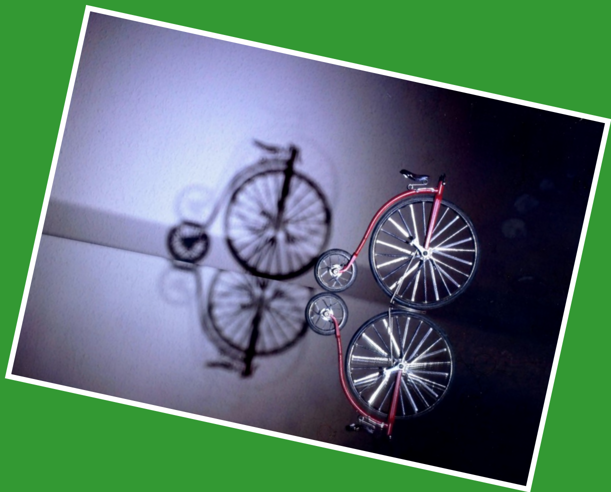
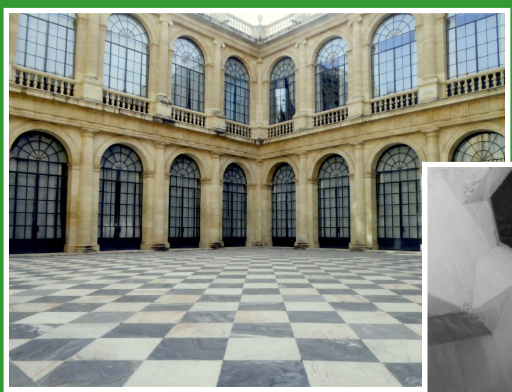
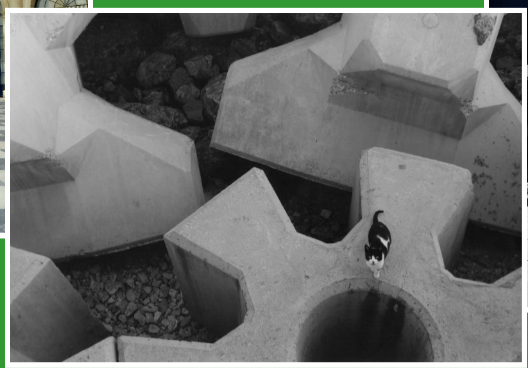
Boletín Informativo de la SMPC

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria - Curso 2017/2018 - Nº 18



Boletín Informativo

de la SMPC

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

Curso 2017 / 2018 **Nº 18**

ÍNDICE

EDITORIAL

Edita:

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (**SMPC**)

Autoría y Maquetación:

Pilar Sabariego Arenas
IES Vega de Toranzo
ALCEDA
sabariego@gmail.com

Ana María López García
IES Nueve Valles
PUENTE SAN MIGUEL
ana.ma.lopez.garcia@gmail.com

Belén Hallado Arenales
IES Alisal
SANTANDER
belenhallado@gmail.com

Artículos, comunicaciones y correspondencia:

A cualquiera de las tres direcciones anteriores

Tirada: 200 ejemplares

Imprime:

Copi Centro, teléfono 942 31 00 71
Compañía de Comunicación Gráfica
Santander

Depósito Legal: SA-160-1998

ISSN: 1139-0263

Esta es la decimoctava edición del Boletín Informativo de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC). Como en las ediciones anteriores, el objetivo de esta publicación es transmitir tanto la descripción de aquellos eventos relacionados con las Matemáticas que se han desarrollado a lo largo de los años 2016 y 2017, como los acontecimientos que se producirán en los próximos meses. Desde la redacción se ha procurado seleccionar aquellas actividades que creemos son de interés más general.

Asimismo, se pretende difundir la cultura matemática entre los profesores de los diferentes niveles educativos y que el Boletín sea un lugar donde se pueda dar a conocer los trabajos más novedosos en los diferentes ámbitos de nuestra labor profesional.

El Boletín se distribuye en papel entre los socios de la SMPC y en Centros de Educación Secundaria de la Comunidad Autónoma de Cantabria; también está disponible en formato pdf en la página web de la SMPC:

http://www.sociedadmatematicacantabria.es

En dicha página aparece toda la información concerniente a las actividades realizadas por la SMPC, además de la relativa a otras actividades como congresos, encuentros y jornadas a nivel nacional o internacional a realizar próximamente.

Comencemos por señalar los concursos convocados por la SMPC: el concurso del Cartel anunciador de la Olimpiada Matemática, la propia Olimpiada Matemática para alumnos de 2º de ESO y el Concurso de Fotografía Matemática para estudiantes, son actividades que llevan años realizándose y con gran aceptación y participación por parte de nuestros alumnos. Cabe señalar que en 2016 fue la SMPC la responsable de organizar la Olimpiada Matemática Nacional en su vigésimo séptima edición, por lo que se desarrolló en Cantabria. El Concurso de Fotografía para Profesores llega este año en su cuarta edición, con no mucha participación, pero creemos que este año eso cambiará al poder realizarse el envío de las fotografías por correo electrónico. De todos estos concursos y de los premiados en las dos últimas convocatorias ofrecemos información detallada en el presente Boletín.

