros de educación superior. Desde 1752, por haber sido nombrado Capitán de la Real Compañía de Guardias Marinas de Cádiz, dirigió la Academia de Guardias Marinas. Sus sucesivos nombramientos como Académico de Honor (1767), de Mérito (1768) y Consiliario (1770) de la Academia de Nobles Artes de San Fernando le permitieron intervenir en el funcionamiento de la esta institución, nombrando a Benito Bails profesor y director de la sección de matemáticas. Por último, el año 1770 fue nombrado Director del Real Seminario de Nobles de Madrid, cargo que desempeñó hasta su fallecimiento en 1773.

Sin duda, fue en la Academia de Guardias Marinas de Cádiz donde plasmó con mayor nitidez la filosofía que presidió su acción reformadora, que había de servir de modelo para la renovación de otras instituciones educativas. Había llegado Jorge Juan a España, tras su paso por la improvisada universidad andina, con una amplia formación científica que, además de la física newtoniana y el cálculo diferencial e integral, llevaba aparejada una fe absoluta en el valor de las matemáticas tanto para la comprensión de los fenómenos naturales como para su aprovechamiento. Consecuencia inmediata de esta idea fue la modificación del plan de estudios de la Academia con el fin de proporcionar al alumnado una mejor formación científica y técnica frente a la pura práctica que caracterizaba la preparación tradicional para la navegación y el combate. En lo que afectaba a la enseñanza de las matemáticas, supuso la introducción en el programa del cálculo diferencial e integral y de la trigonometría.

La segunda línea de actuación incidió sobre los recursos básicos para desarrollar el nuevo programa: el profesorado y los libros de texto. Consciente de la necesidad de mejorar el nivel del profesorado, acercando su formación al estándar de las Academias y Escuelas Técnicas europeas, realizó una cuidada selección del profesorado, complementándola con la contratación de nuevos profesores capacitados para desarrollar su ambicioso plan de estudios. En fecha tan temprana como el año 1747 había mandado traer a Godin desde Lima, consiguiendo del Marqués de la Ensenada su nombramiento como Director de la Academia de Guardias Marinas de Cádiz y el pago de sus deudas y de su

viaje a España. Continuó contando con sus servicios cuando se hizo cargo de la Dirección de la Academia y completó el plantel de profesores con figuras de prestigio, como Gerardo Henay y José Aranda, reclutados en la Academia de Guardias de Corps de Madrid, a los que nombró Terceros Mestros de Matemáticas, o del gaditano Vicente Tofiño de San Miguel, nombrado Maestro de Matemáticas de la Academia el año 1755.

En lo que se refiere a los textos, inició un programa de edición de obras acordes con el espíritu de su reforma. De forma que puso en manos de sus alumnos manuales de náutica de nivel similar a los que se estudiaban en Europa, tal es el caso de las *Lecciones náuticas* de Miguel Archer o su propia obra, *Compendio de navegación...*, publicada en la propia imprenta de la Academia el año 1757. Su obra introducía por primera vez en España una completa actualización de los métodos científicos de navegación y supuso el tránsito del arte de navegar a la ciencia de la navegación, basada en el uso de las matemáticas, la mecánica, la astronomía y la mecánica de fluidos. El *Compendio*... se convertiría en el texto obligado para la formación de pilotos en lo que restaba de siglo.

Como complemento de estas innovaciones, y siguiendo su idea de vincular la navegación con las diferentes ciencias en general y la astronomía en particular, crea en febrero de 1753 el Observatorio Astronómico de Cádiz, anejo a la Academia de Guardia Marinas, nombrando a Louis Godin director del mismo. En un sentido similar cabe considerar el traslado a la bahía de Cádiz, dentro del marco del proceso de modernización de la Armada, emprendido bajo los auspicios del Marqués de la Ensenada, de lo que constituyó un auténtico laboratorio de experimentación naval. Allí se ponían a prueba diferentes tipos de cascos de navíos, velámenes y demás aparejos navales. Como muestra de la importancia y trascendencia de esta actividad, cabe señalar la visita que giró a Cádiz, en el mes abril de 1753, el almirante Howe, a bordo de una fragata de la Armada inglesa, para conocer de cerca las pruebas de navíos que se realizaban en la bahía.

El empeño de Jorge Juan por hacer avanzar la ciencia en su patria fue más allá de su revolucionaria reforma de la educación superior. Siendo consciente de la desventaja que suponía para nuestro país carecer de una Academia de Ciencias, presentó un proyecto para su creación al Marqués de la Ensenada, en el que incluía las ordenanzas que él mismo había redactado junto con Godin y Carbonell. La propuesta fue aprobada por el ministro, pero su deposición y posterior destierro en julio de 1754 pusieron fin al intento. No parece que esto desalentara a Jorge Juan, y en 1755 crea la Asamblea Amistosa y Literaria, a modo de embrión o ensayo de lo que podría ser la Academia de Ciencias. La Asamblea se reunía todos los jueves en su casa de Cádiz y la componían un puñado de eminentes científicos y sabios, la mayoría pertenecientes a la Academia de Guardias Marinas (Louis Godin, José Infante, Gerardo Henay, José Aranda, José Carbonell) o al Colegio de Cirugía (Pedro Virgili, Francisco López Cárdenas, Francisco Canivell y Vila).

Los miembros de la Asamblea debían presentar trabajos o memorias originales, cuyos resultados estuviesen suficientemente contrastados. A tal efecto, debían ser supervisadas por los comisarios elegidos con ese fin, cuyo informe pasaba al secretario, puesto que desempeñó Godin, que lo archivaba junto con la memoria. El contenido de éstas abarcaba temas tan diversos como agricultura y botánica, arqueología, arte y museos, artillería, astronomía, cirugía y medicina, filología y lingüística, física y matemáticas, geología, geografía e historia, náutica, numismática y paleografía. Hay constancia de que Jorge Juan presentó unas diez memorias en este foro, abarcando temas de matemáticas, astronomía, construcción naval y artillería, y al parecer algunas de ellas fueron el origen de la que se considera su gran obra: el *Examen Marítimo*..., que se publicaría en Madrid el año 1771, dos años antes de su fallecimiento.

Esta obra ocupa un lugar destacado entre los tratados navales publicados en el siglo XVIII, situándose al nivel del *Traité du Navire* de P. Bouguer (1749) o de *Scientianavalis* de L. Euler (1746). Manifiesta Jorge Juan en el prólogo su intención de aportar los elementos teóricos que mejoren cualitativamente la construcción naval, sacándola de la mera artesanía. La obra está dividida en dos volúmenes que presentan notables diferencias tanto en el contenido como en la estructura interna. Probablemente fueron redactados en distintas épocas, con varios años de separación entre ellas. Comienza la obra por un tratado de mecánica general redactado a la manera de los Principia de Newton, que completa con un tratamiento de la dinámica del sólido en el que introduce aportaciones de Euler. Sigue con el estudio de los fluidos, que inicia con una introducción a la hidrostática, seguida de su teoría de la resistencia, que constituye el cuerpo teórico fundamental sobre el que basará el resto de la obra, y el estudio de las desnivelaciones. Tras extender la teoría a cuerpos flotantes, estudia la resistencia que experimenta un cuerpo y cómo pueden minimizarse sus efectos. Por último, investiga los

movimientos de cabeceo y balanceo en los supuestos de un cuerpo móvil o inmóvil. La obra se completa con sendos anexos dedicados a la teórica de las cometas y a comentar los resultados de los experimentos de Smeaton.

El *Examen Marítimo...* conocerá sendas traducciones al inglés y al francés y constituye la obra más representativa de Jorge Juan y su gran contribución a la ingeniería naval y a la mecánica de fluidos.

En el año 1765 una nueva intervención del Santo Oficio frustró la publicación de su opúsculo en defensa del sistema copernicano que tituló *Estado de la Astronomía en Europa*. Indignado Jorge Juan ante esta nueva injerencia inquisitorial, escribió una airada carta a Campomanes adjuntándole su obra. Poco antes de su fallecimiento, cuando ya era universalmente considerado un sabio indiscutible, y con motivo de la preparación de la segunda edición de las *Observaciones...*, consideró la posibilidad de añadir a esta obra su disertación sobre el *Estado de la Astronomía en Europa*, pero apenas iniciado el proyecto, se agravaron los cólicos biliares que venía padeciendo desde hacía tiempo, y el 21 de junio de 1773 falleció a consecuencia de una parálisis cerebral en su casa madrileña, sita en la actual calle Princesa, cercana al palacio de Liria y al Real Seminario.

Tras el fallecimiento de Jorge Juan, gracias a los buenos oficios de Miguel Sanz, que había sido su fiel secretario durante muchos años, se obtuvo la licencia del Consejo de Castilla para que se pudiera añadir su opúsculo al inicio de la reedición de las *Observaciones astronómicas*, que estaba en curso en 1744, como había sido voluntad del sabio alicantino. Al parecer, en la favorable decisión del Consejo tuvo mucho que ver el interés que se habían tomado tanto Campomanes como Fulgencio Moñino, hermano del poderoso conde de Floridablanca.

En el prólogo de su obra póstuma, Jorge Juan establecía una drástica separación entre las teorías de Newton y Copérnico y las Sagradas Escrituras, cuyo propósito, señalaba, no era la enseñanza de la astronomía. También establecía una amarga comparación entre la situación de la ciencia en España, sometida aún a la censura y persecución inquisitorial, y su avance en la Europa ilustrada, formulando las siguientes cuestiones:

> *¿Será decente con esto obligar a nuestra nación a que, después de explicar los sistemas y la filosofía newtoniana, haya de añadir a cada fenómeno que dependa del movimiento de la tierra: pero no se crea éste, que es contra las sagradas letras? ¿No será ultrajar éstas el pretender que se opongan a las más delicadas demostraciones de geometría, y de mecánica? ¿Podrá ningún católico sabio entender esto sin escandalizarse? Y cuando no hubiera en el reino luces suficientes para comprenderlo, ¿dejaría de hacerse risible una nación que tanta ceguedad mantiene?*

Y dirigiéndose al rey Carlos III, que pasó a la historia de España como paradigma del monarca ilustrado, añadía: *No es posible que su soberano, lleno de amor y de sabiduría, tal consienta: es preciso que vuelva por el honor de sus vasallos; y absolutamente necesario, que se puedan explicar los sistemas, sin la precisión de haberlos de refutar: pues no habiendo duda en lo expuesto, tampoco debe haberla en permitir que la ciencia se escriba sin semejantes sujeciones.*

Joseph-Louis Lagrange (1736-1813)

El 25 de enero de 1736 nacía en Turín el primer hijo del matrimonio formado por Giuseppe Francesco Ludovico Lagrangia, tesorero del Departamento de Obras Públicas y Fortificaciones de Turín, y María Teresa Grosso, hija única de un reputado y acaudalado médico de Cambiano, localidad próxima a Turin. Unos días después sería bautizado como Giuseppe Lodovico Lagrangia. Le seguirían diez hermanos aunque solo Giuseppe llegaría a la edad adulta. Su abuelo, un capitán de caballería francés, había entrado al servicio de Carlos Manuel II, Rey de Cerdeña, estableciéndose en Turín, donde emparentó por matrimonio con la ilustre familia Conti. Lagrange, por lo tanto, tenía ancestros tanto italianos como franceses. Su inclinación por la cultura gala, además de por sus vínculos familiares, tuvo que ver también seguramente con la extendida costumbre de esa época en muchas cortes europeas, como era el caso del reino de Cerdeña Piamonte, de adoptar tanto los refinamientos culturales de Versalles como el idioma francés.

Aunque el padre de Lagrange había dispuesto de una sólida fortuna, tanto por él como por su mujer, la dilapidó en arriesgadas especulaciones financieras y cuando Lagrange alcanzó la mayoría de edad no quedaba nada digno de heredar. El propio Lagrange afirmaría más tarde que este desastre económico había resultado providencial para él, y habría que añadir para las matemáticas, por cuanto: *"Si hubiera heredado una fortuna, probablemente no me habría dedicado a la matemática"*.

En efecto, su padre había dispuesto que estudiase leyes en la universidad de Turín y parece que Lagrange aceptó con gusto esta decisión. En sus primeros años en la Universidad se sintió más atraído por Virgilio y Cicerón que por Euclides o Arquímedes. Se dice que su pasión por las matemáticas nació tras la lectura de un ensayo de Halley sobre el uso del álgebra en óptica, en el que ensalzaba la superioridad del cálculo sobre los métodos geométricos sintéticos de los griegos. Cautivado por esta lectura, y también por las lecciones de física que recibió de Beccaría en la universidad, inició de forma autodidacta el estudio de lo que entonces constituía el análisis, alcanzando tal dominio de esta materia que fue nombrado profesor de matemáticas de la Real Escuela de Artillería de Turín el 29 de septiembre de 1755, cuando solo tenía diecinueve años. Desde esta posición, Lagrange iniciaría una de de las más brillantes carreras que le convertiría, junto con su amigo y protector Leonhard Euler, en uno de los matemáticos más importantes del siglo XVIII, por encima incluso de los miembros de la notable generación de matemáticos franceses encabezada por D'Alembert, Monge, Laplace o Legendre.

Su primer trabajo matemático se ha fechado el 23 de julio de 1754. Fue una carta escrita en italiano, que envío a Giulio Fagnano y firmó con el nombre de Luigi De la Grange Tournier. En ella describe la analogía entre el teorema binomial y las derivadas sucesivas del producto de funciones. Previo a su publicación, Lagrange había enviado una copia de los resultados, escrita en este caso en latín, a Euler. Un mes después de la publicación de su trabajo, Lagrange descubrió que sus resultados habían aparecido en una carta enviada por J. Bernoulli a Leibniz. Avergonzado ante la posibilidad de ser acusado de plagio, se impone la obligación de reimpulsar sus investigaciones y obtener resultados originales y de mérito, lo que le lleva a abordar el estudio de la tautocrona.

La curva tautrocona había sido descubierta por Huygens mientras estudiaba el péndulo, y tiene una curiosa propiedad: es convexa, tiene un punto mínimo y si una masa movida por la gravedad se desliza por ella sin rozamiento hacia ese punto, tarda el mismo tiempo en llegar a él, con independencia de en qué posición haya iniciado el movimiento. El estudio de esta curva, al igual que el de la braquistrocona, curva introducida por Jean Bernoulli en 1696 y caracterizada por ser la trayectoria seguida por una masa que desciende entre dos puntos, no situados en la misma vertical u horizontal, en el menor tiempo posible, tuvieron gran importancia en la historia de las matemáticas por haber planteado algunos ejemplos de problemas isoperimétricos, cuya resolución general conduciría a la invención de la rama del análisis que Euler bautizó en 1766 como cálculo de variaciones.

A finales de 1754 Lagrange había hecho algunos descubrimientos importantes sobre la tautocrona y el 12 de agosto de 1755 envía una carta a Euler en la que expone un método general para la resolución de los problemas isoperimétricos. Euler, que había estado investigando el mismo tema, reconoció la superioridad de la solución dada por el joven matemático, ya que éste la derivaba de fundamentos puramente analíticos prescindiendo de las consideraciones geométricas que él había venido utilizando. Con la generosidad y modestia que caracterizaron al sabio helvético, el 6 de septiembre contestó a su joven colega colmando de elogios su trabajo y alentándole a proseguir sus investigaciones.

Por esa época, Lagrange participa en la creación de una sociedad científica que será el germen de la Real Academia de Ciencias de Turín. La sociedad tuvo a su cargo, entre otras funciones, la publicación de una revista científica, *Miscellanea Taurinensia*, cuyos primeros volúmenes tuvieron en Lagrange a uno de los principales proveedores de artículos. En el primero, aparecido el año 1759, Lagrange firma varias memorias entre las que cabe destacar *Recherches sur la méthode de maximis, et minimis*, primera de sus publicaciones sobre los métodos para la determinación de los máximos y mínimos de funciones algebraicas de cualquier número de variables. En el punto 14 señala: *[el método] no deberá limitarse solamente a funciones algebraicas, sino que podrá extenderse con éxito a los máximos y mínimos de un género superior como son las fórmulas integrales indefinidas. Me reservo el derecho a tratar este tema, que considero por otra parte novedoso, en un trabajo que preparo sobre esta materia, en el que, después de de haber expuesto el método general y analítico para resolver todos los problemas relacionados en cualquier aspecto con los máximos o mínimos, deduciré, por el principio de mínima acción, toda la mecánica de los cuerpos, sean sólidos o líquidos.* Lo que constituye un verdadero programa de investigación, que anticipa sus futuros e importantes resultados sobre el cálculo de variaciones y sus aplicaciones a la mecánica.

Otro importante artículo, que consolidará su prestigio entre los matemáticos del continente, fue *Recherches sur la nature, et la propagation du son*, trabajo en el que realiza un estudio sobre la propagación del sonido, partiendo del análisis de resultados obtenidos por ilustres predecesores: Newton, Daniel Bernoulli, Taylor, Euler y D'Alembert. Lagrange interviene con esta memoria en la disputa que

tuvo lugar a mediados del siglo sobre qué tipo de funciones debían admitirse como solución de la ecuación de ondas que resultaba del estudio de la cuerda vibrante.

Sus predecesores habían obtenido como representación del movimiento de la cuerda vibrante la ecuación en derivadas parciales $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$, siendo y el desplazamiento transversal en el instante t del punto de abscisa x de una cuerda uniforme sujeta por sus extremos a dos puntos del eje OX y distantes π unidades entre si. La solución propuesta para esta ecuación era $y = f(x + ct) + g(x - ct)$, siendo f y g funciones que quedaban determinadas por las condiciones iniciales. Euler había señalado que dichas funciones podían ser completamente arbitrarias, no necesariamente definidas por expresiones algebraicas o por leyes mecánicas, y que debían tener "picos" para poder representar la posición inicial de la cuerda vibrante. D'Alembert, por su parte, argumentaba que, en tales puntos, las funciones carecerían de segunda diferencial y no podrían aplicarse en la ecuación. Daniel Bernoulli terció en el debate con un artículo publicado el año 1755, *Réflexions et éclaircissemens sur les nouvelles vibrations des cordes*, en el que, basándose en la superposición de los componentes armónicos de la vibración de la cuerda, propone como solución la función $f(x) = \sum_{r=1}^{\infty} a_r \operatorname{sen} rx$. Tal solución presentaba varios inconvenientes: no incluía términos en t, al utilizar solamente el seno limitaba su generalidad y no ofrecía un procedimiento para calcular los coeficientes. En este punto, el joven Lagrange aborda el problema utilizando el modelo de los *n* cuerpos, lo que suponía considerar la cuerda formada por n masas iguales, distribuidas uniformemente y unidas por cuerdas sin peso. A partir de este modelo, calculó el movimiento de cada una de estas masas y resolvió el sistema resultante de $n + 1$ ecuaciones diferenciales para, a continuación, hacer que n tendiera a infinito. Con ello obtuvo la misma solución funcional que Euler, pero utilizando un procedimiento diferente, y defendió la interpretación que éste había dado de la solución frente a las posiciones de D'Alembert o D. Bernoulli.

La respuesta de Euler no se hizo esperar, el 2 de octubre de 1759 envió una carta a Lagrange en la que le comunicaba que le había nominado como socio de la Academia Berlín; también le indicaba que la solución dada por Lagrange a los problemas isoperimétricos no dejaba nada que desear y que él mismo la había incorporado en sus investigaciones sobre el tema para alcanzar una solución totalmente analítica. Con una generosidad y modestia poco habitual en un sabio del prestigio de Euler, prometía a su joven colega demorar la publicación de su trabajo, dándole tiempo a que diera a conocer sus investigaciones "para no privaros de una parte de la gloria que os corresponde". La ecuación diferencial que la posteridad denominará de Euler-Lagrange proporciona las condiciones necesarias para la resolución de los problemas clásicos del cálculo de variaciones sobre curvas y superficies.

Euler mostró a Maupertuis, a la sazón presidente de la Academia de Berlín, los resultados obtenidos por el joven matemático aplicando el cálculo de variaciones y el principio de mínima acción al estudio analítico de la mecánica. Maupertuis, que era un firme partidario de dicho principio, impresionado por la profundidad de su talento, intentó atraer a Lagrange a Berlín ofreciéndole un puesto en la Academia, sin embargo éste tan solo ambicionaba una posición que le proporcionase la tranquilidad y seguridad necesarias para proseguir sus investigaciones matemáticas, y declinó cortésmente su oferta.

En el año 1762 apareció el segundo volumen de *Miscellanea Taurinensia* en el que se incluían nuevos artículos que extendían y completaban algunos de los aparecidos en el primer volumen. Tal era el caso de *Nouvelles recherches sur la nature et la propagation du son* y *Addition à la première partie des recherches sur la nature & la propagation du son imprimées dans le volume précèdent*. También podían leerse en él dos artículos que completaban sus aportaciones al cálculo de variaciones y su aplicación al estudio de la mecánica: *Essai d'une nouvelle méthode pour déterminer les maxima & les minima des formules intégrales indéfinies* y *Application de la méthode précédente à la solution de différens Problèmes de Dynamique*. Tras estos trabajos, el prestigio de Lagrange, cuando tan solo contaba veintiséis años, había alcanzado la cima en la comunidad matemática europea. Sin embargo, el intenso trabajo desarrollado había afectado seriamente a su débil constitución; los médicos le aconsejaron reposo y ejercicio para restablecer su salud, pero lo cierto es que el sistema nervioso de Lagrange nunca llegó a recuperarse completamente y periódicamente caía en estados de melancolía y depresión.

Ese mismo año, la Academia de Ciencias de París anunció la convocatoria de un premio, que se fallaría el año 1764, para resolver el problema del movimiento de libración o balanceo de la Luna, es decir, explicar por qué el satélite presenta la misma fase o cara a la Tierra con algunas ligeras irregularidades. La explicación debería basarse en la ley de la gravitación universal de Newton. El problema es esencialmente un caso particular del famoso de los tres cuerpos, en este caso la Tierra, el Sol y la

Luna, que se atraen recíprocamente entre sí según la ley de la razón inversa al cuadrado de la distancia entre sus centros de gravedad.

Lagrange envío su inscripción a la convocatoria de la Academia de Ciencias de París el año 1763. Ese mismo año, en el mes de noviembre, abandona Turín en compañía de su amigo el Marqués de Caraccioli, que había sido destinado a la embajada londinense, para iniciar un viaje cuya primera etapa tenía por destino París, donde esperaba conocer personalmente a la flor y nata de los matemáticos galos. Con algunos, como era el caso de D'Alembert, Condorcet y Nollet, ya venía manteniendo una asidua correspondencia, pero gracias al gran prestigio que había alcanzado en los círculos matemáticos, fue también recibido y agasajado por otros prominentes matemáticos como Clairaut y el abad Marie, entre otros. Tras degustar la cena de bienvenida, encargada por Nollet según el gusto italiano, cayó enfermo y se vio obligado a permanecer en París, abandonando la pretensión de continuar viaje a Londres con su amigo el embajador. Durante su forzada estancia parisina, tuvo ocasión de estrechar los lazos de amistad con D'Alembert, profundo admirador de su talento matemático, como prueba su airada declaración respecto a lo que entendía como falta de reconocimiento del talento de Lagrange en su país: *Lagrange, un joven geómetra de Turín, ha estado aquí durante seis semanas. Ha estado bastante enfermo y necesita, no ayuda financiera, ya que el Marqués de Caraccioli ordenó a su partida para Inglaterra que no le faltara nada, pero si algún signo de interés de parte de su país natal... En él, Turín posee un tesoro cuyo valor tal vez no conozca.*

Lagrange obtuvo el Gran Premio de la Academia de Ciencias de París de 1764 por su ensayo sobre el movimiento de libración de la Luna. El éxito de esta convocatoria animó a la Academia a convocar un nuevo premio para el año 1766 que versaría sobre las órbitas de los satélites de Júpiter. En aquella época solamente habían sido descubiertos cuatro satélites del planeta, por lo que el problema planteado era el de los seis cuerpos: Júpiter, sus cuatro planetas y el Sol. La solución exacta del problema aún permanece abierta, pero Lagrange lo abordó utilizando procedimientos de aproximación y, pese a la premura de tiempo, alcanzó importantes resultados que le permitieron explicar de forma satisfactoria algunas de las irregularidades observadas. Tras su aportación, hubo que esperar veinticuatro años para que Laplace completara la solución esbozada por Lagrange, cuya memoria obtuvo el premio de la Academia de 1766, galardón que volverá a obtener, compartido con Euler, el año 1772 con una memoria sobre el problema de los tres cuerpos; en 1774 con un estudio sobre el movimiento de la Luna, y en 1778 con un trabajo sobre las perturbaciones de la órbitas de los cometas causadas por los planetas.

Tras su malogrado viaje, Lagrange regresó a Turín a principios de 1765. Por esas fechas, D'Alembert había intercedido ante el rey de Prusia, Federico el Grande, con el fin de conseguirle un puesto en la Academia de Berlín que le proporcionara una posición de mayor prestigio que el que desempeñaba en su ciudad natal. Lagrange, nuevamente, rechazó cortésmente la oferta y con cierta ironía señalaba a su amigo: *Me parece que Berlín no es muy apropiado para mí mientras Euler se encuentre allí.*

En el año 1766 se publica el tercer volumen de *Miscellanea Taurinensia*. En él publica una memoria sobre la integración de ecuaciones diferenciales y aplicaciones a la mecánica de fluidos en las que introduce la función lagrangiana. En el mes de marzo recibe una carta de D'Alembert comunicándole el regreso de Euler a San Petersburgo y alentándole, nuevamente, a aceptar un puesto en la Academia de Berlín. Al parecer, el propio Euler había propuesto a Lagrange como el candidato más apropiado para sucederle y continuar su obra en Berlín. La invitación formal le llegó a Lagrange rubricada por Federico II y formulada en unos términos que dejaban poco espacio para la modestia, al menos en lo que concernía al firmante: *El más grande rey de Europa debía tener en su corte al más grande matemático.*

Lagrange aceptó finalmente la sustanciosa oferta del rey prusiano e inició el viaje en agosto. Hizo escala en París para entrevistarse con su amigo D'Alembert; de allí pasó a Londres para visitar a Caraccioli y, finalmente, llegó a Berlín en el mes de octubre. Un mes más tarde, el 6 de noviembre, fue nombrado director de la Sección Físico–Matemática de la Academia de Berlín.

Aunque la mayoría de los miembros de la Academia lo recibieron con gran cordialidad, y de hecho pronto inició una estrecha amistad con Lambert y Johann Bernoulli III, un pequeño grupo de académicos, la mayoría matemáticos alemanes que se sentían postergados frente a los extranjeros, le mostraron cierta hostilidad. Sin embargo, la discreción y suave amabilidad del nuevo director evitaron que se produjeran cualquier tipo de ofensas o conflictos.

La personalidad y carácter de Lagrange resultaban mucho más atractivos para el rey Federico II que los de su predecesor, hasta el punto que el monarca llegó a escribir a D'Alembert, haciendo gala del punto de crueldad que solía emplear con Euler, que se sentía feliz de haber "reemplazado a un geómetra con un único ojo por otro con dos". Le gustaba debatir con Lagrange las ventajas de una vida perfectamente regular. Lagrange había estudiado su cuerpo y su mente como si se trataran de máquinas. De este estudio había derivado una rutina y una dieta diarias, que observaba escrupulosamente. Cada día dedicaba ocho horas al estudio y la investigación, esa era la cantidad exacta de trabajo, según había determinado de forma experimental, que podía realizar sin caer enfermo. Cada noche establecía qué tarea concreta debía realizar al día siguiente. En lo que concierne a sus producciones escritas, cada vez que completaba un tema, escribía un breve análisis estableciendo en qué puntos era posible mejorar tanto el desarrollo como las demostraciones. Antes de tomar la pluma para redactar una memoria, había pensado tanto los temas que cuando los llevaba al papel podía escribir de corrido sin apenas realizar correcciones o tachaduras.