Otra actividad importante de la SMPC para profesores, recogida en la web y en el presente Boletín, es la formativa, desarrollada mediante cursos, de Calculadoras y GeoGebra, y mediante la celebración de las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria, de carácter bienal, que en 2018 llegan a la octava edición.

Actividades realizadas, desarrolladas o puestas en marcha por profesores de la SMPC o de otras entidades en Cantabria, de las que nos hacemos eco en el Boletín son las secciones *Matemáticas en Acción* y *Día Escolar de las Matemáticas,* además de los artículos pedagógicos: *LAS MATEMATICAS SON MÁGICAS. Uso de la Magia en el Aula* y *Grupos Interactivos en el IES Besaya.*

Finalmente, además de las secciones habituales y esperadas de *Efemérides*, *Curiosidades* y *Libros y Materiales Destacados*, se adjuntan otros interesantes artículos como *¿Es justo el sorteo para tribunal de oposiciones?, La Divulgación y la Cultura Científica* y una *Entrevista a Carmen Espeso* con motivo de la celebración en Santander de la Olimpiada Nacional de Matemáticas para alumnos de 2º de ESO, en 2016.

≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤

Es de bien nacidos ser agradecidos, y realmente estamos muy agradecidos por el gran trabajo y buen hacer de **Mª José Fuente Somavilla** y **Cecilia Valero Revenga** llevando a cabo la edición de los Boletines de SMPC durante tantos años como lo han hecho.

Nos habéis dejado el listón muy alto, ¡esperemos poder mantenerlo!

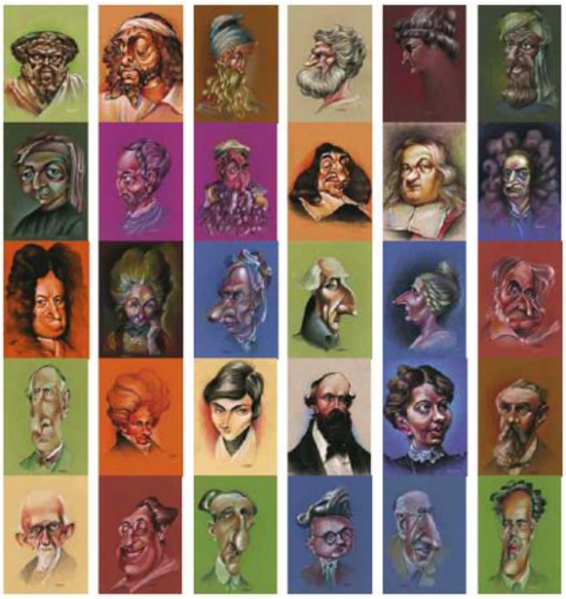
∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩

En este Editorial siempre hacemos un hueco para homenajear a aquellas personas relacionadas con el mundo matemático que, por alguna razón, han sido noticia a lo largo de los últimos meses.

En 2017 nos han dejado dos genios de las Matemáticas. En julio moría a los 40 **años Maryam Mirzakhani**, la matemática iraní y primera mujer ganadora de la medalla Fields en 2014. Sus **"impresionantes avances en la teoría de las superficies de Riemann y sus espacios modulares", la hicieron merecedora de dicho galardón.** Y en septiembre, **Vladimir Voevodsky**, ganador de la Medalla Fields en 2002, murió a los 51 años por motivos desconocidos en la Universidad de Princeton (Estados Unidos), donde era profesor desde 2002. Desarrolló la noción de homotopía para las variedades algebraicas y formuló la de cohomología motívica, que le permitieron resolver en álgebra las conjeturas de Milnor y de Bloch-Kato. Su última contribución fue el *axioma univalente*, una redefinición de igualdad informática que permite revisar las demostraciones Matemáticas.

Los catedráticos de la Universidad de Cantabria, **Tomás Recio Muñiz** y **Francisco Santos Leal**, forman parte ya, desde el 10 de mayo de 2017, de la galería de matemáticos ilustres del ÁRBOL DE LAS MATEMÁTICAS (*Arbolmat*), una iniciativa conjunta de la *Real Sociedad Matemática Española* y *Universia* que reconoce la dedicación matemática al más alto nivel. Actualmente, 68 personalidades forman parte del Árbol de las Matemáticas, que surgió en 2011 para distinguir perfiles científicos destacados por su relevancia investigadora en Matemáticas o en el uso de las Matemáticas (ciencia, tecnología, economía…), por su alta generatividad e influencia y por su capacidad para inspirar a las generaciones más jóvenes. Para ampliar información: http://web.unican.es/noticias/Paginas/default.aspx

∞ ≈ ∞ ≈ ∞ ≈ ∞ ≈ ∞ ≈ ∞ ≈ ∞ ≈ ∞ ≈ ∞ ≈ ∞



Del 13 al 26 de junio de 2016 se exhibió en el Parlamento de Cantabria la exposición ***El Rostro Humano de las Matemáticas***, elaborada, con motivo del Año de la Ciencia 2007, por la Real Sociedad Matemática Española (con la financiación de la Fundación Española para la Ciencia y la Tecnología). La muestra recoge las caricaturas de 31 matemáticos, entre las que se incluyen cinco mujeres matemáticas y cinco matemáticos españoles, junto con una pequeña reseña biográfica (en la que se conjuga la parte científica y la parte humana de los matemáticos).

Σ Π Σ Π Σ Π Σ Π Σ Π Σ Π Σ Π Σ Π Σ Π Σ Π Σ Π

Últimamente, los matemáticos estamos de enhorabuena. En casi todos los medios de comunicación dedican un espacio a hablar de Matemáticas o Ciencia, en general. Parece que los últimos en sumarse a esta “moda” han sido los creadores cinematográficos y este año hemos podido disfrutar de tres películas con alguna relación con las Matemáticas.

El hombre que conocía el infinito es una película que cuenta la vida de Srinivasa Ramanujan (interpretado por Dev Partel), matemático indio que hizo importantes contribuciones al análisis matemático, la teoría de los números, las series y las fracciones continuas.

La película *Figuras ocultas* se centra en tres mujeres afroamericanas excepcionales: Katherine Johnson (interpretada por Taraji P. Henson), Dorothy Vaughan (la oscarizada Octavia Spencer) y Mary Jackson (Janelle Monáe), que a comienzos de los años 60 ayudaron a la NASA a poner en órbita al astronauta John Glenn desde su centro de trabajo: el laboratorio aeronáutico de Langley, en Hampton (Virginia).

Un don excepcional expone el caso extremo de una familia de genios de las ecuaciones. La madre estaba llamada a ser Premio Nobel por su mente brillante, pero su obsesión con los números le arruinó la vida. Su hija Mary (Mckeena Grace), de siete años, va en el mismo sentido, pero el tío Frank (Chris Evans), hermano de la madre genio, lo impedirá para dejar que la niña lleve una vida “normal y aburrida”, lejos de las disciplinas que, mal encausadas, pueden ser destructivas.

∆ ⊕ ∆ ⊕ ∆ ⊕ ∆ ⊕ ∆ ⊕ ∆ ⊕ ∆ ⊕ ∆ ⊕ ∆ ⊕ ∆ ⊕ ∆ ⊕

Casi por último, informar que en la redacción de esta revista se ha optado por el uso genérico del masculino, pero esta decisión no debe interpretarse como discriminación alguna. Se entiende que todos somos capaces de reconocer y valorar la presencia y el trabajo femeninos aun sin la tediosa carga de usar expresiones específicas.

≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡

Desde este Editorial queremos dar las GRACIAS a todas las personas que han colaborado en el presente Boletín, así como animar a socios, compañeros y colegas a que contribuyan con sus artículos, opiniones y sugerencias en próximos números.

Deseamos que resulte interesante a los lectores y esperamos no haber cometido muchos errores (y que estos se nos perdonen, ya se sabe: ¡la novatada!

CARMEN ESPESO: XXVII OLIMPIADA MATEMÁTICA NACIONAL

Entre los días 22 y 26 de junio, se desarrolló en Cantabria la XXVII Olimpiada Matemática Nacional, convocada por la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM).

En esta ocasión, la sociedad encargada de la organización fue la cántabra, y por este motivo hemos querido realizar una entrevista a su presidente, Carmen Espeso Ortiz, en la que nos cuente cómo ha sido la organización y el desarrollo de esta última edición de la Olimpiada.

Pilar: ¡Hola Carmen!
Para preparar la entrevista estuve buscando información en Internet sobre la Olimpiada Matemática Nacional y me apareció la Olimpiada Matemática Española. ¿Qué las diferencia? ¿Tienen algo en común, además de la similitud en el nombre?

Carmen: *Las dos son concursos de problemas; lo que diferencia ambos concursos es la edad de los participantes y la entidad organizadora. La Olimpiada Matemática Nacional (OMN), la convoca la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM). Cada año la organiza una de las sociedades federadas y está destinada a estudiantes de 2º de ESO, con edades de 13 - 14 años, mientras que la Olimpiada Matemática Española la organiza la Real Sociedad Matemática Española (RSME) y se dirige al alumnado de Bachillerato.*

P: La Olimpiada Matemática de la FESPM culmina un proceso iniciado en todas las Comunidades Autónomas españolas, con pruebas locales, provinciales y autonómicas para seleccionar a los representantes de cada región. ¿Cuántos representantes de cada Comunidad Autónoma han venido?

C: *En principio, participan tres estudiantes de cada comunidad autónoma; algunas comunidades más grandes, como Andalucía, tiene una representación mayor.*

P: Para alojar a tantas personas y organizar todas las actividades que rodean a la Olimpiada se necesita mucho tiempo y colaboraciones. ¿Cuándo se decidió que Cantabria acogería esta edición de la Olimpiada Nacional? ¿Ha sido fácil encontrar ayuda a nivel humano y administrativo?