Un año después de su llegada a Berlín, en vista de que todos sus colegas estaban casados, y sus esposas le aseguraban que el matrimonio era el único estado que podía proporcionarle una vida feliz, Lagrange trajo de Turín a una prima suya, Vittoria Conti, y se casó con ella. Es curioso leer el desapasionado relato que él mismo hace de la boda y de su esposa a D'Alembert: *Confieso que jamás he tenido inclinación por el matrimonio... pero las circunstancias me han decidido a elegir una de mis jóvenes parientas para que cuide de mí y de mis asuntos. Si me he olvidado de informaros ha sido porque todo ello me parecía tan falto de importancia que no era digno de que me tomara la molestia de hacerlo*. *Mi esposa, que es una de mis primas y que incluso vivió largo tiempo con mi familia, es muy buena ama de casa y no tiene ninguna pretensión.* En esa misma carta, le confiesa su deseo de no tener descendencia, como así sucedió. Tras una larga enfermedad, su esposa falleció el año 1783 y, en contra de lo que cabría esperar, Lagrange lamentó profundamente su pérdida y quedó muy afectado.

Durante los veinte años que Lagrange permanece en Berlín su producción es exuberante; además de redactar y pulir constantemente su magna obra, la *Mecánica Analítica*, a la que William R. Hamilton llamó "*poema científico*", contribuyó con más de un centenar de trabajos a las memorias de las Academias de Ciencias tanto de Turín, en la que continuó colaborando en sucesivos volúmenes de *Miscellanea Taurinensia* y, posteriormente, en las *Memorias de la Academia de Ciencias de Turín*, como de París, donde se publicaron las memorias de contenido astronómico con que había concurrido a las convocatorias de premios. Por supuesto, la mayor parte de su ingente y variada producción colmó las *memorias de la Academia de Ciencias de Berlín*. Muchos de estos trabajos constituyeron auténticos tratados de un alto nivel matemático y abarcaban una amplia gama de temas: astronomía, mecánica, dinámica, mecánica de fluidos, análisis, geometría analítica, probabilidad, álgebra, aritmética, teoría de números, etc.

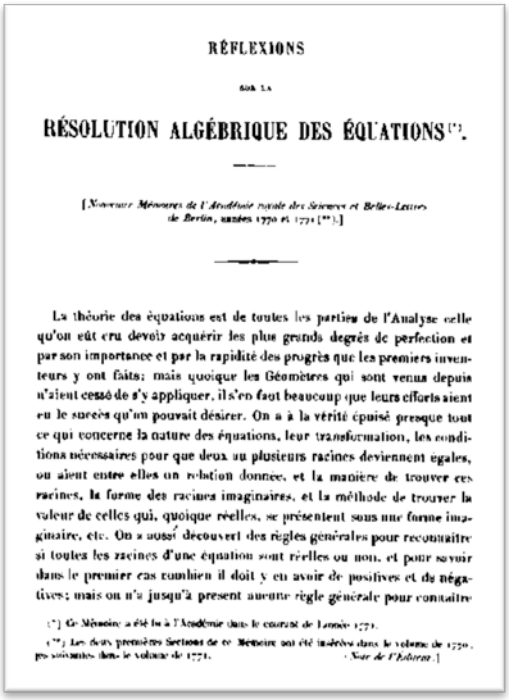
Sus contribuciones a *Miscellanea Taurinensia* se materializaron en diversas memorias publicadas en los volúmenes cuarto y quinto, entre los años 1766 y 1773. Los temas fueron muy diversos: teoría de números, astronomía, mecánica de fluidos, etc. Más tarde, entre 1784 y 1785, contribuirá con más artículos a *Memorias de la Academia de Turín*. Entre ellos cabe destacar un estudio sobre la presión ejercida por fluidos en movimiento y otro sobre la integración mediante series infinitas y el campo de problemas en que era aplicable este procedimiento.

Durante un tiempo Lagrange estuvo muy interesado por la teoría de números y mostraba su asombro ante las dificultades que encontraba en sus investigaciones aritméticas, incluso sobre problemas con enunciados aparente sencillos. Entre los trabajos dedicados a esta rama matemática, cabe destacar *Solution d'un problème d'arithmétique*, desafío planteado por Fermat a los matemáticos británicos con el siguiente enunciado: *dado un número entero cualquiera, no cuadrado, hallar un cuadrado tal que el producto de estos dos números, aumentado en una unidad, sea un cuadrado*. El problema, en definitiva, consistía en resolver la ecuación denominada de Pell–Fermat, $x^2 - ay^2 = 1$. Wallis había resuelto en parte el problema por tanteo. Euler había mostrado en uno de sus trabajos cómo generar una infinidad de soluciones a partir del conocimiento de una de ellas, pero quedaba pendiente el problema de la existencia de soluciones. Lagrange lo abordó y consiguió probar que es siempre resoluble en números enteros, basándose en la teoría de fracciones continuas. A continuación, obtuvo las fórmulas que generan las soluciones de la ecuación y probó que todas las soluciones son generadas por ellas. Consciente de la necesidad de simplificar los procedimientos utilizados en dicho trabajo, Lagrange retoma el tema en sucesivas memorias, que presentó en la Academia de Ciencias de Berlín: *Sur la solution des problèmes indéterminés du second degré* (1768) *y Nouvelle méthode pour*

résoudre les problèmes indéterminés en nombres entiers (1770). Su última aportación en este campo fueron sus *Additions. De l'analyse indéterminée* que añadió a la traducción francesa de la obra de Euler, *Eléments d'Algèbre*, publicada en 1773. Este trabajo representó la primera incursión de Lagrange en el análisis diofántico donde, aparte del resultado indicado, realizó otras aportaciones notables, como la resolución de ecuaciones indeterminadas de segundo grado y dos incógnitas, también dio los primeros pasos hacia la teoría moderna de las formas cuadráticas y proporcionó en la memoria *Démonstration d'un théoreme d'arithmétique* (1770) la primera demostración de un teorema enunciado por Bachet de Mériziac: todo número entero no cuadrado puede descomponerse en suma de dos, tres o cuatro cuadrados.

Lagrange proporcionó también demostraciones de diferentes teoremas sobre números primos en *Recherches d'Arithmétique* (1773–1775), previamente había publicado en *Démonstration d'un théorème nouveau concernant lesnombres premiers* (1771) una prueba del teorema recogido por Waring en *Meditationes Algebraicae*, que atribuye a Jean Wilson, cuyo enunciado es el siguiente: *si n* es *un número primo, el producto* $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1)+1$ *es un múltiplo de* n.

Por su importancia histórica para el desarrollo del álgebra moderna, debe destacarse su memoria de 1770, *Réflexions sur la résolution algébrique des équations*, en la que abordó el problema de la resolución de ecuaciones de grado superior a cuatro mediante radicales. En ella, hace un análisis exhaustivo de las soluciones dadas por sus predecesores para las ecuaciones de los cuatro primeros grados y demuestra que la diversidad de métodos utilizados puede ser sustituida por un procedimiento uniforme. Lagrange advirtió que este procedimiento general no resultaba aplicable para ecuaciones de grado superior a cuatro ya que implicaba la solución de ecuaciones de grado superior a la propuesta. Estudió las permutaciones de las raíces y, aunque no llegó a obtener las condiciones para que una ecuación pudiera resolverse algebraicamente, puede decirse que estableció las bases para que en la centuria siguiente Ruffini, Galois y Cauchy desarrollaran la teoría de grupos finitos y zanjasen definitivamente la cuestión.



RÉFLEXIONS

SUR LA

RÉSOLUTION ALGÉBRIQUE DES ÉQUATIONS [*].

[*Nouveaux Mémoires de l'Académie royale des Sciences et Belles-Lettres de Berlin, années 1770 et 1771* [**].]

La théorie des équations est de toutes les parties de l'Analyse celle qu'on eût cru devoir acquérir les plus grands degrés de perfection et par son importance et par la rapidité des progrès que les premiers inventeurs y ont faits; mais quoique les Géomètres qui sont venus depuis n'aient cessé de s'y appliquer, il s'en faut beaucoup que leurs efforts aient eu le succès qu'on pouvait désirer. On a à la vérité épuisé presque tout ce qui concerne la nature des équations, leur transformation, les conditions nécessaires pour que deux ou plusieurs racines deviennent égales, ou aient entre elles un relation donnée, et la manière de trouver ces racines, la forme des racines imaginaires, et la méthode de trouver la valeur de celles qui, quoique réelles, se présentent sous une forme imaginaire, etc. On a aussi découvert des règles générales pour reconnaître si toutes les racines d'une équation sont réelles ou non, et pour savoir dans le premier cas combien il doit y en avoir de positives et de négatives; mais on n'a jusqu'à présent aucune règle générale pour connaître

(*) Ce Mémoire a été lu à l'Académie dans le courant de l'année 1771.

(**) Les deux premières Sections de ce Mémoire ont été insérées dans le volume de 1770, les suivantes dans le volume de 1771. *Note de l'Editeur.*]

Lagrange proporcionó también la solución completa de las ecuaciones binomiales de cualquier grado y, en 1773, utilizó en su memoria *Solutions analytiques de quelques problémes sur les pirámides triangulaires* formas similares a los actuales determinantes de tercer y cuarto orden para expresar el área del triángulo y el volumen del tetraedro respectivamente. También demostró en ella, que el cuadrado de un determinante es otro determinante y obtuvo algunas identidades que reconocemos actualmente como relaciones y propiedades de los determinantes.

Las ecuaciones diferenciales fueron, sin duda, el tema matemático que más atención suscitó durante el siglo XVIII. Grandes matemáticos como Euler, D'Alembert, Clairaut, Laplace o el propio Lagrange, entre otros, dedicaron gran parte de sus investigaciones a esta rama de las matemáticas. En el periodo comprendido entre 1772 y 1785 Lagrange contribuye con varias memorias a la creación de la teoría de ecuaciones diferenciales. El primer método para la integración de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes fue obtenido por Euler utilizando lo que más adelante se conocería como ecuaciones características. Lagrange va a generalizar y extender los resultados de Euler en este campo.

Es también Euler quien redacta el primer trabajo en el que se intenta elaborar la teoría de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales pero, aunque en su construcción intervendrán, entre otros, D'Alembert, Laplace y Monge, puede decirse que la teoría de las ecuaciones diferenciales lineales en derivadas parciales tuvo su comienzo en varios trabajos presentados por Lagrange a la Academia entre los años 1779 y 1785. Lagrange y Laplace elaboraron en 1776 el método de reducción de la ecuación diferencial lineal general a la integración de ecuaciones ordinarias o sus sistemas. Más ade-

lante, en memorias publicadas en 1781 y 1787, extiende este método a la integración de ecuaciones lineales con un número arbitrario de variables, estableciendo de forma clara que la resolución de las ecuaciones en derivadas parciales se realiza a partir de su reducción a ecuaciones diferenciales ordinarias.

En 1775 Lagrange introdujo el método de variación de las constantes en la resolución de las ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas que ya había sido anticipado por Johan Bernoulli. Lagrange parte de considerar la solución general $c_1u_1 + c_2u_2$ de la ecuación diferencial $y'' + a_1y' + a_2y = 0$, donde u_1 y u_2 son funciones de x. A continuación sustituye las constantes c_1 y c_2 por las variables v_1 y v_2, que son funciones indeterminadas de x. Para determinarlas, impone la condición de que $v_1u_1 + v_2u_2$ sea una solución de la ecuación no homogénea dada, $y'' + a_1y' + a_2y = f(x)$.

Entre los años 1774 y 1776 Lagrange escribe varias memorias sobre la teoría de las soluciones singulares de ecuaciones diferenciales, que habían sido ya detectadas por Taylor y Clairaut y estudiadas por Euler, aportando procedimientos para obtener las soluciones singulares, bien directamente de la ecuación diferencial, o diferenciando a partir de la solución general. Estableció también criterios para reconocer si una ecuación singular, que satisface la ecuación diferencial dada, está comprendida o no en la integral completa de la misma sin conocer ésta, y dio, por primera vez, la interpretación geométrica de la solución singular como la familia de envolventes de las curvas integrales. Este tema lo retomará en *Leçons sur le calcul des fonctions*, publicado en 1801, donde hará una exposición sistemática y unificada de todos los resultados de sus investigaciones sobre las soluciones singulares de las ecuaciones diferenciales.

Estudió los métodos de integración de ecuaciones lineales en diferencias finitas y sus aplicaciones al cálculo de probabilidades. En 1783 publicó una memoria en la que introduce la fórmula de interpolación que llevará su nombre para el cálculo de diferencias finitas. Completará estos resultados en sucesivas memorias publicadas los años 1792 y 1793, cuando ya estaba en París.

Lagrange aplicó los resultados matemáticos de sus investigaciones a la resolución de los problemas que planteaba la ciencia en su época. Además de los trabajos anteriormente mencionados sobre temas astronómicos, la teoría de ondas y la propagación del sonido, durante su época berlinesa redactó abundantes memorias sobre temas tan variados como la hidrodinámica, la forma de la tierra y, especialmente, temas astronómicos. Cabe destacar entre las obras dedicadas a este último tema, el estudio de las perturbaciones de los cometas, redactadas en 1778 y 1783; su memoria sobre el problema de Kepler (1771); la dedicada al estudio de la atracción de elipsoides (1773), basada en un trabajo previo de Maclaurin, en la que introdujo por primera vez las integrales triples. En 1773 presenta una memoria sobre la ecuación del movimiento secular de la Luna, en la que aparece la noción de potencial, señalando que, a partir del conocimiento del potencial de un cuerpo en un punto externo, se puede hallar la fuerza de atracción y su dirección. En 1777 presentará ante la Academia de Berlín una elaboración más precisa de la teoría del potencial. Por último, cabe destacar sus trabajos del periodo 1781 a 1784 sobre la determinación de las variaciones seculares y periódicas de los elementos de los planetas.

Durante su estancia en Berlín, Lagrange decidió escribir un tratado definitivo que recogiese todas las aportaciones que había venido haciendo a la mecánica. El 15 de septiembre de 1782 escribía a Laplace: *Casi he terminado un* Traité de mécanique analytique *basado especialmente en el principio de velocidades virtuales; pero como aún no conozco cuándo o dónde podré tenerlo impreso, no me doy prisa en darle los toques finales.*

En efecto, la obra maestra de Lagrange no apareció hasta el año 1788, después de que éste hubiera dejado Berlín, y gracias a que su amigo el abad Marie consiguió persuadir a un editor de París para que corriera el riesgo de darlo a la imprenta, eso si, tras prometerle que le compraría los ejemplares que no fueran vendidos hasta una fecha fijada. Un comité de la Academia de las Ciencias de París, integrado por Laplace, Cousin, Legendre y Condorcet, había aprobado previamente su publicación y Legendre se encargó de su edición y corrección, entre otras tareas.

En contra de lo que cabría esperar en un tratado de esta naturaleza, sus páginas no mostraban ni diagramas ni figuras. El propio Lagrange así lo explicaba en el prefacio: *Uno no va a encontrar figuras en esta obra. Los métodos que expongo no requieren construcciones, ni argumentos geométricos o mecánicos, sino tan sólo operaciones algebraicas, sujetas a un curso regular y uniforme. Los aficio-*

nados al análisis verán con placer como la mecánica se convierte en una nueva rama del mismo y me agradecerán el haber ampliado así su dominio.

Lagrange concibió su *Mécanique Analytique* con unos propósitos que él mismo formula en el programa de la obra: - *Reducir la teoría de la mecánica y los problemas que en ella se plantean a fórmulas generales cuyo simple desarrollo de todas las ecuaciones necesarias para la solución de cada problema. - Reunir y presentar, desde un mismo punto de vista, los diferentes principios hallados hasta ahora para facilitar la solución de las cuestiones de Mecánica, mostrar su dependencia recíproca y poner en disposición de juzgar de su exactitud y de su extensión.*

La *Mécanique Analytique* resumía todo el trabajo realizado en el campo de la mecánica desde los tiempos de Newton, haciendo un amplio uso de las ecuaciones diferenciales. Con ella, Lagrange pone las bases de una nueva forma de expresar las ecuaciones del movimiento de Newton que, a día de hoy, reconocemos como mecánica lagrangiana. En lugar de considerar el movimiento de cada una de las partes de un sistema material, como habían hecho Euler y D'Alembert, Lagrange concentró sus esfuerzos en la formulación más general de la dinámica de los sistemas. Analizó los cuatro principios de la dinámica: el de la conservación de las fuerzas vivas, el de la conservación del movimiento del centro de gravedad, el de la conservación de los momentos y el de la mínima cantidad de acción de Maupertuis, y concluye decantándose por el tercero de ellos, que atribuye a Euler y generaliza para el caso de un sistema de cuerpos que actúan unos sobre otros. Para deducir las ecuaciones diferenciales del movimiento de un sistema material, Lagrange utilizó la ley del trabajo virtual, es decir, consideró que el trabajo total realizado por las fuerzas de inercia de los diversos elementos del sistema es nulo para todo desplazamiento virtual compatible con las ligaduras, supuestas sin rozamiento ni resistencias pasivas y que pueden depender del tiempo. Logró expresar la fuerza viva total del sistema en función de los parámetros de posición *q* y de sus derivadas primeras *q'* respecto al tiempo. A partir de ahí, y por simple diferenciación, obtuvo las ecuaciones que actualmente denominamos de Lagrange, cuya forma canónica es $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q'}\right) - \frac{\partial T}{\partial q} = \frac{\partial U}{\partial q}$, donde T representa la fuerza viva total, U es la función de las fuerzas aplicadas y *q* uno cualquiera de los parámetros, que serán tantos como grados de libertad tiene el sistema. Una vez establecidas las ecuaciones de Lagrange, el principio de conservación de las fuerzas vivas resulta una consecuencia de ellas en el caso de que las ligaduras no dependan del tiempo. También se deriva de ellas el principio de mínima acción, en cuanto equivale a que la suma de las fuerzas vivas instantáneas de todas las partes del sistema sea un extremo, razón por la que Lagrange propuso denominarlo principio de la mayor o menor fuerza viva.

Para resolver los problemas de la estática, introdujo los llamados multiplicadores de Lagrange para calcular el trabajo virtual. En esencia, el problema matemático que venían a resolver consistía en determinar los extremos de una función como $f(x,y,z,w)$, condicionados por las ecuaciones $g(x,y,z,w) = 0$ y $h(x,y,z,w) = 0$. Para ello, Lagrange construyó la función $F = f + \lambda g + \mu h$ en la que introducía los multiplicadores λ y μ. A partir de las dos condiciones anteriores y de las ecuaciones $F_x = 0,\ F_y = 0,\ F_z = 0,\ F_w = 0$, eliminaba las constantes indeterminadas λ y μ y resolvía el sistema para hallar los valores de x, y, z y w.

Tras la muerte de Federico el Grande el 17 de Agosto de 1786, la situación de los sabios extranjeros en la Academia prusiana empeoró significativamente. Muchos estados italianos, entre ellos Cerdeña - Piamonte, vieron la oportunidad de traerlo de vuelta a Italia, sin embargo Lagrange aceptó la invitación de Luis XVI para continuar sus investigaciones en la Academia de Ciencias de París. La propuesta del monarca francés incluía una cláusula que lo liberaba de las tareas docentes. El 18 de mayo de 1787 llegó a París y fue recibido con toda solemnidad por los miembros de la Academia y por la familia real, que le asignó como alojamiento unas habitaciones del Palacio del Louvre, similares a las que venía utilizando D'Alembert.

Con 51 años Lagrange llegó a París afectado de una fuerte depresión, fruto del agotamiento nervioso que le había provocado el excesivo y continuado trabajo en Berlín. Había perdido el amor por la matemáticas y dirigía su atención a otros temas que consideraba más interesantes, como la metafísica, la evolución del pensamiento humano, la historia de las religiones, la teoría de las lenguas, la botánica, etc. Su amistad con Lavoisier le introdujo en el mundo de la química, por la que manifestó un gran interés. Solía decir que Lavoisier la había hecho *tan fácil como el álgebra*.

Hasta tal punto llegó su desinterés por su obra que las pruebas de la *Mécanique Analytique* permanecieron dos años en su mesa sin que Lagrange se dignase a leer una sola línea de ellas. Pese a su

estado de profunda melancolía y a su presencia silenciosa y triste en las reuniones, Lagrange sorprendía a los invitados con sus extensos conocimientos sobre temas ajenos a las matemáticas.

A partir de la caída de la Bastilla, el 14 de julio de 1789, remitió su enfermedad y nuevamente pareció renacer su amor por las matemáticas. Aunque había realizado la mayor parte de su obra bajo la protección de distintos monarcas, recibió un trato preferente por parte de los revolucionarios. Quizá tuvo que ver en ello su actitud ante el poder político, que él mismo describía con estas palabras: *Yo creo que, en general, uno de los primeros principios de cada hombre sabio es conformarse estrictamente con las leyes del país en el que vive, incluso cuando son irracionales.*

El gobierno revolucionario le concedió una pensión mediante un decreto especial y le nombró miembro del Comité de Invenciones y del Comité de la Moneda. Cuando en 1790 Talleyrand propuso la reforma del sistema de pesos y medidas a la Academia de Ciencias de París, se nombró un Comité de Sabios para estudiar el problema, del que formarán parte, entre otros, Lagrange y Condorcet. Desde un principio, Lagrange apoyó la elección de una base decimal para el nuevo sistema métrico, frente a quienes proponían que ésta fuera duodecimal, alegando el argumento de la divisibilidad.

El año 1792 Lagrange se casó por segunda vez con Renée-Françoise-Adélaide Lemonnier, hija del astrónomo y académico Lemonnier, al que le unía una estrecha amistad. Aunque su esposa era algo más joven que él, parece que mantuvieron una excelente relación. Un año más tarde se inició la Época del Terror y el 8 de agosto la Convención Nacional suprimió la Academia de Ciencias, aunque mantuvo en sus funciones a los miembros del Comité de Pesas y Medidas, nombrando a Lagrange presidente del mismo. Lavoisier intervino a favor de Lagrange cuando en septiembre se publicó un decreto ordenando el arresto y la confiscación de bienes de los extranjeros procedentes de países enemigos, y logró su objetivo. Sin embargo, Lagrange no pudo hacer nada por Lavoisier tras ser condenado a la guillotina, junto con otros 27 científicos, por un tribunal revolucionario el 8 de mayo de 1794, en un juicio que duró menos de un día. Lagrange dijo entonces: *Tomó un momento causar la caída de su cabeza y cien años no serán suficientes para producir otra igual.*

La Convención Nacional realizó una purga del Comité de Pesas retirando, además de a Lavoisier, a científicos tan notables como Borda, Laplace, Coulomb, Brisson y Delambre, que fueron sustituidos por otros más afines ideológicamente, entre los que se contaba Monge. Lagrange conservó su puesto de presidente del Comité. Los trabajos de la Comisión concluyeron el último año del siglo, dando a luz el sistema métrico decimal.

El 11 de marzo de 1794 se fundó L'École Polytechnique, denominada École Centrale des Travaux Publics en su primer año de existencia, Lagrange y Laplace fueron nombrados para impartir los cursos de matemáticas más importantes. Un año más tarde, se establecería la École Normale con el objetivo de instruir a los futuros maestros de escuela, y Lagrange es asignado para impartir los cursos de matemática elemental. Fruto de esta experiencia docente, sería el manual *Cinq leçons données à l'Ecole normale de l'an III en Séances des Ecoles Normales*, publicado el año 1795. Se trataba de lecciones impartidas al alumnado, que registraba un estenógrafo y luego revisaba el propio profesor. Este material tuvo sucesivas reediciones y alcanzó una notable popularidad incluso en Norteamérica, donde se publicaron bajo el título de *Lectures on elementary Mathematics*. Dos años más tarde aparece *Théorie des fonctions analytiques*, en la que, como el propio Lagrange indica en su extenso título, pretende desarrollar los principios del cálculo diferencial, libres de toda consideración de infinitésimos o cantidades evanescentes, de límites o de fluxiones, y reducidos al análisis algebraico de cantidades finitas. Esta obra representa el primer intento serio, aunque fallido, de introducir rigor en el cálculo y proporcionarle unos fundamentos lógicos más satisfactorios.

Desde sus inicios en el siglo XVII, el aparato fundamental del cálculo diferencial era el desarrollo de las funciones en series de potencias. A comienzos del siglo XVIII este arsenal se enriqueció con el teorema de Taylor, desarrollado por analogía con la fórmula de interpolación de Newton para diferencias finitas; debe tenerse en cuenta que para los analistas del siglo XVIII era habitual utilizar las analogías y el desarrollo paralelo del cálculo diferencial y el cálculo en diferencias finitas en sus investigaciones. También era práctica común la aplicación regular de la serie de Taylor y Maclaurin para el desarrollo de las funciones conocidas. Como todas ellas eran desarrollables en series de potencias, muchos matemáticos, como Euler y el propio Lagrange, asumieron que toda función $y = f(x + h)$ admite, excepto quizá para valores aislados del argumento, un desarrollo de la forma $f(x + h) = f(x) + ph + qh^2 + rh^3 + \cdots$

En *Théorie des fonctions analytiques* Lagrange trató de probar este teorema aplicándolo a funciones analíticas y excluyendo el resto de funciones por considerarlas excepciones. Apoyándose en el hecho de que, para h suficientemente pequeño, cada término del desarrollo es mayor que la suma de los que le siguen, aproximó las funciones por polinomios y dedujo el resto de la fórmula de Taylor, inicialmente en forma de integral y, más tarde, en la forma que conocemos actualmente con su nombre. A partir de este resultado, y haciendo uso del teorema del valor medio, definió las derivadas sucesivas como los coeficientes de las potencias sucesivas de h. Con ello, Lagrange creyó haber evitado la necesidad de los infinitesimales y los límites, y haber convertido el cálculo en una parte del álgebra, diferenciada únicamente por sus algoritmos específicos. Sin embargo, el teorema fundamental sobre el desarrollo de funciones en serie se apoyaba en la premisa, que resultó ser falsa, de que toda función era desarrollable en serie de Taylor; además, se hacía uso de las series sin tener en cuenta su convergencia. Pese a todo, la obra de Lagrange, además de algunos aportaciones menores, como son las notaciones usadas actualmente para las derivadas sucesivas de una función, dejó como legado para la matemática posterior el haber iniciado un campo nuevo que se convertiría en el verdadero centro de la matemática: la teoría de funciones de una variable real, y contribuyó a crear las bases de la fundamentación lógica del análisis que se llevaría a cabo en la siguiente centuria.

Aparte de las obras mencionadas, la mayor parte de los trabajos realizados por Lagrange en París son fruto de las lecciones que impartió en la Normal o la Polytechnique, o de la recopilación y revisión de memorias publicadas con anterioridad. En *De la résolution des équations numériques de tous les degrés*, publicada el año 1798 a partir de algunas de las lecciones impartidas en l'École Polytechnique, proporciona un procedimiento para la aproximación de las raíces reales de una ecuación mediante el uso de fracciones continuas. En una nota final señala que el pequeño teorema de Fermat, $a^{p-1} - 1 \equiv 0\ (mod\ p)$, donde p es un número primo y a y p son primos entre si, puede aplicarse para dar la solución algebraica completa de cualquier ecuación binomial. También explica cómo puede utilizarse la ecuación, cuyas raíces son cuadrados de las diferencias de las raíces de la ecuación original, para obtener información sobre la posición y naturaleza de estas raíces.

Cuando Napoleón llegó al poder mostró un gran empeño en impulsar los estudios científicos y no ocultó su admiración por las grandes figuras de la ciencia y la matemática francesa. De Lagrange dijo que era "la inmensa pirámide de la ciencia matemática" y le colmó de honores nombrándole senador, conde del Imperio (1808) y gran Oficial de la Legión de Honor. Una semana antes de que falleciera, le otorgó la Gran Cruz de la Orden imperial de Reunión.

En 1810 un Lagrange ya septuagenario se embarcó en su último gran proyecto: la revisión y ampliación de la Mécanique A*nalytique* para preparar una segunda edición. Retornó a sus antiguos hábitos de intenso y constante trabajo y, poco tiempo después, comenzaron a manifestarse síntomas de una grave enfermedad. Consciente de ello, Lagrange continuó su actividad reduciendo la intensidad de trabajo, pero no pudo llegar a completar la tarea en su totalidad. En 1811 publicó el primer tomo de la segunda edición de su obra maestra; el segundo tomo se publicó en 1815, dos años después de su muerte, con la colaboración de Prony, Gamier, J. Binet y S. F. Lacroix.

Lagrange murió en París en las primeras horas de la mañana del 10 de abril de 1813. Dos días antes había recibido la visita de Monge y otros amigos, trató de contarles algunas anécdotas de su vida, pero sufría frecuentes pérdidas de memoria que le impedían mantener la continuidad del relato. Pese a ello, mantenía una perfecta coherencia y lucidez en sus comentarios.