Carmen y Pilar charlando tras la entrevista.

C: *Ninguna sociedad federada había anunciado una candidatura para organizar la XXVII OMN; la ejecutiva de la FESPM tanteó la posibilidad de que fuera Cantabria quien organizara esta Olimpiada y la decisión se tomó en la Junta de Gobierno de la FESPM, de la que forman parte los presidentes de todas las sociedades federadas y que tuvo lugar en febrero de 2016. Desde el mes de noviembre de 2015, nuestra Sociedad contaba con el apoyo de la Dirección General de Innovación y Centros Educativos de la Consejería de Educación, sin cuyo patrocinio no habría sido posible llevar a cabo la Olimpiada. Hemos contado con el apoyo de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria, que nos ha cedido sus aulas para la realización de la prueba individual, del Ayuntamiento de Santander, que recibió a los participantes y del Parlamento de Cantabria, que acogió los actos de clausura. En este sentido, sí nos sentimos agradecidos a las instituciones que han apoyado esta iniciativa; desde luego, nos hubiera gustado contar con un mayor apoyo económico.*

P: La Olimpiada consta de dos pruebas, una individual y otra por equipos, ¿cómo se elaboran dichas pruebas? ¿Qué tipo de problemas se plantean? ¿Son de los que aparecen en los libros de texto?

C: *Creamos un equipo de trabajo para preparar los problemas de la Olimpiada. Este grupo lo coordinó la profesora Cecilia Valero y estaba*

integrado por Daniel Sadornil, Juan Martín, Emilio Rodríguez, Mª José Fuente, Luis Ceballos y yo misma. En un principio, cada integrante de este equipo, después de revisar Olimpiadas anteriores, realizó una propuesta de problemas; posteriormente, en reuniones del grupo, fuimos concretando y eligiendo, qué proponer, cómo redactar los problemas, la duración de la prueba, etc.
La prueba por equipos la coordinó Daniel Sadornil, y se desarrolló en la Península de la Magdalena.
Los problemas son, por supuesto, inéditos y nuestra intención era plantear cuestiones relacionadas, con recuento, generalización, Geometría, Lógica.

P: ¿Qué valoración hicieron los estudiantes? ¿Les resultaron fáciles? ¿Difíciles? ¿Era lo que esperaban? ¿Y sus acompañantes? Ya se sabe que cuando se compite hay personas que se preparan para ganar y si no obtienen los resultados que esperan…

C: *El nivel de los participantes ha sido muy alto. Se han resuelto todos los problemas planteados, tanto en la prueba individual, como en la prueba por equipos. El ambiente de esos días de Olimpiada ha sido de compañerismo, no de competitividad. Hemos acogido a chicos y chicas a los que les gusta ganar, claro, pero que valoran mucho a sus compañeros.*

P: Evidentemente estas pruebas no ocupan todo el tiempo que están los participantes en la ciudad anfitriona, ¿qué actividades se han propuesto para los estudiantes? Recordemos que acaban de cursar 2º de E.S.O. y que en Cantabria el tiempo no siempre acompaña.

C: *Las diferentes actividades fueron coordinadas por Claudia Lázaro y se intentó ofrecer actividades varias y variadas. El jueves 23, al terminar la prueba individual, los participantes y profesores acompañantes acudieron a una recepción en el Ayuntamiento de Santander; después de comer en el dique de Gamazo, visitaron el Planetario, que se encuentra en la Escuela Superior de la Marina Civil y asistieron a una conferencia de Neila Campos sobre la Tierra paralela de Piquío, que posteriormente fuimos a ver.*
El viernes se realizó una visita al Palacio de la Magdalena y desde allí partieron las rutas matemáticas hacia el centro de Santander, coordinadas por Ángela Núñez. El viernes por la noche tuvieron una sesión de "Matemagia", a cargo de Daniel Sadornil.
El sábado se realizó una excursión al Ecoparque de Trasmiera y a la playa de Berria. Afortunadamente, y contra todo pronóstico, el tiempo acompañó y pudimos realizar todas las actividades programadas.

P: Con tus respuestas, nos hemos hecho una idea de las actividades que han realizado los participantes en la XXVII Olimpiada Nacional durante su desarrollo. ¿Destacarías alguna en especial? ¿Por qué?
C: *A nivel personal, la prueba por equipos, porque pudimos contar con la presencia y el apoyo de muchos socios que se brindaron en esos días difíciles de final de curso a colaborar y por la experiencia que supone ver a los chicos resolviendo problemas, con ese nivel de motivación, en un entorno privilegiado.*

P: ¿Y los estudiantes? ¿Hubo alguna que les resultara más atractiva?

C: *Los participantes también valoraron muy positivamente la prueba por equipos. En general, las actividades realizadas han gustado a los participantes y a los profesores acompañantes; en ese sentido, creemos que hemos acertado.*

P: Vamos a ir terminando, pero antes me gustaría saber ¿qué valoración haces, a nivel personal, de la XXVII Olimpiada Nacional de Matemáticas?

C: *Ha supuesto un reto importante para la SMPC, ya que como tú bien sabes, Pilar, nos gustaría contar con más socios activos; pero también creo que hemos ofrecido una Olimpiada muy digna, con unos problemas y unas actividades que han permitido a los participantes disfrutar de las Matemáticas y de Santander, que eran los objetivos previstos.*

P: Después de todos lo que nos has contado, bajo mi punto de vista, la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria ha dejado el listón muy alto. ¿Se sabe ya a quién? ¿Dónde se celebrará el próximo año la XXVIII edición de la Olimpiada Matemática Nacional?

C: *La próxima edición, que organiza la Sociedad Castellano-Leonesa de Educación Matemática "Miguel de Guzmán", se celebrará en Valladolid, a finales de junio de 2017.*

P: ¡Enhorabuena por el trabajo realizado y los resultados obtenidos, y muchas gracias por tu tiempo y tus respuestas!

LAS MATEMÁTICAS SON MÁGICAS.
Uso de la Magia en el Aula

Daniel Sadornil Renedo
Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación
Facultad de Ciencias, SANTANDER

"¿Conoces las cuatro operaciones básicas? Piensa un número. Multiplícalo por dos. Suma diez al resultado. Divide por dos. Por último, réstale el número pensado. Entonces, el número obtenidos es…5"
Pista: (2x+10)/2-x=5

Desde pequeños siempre hemos visto magos que realizaban trucos de cartas y de adivinación y nos hemos ilusionado pensando cómo son capaces de realizarlos. Es posible mostrar fácilmente cómo detrás de muchos trucos de cartas o de adivinación de números que nos sorprenden están escondidas las matemáticas, que explican de forma científica lo que a priori parece magia. Las Matemáticas se ponen al servicio de la Magia para crear verdaderos milagros, y estudiar cómo un efecto mágico se convierte en un problema matemático y, por ende, en una aplicación práctica y lúdica de la Matemática. Se puede recurrir a la magia en la clase de matemáticas para divertirnos y asombrar a los demás.

NOTA: Este artículo desarrolla en parte la comunicación "Matemágicas: cartas y números revelan sus secretos" presentada por el autor en las VII Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria.

CONTEXTO Y MOTIVACIÓN

Algunas veces, tras explicar algo, hemos oído a los alumnos en las clases de Matemáticas, comentarios del tipo siguiente:

"¡Las Matemáticas son complicadísimas!"

"¡Las Matemáticas son aburridas!"

"Y esto, ¿para qué me sirve?"

En algunas ocasiones, esto se debe a que el método usado se centra exclusivamente en la memorización o en la ejecución de procedimientos en lugar de usar las matemáticas como una herramienta de reflexión, deducción y desarrollo constante de conceptos. Una buena manera de evitar que estas ideas aparezcan en el alumnado es aproximarse a algunos conceptos o contenidos desde otro punto de vista. O incluso, utilizar éstos para realizar juegos o trucos de magia, siempre basados en matemáticas que incentiven al alumnado y eliminen los miedos y las incertidumbres que dicha materia genera en los alumnos.

La Real Academia de la Lengua Española, define la magia como la ciencia o arte que enseña a hacer cosas extraordinarias y admirables. Por tanto, la matemagia se puede definir como la ciencia que utiliza las matemáticas, para realizar cosas extraordinarias y asombrosas. Por tanto, en ningún caso, aparecerán el engaño, la ocultación de datos o la trampa que en ocasiones van unidas a la magia.

Martin Gardner, uno de los pioneros en el uso de las matemáticas recreativas afirmaba:

> *"…El mejor método para mantener despierto a un estudiante es seguramente proponerle un juego matemático intrigante, un pasatiempo, un truco mágico, una chanza, una paradoja, un trabalenguas o cualquiera de esas mil cosas que los profesores aburridos suelen rehuir porque piensan que son frivolidades…"*

No obstante, tampoco se tiene que caer en la tentación realizando este tipo de actividades en el aula. Es necesario una asimilación de contenidos por parte de los alumnos. Gardner continuaba diciendo:

> *"Lo que tiene que haber, evidentemente es un juego recíproco entre seriedad y frivolidad. La frivolidad mantiene alerta al lector. La seriedad hace que el juego merezca la pena."*

La magia y las matemáticas han estado unidas desde siempre. Descubrimientos, como el que los tres números consecutivos 3, 4 y 5 forman un triángulo rectángulo, o que con los nueve primeros números se puede formar un cuadrado mágico, han fomentado la creencia de que algunos números tienen poderes mágicos.