> *Ha terminado mi carrera* - les dijo Lagrange –. *He obtenido alguna celebridad en matemática. No he odiado a nadie. No he hecho ningún mal y es hora de terminar, pero mi mujer no quiere. En estos momentos preferiría una mujer menos buena, menos ávida de revivir mi vigor, que me dejara terminar suavemente.*

Al poco de marcharse sus amigos, sufrió un desmayo del que no se recuperó. Fue enterrado con todos los honores en el Panteón de hombres ilustres y Laplace fue el encargado de pronunciar la oración final en su funeral.

Los intereses de Lagrange estuvieron más cercanos a las matemáticas puras que a sus aplicaciones, que dejaba para otros. Una parte nada despreciable de los descubrimientos que figuran en el haber de Laplace los obtuvo aplicando los resultados de Lagrange al estudio de diferentes fenómenos.

~ ⊗ ~ ⊗~ ⊗ ~ ⊗ ~ ⊗ ~ ⊗ ~

Este país, el informe PISA y el deporte

Juan Antonio Cuesta Albertos
Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación
Facultad de Ciencias, SANTANDER

1. Introducción

Cuando las personas responsables del Boletín me propusieron la redacción de este trabajo, pensé que, tanto por el tipo de contenido de la publicación como por el público al que va dirigida, éste era el foro adecuado para presentar mi punto de vista sobre los resultados que España viene obteniendo en los sucesivos "informes PISA" que se van publicando.

Además, pensé que el Boletín también podía ser un lugar adecuado para llamar la atención sobre el uso un tanto irresponsable y descuidado (y, en ocasiones, interesado) que la gente hace de los datos. Es, por ello, que en este artículo comparo los resultados de España en el último informe PISA con los obtenidos en la Olimpiada de Londres de 2012.

Aparte de lo anterior, considero que la idea central del trabajo es fácilmente exportable a otros contextos y, por lo tanto, susceptible de ser utilizada en el aula para fomentar una actitud crítica frente a las noticias que aparecen en los medios de comunicación.

Antes de entrar en materia, quiero dejar claro que con este trabajo no pretendo llevar a cabo un estudio ni excesivamente profundo ni excesivamente riguroso, sino realizar una primera aproximación al problema. Creo que analizar el problema que nos ocupa en toda su profundidad requeriría, por un lado, el manejo de datos que no son fácilmente accesibles y, por otro, el empleo de una cantidad de tiempo del que no dispongo en estos momentos.

2. El informe PISA

Programme for International Student Assessment (Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes) consiste en la realización de evaluaciones de rendimiento de estudiantes de 15 años[1]. Se realiza cada tres años bajo los auspicios de la OCDE (Organisation for Economic Co-operation and Development). En estas evaluaciones se mide la *competencia matemática*, la *competencia científica* y la *comprensión lectora* de los estudiantes mencionados. Aunque la última de estas pruebas tuvo lugar en el año 2012, sus resultados en el momento de redactar este artículo aún no se han hecho públicos todavía y, por ello, en estas páginas se analizarán los resultados de la realizada en 2009.

La prueba PISA se basa en la selección de una muestra por país participante que se considera representativa del mismo; aunque, si el país lo solicita, también puede ampliarse la muestra en algunas zonas del país (regiones, provincias,…) para obtener datos representativos también a este nivel en las zonas seleccionadas.

El resultado del informe es una puntuación para cada país participante en cada una de las competencias consideradas. Por lo tanto, se supone que cada una de estas puntuaciones describe el nivel de cada país participante en dichas competencias.

En el informe del año 2009 participaron 71 países, si bien en el año 2009 únicamente fueron analizados 62, ya que los 9 restantes pasarían las pruebas en el año 2010. Además, 3 de los países participantes no lo hicieron como país, sino que únicamente presentaron algunas regiones del mismo. Estos países fueron China (que evaluó Hong Kong, Macao y Shangai), India (con las regiones de Himachi Pradesh y Tamil Nadu) y Venezuela (que sólo presentó la provincia de Miranda). Para evitar posibles faltas de homogeneidad, he eliminado estos 3 países del estudio, aunque sí que he incluido a los 9 que realizaron las pruebas en 2010. Por lo tanto, salvo donde se indique lo contrario, los datos se refieren a 68 países. El estudio PISA incluyó 34 países miembros de la OCDE que suponen la mayoría de los países de nuestro entorno. La lista completa de países participantes, así como los resulta-

[1] Por ser más precisos: Con edades entre 15 años y 3 meses y 16 años y 2 meses al inicio del estudio.

dos obtenidos por los mismos, aparece en la siguiente dirección web de *Wikipedia:* http://en.wikipedia.org/wiki/Programme_for_International_Student_Assessment

Cada vez que se realizan las pruebas PISA, se selecciona uno de los tres temas para ser analizado con mayor profundidad. La comprensión Lectora fue la elegida en el año 2009, sin embargo, dado el carácter del Boletín, aquí vamos a analizar los resultados de la competencia matemática.

3. España en el informe PISA

Aunque hay algunas voces discordantes, da la impresión de que la opinión claramente dominante es que España sale bastante malparada en este informe. Por ejemplo, en un artículo de *El País*, de fecha 29 de enero de 2012, se afirma que *"… el otro dato que avergüenza a España es el resultado que nuestros alumnos de 15 años obtienen en las pruebas internacionales de la OCDE: el estudio PISA".* Por su parte, en *El Mundo* del día 22 de mayo de 2013, puede leerse que *"la reforma educativa… es justificada constantemente por los malos resultados del informe PISA".*

La razón que se suele aducir para sustentar esta opinión tan negativa es que, en competencia matemática, España ocupa el lugar 31 entre los 68 países participantes, con 483 puntos, que está por debajo de la media de la OCDE, que es 496. En competencia científica y en competencia lectora ocupa las posiciones número 33 y 30, con puntuaciones de 488 y 481, mientras que las medias de la OCDE en estas competencias son de 501 y 493 respectivamente.

Para poner estas cifras un poco más en perspectiva, hay que tener en cuenta que Portugal nos supera en los tres aspectos, ocupando las posiciones 29, 29 y 25, e Italia en dos de los tres, con los lugares 32, 32 y 26.

4. España, una potencia deportiva

Por otro lado, tengo la impresión de que la sociedad española en su conjunto está razonablemente satisfecha con los resultados obtenidos por nuestros deportistas. Por lo que sé, no hay ningún estudio periódico dedicado a la evaluación de los países en aspectos deportivos y, por lo tanto, no hay ningún criterio objetivo en el que basar esta opinión.

He estado pensando al respecto y se me ha ocurrido que podemos pensar en las Olimpiadas como una evaluación realizada cada cuatro años de las *"competencias deportivas"* de los países participantes.

Por otro lado, para no complicar las cosas excesivamente, y teniendo en cuenta que este trabajo sólo pretende ser una primera aproximación al problema, se me ha ocurrido que se puede evaluar el nivel deportivo de los países por el número total de medallas obtenidas.

Los resultados parecen corroborar la impresión mencionada porque, si me limito a los países que intervienen en el estudio PISA, resulta que España, en la Olimpiada de Londres del año 2012, con un total de 17 medallas, ocupa el lugar número 13 entre los 68 países involucrados. Aquí, sí que salimos claramente mejor que Portugal que se sitúa en el puesto 50, con sólo una medalla, aunque seguimos detrás de Italia, ya que sus 28 medallas la colocan en la posición número 8.

5. Comparación entre los dos resultados

Parece que de lo anterior se puede concluir que las opiniones dominantes sobre PISA y el deporte son acertadas: están basadas en datos objetivos y parece que las diferencias de nivel entre ambas situaciones son tan claras que, como se dice vulgarmente, no hay comparación entre ambos resultados.

Vamos a centrarnos en la última afirmación que, efectivamente, es correcta: No es posible la comparación entre ambos resultados porque miden cosas muy diferentes. Creo que todo el mundo se habrá dado cuenta de que en los resultados de las Olimpiadas influye (y mucho) el número de habitantes de cada país. Esto no sucede en el estudio PISA porque el dato que se ofrece es la media de las puntuaciones obtenidas por los estudiantes participantes.

Por lo tanto, si se quiere comparar los resultados de ambos estudios, antes se deberían adoptar una de las dos medidas siguientes:

1. Como el dato tomado de las Olimpiadas es el número total de medallas obtenidas por todos los españoles, habría que utilizar como comparación el número total de puntos obtenidos en PISA por todos los españoles.
2. Como el resultado de PISA es una media de puntuaciones, se tendría que tomar como resultado de las olimpiadas algún tipo de número promedio de medallas ganadas.

La primera de las soluciones es inviable porque no se dispone del número de estudiantes participantes por cada país. La segunda presenta ciertas dificultades, pero parece más asequible. Para calcular el promedio, en el numerador colocamos el total de medallas ganadas y lo único que tenemos que decidir es el número a colocar en el denominador. Para ello, hay varias posibilidades.

La primera idea que a uno se le ocurre es dividir por el número de deportistas participantes en las Olimpiadas representando a cada país. Pero, en primer lugar, este número no parece ser fácilmente accesible y, en segundo lugar, sucede que los países emplean criterios diferentes a la hora de confeccionar las selecciones y los países más permisivos llevan selecciones proporcionalmente más amplias que los más restrictivos. En consecuencia, si se utilizaran estas cantidades como denominadores, se obtendrían resultados diferentes en países con niveles deportivos similares.

Parece que el denominador correcto sería el del número de personas de cada país en edad de practicar deporte. Este dato no es fácil de obtener. En cambio, sí es fácil disponer del número total de habitantes de cada país. Aunque las diferentes tasas de envejecimiento de los países hacen que los números de habitantes en edad deportiva pueden variar bastante dentro de países con la misma población, voy a utilizar la población total como una primera aproximación al problema[2].

He tomado las poblaciones totales de http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_countries_by_population, donde aparecen estimaciones que oscilan entre finales de 2011 y mediados de 2013 procedentes de

[2] Sobre todo teniendo en cuenta que las pirámides de población de los países de nuestro entorno son relativamente similares.

diferentes fuentes, aunque la mayoría son estimaciones de los gobiernos. Por ejemplo, en el caso de España se da la cifra de 46 704 314 habitantes que es la estimación que el gobierno español realizó el 1 de enero de 2013.

Ahora, las cosas cambian bastante. Resulta que si consideramos el número de medallas por cada millón de habitantes, España pasa a ocupar el lugar número 34 de entre los países participantes en el informe PISA, con 0'36 medallas por millón, detrás de Italia que está la 31, con 0'47, y delante de Portugal que aparece en el puesto 45, con 0'09. A título de curiosidad diré que, en esta escala, USA está justo detrás de España, en el lugar 35, con 0'33 medallas por millón de habitantes.

Debo decir que el procedimiento empleado para medir el potencial deportivo de los países no me parece muy razonable ya que, por ejemplo, Islandia, que no consiguió ninguna medalla en Londres, tiene un nivel muy alto en balonmano y, por ejemplo, en la Olimpiada de 2008 consiguió la medalla de plata en este deporte. Como su población es baja, con sólo esta medalla habría pasado de ocupar el último lugar, con 0 medallas por millón de habitantes, a ocupar el primero, con 3'08 medallas por millón. Por lo tanto, debe tomarse con mucha cautela este índice de éxito deportivo que sólo sería válido para países medianos o grandes.

Sin embargo, me ha parecido interesante la inclusión de esta comparación porque tengo la impresión de que en nuestra sociedad se tiene cierta tendencia a cometer el tipo de error que comento: mezclar cantidades absolutas con relativas y extraer conclusiones de unas comparaciones imposibles.

6. Entonces, ¿en qué quedamos?

Creo que la conclusión del apartado anterior es que España, hablando grosso modo, tiene niveles parecidos en deportes y en educación matemática.

Sin embargo, considero que este artículo quedaría cojo si no diera mi opinión sobre el nivel de la educación matemática española en relación con la de los países de nuestro entorno.

Para ello, voy a analizar no tanto la situación de España sino las causas de esta situación. Me explico. A mi entender, hay dos variables fundamentales a la hora de obtener buenos resultados en cualquier actividad (y creo que en este orden). Por un lado, el esfuerzo personal realizado y, por otro, los recursos económicos que se invierten en ella. Por lo tanto, se deberían analizar los resultados de España teniendo en cuenta estas dos variables.

Veo complicado medir (aunque sea aproximadamente) el esfuerzo personal con los medios de que dispongo. En cambio, es relativamente fácil medir la cantidad invertida por cada estado en educación. Es cierto que habría que disponer de la cantidad invertida por alumno, pero no veo sencillo cómo averiguar el número exacto de alumnos por país en todos los países participantes o, al menos, en la mayor parte de ellos. Sin embargo, sí que es fácil conocer el número de habitantes de los países y, por lo tanto, es sencillo calcular el importe que cada país gasta en educación por habitante. Creo que podemos considerar esta última cantidad como una aproximación razonable del dinero invertido por alumno.

He obtenido en *Wikipedia* los datos utilizados. Más concretamente, he usado los datos que el día 30 de septiembre de 2013 figuraban en los enlaces:

http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_countries_by_GDP_%28nominal%29

http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_countries_by_spending_on_education_%28%25_of_GDP%29

http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_countries_by_population

He tomado el Producto Nacional Bruto (PNB) de cada país de los datos del Fondo Monetario Internacional que figuran en el primer enlace (excepto el dato de Liechenstein que ha salido del listado del Banco Mundial por no aparecer este país en el listado anterior). Las proporciones de estas cantidades que se dedican a educación han sido tomadas de la lista que aparece en el segundo enlace; y la población de los países involucrados, del último enlace.

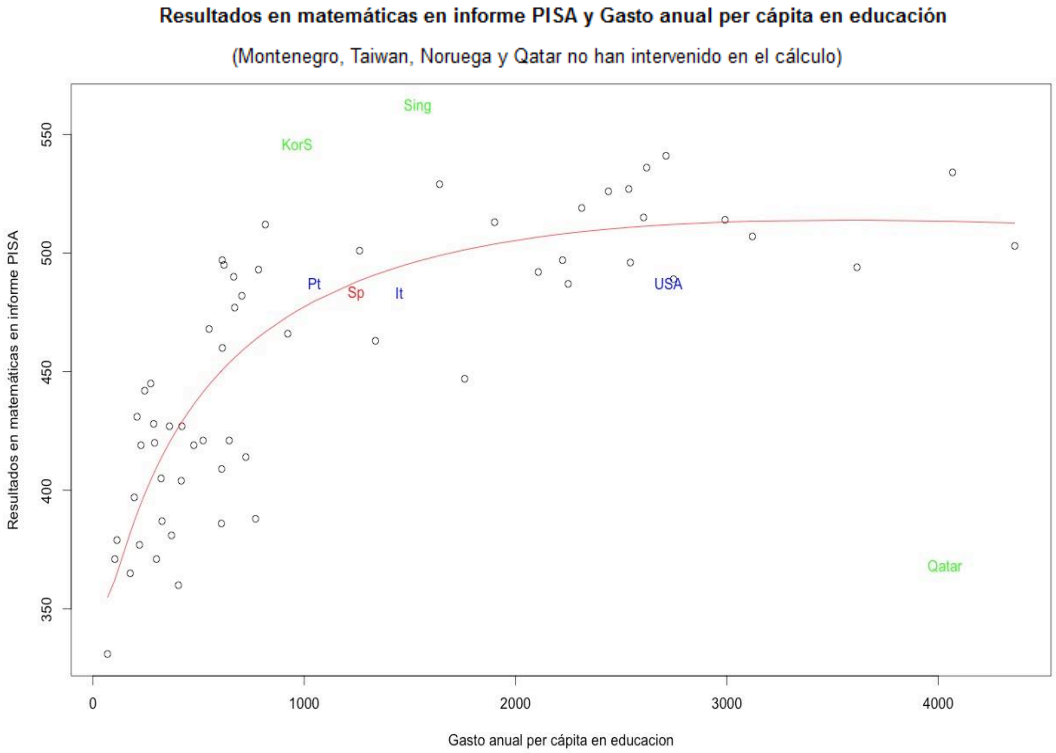


Figura 1. Representación del gasto per cápita en educación junto con la puntuación en el informe PISA del 2009 en competencia matemática de los países participantes en dicho estudio (excepto Montenegro, Taiwan, Noruega y Qatar).

En la Figura 1 se representan las variables "gasto per cápita en educación" y "puntuación obtenida en el informe PISA en competencia matemática". La curva representa, para cada gasto per cápita, la puntuación teórica que un país medio debería obtener en el informe PISA[3]. Además, aparece señalada como "Sp" la situación de España y, a modo de comparación las posiciones de Portugal (Pt), Italia (It) y Estados Unidos de Norteamérica (USA).

Parece lógico que la función que marca la puntuación esperada para un gasto dado sea creciente. La función obtenida en este caso lo es en todo su recorrido, exceptuando el tramo final. La interpretación de esta curva es bastante clara: Si empezamos por los valores inferiores de gasto, se observa cómo el incremento de la inversión per cápita en educación viene acompañado de una mejora bastante notable en los resultados esperados. A medida que nos movemos a valores mayores de gasto, la pendiente de esta curva va disminuyendo, lo cual indica que incrementos adicionales de gasto ocasionarán mejora en el rendimiento, pero la mejora por cada dólar de incremento es inferior. Finalmente (hacia los 3000 $ de gasto) se llega a una zona donde incrementos en el presupuesto de educación no se traducen en una mejora del rendimiento.

Como se indica en la Figura 1, en el cálculo de la función no han intervenido cuatro países: Montenegro y Taiwan, porque no me ha sido posible obtener la proporción de su PNB que destinan a educación; Noruega, que ha sido excluido por su elevado gasto (6 710'56 $) que la coloca muy fuera del rango del resto[4]; y Qatar está también fuera de la nube principal de puntos con un gasto por alumno muy elevado, 4031'76 $, para unos pobres resultados de 368 puntos.

[3] Esta curva se obtiene a partir del polinomio de orden tres que mejor aproxima las parejas de puntos formadas tomando el logaritmo del gasto per cápita en educación y el resultado del informe PISA. He calculado esta función utilizando el criterio de los mínimos cuadrados. Respecto de tomar el logaritmo del gasto en lugar del gasto directamente, hay que decir que es frecuente reemplazar una variable por su logaritmo cuando presenta una gran diversidad de valores como ocurre con la variable gasto que oscila entre los 68 dólares USA gastados por Krygistán y los 6711 invertidos por Noruega. No es necesario tomar logaritmos en las calificaciones de la competencia matemática por ser valores más homogéneos. Esta variable va desde los 331 puntos de Krygistán a los 562 de Singapur.

[4] No puede considerarse que el resultado de Noruega en el informe PISA sea espectacular. Su puntuación fue de 498, lo que es un apoyo adicional a la teoría de que, por encima de cierto nivel de gasto, incrementos en el presupuesto no implican mejoras en el rendimiento.

Respecto de nuestro país: La posición de España en el gráfico no llama la atención. Está situada muy cerca de la curva, lo cual indica que obtiene unos resultados bastante parecidos a los esperados, aunque un poco por debajo. Con Portugal ocurre algo similar, pero en dirección opuesta: sus resultados están cerca de lo esperado, aunque un poco por encima, y no tan cerca de la curva como los españoles. Italia está algo peor que España, ya que está más alejada de la curva que España y también está por debajo de la misma.

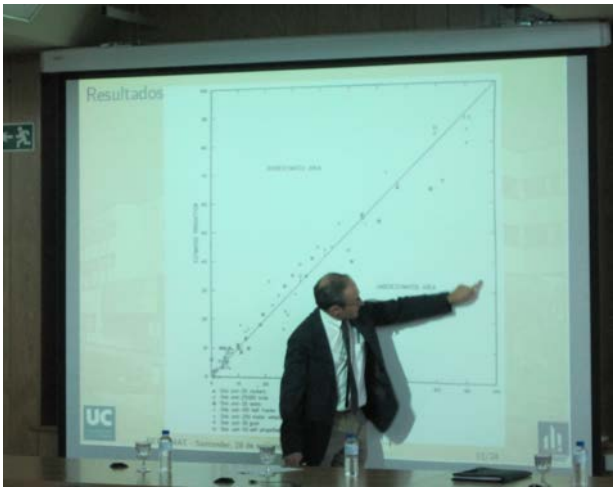
He incluido en el gráfico a USA por ser un país de referencia. Este país tiene un gasto bastante elevado y, sin embargo, su resultado en competencia matemática (483 puntos) es similar a los de España, Italia y Portugal; sin embargo, su situación en la Figura 1 permite afirmar que su resultado es peor que el de estos tres países.

7. Conclusiones

De todo lo anterior, en mi opinión, se extraen varias conclusiones que me parecen interesantes. En primer lugar, podemos decir que el nivel de España en educación no es muy diferente al deportivo, en contra de la percepción colectiva de ambas variables.

En segundo lugar, en la sección 6, he intentado una primera aproximación al problema de analizar las causas de la situación de España en educación analizando su relación con el gasto. Desde esta perspectiva, la posición de España no está muy alejada de lo que cabe esperar según el gasto realizado.

En tercer lugar, espero que de lo anterior no se deduzca que yo estoy satisfecho con la situación de España. Lo que se deduce de la sección 6 es que el nivel de España es muy próximo al que nos corresponde de acuerdo con el esfuerzo económico que realizamos. Por otro lado, como el gasto español en educación no llega a la zona de los 3000$, un incremento en este capítulo debería traducirse en una mejora de los resultados. Pero también está claro que existe la posibilidad de mejorar los resultados con el mismo esfuerzo económico. En concreto, una posibilidad, seguramente sencilla, es seguir los pasos de Portugal[5], que siendo un país de cultura similar a la española, con menos inversión consigue mejores resultados. De todos modos, el margen de mejora en esta línea es reducido. Creo que los modelos a seguir en un plazo largo deberían ser Corea del Sur y Singapur, que tienen un nivel de gasto en educación similar al español y que son los países que más se alejan de la curva de previsiones por la parte positiva de la misma. Las posiciones de estos países en el gráfico de la Figura 1 aparecen marcadas con sus nombres en la parte superior izquierda del gráfico.



Finalmente, he de señalar que he realizado un estudio similar utilizando en lugar del gasto per cápita en educación, el PNB per cápita. Es decir: he realizado un estudio de cómo influye la riqueza del país en el rendimiento en educación. Los resultados han sido similares a los presentados aquí y, por ello, no los he incluido.

[5] Da la impresión de que Portugal se toma la educación con más interés que España. Portugal tiene un PNB inferior al español pero dedica un porcentaje del mismo (el 5'2%) superior al español (el 4'3%). De todos modos, el gasto español per cápita (1244'82$) es superior al portugués (1047'27$).

CURIOSIDADES

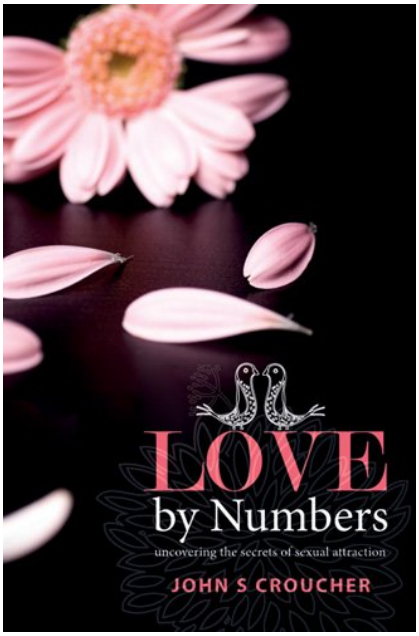
Pipas

El video que a continuación referenciamos nos llegó vía correo electrónico, acompañado del siguiente texto: *¡Ábrelo donde puedas reírte a gusto! ¡Esto se arregla aportando más dinero a la enseñanza!* Como de forma directa no está en nuestras manos aportar más recursos a la educación, pero no hemos perdido la capacidad de reírnos, hemos conseguido soltar carcajadas viendo πpas y también realizar alguna que otra reflexión. Resumiendo, podemos decir que el punto de partida de este corto es el número π y una supuesta infidelidad de pareja. El texto, que no incluimos por contener alguna que otra palabra no apta para ser reproducida en estas páginas, está lleno de errores matemáticos y no matemáticos y está interpretado con mucha gracia por las dos actrices protagonistas. Como entendemos que los errores son intencionados, nos encontramos entre las personas que vemos esta pieza como un elemento con el que pasar tres minutos divertidos (esa es su duración) y hacérselos pasar a otras personas si lo compartimos. En la red pueden encontrarse opiniones para todos los gustos. Invitamos a verlo y a tomar partido, e incluso nos atrevemos a sugerir su uso como recurso didáctico: análisis de errores.

El corto puede verse en http://youtu.be/lGuY5UU2wRQ y en http://cortopipas.blogspot.com.es. En esta última dirección se pueden encontrar otros detalles sobre el rodaje del mismo; ahí hemos sabido que el corto ha estado nominado en seis categorías en la XI edición del Notodofilmfest y que se ha llevado los premios a la mejor dirección y al mejor guión. En la lista de cortometrajes que han sido preseleccionados para optar al Goya 2014 en la categoría de Ficción también se encuentra Pipas. ¡Suerte!

Imágenes extraídas del corto πpas, donde puede verse a las actrices en actitud de compartir pipas y charla.

John Croucher y sus números del amor



En 2011 la editorial australiana Woodslane Press publicó el libro *Love by numbers: uncovering the secrets of sexual attraction*, cuyo autor, John S. Croucher, es profesor de la Macquaire Graduate School of Management (Sydney, Australia). Las investigaciones del profesor Croucher están relacionadas, en general, con la aplicación y la búsqueda de métodos cuantitativos aplicables a la administración de empresas y a los negocios. Dando un paso adelante, Croucher ha tratado de cuantificar algunos aspectos relacionados con el amor romántico y la atracción sexual, dos de las más potentes emociones experimentadas en nuestra vida. A lo largo de las tres secciones en las que está dividido el libro: Dating, Relationships and Sex, el autor relata historias, destruye mitos y pone al descubierto datos sorprendentes y divertidos.

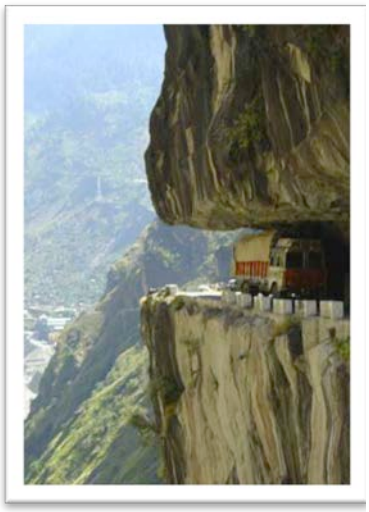
Aunque Croucher piensa que algunas respuestas han de ser sometidas a ajustes, dice que la mayoría son una guía útil de cómo piensan las personas. Algunos números: el 70% de las mujeres no volvería a casarse con su pareja actual de saber antes lo que saben ahora; el 100% de los hombres encuestados responden que lo que más les enfría la sangre de cuanto les dice su pareja es la frase: Tenemos que hablar; etc. Pueden encontrase más datos en http://www.iprofesional.com/notas/133673-Las-matemticas-del-amor-un-libro-revela-las-estadsticas-ms-curiosas-de-las-relaciones# y una buena parte de la primera sección del libro (en inglés) en http://www.amazon.com/dp/B005Q65BX4/ref=rdr_kindle_ext_tmb.

La matemática de algunos objetos y situaciones

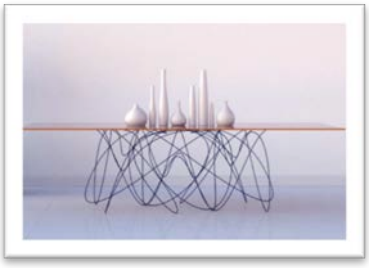
Ya en números anteriores de este Boletín hemos citado la página http://www.fotomat.es. Su nombre es indicativo de su contenido, fotografías matemáticas. Objetos cotidianos con un punto de originalidad, como una mesa o una estantería; situaciones comunes, como el lanzamiento de una pelota de tenis impregnada de agua; o recreaciones artísticas, componen un amplísimo catálogo de fotografías comentadas, y clasificadas por temas y fechas. Invitamos a hacer un recorrido por esta página, siempre sorprendente y que, en ciertos casos, puede orientarnos incluso a reinterpretar alguna pieza de nuestro mobiliario. A continuación mostramos algunas de las obras incorporadas a lo largo de este año, pero no olvide nuestro lector que los comentarios que sobre ellas aparecen en la página mencionada, y no incluidos aquí, no deben ser menospreciados.

ELEVADO A: ^

ALCANZANDO EL VÉRTICE: x= - b/2a



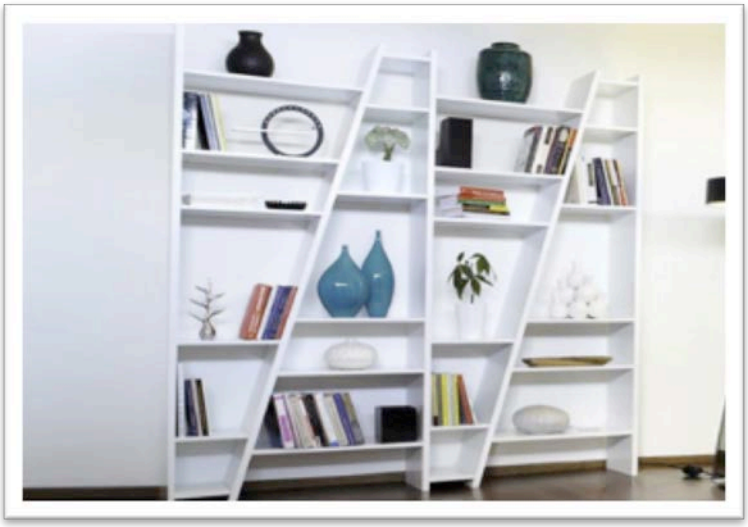
INTERVALO



MESA DE CHEBYSHEV

ÁNGULO DIEDRO

ORDEN PARCIAL



De izquierda a derecha y de arriba abajo:
PRIMER TEOREMA DE THALES; PUNTO DE ACUMULACIÓN; DEL 2º AL 1er CUADRANTE

Buscando una sonrisa

Estimado lector, si echas un vistazo a esta misma sección pero de los dos números anteriores de este Boletín, podrás observar que en ambas ocasiones ya nos referimos a http://www.desmotivar.com como una página donde, al menos, sonreír con carteles sorprendentes, agrupados según diferentes temas. Si en revistas pasadas fueron las matemáticas el objetivo de la reseña, en esta ocasión hemos considerado como denominador común el binomio Apple – Microsoft, que tan presente está en nuestra vida profesional y quizás, también, fuera de ella. Esperemos que estas imágenes resulten suficientemente motivadoras para recorrer la página citada y, si se considera oportuno, hacer aportaciones propias.

Imágenes tomadas de la sección Apple. Transcribimos, de izquierda a derecha, los pies de foto para una posible mejor lectura: Tres manzanas cambiaron el mundo: La de Adán y Eva, la de Newton y la de Steve Jobs; Yo también tengo una apple, mira…; Mac ahora soporta Windows.

Imágenes tomadas de la sección Microsoft. Transcribimos, de izquierda a derecha, los pies de foto para una posible mejor lectura: Windows 8 Home Edition; Hasta en Microsoft trabajan con ordenadores Apple; El váter de Bill Gates.

FameLab

Muy pocas personas hoy en día no han visto en alguna ocasión alguno de esos festivales de monólogos propiciados principalmente por locales de espectáculos o cadenas de televisión. A través de estas líneas vamos a presentar uno de esos festivales con menos repercusión porque es de contenido científico y, por tanto, más específico y con un menor número de posibles receptores. FameLab es un festival que, como reza en su página web, tiene por principal objetivo fomentar la divulgación de la ciencia identificando, formando y dando a conocer nuevos talentos entre los que trabajan en ciencia, a través de un formato innovador, el monólogo científico. En la actualidad este festival se celebra en más de veinte países y consta de tres fases: 1ª) Preselección, 2ª) Masterclass y 3ª) Final Nacional e Internacional. Para más detalles acerca de las características de cada una de estas fases se puede ir al enlace *Qué es* de http://www.famelab.es/es. En España este año el ganador ha sido Eduardo

Sáenz de Cabezón Irigaray, de la Universidad de La Rioja. El monólogo puede verse en la dirección electrónica antes señalada. Pero también recomendamos el monólogo de Clara Grima Ruiz, que puede verse en http://seispalabras-clara.blogspot.com.es/2013/05/monologueando.html, y que pasó la fase de preselección. A la autora le fue imposible seguir a la fase masterclass.

En la imágenes, Eduardo y Clara en sus respectivas actuaciones. Con el primero, podrás disfrutar del significado de teorema y de las interpretaciones de algunos; y con la segunda, de la relación entre el elemento neutro de un grupo y los grupos musicales, tales como *Los Chichos* o *Sex Pistols*. No es cuestión de perdérselo, se pasa un buen rato.

Por si apetece tenerlo o regalarlo

En el Boletín nº 11 de la SMPC, dentro de esta misma sección de Curiosidades, se incluía un apartado titulado *Quizás no te vistas de Prada, ¿y de Matemáticas?*, donde se mencionaba una dirección en la que podían adquirirse objetos de todo tipo con motivos matemáticos y mostrábamos una selección de ellos: viseras, chapas, camisetas, etc. (imagen de la izquierda)

En esta ocasión, nuestra fuente de información ha sido la página http://gaussianos.com, dentro de la categoría del número Pi. En ella se muestra un jersey muy matemático y proponen combinarlo con unas zapatillas no menos matemáticas.

En el jersey están tejidos el triángulo de Pascal, los primeros términos de la sucesión de Fibonacci, el número Pi, algunos números primos, los símbolos de las operaciones aritméticas básicas… Como se dice en la dirección indicada, llevarlo supone “estar arropado por las matemáticas”. Las zapatillas llevan, parece ser, una parte de la demostración del último teorema de Fermat.

OLIMPIADAS Y OTROS CONCURSOS

XVII OLIMPIADA MATEMÁTICA DE CANTABRIA para estudiantes de 2º de ESO

PARTICIPACIÓN Y DESARROLLO

El 4 de mayo de 2013 se celebró la XVII Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO, que tradicionalmente convoca y organiza la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC). Por primera vez, la prueba tuvo lugar en las aulas de la Facultad de Ciencias y no en las del Edificio Interfacultativo como ha venido siendo en los últimos años.

Como viene siendo habitual, el concurso tuvo una espléndida acogida entre los estudiantes a los que va destinado. En esta convocatoria, el número de participantes ha sido 78 de los 99 inicialmente inscritos, provenientes de 18 centros educativos de la Comunidad, considerando tanto colegios como institutos de Cantabria. Un dato curioso es que el reparto de inscripciones por centros ha sido muy desigual. Se puede apuntar que casi el 50% de las personas inscritas pertenecían a sólo tres centros: el primero en número, de la ciudad de Torrelavega; seguido por dos de la capital, Santander.

Uno de los aspectos vividos con más intensidad por los estudiantes que se presentan a este tipo de pruebas es el cosquilleo nervioso que sienten en las bocas de sus estómagos durante los minutos previos al comienzo del concurso, cuando miran expectantes al resto de sus compañeros y, en ese momento, dignos adversarios. Junto a la incomparable y grata experiencia de compartir con chicos de su misma edad la ilusión por hacer un meritorio papel en la resolución de los problemas planteados, los alumnos que acudieron a esta nueva edición de la Olimpiada pudieron añadir como recuerdo de su participación un diploma y una camiseta.

Este año el número de participantes ha sido algo menor que en algunas otras ocasiones, pero, aun así, entendemos que la asistencia ha sido alta y que la Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO es una de las actividades promovidas por la SMPC con más repercusión en el ámbito escolar, situación que encontramos muy grata.

En las líneas siguientes se ofrecen los enunciados y las soluciones de los problemas que constituían la prueba. Unos y otras aparecen publicados en la página web de la SMPC,

http://www.sociedadmatematicacantabria.es

Los enunciados, como podrá comprobarse, tienen un hilo conductor ciertamente sugerente, un día en la vida de los monjes *demostratenses*. Nuestra felicitación por esta idea a los responsables del diseño de la prueba, Juan Martín Pindado y María Antonia Merodio García.

Por otra parte, añadir que las soluciones que aparecen en este Boletín no son una trascripción literal de las oficiales. Hemos tenido el atrevimiento de mostrar, en algunos casos, ligeras modificaciones o vías alternativas para la resolución de tales ejercicios.

PROBLEMAS

La prueba ha estado constituida por cinco problemas, no todos de igual grado de dificultad, como tampoco lo eran las diferentes cuestiones que los integraban. Los estudiantes han dispuesto de dos horas para su resolución y han podido hacer uso de calculadora que, aun sin ser imprescindible, les aporta cierta seguridad.

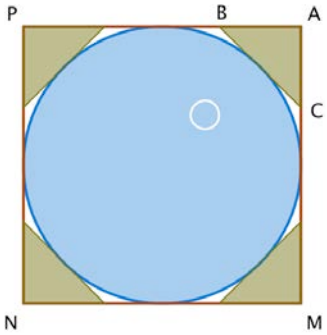
INTRODUCCIÓN

La orden de los monjes demostratenses es una fantástica orden de monjes contemplativos que gustan del estudio de las matemáticas y disfrutan al resolver los problemas que continuamente se plantean. Su mundo, aunque parece limitado a los muros del monasterio, es, sin embargo, infinito, porque viajan con la imaginación a otros mundos llenos de sorprendentes conceptos y relaciones.

Este relato es el de un día en la vida del monasterio. En él encontrarás preguntas y ejercicios que esperamos que te resulten interesantes y que intentes resolver.

1. LAUDES (ANTES DEL AMANECER)

El hermano Guillermo había paseado muchas veces por aquel patio. En el centro del mismo, un estanque en forma circular estaba inscrito en un cuadrado. Cuatro triángulos isósceles de césped en las esquinas daban frescura al entorno. La noche había sido fría y el estanque estaba helado. Pero no era totalmente liso, una marca en el hielo llamó su atención. Una pelota había caído en él cuando el agua era líquida aún. Otro monje había recogido la pelota del hielo, pero la huella seguía ahí.



Fray Berengario, que pasaba por allí, midió la huella: “24 cm de diámetro y 8 cm de máxima profundidad”, dijo.

“Es suficiente”, añadió fray Guillermo. “Con esto sabré el radio de la pelota”.

a) ¿Podrías averiguarlo tú?

El hermano Guillermo observó de nuevo el estanque. Se preguntaba por la superficie del mismo y los datos necesarios para calcularla.

El hermano Berengario le comentó: “Yo sé, porque los he tenido que plantar, que los cuatro triángulos de césped tienen, en total, un área de 36 m^2”.

“Es suficiente”, dijo fray Guillermo.

b) Con este dato, ¿podrías calcular el área del estanque circular?

2. HORA PRIMA

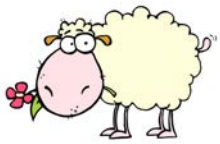
El hermano Guillermo se encontraba en el refectorio a la hora prima (las 7 de la mañana) con el resto de los monjes, al lado del padre abad, como correspondía a su edad. Los monjes solían comer alimentos sencillos, pero muy naturales. Provenían de sus huertas y de las granjas que atendían siguiendo la máxima de la regla "cogitat et labora" (piensa y trabaja).

El abad bendijo diciendo: "Bendice Señor a las 333 ovejas que han hecho posible este queso que vamos a tomar y a este pan con el que nos regalas. Amén".

Los monjes comieron el queso poco a poco, incluso algunos de ellos entornaban los ojos para disfrutar más de su extraordinario sabor.

Al final de la comida fray Guillermo se dirigió al abad: "Padre abad, todos hemos apreciado cómo ha mejorado la calidad de nuestro queso. ¿Cuál es la razón de que sea tan excelente?"

"Mire, fray Guillermo", respondió el abad, "como he dicho antes, este queso está producido por 333 ovejas, pero entre ellas hay tres grupos distintos: las del primero, que se alimentan solo con heno; las del segundo, que comen solo alfalfa; y las del tercero, que son alimentadas con tomillo. Al principio, el número de ovejas del primer grupo era el triple que las del segundo, y las del segundo doble que las del tercero".



Fray Guillermo hizo un cálculo mental y descubrió cuántas eran las ovejas de cada grupo.

a) ¿Puedes calcularlo tú?

Pero el abad prosiguió diciendo: "Pero, el queso, aunque no malo, era mejorable. Así que fuimos pasando ovejas del primer grupo al segundo y al tercero, de forma que en la actualidad todos los grupos tienen un número de ovejas capicúa, de tres cifras, y distinto. Y, ahora, es el primer grupo el menos numeroso y el tercero el mayor".

b) ¿Cuántas ovejas pasaron del primero al segundo grupo y del primero al tercer grupo?

3. HORA SEXTA (MEDIODÍA)

Algunos monjes demostratenses habían ocupado la hora tercia en los trabajos agrícolas, otros, los más dotados para ello, en los trabajos intelectuales. En esta orden, los trabajos intelectuales consistían en inventarse y plantearse unos a otros problemas de aritmética, álgebra, geometría, lógica,… Era la hora más divertida del día. Fray Malaquías, encargado de recordar a los hermanos el santoral en el capítulo, tenía especial empatía por problemas numéricos relacionados con la fecha de cada día.

Respecto de la fecha de hoy, fray Malaquías habría dicho en el capítulo: "Hermanos, hoy es 4 de mayo de 2013, día de los santos Florián, Ciríaco, Curcódomo, Antonina, Pelagia, Silvano y 39 mártires más y los beatos Ladislao, Silvano, Carlos, Ceferino y Juan Martín". Repasaría brevemente obras y milagros de cada uno de ellos y terminaría diciendo: "Que ellos os iluminen para resolver las siguientes cuestiones".

Y éstas son las cuestiones de Fray Malaquías. Anímate a resolverlas:

♦ En la sucesión 4 – 5 – 5 – 6 – 6 – 6 – 7 – 7 – 7 – 7 – 8 – 8 – 8 – 8 – 8 – 9 – 9…

a) ¿Cuántas veces aparecerá el número 2 013?

b) ¿Qué lugares ocupa el 2 013 dentro de la sucesión?

c) ¿Qué número ocupa el lugar 2 013?

♦ El número $4 \cdot 5^{2\,013}$

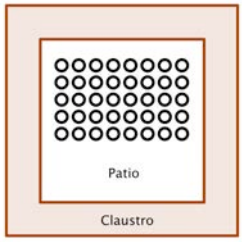
d) ¿Cuántos divisores tiene?

e) ¿Cuánto vale el producto de todos sus divisores? Puedes dejar el resultado en forma de potencia.

f) ¿Cuánto vale la suma de todos sus divisores? Puedes dejar el resultado en forma de potencia.

4. VÍSPERAS

A esta hora, que de nuestro horario corresponde las 4 de la tarde, los monjes demostratenses se agrupaban para dar gracias y desearse la paz antes del trabajo de la tarde. Se reúnen en un patio interior, cuadrado y descubierto, si hace buen tiempo. En cambio, cuando llueve, los monjes ocupan el claustro cubierto que rodea el patio interior.



El hermano Guillermo se había dado cuenta de que estaban igual de anchos en el claustro que en el patio. El arquitecto cisterciense que diseñó el monasterio había reservado igual área para el patio y para el claustro. El patio tiene 20 metros de lado.

a) ¿Cuánto mide el lado del claustro?

Los 40 monjes del monasterio, que estaban en el patio interior esta vez, formaron un rectángulo de 5 filas y 8 columnas.

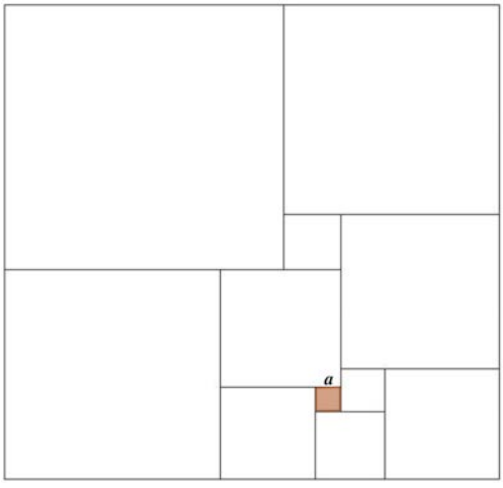
Hubo unas oraciones en latín. Luego, unos cánticos en el mismo idioma. El abad pidió a sus monjes que se diesen la paz, estrechándose la mano. Cada monje estrechó la mano de cada hermano que tenía alrededor. El hermano Guillermo había vivido el ritual durante los 60 años de su vida monástica, pero nunca se había preguntado si sería fácil calcular cuántos apretones de mano se dieron en total.

b) ¿Lo podrías calcular tú?

c) ¿Lo podrías generalizar para m filas y n columnas de monjes?

5. COMPLETAS

l día terminaba con la oración de completas en la iglesia. Allí, Fray Guillermo se fijó en el dibujo que formaban las desiguales losetas de piedra enlucida de la pared: por algún extraño motivo, el cantero solo había fabricado, y marcado con su firma, piedras cuya cara visible era cuadrada. Y entre todas ellas formaban también un enorme cuadrado en la pared. Éste era su aspecto:



El mismo cantero había dejado grabado: ”el valor a del lado del cuadrado sombreado es de ocho pulgadas”, quizás pensando que ello sería suficiente para hallar el lado del cuadrado exterior y, con ello, el dinero que debía recibir por su obra.

De nuevo fray Guillermo tuvo la respuesta: “Son pocos datos, pero suficientes”, pensó.

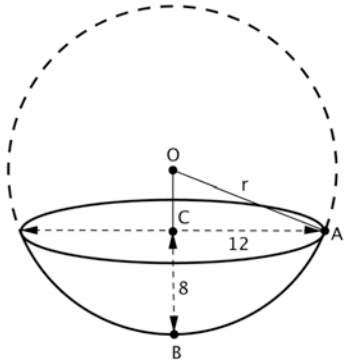
a) ¿Sabrás hallar el lado del cuadrado externo? *Indicación*: Empieza por llamar x al lado del cuadrado contiguo al de lado a y expresa algebraicamente los lados del resto de los cuadrados.

Pero, no contento, a fray Guillermo se le ocurrió la siguiente pregunta, que espero que sepas contestar:

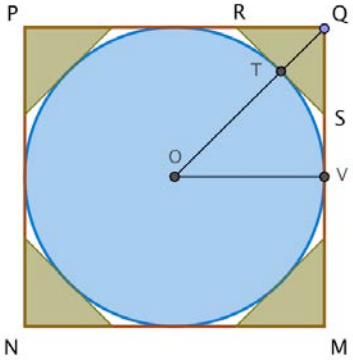
b) “¿Qué valor entero debe tomar a para que el lado del cuadrado externo sea un número entero entre 1 000 y 1 100?”

Solución de: LAUDES (ANTES DEL AMANECER)

a) La relación entre el radio de la esfera y las medidas dadas en el enunciado es, como puede apreciarse sin más que observar la figura siguiente, $(r-8)^2+12^2=r^2$ puesto que el triángulo OAC es rectángulo. De dicha relación, se obtiene que $r=13\,cm$.



b) Puesto que los triángulos son iguales, cada uno tiene una superficie de 9 m^2. Por simetría de la figura, sabemos que cada triángulo es isósceles y es posible deducir que $\overline{RS}=2\overline{QT}$ (ver la figura). De esta relación, y del área del triángulo QRS, se deduce que $\overline{QT}=3\,m$. Si llamamos r al radio de la circunferencia, y puesto que el triángulo OVQ es rectángulo e isósceles, se tiene que $\sqrt{2}r=r+3$, de donde se deduce que $r=3\left(\sqrt{2}+1\right)m$. El área pedida es pues $9\left(3+2\sqrt{2}\right)\pi\ \cong 164{,}79\,m^2$.



Solución de: HORA PRIMA

a) Si H, A y T representan los números de las ovejas que comen heno, alfalfa y tomillo, respectivamente, se tiene que $H = 3A = 3(2T) = 6T$. Por tanto, $6T + 2T + T = 333$. De donde se desprende que $T = 37,\ A = 74,\ H = 222$.

b) Puesto que los tres números capicúas pedidos son de tres cifras y suman 333, las cifras de las centenas son todas iguales a 1. La situación es entonces:

$$\begin{array}{cccc} & 1 & \clubsuit & 1 \\ + & 1 & \blacklozenge & 1 \\ & 1 & \spadesuit & 1 \\ \hline & 3 & 3 & 3 \end{array}$$

Las tres cifras de las decenas deben sumar un número con cifra de las unidades igual a 3. Como no pueden producirse llevadas hacia la columna de las centenas, esas cifras deben sumar exactamente tres. Si deben ser distintas, la única posibilidad es que ♣ = 0, ♦ = 1, ♠ = 2 (supuesto escritos los sumandos de menor a mayor).

Por tanto, en el primer grupo hay ahora 101 ovejas, 111 en el segundo y 121 en el tercero.

Así, del primer grupo al segundo se han pasado 111 – 74 = 37 ovejas y del primero al tercero 121 – 37 = 84 ovejas.

Solución de: HORA SEXTA (MEDIODÍA)

♦ De las preguntas relacionadas con la sucesión 4-5-5-6-6-6-7-7-7-7-8-8-8-8-8-9-9…

nº sucesión	4	5	6	7	8	9
nº veces en sucesión	1	2	3	4	5	6

a) De la formación anterior se desprende que un número n aparecerá $n - 3$ veces, por ello, el 2013 aparecerá 2010 veces.

b) El lugar ocupado por el primer 2013 es el siguiente al último ocupado por el 2012.

4	5	6	⋯	2012	2013
1 + 2 + 3 +			⋯	+ 2009	

La cantidad de lugares ocupados hasta ese momento será:

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 2\,009 = \frac{(1 + 2\,009) \cdot 2\,009}{2} = \\ = 2\,019\,045$$

Por tanto, los lugares ocupados por el 2013 serán: $2\,019\,046, 2\,019\,047, \cdots, 2\,021\,055$.

c) El lugar 2013 estará ocupado por un número $n + 3$, como ilustra la tabla,

4	5	6	⋯	$n+3$
1 + 2 + 3 +			⋯	+ n

tal que n sea el menor entero verificando

$$\frac{(1 + n) \cdot n}{2} \geq 2\,013$$

Es decir, que $(1 + n) \cdot n \geq 4\,026$. Puesto que $63 \leq \sqrt{4026} \leq 64$, $n = 63$. Y, en conclusión, el número que ocupa el lugar 2013 es $66 = n + 3$.

♦ De las preguntas relacionadas con el número $4 \cdot 5^{2013}$

d) El número dado es $2^2 \cdot 5^{2\,013}$, por tanto, cualquier divisor suyo será de la forma $2^a \cdot 5^b$, con $0 \leq a \leq 2$ y $0 \leq b \leq 2\,013$. Por tanto, para a hay 3 posibilidades y para b hay $2\,014$ posibilidades, en consecuencia hay $3 \cdot 2\,014 = 6\,042$ divisores.

La enumeración de tales divisores, que también puede emplearse, como es obvio, para obtener el número anterior, es:

1	5	5^2	⋯	$5^{2\,012}$	$5^{2\,013}$
$2 \cdot 1$	$2 \cdot 5$	$2 \cdot 5^2$	⋯	$2 \cdot 5^{2\,012}$	$2 \cdot 5^{2\,013}$
$2^2 \cdot 1$	$2^2 \cdot 5$	$2^2 \cdot 5^2$	…	$2^2 \cdot 5^{2\,012}$	$2^2 \cdot 5^{2\,013}$

e) Observando la tabla anterior, y teniendo en cuenta el producto de potencias de igual base, se tiene que el producto de los divisores es:

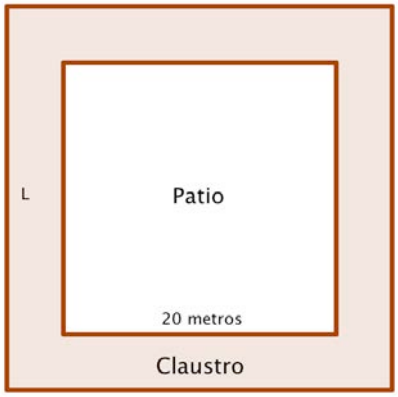
$$(5^{1+2+\cdots+2\,013})^3 \cdot (2^{1+2})^{2\,014} = 5^{6\,081\,273} \cdot 2^{6\,042}$$

f) La suma de los divisores es:

$$(1 + 5 + 5^2 + \cdots + 5^{2\,013}) \cdot (1 + 2 + 2^2) = \\ = \frac{5^{2\,014} - 1}{5 - 1} \cdot 7 = \frac{7}{4} \cdot (5^{2\,014} - 1)$$

Solución de: VÍSPERAS

a) El lado pedido L del claustro satisface la relación $L^2 = 2 \cdot 20^2$. Es decir, que:
$L = 20\sqrt{2} \cong 28{,}28\ m$.



b) La imagen siguiente representa todos los saludos posibles entre los monjes, donde puede apreciarse que:

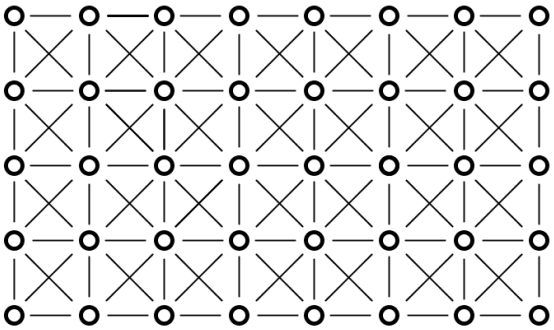
por fila, se producen 7 saludos (en un total de 5 filas)

por columna, 4 saludos (en un total de 8 columnas)

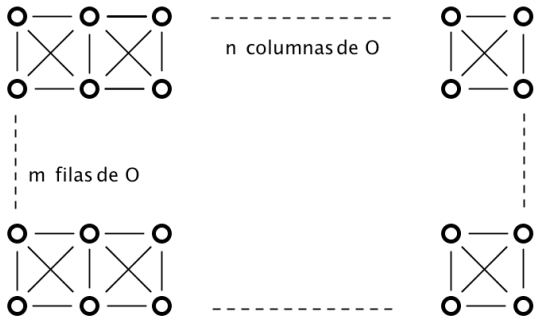
además, saludos cruzados se producen 2·7·4

Por tanto, el número total de saludos es:

$7 \cdot 5 + 4 \cdot 8 + 2 \cdot 7 \cdot 4 = 123$



c) Mediante una representación similar a la anterior:



puede observarse que:

por fila, se producen $(n-1)$ saludos, en un total de m filas

por columna, se producen $(m-1)$ saludos, en un total de n columnas

y saludos cruzados se producen en total $2 \cdot (n-1) \cdot (m-1)$

Globalmente, entonces:

$(n-1) \cdot m + (m-1) \cdot n + 2 \cdot (n-1) \cdot (m-1)$

Tras desarrollar la expresión anterior y agrupar términos, esa cantidad se escribe:

$4mn - 3m - 3n + 2$

Solución de: COMPLETAS

a)

Si llamamos x al lado del cuadrado solapado a la derecha del sombreado, y teniendo en cuenta la notación de la figura anterior, podemos ir estableciendo las siguientes relaciones:

Lado C1	Lado C2	Lado C3
$x + a$	$x + 2a$	$x + 3a$
Lado C4	Lado C5	Lado C6
$2x + a$	$2x + 5a$	$3x + a$
Lado C7	Lado C8	Lado C9
$3x - 3a$	$6x - 2a$	$9x - 5a$

De los valores anteriores se obtiene que el lado L del cuadrado exterior es $6x + 9a$ (considerado como la suma de los lados de C1, C2, C4 y C5) y también es $11x$ (considerado como la suma de los lados de C5 y C9).

Para el caso $a = 8$, y considerando que $6x + 9a = 11x$, se tiene que $x = 14{,}4$ pulgadas.