La descripción del primer juego de magia del que se tiene constancia escrita es un texto de 1508 Luca Pacioli, "Viribus Quantitatis" (sobre el poder de los números); allí aparecen ya juegos de magia numérica. La primera mención a un juego de magia en un libro impreso es en De Subtilitate Rerum, de Jerónimo Cardano, otro matemático. Posteriormente hay multitud de textos en los que aparecen juegos de adivinación como efectos mágicos (normalmente adivinación utilizando técnicas algebraicas) y el culmen llegaría a mediados del siglo XX cuando Martin Gardner, escribió Mathematics, Magic and Mystery. Hoy día hay muchos juegos de cartas que se basan en principios matemáticos. No solo lo realizan aficionados, sino que los ilusionistas profesionales aplican estos procedimientos (aunque a veces no sepan en qué consisten).

Fernando Blasco, profesor de la Universidad Politécnica de Madrid, se ayuda de la magia para enseñar matemáticas en las numerosas actividades de divulgación científica que realiza. Justifica su uso en las clases de matemáticas a partir de la sorpresa:

> *"En la mayoría de los casos a los alumnos no les interesa el porqué de un resultado matemático, simplemente se lo creen porque lo dice el profesor, sin embargo, tienen una curiosidad tremenda e intentan descubrir qué hay detrás de las proezas mágicas."*

Entre las numerosas ventajas del uso de la magia en la clase de Matemáticas se pueden destacar las siguientes:

- Siempre es divertido hacer juegos.
- El alumno encuentra una utilidad lúdica de las matemáticas.
- Son fáciles de realizar (en general).
- Sólo se necesita contar y mezclar, barajar (permutar).
- No hay mérito del mago, pues no depende de su habilidad.
- Presenta situaciones nuevas que despierten la curiosidad.

La Matemagia como elemento didáctico es interesante, puesto que permite preguntar el porqué de algunos resultados y fomentar el espíritu crítico, aunque de todos es bien sabido que un mago nunca revelaría sus trucos. Pero ¿a qué profesor se le ocurriría, por ejemplo, dar las soluciones de una ecuación de segundo grado a los alumnos sin explicarles cómo resolver estas ecuaciones? Aquí, ya entra las preferencias de cada uno, elegir entre *"¡Guau!, ¿cómo lo has hecho?"* o *"¡Pues vaya tontería más fácil!"*

Finalmente destacar que la matemagia resulta motivadora para los alumnos ya que promueve la curiosidad y la creatividad. En palabras de Pedro Alegría:

> *"Magia y matemáticas han sido compañeros de viaje durante mucho tiempo. Tanto los magos cómo los matemáticos están motivados por el sentido de sorpresa que representa el misterio esencial del mundo. Los magos muestran tales hechos sorprendentes mientras que los matemáticos tratan de explicarlos: la ciencia de la ilusión versus la ilusión de la ciencia."*

ALGUNOS TRUCOS DE MAGIA

A continuación, se muestran algunos trucos/juegos matemáticos que, si bien podrían parecer a simple vista mágicos, tienen una justificación matemática que se acompaña. Se basan en propiedades de los números o en principios aparentemente desconocidos. Los nombres con los que se indican simplemente señalan alguna característica de ellos.

1. El número Mágico.

Este pequeño juego de magia se basa en plantear una serie operaciones matemáticas cuyo resultado es siempre el mismo, independientemente del valor inicial.

Una persona escribe un número de tres cifras. Debajo de él escribe el mismo número, pero con las cifras invertidas y realiza la resta de ambos números. Nuevamente escribe debajo el resultado obtenido, pero con las cifras invertidas y suma los dos últimos números.

El resultado final es el número 1089, salvo que el número inicial sea capicúa.

Una versión diferente puede realizarse con un libro. Tras obtener el número final se pide buscar en el libro una palabra asociada con el resultado. Como el número será demasiado grande, utilizar las primeras cifras (todas menos la última) para representar la página del libro y la última cifra para contar el número correspondiente de palabras en dicha página. Una vez encontrada la palabra que ocupa dicho lugar, digamos la novena palabra de la página 108, nombrar dicha palabra. Si con antelación se ha escrito una predicción en una hoja de papel que se coloca en un lugar visible pero inaccesible, sorprendentemente, la predicción coincide con la palabra del libro señalada.

La justificación se basa en la escritura decimal de los números. Si el número inicial es abc=100a+10b+c, entonces al darle la vuelta y restar el mayor del menor (suponemos que a>c) se tiene el número (a-c-1)100+9*10+(10-a+c).Si le sumamos ahora el resultado con las cifras invertidas, (10-a+c)100+9*10+(a-c-1), queda (a-c-1+10-a+c)100+(9+9)10+(10-a+c+a-c-1)=9*100+18*10+9=900+180+9=1089.

Una observación que puede llevar a deducirlo será que después de la primera resta, la cifra central será un nueve y la suma de las otras dos también será nueve. Desde este momento, la idea de la predicción y la sorpresa ya no es importante, pues la explicación surge por sí misma. Sin este descubrimiento, se debe pensar que la magia existe.

2. Cifras pares e impares.

Al igual que el anterior, este juego desemboca irremediablemente en un "agujero negro" del que no se puede escapar.

Los pasos que ahora debe hacer el espectador son los siguientes:

Escribe un número arbitrario. Cuenta el número de cifras pares de cifras impares y el total de cifras. Forma un nuevo número con estos valores. Repite las operaciones anteriores con el número obtenido sucesivas veces hasta que… notes algo raro.