El lado del cuadrado exterior es, por tanto, $158{,}4$ pulgadas.

b) De $6x + 9a = 11x$, se obtiene que $x = \frac{9}{5}a$. Escribiendo el valor L del lado del cuadrado en función de a, y teniendo en cuenta las condiciones impuestas por el enunciado:

$$11 \cdot \frac{9}{5}a \in \mathbb{Z}$$

y

$$1\,000 < 11 \cdot \frac{9}{5}a < 1\,100$$

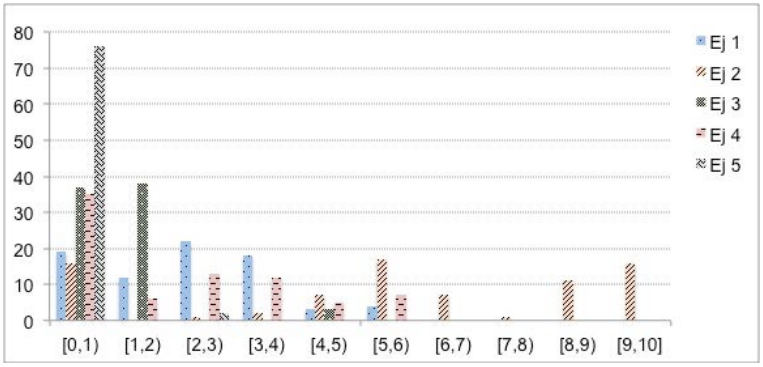
De la primera condición se deduce que a ha de ser múltiplo de 5, esto es, $a = 5t,\ t \in \mathbb{Z}$. Llevando esta expresión a la segunda de las condiciones, se obtiene que $1\,000 < 99t < 1\,100$

En consecuencia:

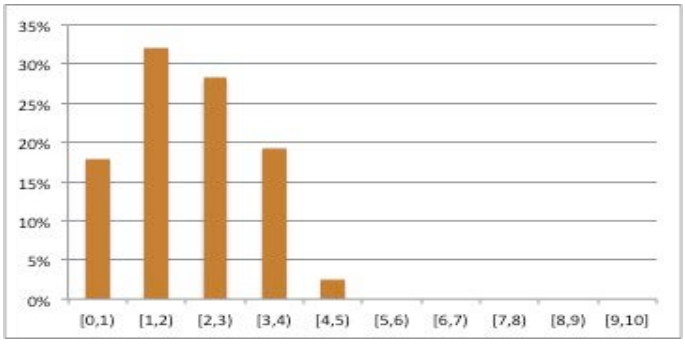
$t = 11$ y $a = 55$.

ESTADÍSTICAS

Algunos aspectos relacionados con las puntuaciones obtenidas en la XVII Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO se recogen en las siguientes gráficas y tablas.



Número de estudiantes, de los 78 presentados, que obtiene una nota por ejercicio comprendida en el intervalo correspondiente.



Porcentaje de estudiantes que obtiene una calificación final comprendida entre los extremos indicados.

	Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	PRUEBA
Nota media	1,94	5,34	0,89	1,90	0,08	**2,03**
Nota máxima	5,5	10	4,5	5,7	2,5	**4,34**
Nota mínima	0	0	0	0	0	**0**

En la tabla de la izquierda se señalan las notas medias, máximas y mínimas obtenidas en cada uno de los ejercicios de la prueba y en la prueba en su conjunto.

Recordemos que la nota final se obtiene como la media aritmética de las puntuaciones de los cinco ejercicios, donde cada uno de ellos tiene una calificación máxima de 10. En esta ocasión, la nota de corte de los finalistas fue de 3,14 (décima mejor calificación obtenida).

CUADRO DE HONOR

La relación, por orden alfabético de apellidos, de los 10 primeros clasificados fue la siguiente:

Marina Balbín Salas
Julia Fábrega Torrano
Laura García López
Lucía González Prieto
Nadia Gramse Arce
Lucía Grande Pérez
María Herrera García
Samuel Laso Saro
Eric Martínez Ouammou
Lucía Parrado Martín

En un acto celebrado en el Salón de Actos de la Facultad de Ciencias, presidido por María José Señas Pariente, presidenta de la SMPC, esos diez alumnos, que estuvieron rodeados de familiares y amigos recibieron una mención especial en reconocimiento a su trabajo. Asi-

mismo, se aprovechó la ocasión para que los padres de los tres estudiantes que iban a representar a Cantabria en la fase nacional de la Olimpiada Matemática concedieran a la SMPC los permisos necesarios para que la profesora que debía viajar con los chicos pudiera hacerlo sin ningún tipo de problema.

Las fotografías muestran algunos momentos del acto de entrega de premios.

Samuel Laso, Julia Fábrega y Laura García, estudiantes elegidos para representar a Cantabria en la Olimpiada Nacional.

Los alumnos elegidos para representar a Cantabria en la XXIV Olimpiada Matemática Nacional, que se celebraría entre los días 23 y 27 de junio en Andorra, fueron Julia Fábrega Torrano, Laura García López y Samuel Laso Saro.

En las páginas siguientes se ofrece la información correspondiente a esa Olimpiada, tanto del concurso propiamente como de la estancia en Andorra la Vella y de las impresiones que de su participación tuvieron nuestros representantes.

AGRADECIMIENTOS

No podían faltar unas líneas en las que manifestar nuestro agradecimiento tanto a los organizadores de la Olimpiada por su esfuerzo y su magnífico trabajo para llevar esta prueba a cabo, como a los profesores que corrigen desinteresadamente las preguntas de la Olimpiada.

Nos parece oportuno recordar aquí que los correctores realizan su labor, en la que cada uno se encarga de una pregunta, con el desconocimiento total del nombre del estudiante al que corresponde el ejercicio.

Aprovechamos también estas páginas para felicitar y dar las gracias a todos los profesores que animan, inscriben y acompañan a sus alumnos a la prueba.

Deseamos también que otros profesores de Cantabria se sumen a esa iniciativa y alienten a sus alumnos de 2º de ESO a participar en la decimoctava edición de la Olimpiada Matemática de Cantabria.

En las páginas finales de este Boletín se da información de la convocatoria de la XVIII Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO.

XXIV OLIMPIADA MATEMÁTICA NACIONAL para estudiantes de 2º de ESO

En los años ochenta del siglo XX fueron implantándose en algunas comunidades autónomas concursos matemáticos para estudiantes de EGB, que emulaban la Olimpiada Matemática Española para alumnos de COU o Segundo de Bachillerato, según la época, patrocinada por la Real Sociedad Matemática Española. En 1990, dos años después de la creación de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas y bajo su amparo, se celebró la primera edición de la Olimpiada Matemática Nacional para estudiantes de 8º de EGB, actualmente 2º de Educación Secundaria. Esa primera vez fue la Sociedad Navarra de Profesores de Matemáticas "Tornamira" la encargada de su organización y su Comunidad Autónoma el lugar del encuentro.

En esta ocasión, la XXIV Olimpiada Matemática Nacional para estudiantes de 2º de ESO se celebró del 23 al 27 de junio de 2013 en el Principado de Andorra. La Consejería de Educación de la Embajada de España en Andorra fue la entidad organizadora y la sede estaba localizada en el Albergue de La Comella, situado cerca de la población de Andorra La Vella, capital del estado andorrano.

XXIV Olimpiada Matemática Nacional Española
23-27 de junio de 2013
Principat d'Andorra

A la XXIV Olimpiada Matemática Nacional acudieron un total de 37 alumnos y 24 alumnas, representantes de Andalucía, Aragón, Canarias, Cantabria, Castilla y León, Castilla La Mancha, Cataluña, Ciudad Autónoma de Melilla, Comunidad de Madrid, Comunidad foral de Navarra, Comunidad Valenciana, País Vasco, Extremadura, Galicia, Islas Baleares, Institutos Españoles en Marruecos, Institutos españoles en el Principado de Andorra, La Rioja, Principado de Asturias y Región de Murcia, acompañados de un total de 23 profesores.

Cantabria estuvo representada por los tres primeros clasificados en la decimoséptima edición de la fase provincial: Julia Fábrega Torrano, Laura García López y Samuel Laso Saro, que asistieron a la prueba acompañados por la profesora María José Fuente Somavilla.

En la imagen, los participantes cántabros y la profesora que los acompañaba.

PROGRAMA DE ACTIVIDADES

La Olimpiada Matemática Nacional combinó la prueba de resolución de problemas (individual y por equipos), el concurso de fotografía matemática (también individual y por equipos) y muchas otras actividades alrededor de las matemáticas, como juegos, charlas y sesiones de astronomía. Hubo también momentos lúdicos y muchas oportunidades para conocer Andorra, su cultura y su oferta turística. Cabe destacar que durante la Olimpiada se visitaron las siete parroquias (municipios) de este país de los Pirineos.

Domingo, 23 de junio – Albergue de La Comella

18:00 – Recepción de los participantes.

19:30 – Bienvenida y entrega de documentación. Indicaciones para el concurso de Fotografía Matemática.

20:30 – Cena.

21:30 – Noche de San Juan. Hoguera y juegos en grupo.

23:30 – Descanso.

Lunes, 24 de junio – Sant Julià de Lòria

08:15 – Desayuno.

09:00 – Salida hacia la Universidad.

09:45 – Prueba individual.

12:30 – Inauguración oficial de la XXIV Olimpiada en el Centre de Congressos Lauredià.

14:00 – Almuerzo en Naturlandia. Actividades de orientación. Prueba por equipos.

18:15 – Vuelta al albergue. Visita a la iglesia de Santa Coloma.

20:00 – Cena. Recepción en la Embajada de España en Andorra.

21:00 – Sesión de resolución de problemas de la prueba individual.

23:30 Descanso.

Martes, 25 de junio – La Massana, Ordino y Encamp

08:15 – Desayuno.

09:00 – Salida hacia La Massana. Visita a la Farga Rosell y al Circuito interpretativo del Parque Natural del Comapedrosa. Prueba por equipos.

13:30 – Fractal gigante en la plaza de les Fontetes.

14:00 – Comida en Pal. Acceso en teleférico.

15:45 – Salida hacia Ordino. Visita a la casa Areny-Plandolit. Ruta por Ordino.

18:30 – Salida hacia els Cortals d'Encamp (Casa de colonias La Baronia).

20:00 – Charla *Números y astronomía*.

21:00 – Cena.

22:15 – Observación astronómica.

23:15 – Vuelta al albergue.

24:00 – Descanso.

Miércoles 26 de junio – Canillo y Escaldes-Engordany

08:15 – Desayuno.

09:00 – Salida hacia Canillo. Patinaje en el Palau de Gel.

11:30 – Salida hacia Escaldes. Baños en el Centro termolúdico Caldea.

14:15 – Comida en Caldea.

16:00 – Charla *Matemagia con cortes publicitarios* en el salón del Comú de Escaldes.

17:00 – Juegos matemáticos y merienda en el parque Prat del Roure.

18:00 – Visita al Centre d'Interpretació de l'Aigua i del Madriu (CIAM) y al Centre d'Art d'Escaldes (CAE). Prueba por equipos y descarga de las fotografías del concurso.

19:30 – Regreso al albergue.

21:00 – Cena y fiesta de despedida.

24:00 – Descanso.

Jueves 27 de junio – Andorra La Vella

08:15 – Desayuno.

09:00 – Salida hacia Andorra la Vella. Visita a la Casa de la Vall.

10:30 – Fotografías institucionales.

11:00 – Clausura y entrega de premios en la sede del Consell General. Exposición del concurso de fotografía matemática.

12:30 – Aperitivo de despedida.

SOBRE EL DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

El programa de actividades, detallado más arriba, informa, como es obvio, de todos los eventos y tareas organizados en esta Olimpiada, pero si nuestros lectores quieren tener una idea más concreta de cómo se desarrollaron, pueden entrar en la página web
http://www.educacion.gob.es/exterior/centros/institutoespanol/es/actividades/olimpiada/olimate.shtml

En ella encontrarán lo que se ha denominado Diario de la Olimpiada, donde reseñan las diferentes actividades, que además se ilustran con numerosas fotografías. Cada reseña está realizada por un grupo de alumnos asistentes, generalmente de la misma Comunidad Autónoma. Esto, si no estamos mal informados, es la primera vez que se hace y agradecemos a la organización la iniciativa por novedosa, interesante y formativa para los participantes.

Deseamos aprovechar estas líneas para agradecer a las tres comisiones constituidas para la organización de la XXIV Olimpiada Matemática Nacional todo su trabajo y les felicitamos por los impecables resultados.

Visitando un fractal gigante hecho con cápsulas de café.

PROBLEMAS DE LA PRUEBA INDIVIDUAL

Antes de pasar a la transcripción de los enunciados, debe decirse que cada alumno participante tenía a su disposición un ordenador con conexión a internet para poder localizar una parte de la información requerida y que se daba a través de las pistas escritas `con este formato`.

1. LAS ESCALERAS DEL ROMÁNICO

Casi todo el mundo suele subir las escaleras de peldaño en peldaño, pero, en ocasiones, se suben dos a la vez. Dejamos para los más atrevidos subir tres a la vez, o más, pero aquí

no lo consideraremos. Bajo estas condiciones, evidentemente, una escalera de un peldaño se subiría de una sola manera y una escalera de dos peldaños tendría dos formas posibles de subirse. La de tres peldaños se subiría de tres formas posibles.

1. En el siglo V de nuestra era, una conocida matemática y astrónoma fue brutalmente asesinada en Alejandría. ¿De cuántas maneras diferentes se puede subir una escalera de tantos peldaños como letras tiene el nombre de su padre? [1]

2. ¿De cuántas maneras diferentes se puede subir una escalera de cinco peldaños?, ¿y de seis?

3. Curiosa la relación entre los resultados obtenidos anteriormente, la disposición de las hojas de un tallo y los conejos. Explica brevemente esta relación. Un célebre matemático de Pisa del siglo XIII, tocayo del pintor de la Gioconda, te podrá ayudar. [2]

La iglesia de Sant Serni de Canillo es una de las iglesias románicas del Principado. Se accede a ella por una pequeña escalinata, que tiene tantos peldaños como el doble del dígito de la primera cifra del año de nacimiento del conocido matemático fundador de la Hermandad Pitagórica. [3]

4. ¿Cuántos escalones tiene esta escalinata de la iglesia de Sant Serni?

5. ¿De cuántas maneras diferentes se podría subir esta escalera de la iglesia?

6. Considerando que cada forma de subir la escalera tuviese la misma probabilidad, ¿cuál es la probabilidad de que un turista suba toda esta escalera de dos en dos peldaños?

7. Considerando, igual que en la pregunta anterior, que cada forma de subir la escalera tuviese la misma probabilidad, ¿qué porcentaje de individuos cabe esperar que la suban de uno en uno, salvo dos de los peldaños que los suban a la vez?

2. EL PUENTE DE ENCAMP

Cuatro amigos han quedado en Encamp, al otro lado del puente, dentro de unos minutos. Es de noche y el puente es estrecho, sólo disponen de una linterna (imprescindible tanto a la ida como a la vuelta) y deben cruzar, como máximo, de dos en dos. La habilidad y el vértigo de cada amigo al cruzar el puente hace que sus tiempos sean diferentes. Con unas pistas sobre la historia de Andorra los podrás adivinar.

Ana tarda tantos minutos como el doble de la diferencia entre el último y penúltimo dígito del año en el que el ruso Boris Skossyreff se propuso como rey de Andorra. [4]

Bea tarda tantos minutos como la suma de los dos primeros dígitos del año de la firma del primer pariatge. [5]

Carmen tarda tantos minutos como el quíntuple de la diferencia entre el segundo y el tercer dígito del año en el que se segregó la parroquia de Escaldes-Engordany de la de Andorra la Vella. [6]

David tarda tantos minutos como el triple del último dígito del año en el que se construyó la primera carretera que comunicaba Andorra con el extranjero, en concreto con España. [7]

1. ¿Cuánto tiempo tarda cada uno?

Son las 23:15 h. La cita es dentro de tantos minutos como indica el quinto primo de Sophie Germain. [8]

2. ¿A qué hora es la cita?

3. ¿Cómo se deben organizar para cruzar el puente en esos minutos y llegar a tiempo a la cita?

3. LAS ÁUREAS AGUAS TERMALES

El agua es una de las riquezas de Andorra, no solo por los ríos y lagos que nacen en su territorio, sino también por las fuentes termales, ricas en azufre y muy recomendables para los tratamientos terapéuticos y de belleza.

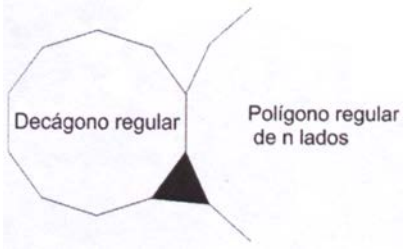
Un joven emprendedor tiene el proyecto de construir una piscina termal de planta rectangular cuya profundidad mínima, en metros, es la parte entera del número de oro [9], y la máxima, la diferencia entre el tercer dígito y el primero de la parte decimal de dicho número. Entre ambas profundidades hay una rampa de pendiente constante en todo el largo de la piscina.

Es tal la armonía y belleza de la proporción de la que surge el número de oro, que Rafael Alberti, reconocido escritor de la generación del 27, le dedica un soneto titulado "*A la divina proporción*". El largo de la piscina tiene tantos metros como caras tiene la figura azul de la que habla el soneto. [10]

Cuando Alberti habla en su soneto de las "*cinco formas regulares*" se refiere a los cinco sólidos platónicos. El ancho de la piscina tiene tantos metros como caras tiene el sólido platónico de seis vértices. [11]

1. ¿Cuáles son las dimensiones de la piscina?
2. ¿Cuál es la capacidad (en metros cúbicos) de la piscina?
3. Llena al 85%, ¿cuántos hectolitros de agua contiene?

Se utilizará una plataforma flotante como la que se esboza en el gráfico (no está a tamaño real), formada por dos polígonos regulares adosados por uno de sus lados.



4. Uno de los polígonos es de 10 lados. ¿De cuántos lados es el otro? Descúbrelo teniendo en cuenta que el triángulo negro (que no forma parte de la plataforma) es equilátero.
5. ¿Qué nombre recibe ese polígono?
6. Se estima que el tiempo de limpieza de la plataforma será de 20 minutos si lo hacen entre tres operarios. Suponiendo proporcionalidad, ¿cuánto tiempo tardarían dos operarios en limpiar el 80% de su superficie?

4. LA CONTRARRELOJ

El Principado de Andorra ha sido, en múltiples ocasiones, sede de alguna de las etapas de la vuelta ciclista a España, generalmente en etapas de montaña. Ahora dejamos a un lado la montaña porque lo que nos ocupa es una prueba contrarreloj. ¡Atención!, porque para conseguir la victoria en cada etapa tendrás un tiempo limitado.

Las cuestiones de este problema las verás en la pantalla a las 11:00 h. Cuando la presentación haya terminado, los profesores, pasados 5 minutos, recogerán las hojas con las respuestas al problema.

1. ¿Verdadero o falso? [En pantalla durante 2 min]

En cada unidad de tiempo el número de aficionados concentrados en el puente de la Margineda aumenta en la mitad, luego en dos unidades de tiempo se habrá duplicado.

2. Hasta el infinito y más allá. [En pantalla durante 3 min]

En la meta del Coll de la Gallina había, al principio, 451 aficionados y, media hora más tarde, su número ascendía a 999. ¿Qué dígito se encuentra en la posición número mil de las cifras decimales del cociente entre ambas cantidades (451/999)?

3. Otra vez, ¿verdadero o falso? [En pantalla durante 2 min]

La cantidad de vehículos que entran al país el día de la vuelta aumenta un 100% en cada unidad de tiempo, luego en dos unidades de tiempo habrá aumentado un 400%.

4. Luna rota. [En pantalla durante 3 min]

La noche de su triunfo, Contador mira al cielo y piensa: con dos líneas rectas, ¿cuál sería el número máximo de trozos en los que se podría "romper" esta luna?

5. Hasta la meta. [En pantalla durante 2 min]

En un circuito de entrenamiento de 2 000 m, Contador (C) ha acabado 200 m antes que Valverde (V) y 290 m antes que Moreno (M). Si los tres ciclistas han mantenido constantes sus velocidades durante todo el recorrido, ¿a qué distancia del final se encontrará Moreno cuando Valverde finalice el circuito?

[1] A partir de la pista de Alejandría, el nombre de la matemática es Hipatia y el padre se llama Teón
[2] Fibonacci
[3] 580 antes de Cristo
[4] 1934
[5] 1278
[6] 1978
[7] 1914
[8] 23
[9] 1,6180339887…
[10] Dodecaedro azul
[11] Octaedro, 8 caras

CUADRO DE HONOR

Se concedieron dos menciones de honor especiales a los dos mejores trabajos de la prueba individual que, por orden alfabético de apellidos, fueron: Guillermo Hijano Mendizabal (País Vasco) y Jordi Guillem Rodríguez i Manso (Cataluña).

Por la prueba individual se otorgaron, además, cuatro menciones de honor, en orden alfabético de apellidos fueron: Estela Aguilar Margalejo (Aragón), Roger Gibert Serra (Cataluña), Juan Marín Noguera (Región de Murcia) y Miguel Moreno Such (Región de Murcia).

En la prueba de fotografía matemática, modalidad individual, se otorgó una mención de honor a Raquel Suárez Gago (Principado de Asturias).

Equipo ganador de la prueba por equipos.

Equipo ganador de la prueba de fotografía matemática, modalidad por equipos.

Todas las delegaciones recibieron un diploma de participación, sumando así un premio material al que ya es, en sí, acudir a la prueba. En la imagen, la delegación cántabra.

NUESTROS REPRESENTANTES OPINAN

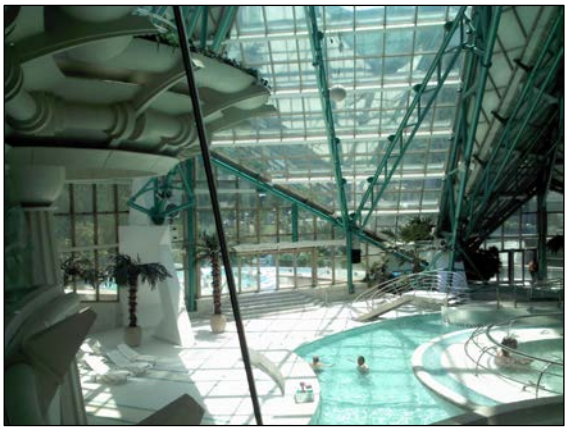
Julia Fábrega Torrano

Este año la Olimpiada Matemática Nacional tuvo lugar en Andorra. Nos alojamos en un albergue llamado La Comella. Era bastante grande y nos trataron muy bien, allí comimos y dormimos. Representando a Cantabria fuimos Laura, Samuel y yo, y nos acompañó María José. Al principio, conocía solo a los chicos de mi Comunidad, así que poco a poco fui conociendo a los demás participantes durante los cinco días en Andorra, sobre todo, a las chicas con las que compartía habitación, finalmente nos hicimos amigas.

En la Olimpiada tuvimos que realizar una prueba individual y varias pruebas por equipos para conocer a los ganadores finales. A mí, como al resto de los chicos, la prueba individual no me pareció tan difícil como esperaba. Creo que duró dos horas y media aproximadamente. Hubo varias pruebas por equipos en las cuales nos lo pasamos estupendamente, aunque en ocasiones hubo discusiones para decidir la respuesta final. Algunas de estas pruebas eran más difíciles que otras y nos daba mucha rabia cuando otros equipos entregaban las respuestas justo un momento antes que nosotros. Gracias a estas pruebas pude relacionarme con chicos que entendían y les gustaban mucho las matemáticas, igual que a mí.

Además de las pruebas, tuvimos tiempo para visitar Andorra y hacer otras actividades.

Algunas de las cosas que más me gustaron fueron el baño en el balneario, donde había muchas piscinas; montar en el teleférico, desde donde tomamos muchas fotos (aunque pasamos algo de miedo porque se paró un momento), e ir a patinar a la pista de hielo en la que algunos se cayeron muchas veces.



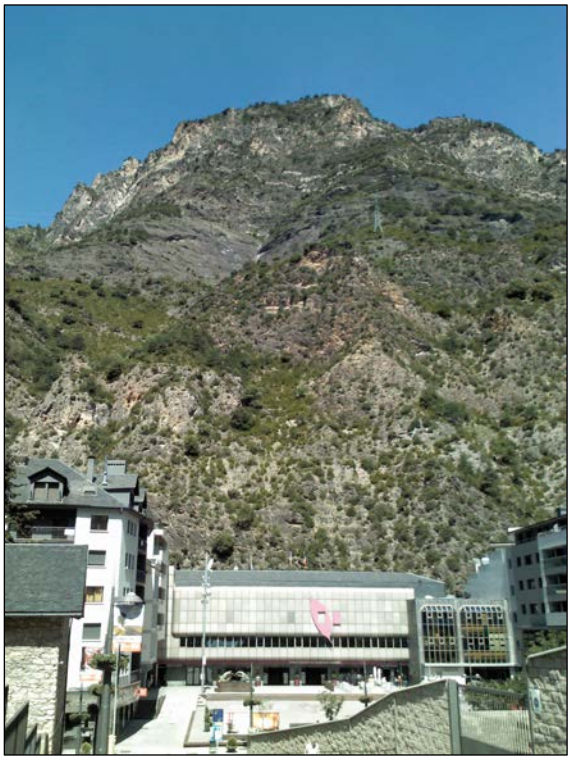
Fue una experiencia inolvidable donde hice amigos y lo pasé genial.

Laura García López

La XXIV Olimpiada Matemática Nacional se celebró en Andorra, con lo tuvimos la suerte de conocer otro país. Lo peor fue el viaje, largo, ya que fuimos en autobús hasta Lleida y allí cogimos otro autobús para llegar a Andorra. Sin embargo, esto nos sirvió para conocernos y empezar a tener confianza entre nosotros.

El día que llegamos visitamos Andorra La Vella con los olímpicos de Castilla y León, fuimos a un centro comercial parecido a El Corte Inglés y comimos todos juntos en el McDonald's.

Al llegar todos al albergue hicimos cada uno un pequeño problema cuya solución nos decía el equipo al que pertenecíamos. Me pareció una buena idea, ya que fue una forma muy original de descubrir el equipo al que pertenecíamos.



Al día siguiente hicimos la prueba individual en la Universidad, nos dejaron usar los ordenadores ya que muchos datos de los problemas eran fechas importantes para Andorra que de-

bíamos buscar. La verdad es que hubiese preferido hacer la prueba sin ordenador, ya que creo que perdí tiempo y ayudó a muchas personas a deducir las cosas más difíciles.

Los demás días realizamos pruebas por equipos, que me gustaron mucho porque nos teníamos que poner todos de acuerdo; los primeros días era más difícil pero enseguida cogimos confianza y todos aportábamos nuestras ideas.

También visitamos las siete parroquias del Principado de Andorra: Andorra La Vella, Escaldes-Engordany, Ordino, La Massana, Sant Julià de Lòria, Encamp y Canillo.

Me gustó mucho el parque natural que visitamos, Naturlandia, que tenía dos especies de atracciones: el AirTrekk, que se parecía al Forestal Park, el parque de tirolinas de Mataleñas, pero era mucho más pequeño; y el Tobotronc, una especie de montaña rusa que subía toda la montaña para luego bajarla y te permitía controlar la velocidad. Me gustó más esta última.

Además, pudimos patinar sobre hielo en el Palau de Gel. Ese mismo día, por la tarde, fuimos a Caldea. Nos lo pasamos genial bañándonos en el balneario.

El último día se celebró la clausura por la mañana, dieron las 6 menciones de honor, el premio al equipo que mejor realizó las pruebas y los premios de fotografía, tanto individual como colectivo. Nos regalaron a todos una calculadora gráfica, entre otras cosas.

La experiencia ha sido muy buena ya que he conocido a muchas personas de diferentes lugares de España, Andorra e incluso Marruecos, y hemos tenido la oportunidad de hacer nuevos amigos que nunca olvidaremos. Además, hemos podido visitar Andorra, un país pequeño pero que contiene grandes lugares mágicos.

A parte de conocer el país, no debemos olvidar que fuimos a Andorra por las matemáticas, y solo puedo decir que aprendí muchísimo sobre esta asignatura, cuya afición nos unía a todos los olímpicos.

Samuel Laso Saro

En este viaje realizado a Andorra para disputar la fase nacional de las Olimpiadas Matemáticas he disfrutado y aprendido mucho, sobre todo, con las charlas ofrecidas, como la astronómica.

Lo que más me ha gustado del viaje ha sido la visita a las instalaciones de Naturlandia y los baños en el Centro termolúdico Caldea.

Además, hemos realizado visitas de interés turístico a diferentes lugares del país, tales como iglesias o centros deportivos.

El lugar en el que nos alojamos, el albergue de La Comella, era muy completo. Disponía entre sus instalaciones de pistas deportivas, que permitían a todos los participantes un contacto muy cercano y que me posibilitó conocer a chavales de otras Comunidades Autónomas muy afables y simpáticos, como extremeños, andaluces...

En cuanto a la prueba individual, realizada en la Universidad de Andorra, en mi opinión, fue fácil, aunque no logré ningún reconocimiento.

En las pruebas por equipos me tocó en un grupo en el que nos repartimos el trabajo a partes iguales entre todos los componentes.

Lo que más disfruté fue el concurso de fotografía en el que había que sacar fotos con significado matemático.

Lo que menos me ha gustado de toda la Olimpiada ha sido el viaje hasta Andorra, ya que permanecimos más de diez horas en el autobús.

Volvería y volveré a repetir la experiencia, si tengo la oportunidad. Este viaje me ha enseñado a crecer como persona, conocer a otros niños como yo y darme cuenta de que hay que disfrutar, divertirse y soñar.

XLIX OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Durante el curso 2012/2013 se ha celebrado la cuadragésima novena edición de la Olimpiada Matemática Española (OME), cuya convocatoria se realiza desde la Real Sociedad Matemática Española (RSME), que también asume el diseño de los problemas que configuran las pruebas de las dos fases que integran dicha Olimpiada: la fase autonómica, provincial o local y la fase nacional. La organización de la primera fase está a cargo de alguna Sociedad Matemática o Departamento de la comunidad, región o ciudad correspondiente. En Cantabria el responsable de tal organización es el Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación (MATESCO) de la Universidad de Cantabria (UC). La fase nacional de la edición 2013 se ha celebrado en la ciudad de Bilbao y el comité organizador ha estado integrado por profesores de matemáticas de la Universidad del País Vasco.

FASE LOCAL

Para la celebración de la fase local de la XLIX Olimpiada Matemática Nacional se ha elegido, como viene siendo habitual, la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria. La RSME había acordado como dos posibles fechas para la celebración de la prueba el viernes 11 de enero y el sábado 12 de enero de 2013. Esta ha sido la primera ocasión que el comité organizador designado por el Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación para la puesta en marcha de la Olimpiada ha optado por llevarla a cabo en viernes y no en sábado, como tradicionalmente se venía haciendo.

Así, con el objetivo de medir su fuerza e ingenio ante problemas matemáticos de corte diferente a los del currículo escolar, 66 estudiantes de Bachillerato y de Segundo Ciclo de la ESO de capacidades excelentes se dieron cita el viernes 11 de enero de 2013 en las dependencias de la Facultad de Ciencias. Los estudiantes procedían, con reparto desigual, de los centros IES Marqués Santillana, IES Santa Clara, IES José María Pereda, Colegio Social Bellavista Julio Blanco, Colegio La Salle y Colegio Mercedes.

La prueba de la fase local, desarrollada en sesiones de mañana y tarde de tres horas y media de duración cada una, constaba de un total de 6 problemas, a realizar 3 en cada una de las sesiones. Cada problema se puntuaba sobre 7 puntos, por lo que la calificación máxima posible era de 42, y no estaba permitido el uso de calculadoras. Las horas de inicio de las sesiones fueron las 10:00 y las 15:30 horas, respectivamente. En el tiempo intermedio, los estudiantes pudieron asistir a la conferencia programada por el Comité Local de la OME que tenía como ponente al profesor de la Universidad de Cantabria Carlos Beltrán Álvarez y que llevaba por título *La necesidad de las matemáticas en la historia y en la actualidad.* Esta y otras actividades de carácter lúdico que acompañan a las sesiones de problemas tienen como objetivo dar a conocer a los estudiantes, de manera relajada, ciertos aspectos matemáticos que no están tratados dentro de su formación académica.

Un momento del desarrollo de la prueba.
Foto publicada en la edición digital de *El Diario Montañés*.

En la tabla mostrada a continuación aparecen los nombres de los seis estudiantes que obtuvieron una mayor puntuación.

	APELLIDOS	NOMBRE
1	CRESPO RUIZ	LUIS
2	GÓMEZ NICOLÁS	PABLO
3	RIVERA GÓMEZ-BREA	DIEGO
4	BALBÁS GUTIÉRREZ	DAVID
4	RODRÍGUEZ LUÍS	ÁLVARO
6	ETAYO RODRÍGUEZ	LAURA

El primer clasificado, Luis Crespo Ruiz, del Colegio Social Bellavista Julio Blanco, ya ha aparecido con anterioridad en las líneas de este Boletín como participante destacado en Olimpiadas Matemáticas, tanto de ESO como de Bachillerato, ya fuesen a nivel local o nacional. En el momento de su participación en el concurso que aquí nos ocupa, Luis Crespo Ruiz estaba cursando cuarto de ESO. También Pablo Gómez Nicolás, del Colegio Mercedes, ha sido con anterioridad digno representante a nivel nacional de las Olimpiadas para estudiantes de ESO y, junto con otros dos de los seis mejores clasificados, David Balbás Gutiérrez y Laura Etayo Rodríguez, fue uno de los integrantes de la primera promoción del proyecto *Estalmat Cantabria*, un programa bianual sobre estímulo del talento matemático que tiene alcance nacional y que en Cantabria acogerá el próximo curso a la sexta promoción. Como puede observarse en la tabla de clasificación, el cuarto puesto fue ex aequo y hemos de añadir que las personas que ocuparon del tercer al sexto puesto son estudiantes del IES Santa Clara. Los tres primeros clasificados fueron, como viene siendo habitual, los representantes de Cantabria en la Fase Nacional de la Olimpiada.

Desde estas líneas queremos agradecer al Comité Local de la OME el buen trabajo realizado, y que en el momento actual está integrado por Carlos Beltrán Álvarez, Nuria Corral Pérez, Delfina Gómez Gandarillas, Demetrio González Plata y Jaime Vinuesa Tejedor.

Los tres primeros clasificados el día de la entrega de premios junto con profesoras del Comité Local de la OME y algunos familiares.

Los enunciados de los problemas de la XLIX OME a los que tuvieron que enfrentarse los participantes en la fase local, y las soluciones de los mismos, aparecen a continuación. Tanto unos como otras han sido obtenidos de la dirección electrónica:

http://platea.pntic.mec.es/csanchez/loc2013.html

aunque la transcripción no es literal e incluso, en algunos casos, se incorporan soluciones ligeramente diferentes.

ENUNCIADOS Y SOLUCIONES

Primera sesión. Viernes mañana, 11 de enero de 2013.

Problema 1

Halla todas las soluciones enteras (x, y) de la ecuación $y^k = x^2 + x$ siendo k un número entero dado mayor que 1.

Solución:

Puesto que $y^k = x(x+1)$ y dos números enteros consecutivos, tales como x y $x+1$, son primos entre sí, resulta que tanto x como $x+1$ deben ser potencias k-ésimas de un número entero. Pero los dos únicos números enteros consecutivos que son potencias k-ésimas, con $k > 1$ son 0 y 1 o bien -1 y 0 $(*)$

Las dos únicas soluciones son, pues:

$$x = 0, y = 0$$

$$x = -1, y = 0$$

En la solución oficial no se da justificación alguna del resultado $(*)$. Nosotros incluimos una en las líneas siguientes.

Supongamos que u y v son números enteros tales que $\begin{matrix} x = u^k \\ x+1 = v^k \end{matrix}$

Así, $u^k + 1 = v^k \quad (**)$

De donde se tiene que:

$$v^k - u^k = 1 \implies (v-u)\sum_{i=0}^{k-1} u^i v^{k-1-i} = 1 \implies$$

$$\implies \left\{ \begin{matrix} v - u = 1 \Rightarrow v = 1 + u \\ \text{o} \\ v - u = -1 \Rightarrow u = 1 + v \end{matrix} \right\} \implies$$

$$\implies u \text{ y } v \text{ consecutivos}$$

A continuación, vamos a ver que esos valores consecutivos no pueden ser otros que 0 y 1 o bien -1 y 0.

- Supongamos que los números consecutivos son m y $m+1$, con $m > 0$.

En ese caso,

$$(m+1)^k = 1 + m^k + \sum_{i=1}^{k-1} \binom{k}{i} m^i$$

y, por tanto, $(m+1)^k - m^k > 1$, puesto que el último término de la expresión anterior es estrictamente positivo. Lo que va en contra de $(**)$.

- Supongamos que los enteros consecutivos son $-m$ y $-m+1$, con $m > 1$.

En ese caso,

$$(-m)^k = \left\{ \begin{matrix} m^k \text{ si } k \text{ par} \\ \\ -m^k \text{ si } k \text{ impar} \end{matrix} \right. \quad \text{y}$$

$$(-m+1)^k = \begin{cases} (m-1)^k \text{ si } k \text{ par} \\ -(m-1)^k \text{ si } k \text{ impar} \end{cases}$$

Cuando k es par, estamos como en el caso anterior y $m^k - (m-1)^k > 1$.

Cuando k es impar,

$$-(m-1)^k - (-m^k) = m^k - (m-1)^k > 1.$$

En cualquiera de las dos opciones, el resultado final va en contra de $(**)$.

Queda así justificado que los dos únicos números enteros consecutivos que son potencias k-ésimas, con $k > 1$, son 0 y 1 o bien -1 y 0.

Problema 2

Busca un polinomio de grado tres cuyas raíces sean precisamente el cuadrado de las raíces del polinomio $p(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$.

Solución:

Supongamos que a, b, c son las raíces de $p(x)$ y que $q(x)$ es el polinomio buscado. En ese caso, se tienen las relaciones

$$p(x) = (x-a)(x-b)(x-c)$$
$$q(x) = (x-a^2)(x-b^2)(x-c^2)$$

A partir de ahí, podemos actuar de, al menos, una de las dos maneras siguientes:

1) Efectuar los productos anteriores y, en el caso de $p(x)$, igualar coeficientes, obteniendo:

$$\left.\begin{array}{rcl} a+b+c & = & -2 \\ ab+ac+bc & = & 3 \\ abc & = & -4 \end{array}\right\} \ (*)$$

Como para $q(x)$ se tiene:

$$q(x) = x^3 - (a^2+b^2+c^2)x^2 + \\ +(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)x - a^2b^2c^2,$$

de inmediato se ve que $a^2b^2c^2 = 16$

Al desarrollar $(a+b+c)^2$ y $(ab+ac+bc)^2$ y tener en cuenta $(*)$, se deduce respectivamente que:

$$a^2+b^2+c^2 = -2$$
$$a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2 = -7$$

Concluyendo que $q(x) = x^3 + 2x^2 - 7x - 16$

2) Evaluar $q(x)$ en x^2 y observar que

$$q(x^2) = (x-a)(x-b)(x-c)(x+a)(x+b)(x+c)$$
$$p(-x) = -(x+a)(x+b)(x+c)$$

De donde se deduce que:

$$\begin{array}{rcl} q(x^2) & = & p(x)[-p(-x)] \\ & = & (x^3+2x^2+3x+4)(x^3-2x^2+3x-4) \\ & = & x^6+2x^4-7x^2-16 \end{array}$$

y, en consecuencia,

$$q(x) = x^3 + 2x^2 - 7x - 16$$

También es solución cualquier polinomio de la forma $kq(x)$ siendo k una constante no nula cualquiera.

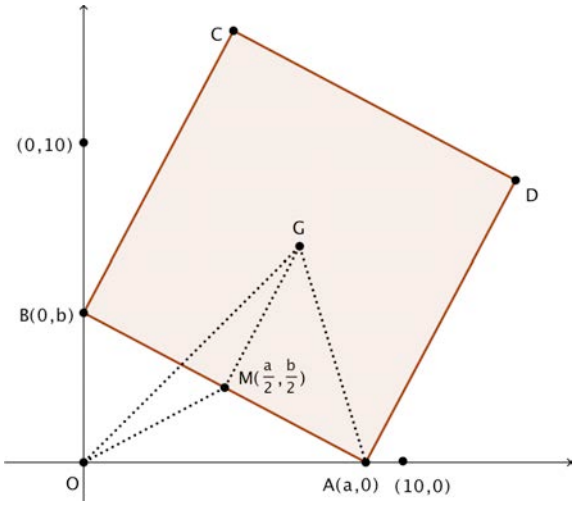
Problema 3

Deslizamos un cuadrado de 10 cm de lado por el plano OXY de forma que los vértices de uno de sus lados estén siempre en contacto con los ejes de coordenadas, uno con el eje OX y otro con el eje OY. Determina el lugar geométrico que en ese movimiento describen:

1. El punto medio del lado de contacto con los ejes.
2. El centro del cuadrado.
3. Los vértices del lado de contacto y del opuesto en el primer cuadrante.

Solución:

La notación que vamos a emplear en el desarrollo de la solución es la que se desprende de la figura siguiente:



1. Lugar geométrico descrito por M

♦ *Solución de carácter analítico*: Si identificamos los puntos implicados mediante coordenadas se tiene la relación: $a^2 + b^2 = 10^2$

y, en consecuencia, $\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = 5^2 \ \ (*)$

♦ *Solución de carácter sintético*: El punto medio M del lado $\overline{AB}$ de apoyo del cuadrado es el punto medio de la hipotenusa del triángulo rectángulo OAB. En esas condiciones, el centro de la circunferencia circunscrita a OAB es M. Por tanto: $\overline{OM} = \overline{AM} = \overline{MB} = 5 \ \ (**)$

Tanto de $(*)$ como de $(**)$ se deduce que M describe la circunferencia de centro O y radio 5.

2. Lugar geométrico descrito por G

2.1. Es posible concluir que G está sobre las bisectrices de los cuadrantes por cualquiera de las vías siguientes, en las que implícitamente los vértices se suponen sobre los semiejes positivos, pero de igual manera se trataría el resto de los casos:

♦ *Vía de carácter analítico*: Las coordenadas de los vértices del cuadrado son $A(a,0)$, $B(0,b)$, $C(b,a+b)$, $D(a+b,a)$. Por tanto, las coordenadas de G, que es punto medio de las diagonales del cuadrado, serán $\left(\frac{a+b}{2},\frac{a+b}{2}\right)$ y G está en la bisectriz.

♦ *Vía de carácter sintético*: Claramente

$$\overline{OM} = \overline{MG} = \overline{MA} = 5$$

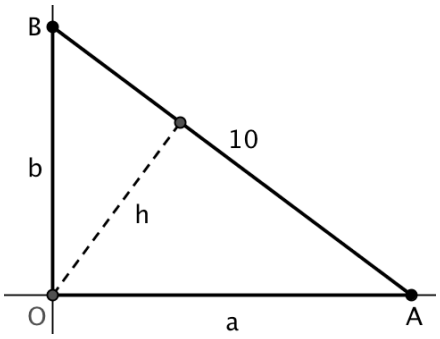
Por ello, los triángulos OAM y GOM son isósceles de bases $\overline{OA}$ y $\overline{GO}$, respectivamente. En consecuencia, en cada caso, los ángulos relativos a la base serán iguales.

Si llamamos $\alpha = \widehat{MAO} = \widehat{MOA}$, se tiene que:

$$OMG = 360 - 90 - (180 - 2\alpha) = 90 - 2\alpha$$

De donde se deduce que $\widehat{GOM} = 45 - \alpha$. Así, el ángulo $\widehat{GOA} = 45$ y G está en la bisectriz.

2.2. Para ver el recorrido exacto de G sobre las bisectrices, vamos a combinar argumentos tanto de tipo analítico como de tipo sintético.



Supuesto que seguimos en el primer cuadrante, el centro recorre un segmento de línea cuyos extremos pasamos a determinar. En lo que sigue, utilizaremos la situación que ilustra la figura, en la que se supone, una vez más, que a y b son positivos.

♦ Por la desigualdad triangular, sabemos que $10 \le a + b$.

♦ Por otro lado:

$a + b$ es máximo $\Leftrightarrow$ $(a+b)^2$ es máximo $\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 10 + 2ab$ es máximo $\Leftrightarrow$ ab es máximo $\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 10\,h$ es máximo $\Leftrightarrow$ h es máximo $\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow h = 5 \Leftrightarrow a = b = 5\sqrt{2}$.

Por todo ello: $5 \le \frac{a+b}{2} \le 5\sqrt{2}$

Trabajando de manera similar en los demás cuadrantes, podemos asegurar que:

$$G(\pm 5\lambda, \pm 5\lambda), \text{ con } \lambda \in [1,\sqrt{2}]$$

3. Teniendo en cuenta que los vértices del cuadrado son:

$$A(a,0),\ B(0,b),\ C(b,a+b),\ D(a+b,a)$$
$$\text{con } a^2 + b^2 = 10^2$$

se observa que:

♦ Los vértices del lado de contacto con los ejes describen segmentos sobre dichos ejes, de manera que mientras el vértice A tiene coordenadas $(\lambda,0)$, el vértice B tiene coordenadas $\left(0,\pm\sqrt{10^2-\lambda^2}\right)$; y mientras el vértice B tiene coordenadas $(0,\lambda)$, el vértice A tiene coordenadas $\left(\pm\sqrt{10^2-\lambda^2},0\right)$, con $\lambda \in [-10,10]$.

♦ Si suponemos el vértice C en el primer cuadrante,

$$C\left(\sqrt{10^2-\lambda^2},\lambda+\sqrt{10^2-\lambda^2}\right) \quad (***)$$
$$\text{con } \lambda \in [0,10]$$

De la relación entre la primera y segunda coordenada de $(***)$, es posible concluir que el lugar geométrico pedido está incluido en la elipse de ecuación $(x-y)^2 + x^2 = 10^2$ y es un arco de elipse que se puede parametrizar como:

$$y = x + \sqrt{10^2 - x^2}$$
$$\text{con } x \in [0,10],\ y \in [10,10\sqrt{2}]$$

Análogamente, se deduce que el lugar geométrico descrito por el vértice *D* es un arco de la elipse $(x-y)^2 + y^2 = 10^2$ con

$$x = y + \sqrt{10^2 - y^2}$$
$$\text{con } y \in [0,10],\ x \in [10,10\sqrt{2}]$$

Para los demás cuadrantes, no pedido en el enunciado, se podría razonar de manera análoga y se obtendrían resultados similares, que pueden encontrarse en la versión oficial publicada por los responsables de la OME.

Segunda sesión. Viernes tarde, 11 de enero de 2013.

Problema 4

Calcula la suma de los inversos de los dos mil trece primeros términos de la sucesión de término general $a_n = 1 - \frac{1}{4n^2}$

Solución:

Sea

$$b_n = \frac{1}{a_n} = \frac{4n^2}{4n^2-1} = \begin{cases} \dfrac{n}{2n-1} + \dfrac{n}{2n+1} & (*) \\ 1 + \dfrac{1/2}{2n-1} - \dfrac{1/2}{2n+1} & (**) \end{cases}$$

La descomposición dada en $(*)$ es la empleada en la solución oficial. Si utilizamos la expresión $(**)$, hallada por descomposición en fracciones simples, podemos escribir:

$$b_1 = 1 + \frac{1}{2\cdot 1} - \frac{1}{2\cdot 3}$$
$$b_2 = 1 + \frac{1}{2\cdot 3} - \frac{1}{2\cdot 5}$$
$$b_3 = 1 + \frac{1}{2\cdot 5} - \frac{1}{2\cdot 7}$$
$$\vdots$$
$$b_{2012} = 1 + \frac{1}{2\cdot 4023} - \frac{1}{2\cdot 4025}$$
$$b_{2013} = 1 + \frac{1}{2\cdot 4025} - \frac{1}{2\cdot 4027}$$

Al sumar miembro a miembro, se obtiene que el valor pedido $S = b_1 + b_2 + \cdots + b_{2013}$ es:

$$S = 2013 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2\cdot 4027} = 2013 + \frac{2013}{4027} \sim 2013{,}5$$

Problema 5

Obtén los dos valores enteros de x más próximos a 2013**º,** tanto por defecto como por exceso, que cumplen esta ecuación trigonométrica:

$$2^{sen^2 x} + 2^{cos^2 x} = 2\sqrt{2}$$

Solución:

♦ La *solución oficial* es la dada a continuación.

Aplicando la desigualdad entre las medias aritmética y geométrica resulta que:

$$2^{sen^2 x} + 2^{cos^2 x} \geq 2\sqrt{2^{sen^2 x} 2^{cos^2 x}} =$$
$$= 2\sqrt{2^{sen^2 x + cos^2 x}} = 2\sqrt{2}$$

Por tanto, la igualdad del enunciado se dará cuando sean iguales la media aritmética y la media geométrica, esto es, cuando

$$2^{sen^2 x} = 2^{cos^2 x}$$

Es decir, en el caso

$$\operatorname{sen}^2 x = \cos^2 x \Leftrightarrow \operatorname{sen} x = \pm \cos x$$
$$\Leftrightarrow x = 45^o + 90^o k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Los valores pedidos se obtienen para

$$k_1 = \left[\frac{2013 - 45}{90}\right] = 21, \quad k_2 = \left[\frac{2013 + 45}{90}\right] = 22$$

y son $x_1 = 1935^o$ y $x_2 = 2025^o$

♦ Una *solución alternativa* es la siguiente.

Aplicando la fórmula fundamental de la trigonometría, se puede sustituir $\operatorname{sen}^2 x$ por $1 - \cos^2 x$, y, tras efectuar algunas operaciones sencillas, la ecuación del enunciado se puede escribir como

$$\left(2^{cos^2 x} - \sqrt{2}\right)^2 = 0$$

De donde se obtiene que:

$$\cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \cos x = \pm \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \\ \operatorname{sen} x = \pm \cos x \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 45^o + 90^o k, \quad \text{con} \quad k \in \mathbb{Z}$$

Los valores x_1 y x_2 buscados corresponden a los valores enteros k_1 y k_2 tales que:

$$45^o + 90^o k_1 \leq 2013 \leq 45^o + 90^o k_2$$

Esto es,

$$k_1 = \left[\frac{2013 - 45}{90}\right] = 21, \quad k_2 = k_1 + 1 = 22$$

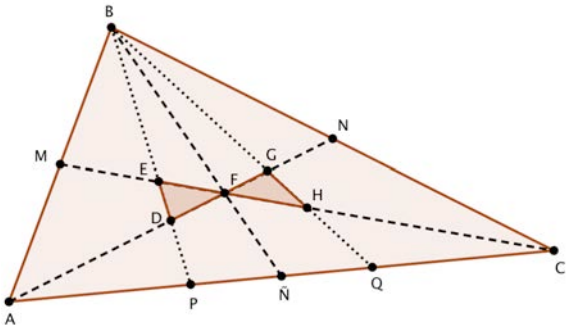
y, por tanto: $x_1 = 1935^o$ y $x_2 = 2025^o$

Problema 6

Por los puntos medios de dos lados de un triángulo ABC trazamos las medianas y unimos los puntos que trisecan el tercer lado con el vértice opuesto. Así, en el interior, se obtiene una pajarita (dos triángulos unidos por un vértice). Se pide calcular la fracción de superficie total del triángulo que representa la pajarita.

Solución:

Sin pérdida de generalidad, podemos suponer que el área del triángulo ABC es 1, lo representaremos por $[ABC] = 1$.



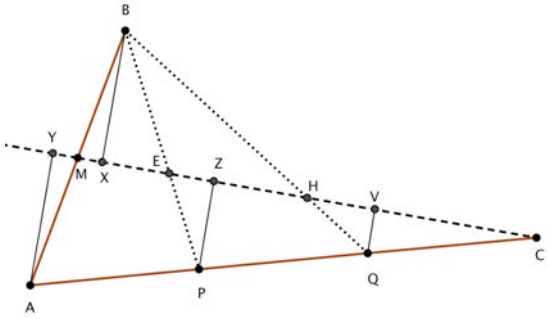
En la exposición que sigue usaremos la notación introducida en las diferentes imágenes. Así, M, N y Ñ son los puntos medios de los respectivos lados del triángulo ABC.

Teniendo en cuenta que en todo triángulo el baricentro dista de cada vértice el doble que del punto medio del lado opuesto, es fácil probar, por ejemplo, para el triángulo $A\tilde{N}F$ que la altura relativa a F es 1/3 de la altura del triángulo ABC relativa a C. Eso permite deducir que el área de $A\tilde{N}F$ es 1/6 del área de ABC. En general, de tal argumento se concluye que las medianas de cualquier triángulo lo dividen en seis partes de igual área y, en particular,

$$[AMF] = [FNC] = \frac{1}{6}, \quad [ACF] = \frac{1}{3}$$

Si desde A, B, P y Q se trazan perpendiculares a la recta que contiene a la mediana $\overline{CM}$ e Y, X, Z y V son los respectivos pies, obtenemos la siguiente relación entre los segmentos:

$$\overline{AY} = \overline{BX}, \qquad \overline{PZ} = \frac{2}{3}\overline{AY}, \qquad \overline{QV} = \frac{1}{3}\overline{AY}$$



puesto que

- Los triángulos AMY y BMX son congruentes y
- Los triángulos ACY, PCZ y QCV son semejantes con $\overline{AP} = \overline{PQ} = \overline{QC}$.

Además,

- Los triángulos PEZ y BEX son semejantes y

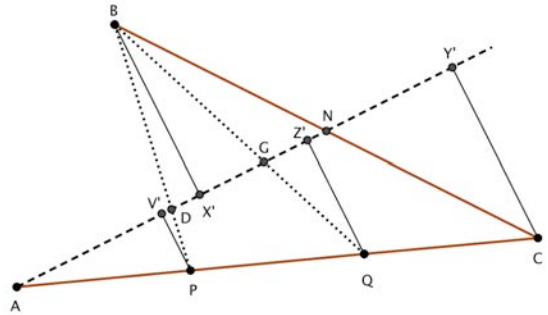
$$\overline{PZ} = \frac{2}{3}\overline{BX} \Rightarrow \overline{PE} = \frac{2}{3}\overline{BE}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \overline{BE} = \left({}^{3}/_{5}\right)\overline{BP} \\ \overline{PE} = \left({}^{2}/_{5}\right)\overline{BP} \end{cases}$$

- Los triángulos BHX y QHV son semejantes y

$$\overline{QV} = \frac{1}{3}\overline{BX} \Rightarrow \overline{QH} = \frac{1}{3}\overline{BH} \Rightarrow \overline{QH} = \frac{1}{4}\overline{QB}$$

Si consideramos la mediana $\overline{AN}$, y trabajamos de manera análoga, se obtiene:

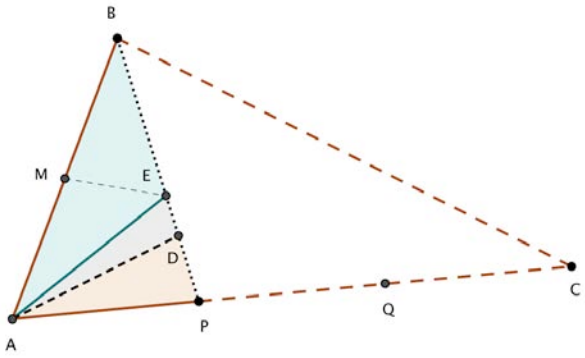


$$\overline{BG} = \left({}^{3}/_{5}\right)\overline{BQ}, \quad \overline{QG} = \left({}^{2}/_{5}\right)\overline{BQ}, \quad \overline{PD} = \left({}^{1}/_{4}\right)\overline{BP}$$

Como:
$$\begin{aligned} \overline{BP} &= \overline{BE} + \overline{ED} + \overline{DP} \\ &= \left({}^{3}/_{5}\right)\overline{BP} + \overline{ED} + \left({}^{1}/_{4}\right)\overline{BP} \end{aligned}$$

se obtiene que $\overline{ED} = \frac{3}{20}\overline{BP}$

Considerando el segmento auxiliar $\overline{AE}$, el triángulo PBA, cuyo área es la tercera parte del de ABC, queda dividido en los triángulos BEA, EDA y DPA, que comparten con PBA la altura que pasa por A. Por tanto, la razón entre las áreas de cada uno de estos triángulos y el de ABP coincide con la razón entre sus respectivas bases.