Independientemente del número elegido, siempre se acaba en el 123. Un argumento sencillo que prueba el resultado es el siguiente:

En primer lugar, es evidente que, si el número inicial n es mayor que 999, una iteración conduce a un número menor que n. Repitiendo el proceso, obtenemos en un número finito de pasos un número menor que 1.000. En esta situación es fácil tener en cuenta todos los casos posibles: 3 cifras pares y 0 impares, 2 cifras pares y 1 impar, 1 cifra par y 2 impares, 0 cifras pares y 3 impares. En todos los casos basta una iteración para llegar al número 123. Y a partir de éste siempre aparece el 123.

3. Números repetidos.

Los dos siguientes trucos muy similares entre sí, se basan en la divisibilidad.

Escribe un número (de una cifra), después multiplica éste por 3, el resultado por 7, este último por 11, luego por 13 y finalmente por 37.

Tras estas operaciones, el número inicial se puede adivinar al conocer el resultado de estas operaciones pues se repite seis veces ya que 3*7*11*13*37=111111.

Se puede modificar este truco para utilizar divisiones en lugar de multiplicaciones de la forma siguiente. Escribe un número de tres cifras y, a continuación, el mismo número. De este modo se obtiene un número de seis cifras. Después sugerir que el número obtenido es múltiplo de 7, de 11 y de 13 y que se realicen estas operaciones.

Pero, como sorpresa final, el número obtenido después de dividir por dichos divisores vuelve a ser el de partida pues 7*11*13=1001 y abc*1001=abc*1000+abc=abcabc.

4. Cuadrado Mágico reversible.

Los cuadrados mágicos han aparecido en la historia desde la antigüedad y siempre han despertado la curiosidad de todos. Un cuadrado mágico de orden n es un cuadrado n x n donde se disponen una serie de números enteros de forma que la suma de los números por columnas, filas y diagonales principales sea la misma. En esta ocasión, el cuadrado mágico es algo diferente y no dispone de esta propiedad sino de otra más interesante. Un cuadrado mágico reversible de orden n es un cuadrado n x n donde se disponen unos números tal que el resultado de sumar n números de distinta fila y columna es independiente de las filas y columnas escogidas.

Cuadrados con esta propiedad pueden obtenerse fácilmente del modo siguiente (en este caso n=4):

- Elegir un número.
- Descomponerlo en ocho sumandos.
- Formar la tabla de sumar con los sumandos.
- El resultado de sumar cuatro números de distinta fila y columna es exactamente el número escogido.

Para construir un cuadrado mágico reversible cuya suma sea 30, se puede hacer la descomposición 30 = 2+5+10+1+3+6+1+2 y formar el cuadrado siguiente

+	2	5	10	1
3	5	8	13	4
6	8	11	16	7
1	3	6	11	2
2	4	7	12	3

Por último, se eliminan los números que encabezan las filas y las columnas y el cuadrado que resulta tiene la característica deseada.

El juego consiste en lo siguiente:

Selecciona un número cualquiera del cuadrado y tacha los demás números que estén en la misma fila y columna que el número señalado. Repite esta operación cuatro veces (a la cuarta ocasión sólo puedes elegir un único número, pues todos los demás ya han sido elegidos o tachados). Finalmente, suma esos cuatro números.

A pesar de la total libertad de elección, el resultado de la suma es 30.

Basta observar que cada uno de los cuatro números seleccionados está en una fila y columna diferentes. Por tanto, al sumar los cuatro números se están sumando los ocho números iniciales de la descomposición.

5. La casa encantada.

El siguiente truco se basa en el principio de paridad. Este principio explota la dualidad par-impar de los números naturales. Como los números pares e impares suelen presentarse de forma alterna en el juego, cualquier intercambio altera la paridad.

Imagínese una casa encantada con nueve habitaciones en la que el fantasma ocupa la habitación número 4 como se presenta en el dibujo siguiente:

7	8	5
2	1	4
9	6	3

Se puede pasar de una a otra a través de las puertas que hay en cada lado, es decir, se puede ir hacia arriba, abajo, derecha o izquierda, pero no en diagonal. A continuación, se le dice al espectador que va a realizar un paseo por la casa, moviéndose entre habitaciones, intentando huir del fantasma siguiendo las siguientes instrucciones:

- Colócate en una habitación (cualquiera).
- Muévete tantas veces como indica su valor.
- Retira el 3 y muévete 3 veces.
- Retira el 6 y el 8 y mueve 5 veces.
- Retira el 7 y el 9 y mueve 7 ó 9 veces.
- Retira el 2 y mueve tantas veces como el número que prefieras de los que quedan.
- Mueve tantas veces como el número sobre el que te encuentras y retira el 5 y el 1.

Tras estos movimientos, al final no has podido escapar del fantasma y has acabado en su habitación.