Eso es:

$$\frac{[BEA]}{[PBA]} = \frac{\overline{BE}}{\overline{BP}} = \frac{3}{5} = \frac{12}{20}$$
$$\frac{[EDA]}{[PBA]} = \frac{\overline{DE}}{\overline{BP}} = \frac{3}{20}$$
$$\frac{[DPA]}{[PBA]} = \frac{\overline{DP}}{\overline{BP}} = \frac{1}{4} = \frac{5}{20}$$

Como $[PBA] = \frac{1}{3}$, se tiene:

$$[BEA] = \frac{12}{60}$$
$$[EDA] = \frac{3}{60}$$
$$[DPA] = \frac{5}{60}$$

Como $\overline{EM}$ es mediana de BEA,

$$[MEA] = \frac{1}{2}[BEA] = \frac{6}{60}$$

Finalmente,

$$\frac{1}{6} = [AMF] = [MEA] + [EDA] + [EDF] =$$
$$= \frac{6}{60} + \frac{3}{60} + [EDF]$$

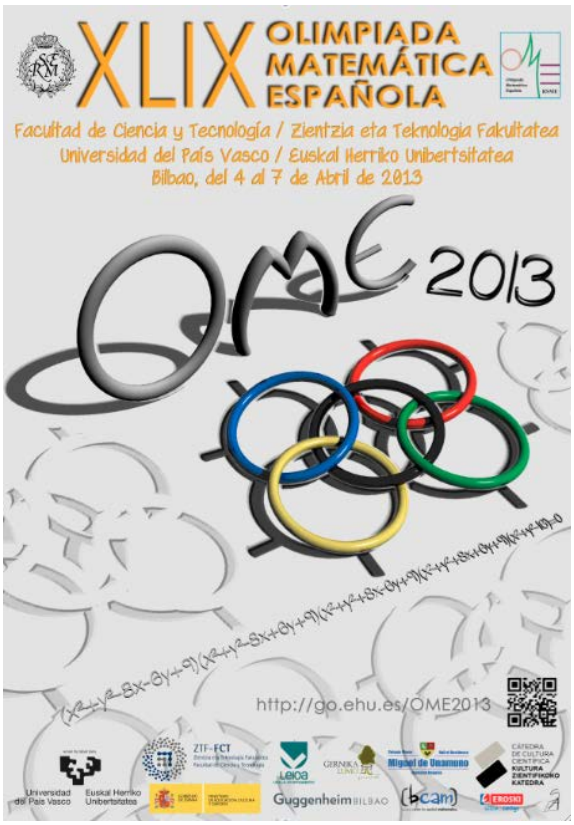
Por tanto: $[EDF] = \frac{1}{60}$

Análogamente: $[FGH] = \frac{1}{60}$

Y el área pedida es, por tanto, $\frac{1}{30}[ABC]$

FASE NACIONAL

La fase nacional de la XLIX Olimpiada Matemática Española se desarrolló en Bilbao del 4 al 7 de abril de 2013. A ella acudieron un total de 77 estudiantes procedentes de todas las autonomías del territorio español. En el anexo de la convocatoria de esta edición de la Olimpiada se recogía 77 como número máximo de participantes y su distribución por Comunidades Autónomas. Para la mayor parte de las mismas, eran tres los alumnos que podían acudir, salvo en el caso de Andalucía que podían ir doce, en el de Madrid y Cataluña cuyo número era nueve y en el de la Comunidad Valenciana que eran seis. Las ciudades autónomas de Ceuta y Melilla podían presentar un único estudiante.



Los participantes cántabros estuvieron acompañados en esta segunda fase de la Olimpiada por Nuria Corral Pérez, miembro del Comité Local de la OME y profesora del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación de la Universidad de Cantabria. En esta ocasión, los representantes de nuestra comunidad tuvieron, además, una exitosa actuación en, recordemos, una competición en la que los estudiantes deben resolver seis problemas de una dificultad que se considera elevada. Luis Crespo Ruiz obtuvo una medalla de plata y Pablo Gómez Nicolás una de bronce. Desde aquí nuestra más sincera felicitación a ambos y palabras de ánimo para que continúen por el camino tan brillante que tienen por delante.

Los representantes cántabros
tras el acto de entrega de medallas.

De izquierda a derecha:

Luis Crespo Ruiz (medalla de plata),

Pablo Gómez Nicolás (medalla de bronce) y

Diego Rivera Gómez-Brea.

El Comité Organizador, que en esta ocasión estuvo integrado por Pedro Alegría Ezquerra, Eugenio Jesús Gómez Ayala, Carlos Gorria Corres y Josu Sangroniz Gómez, diseñaron un programa completo de actividades que incluyó, entre otras, una visita al Museo Guggenheim, una presentación del BCAM (Basque Center for Applied Mathematics) y tres conferencias: *Los desafíos de El País: matemáticas para todos los públicos*, impartida por Adolfo Quirós Gracián, profesor de la UAM, *También la matemática tiene un corazón*, a cargo de Luca Gerardo-Giorda, investigador del BCAM, *y Apolonio y Napoleón: geometría en movimiento con GeoGebra*, pronunciada por Jesús María Arregui Lizarraga, profesor de la UPV.

El lector que desee conocer más detalles del programa de esta Olimpiada puede acudir a la página web de la misma:

http://www.ehu.es/olimpiadamat/OME2013/OME2013.htm

Los participantes y sus profesores junto a los organizadores en su visita al Museo Guggenheim de Bilbao.

Una vez más, el trabajo y esfuerzo de los estudiantes fueron loables. Deseamos dar la enhorabuena de manera especial a los seis primeros clasificados, ganadores de medalla de oro:

- Marc Felipe Alsina (Cataluña)
- Pau Surrell Rafart (Cataluña)
- Marcos García Fierro (Castilla-León)
- Raúl González Molina (Madrid)
- Félix A. Gimeno Gil (Andalucía)
- Ismael Sierra del Río (Madrid)

Medallistas de oro.

De izquierda a derecha:

Marcos García Fierro, Pau Surrell Rafart,
Félix A. Gimeno Gil, Raúl González Molina,
Ismael Sierra del Río y Marc Felipe Alsina.

Imagen tomada de la página web de la Olimpiada:
http://www.ehu.es/olimpiadamat/OME2013/ganadores.htm

ENUNCIADOS

Los enunciados dados a continuación se han obtenido de la página:

http://platea.pntic.mec.es/csanchez/olimp2013.htm

Desde esa dirección también se puede acceder a las soluciones oficiales de tales enunciados.

Primera sesión. Viernes, 5 de abril de 2013.

Problema 1

Sean a, b y n enteros positivos tales que $a > b$ y $ab - 1 = n^2$.

Prueba que: $a - b \geq \sqrt{4n - 3}$

Indica justificadamente cuándo se alcanza la igualdad.

Problema 2

Determina todos los enteros positivos n para los cuales $S_n = x^n + y^n + z^n$ es constante, cualesquiera que sean x, y, z reales tales que $xyz = 1$ y $x + y + z = 0$.

Problema 3

Sean k y n enteros, con $n \geq k \geq 3$. Se consideran $n + 1$ puntos en el plano, no alineados tres a tres. A cada segmento que une entre sí dos de esos puntos se le asigna un color de entre k colores dados. Se dice que un *ángulo* es *bicolor* si tiene por vértice uno de los $n + 1$ puntos, y por lados, dos de los segmentos anteriores que sean de distinto color.

Demuestra que existe una coloración tal que el número de ángulos bicolores es estrictamente mayor que

$$n \left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor^2 \binom{k}{2}$$

OBSERVACIÓN. Se denota por $\lfloor t \rfloor$ la parte entera del número real t, es decir, el mayor entero $n \leq t$.

Segunda sesión. Sábado, 6 de abril de 2013.

Problema 4

¿Existen infinitos enteros positivos que no pueden representarse de la forma:

$$a^3 + b^5 + c^7 + d^9 + e^{11}$$

donde a, b, c, d, e son enteros positivos?

Razónese la respuesta.

Problema 5

Estudia si existe una sucesión estrictamente creciente de enteros $0 = a_0 < a_1 < a_{2< \ldots}$ que cumple las dos condiciones siguientes:

i) Todo número natural puede ser escrito como suma de dos términos, no necesariamente distintos, de la sucesión.

ii) Para cada entero positivo n se cumple que

$$a_n > \frac{n^2}{16}$$

Problema 6

Sea $ABCD$ un cuadrilátero convexo tal que:

$$|AB| + |CD| = \sqrt{2}|AC|$$

$$|BC| + |DA| = \sqrt{2}|BD|$$

¿Qué forma tiene el cuadrilátero $ABCD$?

CONVOCATORIA DE LA L OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

La Real Sociedad Matemática Española (RSME) ya ha convocado la **L Olimpiada Matemática Española**, cuya Fase Nacional se celebrará entre los días **27 y 30 de marzo de 2014 en Requena** (Valencia). Las bases completas de la convocatoria, así como el boletín de inscripción, aparecen publicados en la página http://platea.pntic.mec.es/csanchez/olimanun.htm

En los párrafos siguientes nos hacemos eco de las bases más relevantes. Añadimos, asimismo, el anexo aparecido en dichas bases, donde se recoge el número posible de participantes por comunidades autónomas, que por primera vez se ha visto en cierta medida limitado. En el caso de la comunidad de Cantabria dicho número no se ha visto mermado y podrán seguir acudiendo a la Fase Nacional tres estudiantes.

1) Podrán participar todos los alumnos del sistema educativo español que estén matriculados durante el curso 2013 - 2014 en Bachillerato. Con carácter excepcional, y si son avalados por escrito por su profesor, también podrán tomar parte alumnos de 3º o 4º de ESO de excelentes capacidades. La participación es individual.

2) Los interesados en participar lo solicitarán por escrito, cumplimentando íntegramente el boletín de inscripción, el cual enviarán, bien por sí mismos o a través del Centro en que realicen sus estudios, al delegado de la Real Sociedad Matemática Española en su Comunidad Autónoma.

3) La Primera Fase, también llamada **Fase Local** de la L Olimpiada Matemática Española, se realizará a nivel de Comunidad Autónoma o de Distrito Universitario y consistirá en la resolución de problemas de matemáticas, en una o dos sesiones, a realizar entre los días **17 y 18 de enero de 2014**. Solamente se permitirá la utilización de útiles de dibujo y escritura. En particular, no está permitido el uso de calculadoras, aparatos electrónicos, teléfonos móviles, libros, tablas u otros documentos distintos de los que proporcione el Tribunal.

4) La Real Sociedad Matemática Española premiará a los alumnos ganadores con un Diploma acreditativo y una cuota anual de socio-estudiante, lo que da derecho, entre otros beneficios, a recibir la revista *"La Gaceta"* de la Real Sociedad Matemática Española durante un año. Estos premios son independientes y compatibles con cuantos puedan concederse, además, en cada Comunidad Autónoma o Distrito Universitario.

5) La Segunda Fase, o **Fase Final**, tendrá lugar en **Requena** (Valencia) entre los días **27 y 30 de marzo de 2014**, y se desarrollará según los términos que se detallarán en una convocatoria posterior. En ella participarán los seleccionados de la Primera Fase de cada Comunidad o Ciudad Autónoma.

6) Los alumnos españoles que hayan obtenido Medalla de Oro en la Fase Final formarán parte del Equipo Olímpico de España que ostentará su representación en la 55ª Olimpiada Internacional de Matemáticas, que se celebrará en Ciudad del Cabo (República de Sudáfrica) en julio de 2014. Corresponde a la Comisión de Olimpiadas de la Real Sociedad Matemática Española decidir la composición del Equipo Olímpico de España participante en la XXIX Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas, que tendrá lugar en Honduras en septiembre de 2014.

Anexo: Número de seleccionados por cada Comunidad (o Ciudad) Autónoma para participar en la Fase Final.

Comunidad (o Ciudad) Autónoma	Andalucía	Aragón	Asturias	Canarias	Cantabria	Castilla – La Mancha	Castilla y León	Cataluña	Comunidad Valenciana	Extremadura	Galicia	Islas Baleares	La Rioja	Madrid	Navarra	País Vasco	Región de Murcia	Ceuta	Melilla
Nº de seleccionados	12	3	3	3	3	3	3	9	6	3	3	3	3	9	3	3	3	1	1

Las pruebas de la **Fase Local en Cantabria** se desarrollarán en **dos sesiones de tres horas** (una por la **mañana** y otra por la **tarde**) el **viernes 17 de enero de 2014** en la **Facultad de Ciencias** de la Universidad de Cantabria (Avenida de los Castros, s/n. Santander). Entre ambas sesiones se ofrecerá un pequeño almuerzo. El comienzo de la primera sesión tendrá lugar a las **10 horas.**

Es habitual admitir la entrega de los boletines de inscripción (firmados por padre/madre/tutor) al inicio de la primera prueba, pero se agradece que se hagan llegar, con unos días de antelación, a la dirección abajo indicada.

Para más información sobre la Fase Local en Cantabria, dirigirse por carta, e-mail o teléfono a:

Delfina Gómez Gandarillas

Comité Local de la Olimpiada Matemática Española

Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación

Facultad de Ciencias - Universidad de Cantabria

Avenida de los Castros s/n

39005 SANTANDER

Fax: 942 20 14 02

e-mail: olimpiada.matematica@unican.es

página web: http://www.unican.es/Departamentos/matesco/olimpiada-Matematica.htm

---

Foto publicada en el periódico *El Diario Montañés*.

Los tres estudiantes cántabros que acudieron a la fase nacional de la Olimpiada Matemática en su cuadragésima novena edición, en una entrevista concedida a *El Diario Montañés*, hablaron de sus aficiones, del grado de ocupación que en sus vidas tienen las matemáticas y de su opinión acerca de las mismas. De todo lo dicho, destacamos una frase pronunciada por Pablo, que recoge de manera muy acertada cierto sentir del trabajo matemático, por lo que nos ha parecido oportuno cerrar con ella esta sección.

Las matemáticas no son solitarias, pero ofrecen la tranquilidad de concentrarse en un problema

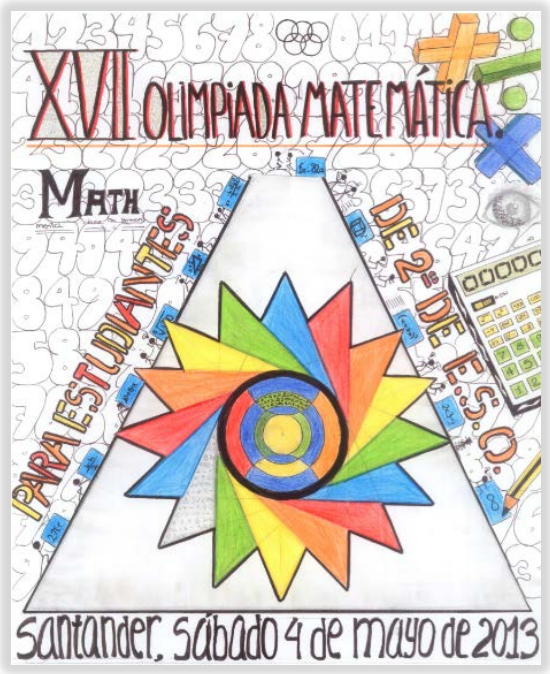
---

CONCURSO DEL CARTEL anunciador de la XVII Olimpiada Matemática de 2º ESO y CONCURSO DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria, a finales de 2012, hizo pública tanto la convocatoria del decimoquinto Concurso del Cartel anunciador de la Olimpiada Matemática de 2º ESO de Cantabria como la convocatoria del duodécimo Concurso de Fotografía Matemática, a celebrarse ambos en la primavera de 2013. Los dos concursos tienen como finalidad más relevante la divulgación del conocimiento matemático entre los estudiantes, fomentar la idea de que puede darse un maridaje perfecto entre matemáticas y diferentes manifestaciones artísticas y dar la posibilidad de concretar en un trabajo el hallazgo de vínculos entre la disciplina matemática y la pintura o la fotografía. En una nueva ocasión el lector podrá disfrutar con las obras presentadas, en ellas se enlazan de manera acertadísima ciertos aspectos matemáticos con algunas situaciones cotidianas, alcanzando una magnífica armonía y un alto nivel plástico. Terminamos esta presentación como venimos haciéndolo en ediciones anteriores, animando a los profesores de matemáticas a aprovechar este material para motivar algunos de los temas que trabajan con sus alumnos.

En 2013 el **CONCURSO DEL CARTEL** que anuncia y difunde la Olimpiada en los centros escolares de Cantabria era el prolegómeno de la XVII Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º ESO, a celebrarse el día 4 de mayo de ese mismo año.

Desde hace unos años, en la convocatoria del concurso del cartel se eliminó la limitación del número de colores a emplear en el diseño del mismo. Esta circunstancia permite a los estudiantes disponer de una amplia gama de tonalides que posibilita la creación de obras llenas de colorido y viveza, como sucede con la obra ganadora de esta convocatoria, cuya reproducción aparece seguidamente.



En esta decimocuarta edición del concurso, el cartel anunciador ha sido el creado por:

Laura Carrera Andrés

3º de ESO

IES Marqués de Santillana

Torrelavega

Tanto Laura como los compañeros que compitieron con ella en este concurso han dejado de manifiesto, una vez más, su acertada interpretación artística del conocimiento matemático del que ellos disponen.

La edición del **CONCURSO DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA** reseñada en estas líneas es la número doce. Dicho concurso va dirigido a estudiantes de entre 12 y 20 años y los participantes deben ser capaces de captar con el objetivo de sus cámaras algún suceso o situación de la vida diaria donde se refleje una cierta conexión con el saber matemático; el eslabón de enlace puede ser bien númerico o bien gráfico, indistintamente.

Tres son los niveles en los que se convoca el concurso, premiando dentro de cada modalidad dos obras, salvo que se produzca algún empate, circunstancia en la que se amplía el número de premiados:

- Primer nivel (para estudiantes de 1º y 2º de ESO)
- Segundo nivel (para estudiantes de 3º y 4º de ESO)
- Tercer nivel (para estudiantes de Bachillerato, de Ciclos Formativos y de Programas de Cualificación Profesional Inicial – PCPI –)

Los aspectos que desde siempre caracterizan una buena fotografía, tales como la nitidez o el enfoque, junto con la originalidad de la composición, el acierto en captar un concepto o un resultado matemático en la plasticidad de una situación ordinaria, y la habilidad de la que se hace gala para dotarla de un título sugerente, son algunas de las características que más se valoran por parte del Jurado encargado del fallo del concurso. Dicho Jurado está integrado por profesores de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria y, según han comentado en diversas ocasiones, con frecuencia les resulta verdaderamente difícil decidir cuáles son las que premiar o, por el contrario, cuáles dejar fuera.

Las fotografías relacionadas a continuación son las premiadas en esta duodécima edición.

NIVEL "Primero y Segundo de la ESO"

Primer premio

"Hiperboloide"

Kevin Menéndez Menéndez

IES Garcilaso de la Vega

Torrelavega

Segundo premio

"Triángulos por todo lo alto"

Nerea García Gómez

IES La Marina

Bezana

NIVEL "Tercero y Cuarto de la ESO"

Primer premio

"Paralelas acuáticas"

María Celis Camus

IES El Zapatón

Torrelavega

Segundo premio

"Segmentos sesgados al mar"

Cecilia Díaz Revilla

C. Apostolado del Sagrado Corazón de Jesús

Ceceñas

NIVEL "Bachillerato, Ciclos Formativos y PCPI"

Primer premio

"Integrando las matemáticas"

Óscar Moreno Saiz

IES La Marina

Bezana

Segundo premio

"Geometría sumergida"

Rubén Penagos Solórzano

IES Nuestra Señora de los Remedios

Guarnizo

--o--

Los alumnos galardonados recibieron una mención especial y un regalo en un evento celebrado en el Salón de Actos de la Facultad de Ciencias el día 25 de mayo y que estuvo presidido por María José Señas Pariente, presidenta de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria. En la mesa María José Señas estuvo acompañada por algunos miembros de la Junta Directiva y coorganizadores, junto con otros profesores situados entre el público, de algunos de los concursos que motivaban el acto.

Las fotografías muestran algunos momentos del acto de entrega de premios. Los premiados son, de izquierda a derecha y de arriba abajo, Laura Carrera, Kevin Menéndez, Nerea García, María Celis, Cecilia Díaz, Óscar Moreno y Rubén Penagos.

En el caso de que los institutos deseen exhibir las obras presentadas a este Concurso de Fotografía Matemática 2013, podrán solicitarlas a los responsables del mismo en calidad de préstamo temporal. La exposición permitirá que todos, padres, profesores y alumnos, puedan disfrutar con la creatividad que los estudiantes muestran en la elaboración de sus trabajos.

Imágenes de algunas de las exposiciones organizadas con las fotografías ganadoras.

En las siete últimas ediciones de este Boletín, incluida la presente, las fotografías premiadas son utilizadas para confeccionar su portada. Queremos de esta manera corresponder con el trabajo de los estudiantes y desde estas líneas deseamos agradecerles el que su creación artística permita hacer más atractiva la presentación de esta publicación.

Portadas de los últimos números del Boletín,
confeccionadas con las fotos premiadas en los Concursos de Fotografía Matemática.

En otras páginas de este Boletín aparece la convocatoria tanto del Concurso del Cartel Anunciador de la XVIII Olimpiada Matemática de ESO como del XII Concurso de Fotografía Matemática. En fechas próximas, desde la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria, entidad organizadora de estas actividades, se enviará la información de la convocatoria a todos los centros escolares. Nos atrevemos a recomendar el cumplimiento estricto de las bases para evitar que algunas de las obras presentadas, casi siempre de una calidad excepcional, no puedan ser valoradas.

CONVOCATORIAS DE LA SMPC

XVIII OLIMPIADA MATEMÁTICA DE CANTABRIA PARA ESTUDIANTES DE 2º de ESO

Introducción

Cada año la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) convoca la Olimpiada Matemática Nacional para estudiantes de 2º de ESO. En el presente curso se celebrará la vigésima quinta edición y será Barcelona la ciudad que acoja dicha celebración. En el momento de la edición de este Boletín no se conoce la sede concreta del evento ni las fechas exactas, aunque previsiblemente estén comprendidas entre el 21 y el 27 de junio.

Con el fin de seleccionar a los representantes de nuestra comunidad en dicha prueba, la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) convoca la XVIII Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO, a celebrar el sábado **12 de abril de 2014**.

En esta fase autonómica pueden participar todos los centros educativos de la región en los que se imparta 2º de ESO.

La Olimpiada Matemática persigue, entre otros, los siguientes objetivos:

- Popularizar el área de matemáticas con una actividad formativa, motivadora y divertida para alumnado y profesorado.
- Promocionar entre los alumnos el gusto por las matemáticas a través de la resolución de problemas.
- Promover la puesta en práctica de razonamientos y procesos de pensamiento útiles en la resolución de problemas.
- Favorecer el intercambio y el conocimiento mutuo entre centros, profesores de matemáticas y alumnos de 2º de ESO en la región.
- Potenciar las capacidades de los alumnos en este tipo de tareas.

Bases

1ª. Los participantes de la Olimpiada Matemática serán estudiantes de 2º de ESO de centros educativos de Cantabria.

2ª. La celebración de la Olimpiada Matemática se realizará el sábado **12 de abril de 2014** a las **10 horas** en la **Facultad de Ciencias** de la Universidad de Cantabria.

3ª. La Comisión Organizadora estará compuesta por miembros de la SMPC que no tengan familiares ni alumnos que participen en la Olimpiada.

4ª. La prueba será elaborada por la Comisión Organizadora y constará de cinco problemas de matemáticas, a resolver en un tiempo máximo de dos horas. Se permitirá la utilización de instrumentos de dibujo y de calculadora que, en su caso, deberán aportar los participantes.

5ª. La Comisión Organizadora designará los representantes que velarán por el desarrollo normal de la prueba y elegirá un Jurado que se encargará de la evaluación de los problemas realizados. Los resultados de las pruebas se comunicarán oportunamente a cada uno de los centros participantes.

6ª. Entre los tres alumnos seleccionados para representar a Cantabria en la XXV Olimpiada Matemática Nacional no podrá haber más de un alumno por centro educativo.

7ª. El fallo del Jurado se hará público y será inapelable.

8ª. La participación en la Olimpiada supone la plena aceptación de estas bases cuya interpretación, en último extremo, corresponderá a la Comisión Organizadora.

9ª. En caso de duda sobre el cumplimiento de algún punto de estas bases se deberá comunicar a la Comisión Organizadora con anterioridad a la inscripción.

Premios

Todos los participantes recibirán un diploma acreditativo. Además, se hará mención especial a los diez alumnos mejor clasificados, que recibirán premios. Ni el Jurado ni la Comisión Organizadora harán público el nombre de los centros educativos a los que pertenecen los participantes mejor clasificados, por lo que se ruega que tampoco lo hagan los profesores o centros participantes. Por otro lado, los tres alumnos mejor clasificados, una vez aplicada la disposición recogida en la base 6ª, acudirán como representantes de Cantabria a la XXV Olimpiada Matemática Nacional. Estos alumnos viajarán a Barcelona con un miembro de la SMPC. Los gastos del desplazamiento serán sufragados por la SMPC y los gastos de la estancia los sufragará la FESPM.

Condiciones de participación

Además del cumplimiento de las bases expuestas, cada centro educativo interesado en participar en la Olimpiada Matemática de Cantabria deberá rellenar el formulario de inscripción que estará disponible en la página web de la SMPC, http://www.sociedadmatematicacantabria.es, en el periodo comprendido **entre el 1 y el 31 de marzo de 2014**.

Cada centro escolar designará un profesor que será el interlocutor entre el centro y la Comisión Organizadora, encargándose de cumplimentar el formulario de inscripción. A él se dirigirán todos los comunicados e informaciones de la Comisión.

Para cualquier duda o sugerencia, se puede enviar un correo electrónico a la siguiente dirección: smpcolimpiadaeso@gmail.com

XVI CONCURSO DEL CARTEL ANUNCIADOR de la XVIII Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) convoca el XVI Concurso del Cartel anunciador de la XVIII Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO, que se celebrará el próximo mes de abril de 2014.

Bases

Los participantes deberán atenerse a las bases que a continuación se detallan:

1ª. Los participantes serán alumnos de 1º, 2º o 3º de ESO de centros públicos, privados o concertados de Cantabria.

2ª. El cartel se presentará en tamaño DIN-A3 y posición vertical.

3ª. Se admite cualquier tipo de letra de tamaño no inferior a 1,50 centímetros de altura.

4ª. El cartel deberá contener el siguiente lema:

XVIII OLIMPIADA MATEMÁTICA
PARA ESTUDIANTES DE 2º DE ESO

Santander, sábado 12 de abril de 2014

5ª. Se deberá dejar un área despejada en la parte inferior, de 6 cm de alto y 29,7 cm de ancho para incorporar los nombres de las entidades patrocinadoras y de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC).

6ª. El cartel ganador de este concurso será el anunciador de la XVIII Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO.

7ª. Los carteles participantes en el concurso quedarán en poder de la SMPC.

8ª. De entre sus socios, la SMPC designará un Jurado que se encargará de la valoración de los trabajos presentados.

9ª. El Jurado elegirá un único cartel ganador. No obstante, si, a su juicio, la calidad de los trabajos presentados no fuera suficiente, podrá declarar el premio desierto.

10ª. El fallo del Jurado será inapelable.

Inscripciones

Los carteles deberán enviarse a:

XVIII Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC)

Centro de Profesorado de Cantabria
Avenida del Deporte, s/n
39011 Santander

indicando en el sobre "**Concurso de Carteles"**.

Dentro del sobre se harán constar los siguientes datos: **nombre y apellidos del alumno participante**, **centro al que pertenece, nombre y correo electrónico del profesor responsable.**

Fecha límite de inscripción

Se admitirán los carteles recibidos **hasta el 31 de enero de 2014** y los que, llegando con posterioridad, acrediten una fecha de envío anterior a ese día mediante el sello en el sobre de la correspondiente oficina de correos.

Premios

El ganador obtendrá un lote de material didáctico relacionado con las matemáticas.

XII CONCURSO DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) convoca el XII Concurso de Fotografía Matemática. Su objetivo es **ver en la vida real cualquier aspecto matemático**, ya sea numérico o gráfico. Los principios que regulan este concurso son:

1. Se pueden reflejar polígonos, círculos, curvas variadas, líneas paralelas, secantes, ángulos, transformaciones geométricas, cuerpos geométricos, gráficos estadísticos, expresiones numéricas, etc. En las fotografías no deberán aparecer personas, matrículas de coches, etc., así como tampoco su fecha de realización.

2. Las imágenes se pueden obtener de la naturaleza (flores, hojas,...), la arquitectura, la escultura, el diseño gráfico, la artesanía, etc.

3. Pueden participar en este concurso estudiantes de ESO, de Bachillerato, de Ciclos Formativos de Formación Profesional y de Programas de Cualificación Profesional Inicial (PCPI).

4. Cada fotografía será realizada por un único autor, no admitiéndose más de tres fotografías por estudiante. Cada fotografía deberá ir acompañada de un breve texto explicativo y de un título, alusivo a la noción o concepto matemático al que haga referencia la foto.

5. El concurso se convoca a tres niveles:

Primer nivel, para alumnos de 1º y 2º de ESO.

Segundo nivel, para alumnos de 3º y 4º de ESO.

Tercer nivel, para alumnos de Bachillerato, de Ciclos Formativos y de PCPI.

6. Las fotografías se entregarán convenientemente montadas sobre cartulina o cartón. Se acompañarán con un sobre cerrado en cuyo interior figurará el nombre, domicilio particular, localidad, teléfono, curso y centro de estudios de su autor, así como el número de teléfono, número de fax del centro y correo electrónico del profesor responsable. Debajo de la fotografía y en el exterior del sobre deberá figurar el texto explicativo y el título.

7. El formato exigido será, como mínimo, de **13x18 cm**.

8. Se valorará tanto el contenido matemático como la calidad técnica y artística, aunque con un mayor peso del primero.

9. Se admitirán las fotografías recibidas **del 1 de febrero al 7 de marzo de 2014** y las que, llegando con posterioridad, acrediten una fecha de envío anterior a ese día mediante el sello en el sobre de la correspondiente oficina de correos. Las fotografías deberán enviarse a la dirección:

XVIII Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC)

Centro de Profesorado de Cantabria
Avenida del Deporte, s/n
39011 Santander

indicando en el sobre **"Concurso de Fotografía Matemática"**.

10. Un Jurado, nombrado al efecto, fallará el concurso. El fallo del Jurado se hará público y será inapelable. Se podrán declarar desiertos los premios convocados cuando, a juicio del Jurado, las obras presentadas no tuvieran suficiente calidad.

11. Premios: **Primer y Segundo Premio** por cada nivel, consistente en material didáctico relacionado con las matemáticas.

12. Las fotografías participantes en el concurso quedarán en poder de la SMPC. En los últimos años las mismas son utilizadas para confeccionar la portada de este Boletín.

Fotografía publicada en http://www.fotomat.es, página dedicada a la fotografía matemática, que se presenta así:

Le arreas un golpe a una pelota de tenis mojada y no sale el agua de cualquier manera, sino que forma perfectas espirales. La tarea del matemático es descubrir la forma y propiedades de estas curvas, probablemente espirales logarítmicas, la del tenista responder a los golpes y ganar el partido. ¡Vamos Rafa!

VI JORNADAS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN CANTABRIA

Momentos de los actos de inauguración de las Primeras y Quintas Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria.

Las *Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria* están siempre presentes en el Boletín de la SMPC. Por el carácter bianual de su celebración, se alternan las informaciones sobre el desarrollo de las Jornadas, en un año, con la convocatoria de las mismas, en otro. En el presente número nos hacemos eco de la publicación de la convocatoria de la sexta edición, pero además deseamos ofrecer una ligera idea de lo que supone, en realidad, este tipo de encuentros, de mayor interés, en particular, para nuevos socios de la SMPC y, en general, para los profesionales recientemente incorporados al mundo de la enseñanza de las matemáticas. Siguiendo el mismo esquema que el iniciado en el anuncio de las V Jornadas, presentamos un breve resumen gráfico de lo que han sido las celebraciones anteriores.

Con esta colección de imágenes queremos, además, rendir un pequeño tributo a cuantas personas se han ido encargando de la organización de estas Jornadas. Todos sabemos que la puesta en marcha de cualquier acto que requiera la voluntad y la buena disposición de otros, y necesite de recursos económicos y cierta infraestructura, supone un gran esfuerzo y entusiasmo; de ahí nuestro agradecimiento. Aprovechamos también estas líneas para felicitarlas por el éxito de su trabajo, pues edición tras edición logran despertar el interés del público y alcanzar así un alto nivel de participación.

No podemos dejar pasar la ocasión de invitar a cuantas personas estén comprometidas con la enseñanza de las matemáticas a acudir a este encuentro de carácter regional donde tendrán la oportunidad de compartir ideas, inquietudes, actividades, etc. con otros compañeros. En la primera convocatoria, los asistentes fueron casi exclusivamente profesores de secundaria, pero gradualmente han ido incorporándose en sucesivas ediciones de las Jornadas profesores del ámbito universitario y de la educación primaria, algo que nos congratula enormemente.

Diferentes momentos de las actividades habituales de las Jornadas:
ponencias, talleres, teatro, exposiciones, etc.

Momentos de cuatro mesas redondas celebradas en diferentes ediciones de las Jornadas. De izquierda a derecha y de arriba abajo: I. *La enseñanza de las matemáticas en el contexto europeo*. II. *Competencias matemáticas y resultados españoles en PISA 2003*. III. *Formación del profesorado de matemáticas*. IV. *Competencias básicas – Pruebas de diagnóstico*.

Algunos de los carteles anunciadores de las Jornadas.

Las **VI** JEMC se celebrarán los días 21 y 22 de febrero (viernes tarde y sábado mañana, respectivamente). En el momento de cierre de esta publicación se están ultimando los detalles acerca del contenido de las mismas, pero podemos adelantar que, como viene siendo habitual, los actos de inauguración y de clausura se acompañarán de sendas conferencias plenarias y que el grupo de actividades centrales estará integrado por comunicaciones, talleres y una mesa redonda. Será una buena ocasión para difundir las actuaciones de la SMPC y felicitar a la FESPM por sus 25 años.

OTRAS CONVOCATORIAS

XXI Concurso Canguro Matemático

La asociación castellano-leonesa *Canguro Matemático Europeo* organiza este concurso dentro de la convocatoria que, a nivel europeo, hace la organización *Canguro sin Fronteras*. Colaboran los profesores de los departamentos de matemáticas de los centros que participan, siendo algunos de los objetivos del concurso los siguientes:

- ✓ Que sea un concurso para todos los alumnos y no sólo para los que obtienen mejores notas. No debe hacerse una selección previa de los alumnos sino animar a todos a participar.
- ✓ Conseguir que cada alumno, a través de las matemáticas, se plantee un reto consigo mismo y con los demás. El concurso no es, ni pretende ser, una competición entre centros.
- ✓ Incentivar el gusto por el estudio de las matemáticas.
- ✓ Incorporar a aquellos alumnos que tienen "miedo" a las matemáticas al estudio de las mismas, haciendo que descubran su sentido lúdico.
- ✓ Tratar de que los alumnos consigan divertirse resolviendo cuestiones matemáticas.
- ✓ Seguir aumentando el número de participantes de las convocatorias anteriores y conseguir las cuotas de participación existentes en otros países europeos.

La prueba consiste en un test de 30 preguntas, en orden creciente de dificultad, para cada uno de los seis niveles, con cuestiones de elección múltiple. Los niveles para participar son: 1º de ESO, 2º de ESO, 3º de ESO, 4º de ESO, 1º de Bachillerato y 2º de Bachillerato.

Más información de la convocatoria y de las bases en: http://www.canguromat.org.es

Alumnos del IES Ría San Martín en la cita europea **XX Concurso Canguro Matemático**.

VIII Campeonato Internacional de superTmatik Cálculo Mental

La VIII edición del *Campeonato Internacional superTmatik Cálculo Mental* ya está en marcha. Este Campeonato es una competición internacional de matemáticas para alumnos de Primaria y Secundaria (6 -15 años).

Los objetivos principales del Campeonato se centran en fomentar el interés por la práctica del cálculo mental, desarrollar destrezas numéricas y de cálculo, reforzar el componente lúdico en el aprendizaje de las matemáticas, y encontrar y divulgar talentos en el área del cálculo mental.

superTmatik Cálculo Mental es un juego didáctico que combina la estimulación mental con la diversión, siendo especialmente indicado para la práctica de las cuatro operaciones básicas de matemáticas.

Para la participación de los alumnos sólo es necesario registrar el centro en la competición antes del 31 de enero de 2014. El próximo paso es enseñar el reglamento del Campeonato y las reglas del juego a los alumnos de las clases que participen y dejarles practicar con sus compañeros antes de empezar la competición.

Se puede encontrar el formulario de registro, el reglamento y más información en la página web de la competición: http://www.eudactica.com

Asimismo, en esa misma página web, puede adquirirse tanto el juego superTmatik Cálculo Mental como otros juegos de estrategia y lógica.

Concurso de Resolución de actividades del Calendario Matemático 2013-2014

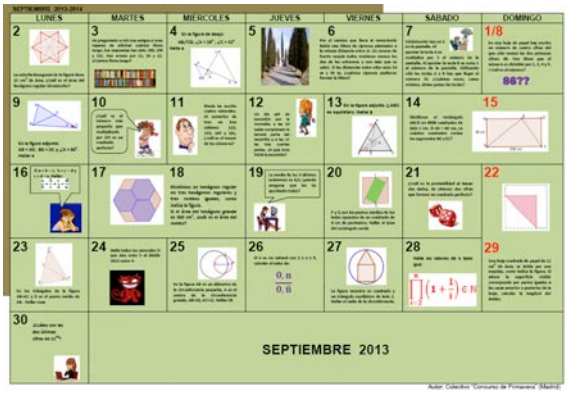
Cada curso escolar la Sociedad de Educación Matemática de la Comunidad Valenciana "*Al-Khwarizmi*" publica un calendario en el que cada día aparece un reto matemático. Su resolución permite participar a estudiantes de Secundaria en un concurso diseñado a tal efecto con las dos modalidades siguientes:

A la solución más ingeniosa

Podrá participar cualquier estudiante de ESO o Bachillerato que dé respuesta (solución / comentario) a una actividad planteada un día cualquiera del Calendario Matemático 2013-2014. Cada centro seleccionará las mejores soluciones de sus alumnos enviando solo una por cada día e incluyendo: nombre completo del estudiante, curso y nivel, centro, dirección, teléfono y correo electrónico. Los premiados recibirán el correspondiente diploma acreditativo.

Al trabajo en grupo

Podrá participar un solo grupo de cualquier centro de ESO y/o Bachillerato que dé respuesta (solución / comentario) a todas las actividades planteadas un mes cualquiera del Calendario Matemático 2013-2014. Deberá indicarse el nombre completo del centro, dirección, teléfono y correo electrónico, así como el nombre de todos los estudiantes que lo integran y del profesor que lo coordina. Los agraciados recibirán el correspondiente diploma acreditativo.



En ambas modalidades, el plazo de recepción terminará el último día del mes siguiente al que correspondan las actividades. Las soluciones deben dirigirse a ramaca@ono.com o enviarse a:

IES La Plana
A. A. Rafael Martínez Calafat
Camí La Plana, 13
12004-Castellón
(Teléfono: 964 221 820)

Las soluciones presentadas podrán publicarse cuando la comisión seleccionadora lo considere oportuno.

V Concurso Escolar de Trabajos Estadísticos

El Instituto Cántabro de Estadística (ICANE), en colaboración con la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria, convoca cada curso escolar el *Concurso Escolar de Trabajos Estadísticos*.

El objetivo de este Concurso es, por un lado, dar a conocer la actividad estadística desarrollada en el ICANE y, por otro lado, propiciar el uso de datos sobre la realidad socioeconómica de Cantabria en los centros educativos de nuestra región. Esta iniciativa puede ser una herramienta interesante para trabajar algunos tipos de ejercicios y problemas con los alumnos, así como ahondar en temas cotidianos con fines educativos, utilizando razonamientos críticos, fomentando el trabajo en equipo, etc.

El Concurso está orientado a todos los escolares que cursen estudios de ESO, Bachillerato o Ciclos Formativos; asimismo, podrán participar los alumnos oficiales de Enseñanza de Adultos que estén estudiando para la obtención del Graduado en Educación Secundaria o para la prueba de libre acceso a Ciclos Formativos de Grado Medio, menores de 19 años. Los trabajos deben ser realizados por grupos de un máximo de cinco estudiantes y estar dirigidos por un profesor.

El contenido de los trabajos presentados será estadístico de tema libre. Podrán abordar una o varias fases del proceso estadístico, desde la toma o recogida de datos hasta la elaboración de inferencias y proyecciones, pudiendo incluir tablas y gráficos. Se pueden usar datos extraídos de las publicaciones del ICANE, o de su web, o realizar un estudio estadístico similar a alguno publicado por el ICANE, pero referido a su centro escolar, municipio o comarca y comparar los resultados.

Se establecen dos categorías de premios (ESO y Bachillerato/Ciclos Formativos) que cuentan cada una de ellas con un primer y un segundo premio respectivamente.

Bases e información adicional del Concurso puede obtenerse a través de:

http://www.icane.es

http://www.educantabria.es

VIII Premios de Matemáticas para Estudiantes de Secundaria

El Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de Madrid (UAM) convoca la *VIII edición de los Premios de Matemáticas para Estudiantes de Secundaria* con el objetivo de fomentar entre los estudiantes de ese nivel el interés por las matemáticas y los temas relacionados con ellas, y con el propósito de incentivar los conocimientos que se adquieren en los centros de secundaria.

Pueden participar estudiantes que durante el curso académico 2013/14 estén cursando estudios de 3º - 4º de ESO o de 1º - 2º de Bachillerato y que preparen un trabajo de investigación, de tipo experimental o teórico, sobre un tema relacionado con las matemáticas. Cada trabajo debe tener un mínimo de dos y un máximo de cinco autores, y ha de ser coordinado por, al menos, un tutor.

Para promover y valorar la investigación realizada en todos los niveles de enseñanza secundaria se establecen dos categorías, cada una de las cuales recibirá un máximo de 2 premios: Categoría 3º - 4º de ESO y Categoría 1º - 2º de Bachillerato.

Cada premio estará dotado de 500 euros y material didáctico para el equipo ganador; una visita guiada de Cosmo-Caixa (Alcobendas) para el centro de procedencia; y una suscripción por un año a la Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española (RSME) para los tutores de los trabajos premiados.

En la valoración de los trabajos se tendrán en cuenta el esfuerzo y la continuidad en la participación colectiva de los jóvenes, la calidad de los contenidos, la eficacia en la consecución de los objetivos de esta convocatoria y, en particular, el fomento del trabajo en equipo. Se tendrá en cuenta, especialmente, el esfuerzo de los participantes en relación con su curso o nivel.

Solicitudes: hasta el 24 de enero de 2014, rellenando el formulario que se encuentra en la página web abajo indicada.

Trabajos definitivos: desde el 1 de abril hasta el 30 de abril de 2014. El trabajo definitivo se presentará en soporte electrónico y debe acompañarse de:

- Un informe del tutor/es en el que se comente su impresión personal acerca del trabajo realizado por los estudiantes: nivel de dificultad, carga de trabajo que ha supuesto, fuentes que han consultado los estudiantes, metodología empleada, etc.
- Un póster explicativo en tamaño A1 para exposición, que consistirá en un resumen del trabajo realizado. El póster podrá presentarse hasta el 15 de mayo de 2014.

Los trabajos presentados podrán ser publicados por el Departamento de Matemáticas de la UAM en su página web, a través de póster o carteles, o mediante libros u otro tipo de publicaciones impresas.

Toda la información sobre estos Premios se puede encontrar en:
http://www.uam.es/matematicas

V Concurso de Microrrelatos Irracionales

La Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas (SMPM) "*Emma Castelnuovo*" convoca el *Concurso de Microrrelatos Irracionales* cuyo objetivo es eminentemente lúdico y busca establecer lazos de comunicación entre áreas aparentemente dispares como la literatura y las matemáticas.

Las bases de este Concurso permiten participar a profesores y alumnos sin restricción de curso, pertenezcan o no a la SMPM, con tantos microrrelatos como deseen, de temática libre, originales y siempre que se envíen dentro del plazo del concurso.

Los microrrelatos deben tener un máximo de veinte palabras y tienen que cumplir el requisito de que el número de letras de cada palabra sea la cifra correspondiente de un número irracional, tal y como se muestra en el siguiente ejemplo:

3	1	4	1	5		9		2	6		5	3	5		8
Así,	y	digo	a	todos	puramente	la	verdad,	acaba	una	fugaz	historia				

Los números irracionales a elegir son éstos: φ, e, π, $\sqrt{2}$. Se utilizarán, como máximo, las veinte primeras cifras del número irracional elegido, eliminando sus ceros. Independientemente del número de palabras del microrrelato, se debe comenzar siempre por la primera cifra del número, y respetar el orden de las cifras hasta la correspondiente a la última palabra del relato. Además, en caso de que el microrrelato tenga título, las palabras que lo formen se consideran las primeras palabras del texto y, por tanto, deberán adaptarse en su longitud a las primeras cifras del número.

En la IV edición del Concurso se otorgaron cuatro premios ex aequo a los siguientes microrrelatos:

"De leñador a calafate. De calafate a marinero. Ya marinero supo tener templanza, pero murió en las aguas del océano".

Victorino García Monje

"Leo a Juan y María solamente un cuento todas las tardes. Escuchan embebidos relatos ficticios. ¡Así se lee! aplauden. ¡Otro!"

Maribí Muñoz Álvarez

"Caí y miré a Laura enamorado, su cuerpo débil era ahora perfecto. Asombrado, respiré tranquilo, era lo que esperaba amar".

Laura Paniagua Abraira

"Y paso a paso, él y sus gatos fueron al río. Algunos, los atrevidos, locos pero sensatos, saltaron a pescar".

María Encarnación de Pablos Rodríguez

Toda la información sobre este Concurso puede encontrarse en: http://www.smpm.es

Concurso "La calculadora en la resolución de problemas 2014"

La Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES y la División Didáctica CASIO tienen como objetivo la promoción del uso de las calculadoras como recurso didáctico en la enseñanza de las matemáticas en los distintos niveles educativos, para lo cual desde hace años se vienen desarrollando actividades recogidas en un convenio de colaboración firmado entre las dos entidades. Enmarcada en estas líneas de actuación se convoca el concurso, dirigido al profesorado, para la presentación de propuestas de problemas cuya resolución requiera el uso de la calculadora en sus distintas versiones.

Se establecen como objetivos de esta convocatoria los siguientes:

- Promover el uso de la calculadora gráfica como recurso didáctico en ESO y en Bachillerato.
- Fomentar la redacción de problemas que requieran el uso de la calculadora.
- Difundir experiencias realizadas por el profesorado.

Podrá participar el profesorado en activo de cualquier nivel educativo tanto a nivel individual como de forma colectiva.

Los trabajos presentados propondrán un problema o un conjunto de problemas (máximo 3) que requieran el uso de cualquier tipo de calculadora para su resolución. Los problemas propuestos corresponderán a contenidos del área de matemáticas de los niveles educativos de Educación Primaria, Secundaria o Bachillerato.

VIII Concurso sobre Unidades Didácticas Matemáticas con Calculadora Gráfica

La Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES y la División Didáctica CASIO convocan la octava convocatoria del concurso sobre unidades didácticas que utilicen la calculadora gráfica como recurso didáctico, de acuerdo con las bases siguientes:

~ Convocar un concurso para la elaboración de unidades didácticas correspondientes a los contenidos del área de matemáticas de los niveles educativos de ESO y de Bachillerato.

~ Podrá participar el profesorado en activo de centros docentes de Educación Secundaria o de Bachillerato tanto a nivel individual como de forma colectiva.

Más detalles de los concursos convocados por la Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES y la División Didáctica CASIO pueden obtenerse en las siguientes páginas web:

http://thales.cica.es
http://www.aulacasio.com

Nuestros lectores han de tener en cuenta al considerar esta sección que en el momento de la publicación de este Boletín aún no está confirmada la convocatoria de alguno de los concursos, por ello los anuncios deben interpretarse como posibles, no como certeros. Para confirmarlos, remitimos a los lectores a las páginas web de los correspondientes concursos.

SOCIEDAD MATEMÁTICA DE PROFESORES DE CANTABRIA (SMPC)

Fue en abril de 1996 cuando la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) empezó su andadura, en un acto al que no faltó Miguel de Guzmán Ozámiz (1936-2004), presidente de las Sociedades Matemáticas a nivel internacional, eminente matemático, humanista y persona de bien. La SMPC se constituyó con el fin de ser un lugar de encuentro y de intercambio de experiencias entre el profesorado de matemáticas de Cantabria, de todos los niveles educativos, Primaria, Secundaria y Universidad, tanto de enseñanza pública como privada. Pero la SMPC también acoge también a todas aquellas personas interesadas por las matemáticas, en su vertiente didáctica o científica. El objetivo fundamental de la SMPC es favorecer la mejora y calidad de la enseñanza de las matemáticas y pretende tener una proyección pública, de forma que su opinión se escuche y sea tenida en cuenta en todos los asuntos relacionados con la educación matemática.

La Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) está integrada por colectivos de profesorado, entre los que se encuentra la SMPC, que trabajan con fines similares a los que tiene la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria. En la actualidad, en la FESPM ya hay sociedades pertenecientes a todas las comunidades autónomas.

Por su acierto y síntesis mantenemos las palabras de la anterior presidenta de la SMPC, María José Señas Pariente, aparecidas en el Boletín número 13, pues dan una magnífica idea del cometido de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria.

[…] La SMPC viene organizando desde hace años diferentes actividades para alumnos y profesores de Cantabria con el fin de divulgar el conocimiento matemático en nuestra Comunidad Autónoma y mejorar los correspondientes procesos de enseñanza y aprendizaje. Es necesario emplear todos los recursos que existen en nuestra Sociedad para mejorar el nivel de educación matemática de los jóvenes, ya que de él, entre otros, dependerá el futuro y nuestra posición en el mundo actual.

Difundir la cultura matemática entre los estudiantes y profesores de Cantabria y que éstos sirvan de vía de transmisión para que la sociedad alcance mayores niveles de conocimiento matemático; descubrir a los jóvenes un mundo de posibilidades por medio del saber matemático; ampliar sus perspectivas de futuro y formarles para una sociedad en continuo cambio; fomentar el interés por las matemáticas mediante la organización de actividades motivadoras e innovadoras fuera del aula; e incluso fomentar la detección temprana y el estímulo de talentos matemáticos, son algunos de los objetivos que la SMPC establece como base para el desarrollo de su programación anual. […]

A lo largo de los diecisiete años de vida de la SMPC, la misma ha organizado numerosas actividades destinadas al profesorado de matemáticas, algunas dentro del Convenio de Colaboración con la Consejería de Educación, Cultura y Deporte. Ciñéndonos a las actividades desarrolladas a lo largo de los tres últimos años, indicar que entre ellas están dos cursos de formación para profesores del Proyecto ESTALMAT, uno a nivel regional y otro a nivel nacional; dos ediciones de las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria; dos cursos acerca del uso de *GeoGebra*, uno de iniciación y otro de nivel intermedio (ambos con la colaboración del Instituto *GeoGebra* de Cantabria); y un curso a distancia acerca del sotfware *TutorMates* (con la colaboración de Addlink Research, empresa que ha desarrollado dicho software). Salvo el último curso mencionado, todos se han celebrado o bien en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria o bien en el Centro Internacional de Encuentros Matemáticos (CIEM) de Castro Urdiales.

Todas estas las actividades pueden llevarse a cabo gracias al esfuerzo y gentileza de, por el momento, un pequeño número de profesores que ponen desinteresadamente a disposición de la SMPC parte de su tiempo libre. La gestión de los no muy abundantes recursos es tarea también de este reducido colectivo. Desde estas líneas se hace un llamamiento al resto de socios u otras personas que estén interesadas para colaborar, savia nueva enriquece la labor de la entidad y permite garantizar su continuidad. Para informar acerca del interés en colaborar, escribir un mensaje a la siguiente dirección, señalando aquellos apartados en los que se desearía participar: organizar y/o impartir algún curso de formación, cooperar en la puesta en marcha de alguna de las actividades de la SMPC, dirigir algún taller, etc.

sociedad@sociedadmatematicacantabria.es

COLABORA,

HAZTE SOCIO,

PARTICIPA ACTIVAMENTE EN LA SMPC

En otro orden de cosas, informar que el pasado 19 de septiembre de 2013 se celebró la Asamblea General Anual de la SMPC en la que se acordaron las fechas para la realización de actividades para estudiantes a celebrar a largo del curso 2013/2014 y de cuyos detalles se dan cuenta en la sección de este Boletín titulada *Convocatorias de la SMPC*. En esa misma reunión, se aprobó el acta de la sesión anterior y se informó de las últimas novedades de interés para los asistentes. Una vez acabada la asamblea propiamente dicha, Paz Valle López-Dóriga, que lleva en el cargo de tesorera de la SMPC durante un largo periodo de tiempo, fue obsequiada con un ramo de flores con motivo de su jubilación, el curso pasado, como profesora de matemáticas de secundaria. Desde aquí, nuestra enhorabuena y los mejores deseos para la nueva etapa vital de Paz.

Paz Valle López-Dóriga junto a algunos de los socios de la SMPC en la sencilla celebración que tales socios brindaron a Paz con motivo de su jubilación.

Junta Directiva	
Presidenta	Carmen Espeso Ortiz
Vicepresidenta	María José Señas Pariente
Secretario	Luis Ceballos Barón
Tesoreros	Emilio Seoane de la Losa Paz Valle López-Dóriga
Vocales	María José Fuente Somavilla Isabel Gómez Velarde Almudena Señas Pariente

Responsables de las Actividades	
Boletín Informativo	María José Fuente Somavilla Cecilia Valero Revenga
Página Web	Neila Emma Campos González
Redes Sociales	Sara González Gutiérrez
Proyecto Estalmat	María José Señas Pariente
Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas	Sara González Gutiérrez Claudia Lázaro del Pozo Almudena Señas Pariente
Olimpiada Matemática para estudiantes de 2^{0} de ESO	Juan Martín Pindado María Antonia Merodio García
Concurso del Cartel Anunciador de la Olimpiada Matemática para estudiantes de 2^{0} de ESO	Sergio Trueba López
Concurso de Fotografía Matemática	Rosario Iturralde García-Diego Emilio Rodríguez Ruiz

Los socios son la parte fundamental de la SMPC. Asociarse da derecho a participar activamente en la vida de la Sociedad, a tener puntual información de ella y a obtener descuentos en las actividades que organice. Los socios reciben el *Boletín Informativo de la SMPC*, así como *SUMA*$^{+}$, revista de didáctica de las matemáticas de periodicidad cuatrimestral (marzo, julio y noviembre) y que es publicada por la FESPM. Los socios abonan una cuota anual de 40 euros, que se cobra por domiciliación bancaria.

Para hacerse socio de la SMPC basta con rellenar la ficha de inscripción y la ficha de domiciliación bancaria para el pago de las cuotas. Una vez cumplimentados ambos impresos, deben ser entregados a alguno de los miembros de la Junta Directiva o bien enviados a la SMPC por alguna de las siguientes vías:

correo postal	**Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC)** **Centro de Profesorado de Cantabria** Avenida del Deporte s/n, 39011 Santander Tel.: 942 35 40 15 - Fax: 942 32 38 27
correo electrónico	sociedad@sociedadmatematicacantabria.es
página web	http://www.sociedadmatematicacantabria.es
Twitter	@SMatematicaPC
Facebook	http://www.facebook.com/pages/Sociedad-Matem%C3%A1tica-de-Profesores-de-Cantabria/1436138723279107

D/Dª ……, DNI ……

con domicilio en ……, CP: ……, calle: …… nº.: ……,

teléfono: …… y e-mail: ……..

solicita ser dado de alta como miembro de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria.

Centro de trabajo: ……, localidad: …… CP: ……

calle: ……, nº.: ……, teléfono: ……, fax: ……

y e-mail: ……

Nombre y apellidos: ……..

Código cuenta corriente:

Entidad				Oficina				DC		Cuenta									

Banco/Caja: ……, agencia: ……..

localidad: ……, CP: ……, calle: ……

Sr/Sra Director/a del Banco/Caja:
Le ruego atiendan, con cargo a mi cuenta y hasta nueva orden, los recibos que periódicamente les presentará la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria para el pago de mi cuota de afiliación.

Atentamente (fecha y firma):

Anotaciones

SOCIEDAD MATEMÁTICA de

SOCIEDAD MATEMÁTICA de

PROFESORES de CANTABRIA

PROFESORES de CANTABRIA