Las distintas habitaciones están numeradas alternativamente par-impar. Cada vez que se hace un movimiento cambia la paridad de la habitación en que se encuentra. El primer movimiento obliga a colocarse en una casilla par (nunca en el 3 que es la primera que se elimina) y se supone que al estar intentando huir del fantasma tampoco en el 4.

6. Caras arriba.

Este truco es muy ingenuo y se justifica en el principio de invarianza, es decir, las características no cambian de valor al sufrir determinadas transformaciones. No obstante, también se encuentra implícito el principio de paridad mencionado anteriormente.

Se dispone de una baraja (puede ser francesa de 52 cartas o española de 40 o incluso cualquier número par de cartas).

Se separa la baraja en dos montones iguales, y se vuelve uno de ellos caras arriba. Se barajean a continuación todas las cartas mezclando los dos montones tantas veces como se quiera hasta que el espectador se convenza de que la distribución de cartas cara arriba y cartas cara abajo sea completamente aleatoria. Reparte ahora todas las cartas en dos montones iguales, uno para el espectador y otro para la persona que realiza el juego. A continuación, solicita al espectador que cuente cuántas cartas caras arriba contiene su montón. Sorprendentemente, cuando la persona que realiza el truco da la vuelta a su montón de cartas (sin que la otra persona se dé cuenta) el número de cartas boca arriba es el mismo.

Para explicar este juego, supóngase que ha 2n cartas, Al principio, hay n cartas cara arriba y n cartas cara abajo. Mezclando las veces que se desee, siempre estarán en esta proporción. Al partir la baraja en dos partes iguales, en el montón que se queda el espectador puede haber k cartas cara arriba, eso significa que en el montón del que realiza el juego hay n-k cartas cara arriba (pues siempre hay n) y n-(n- k)=k cartas cara abajo. Al dar la vuelta a este paquete, hay también k cartas cara arriba, las mismas que en el suyo.

7. Simetría

La justificación de este truco se basa en el siguiente principio; si se reparten dos grupos de cartas, cada uno con el mismo número y se corta un pequeño grupo de cartas de cada uno, observando la última carta del corte, al sobreponer cada corte en el otro grupo y al juntar ambos paquetes, las dos cartas elegidas están a una distancia igual al número de cartas de cada grupo inicial.

Reparte dos montones iguales (con más de diez cartas cada uno) a dos espectadores. Los espectadores cortan un pequeño grupo de cartas de su paquete, miran la carta inferior del paquete cortado (la que muestra su cara) y colocan su grupo de cartas en el paquete del otro espectador.

Cada uno de ellos recoge el paquete de cartas en el que se encuentra la carta que ellos han elegido y realizan una mezcla especial denominada Klondike; van arrastrando las cartas superior e inferior del paquete y las dejan en un montón sobre la mesa. Repiten el proceso con las cartas restantes, separando la de arriba y la de abajo. Si al final queda una única carta se deja sobre las demás.

A continuación, se trata de ver cuál de los encontrará su carta antes sacando una a una de su montón. La disposición que resulta de esta mezcla hace que las cartas seleccionadas se encuentran en la misma posición desde la parte superior del montón.

Para ver este hecho, supóngase que los dos montones tienen n cartas, el primer espectador corta por la carta k y el segundo por la carta m.

Al cambiar los paquetes queda:

m	k
n-k	n-m

Supongamos que el primer paquete contiene menos o igual cartas, entonces $m+n-k \leq n-m+k$ y entonces $m \leq k$. La carta seleccionada en el primer paquete esta en la posición m. Tras una mezcla Klondike queda en la posición 2m por abajo del nuevo paquete, es decir en la posición $m+n-k-2m+1=n-m-k+1$ por arriba. Al realizar la misma operación en el otro montón, la carta que ocupa la posición k queda en la posición $k+n-m-2k+1=n-m-k+1$ que es la misma posición.

8. El principio del número primo.

Los números primos, por el hecho de ser divisibles sólo por el mismo y la unidad, cumplen que son primos con cualquier número menor que él. Esta propiedad permite realizar el siguiente truco.
Se tiene un conjunto de p cartas, con p primo, se da a elegir una de las cartas y se coloca en la parte superior. A continuación, se elige un número n menor que p y se realizan las siguientes operaciones:

- Se pasan una a una n cartas de arriba debajo de la baraja y se gira cara arriba la carta superior en ese momento.
- Se vuelve a repetir el proceso: Se pasan una a una n cartas de arriba debajo de la baraja y se gira cara arriba la carta superior en ese momento. No importa si la carta está cara arriba o cara abajo, se gira la carta que corresponda.
- Y se realiza esta operación p-1 veces.

Curiosamente (o no) todas las cartas giradas estaban boca abajo y sólo queda una carta sin girar que precisamente es la elegida.

La explicación se basa en el hecho de que como p es un número primo, ninguno de los valores n, 2n, 3n, ..., (p-1)n es múltiplo de p que son precisamente las cartas que se giran.

No es que tengamos (p-1)n cartas pero podemos entenderlo como si tuviéramos otra vez las mismas cartas. Como el proceso seguido no invierte el orden de las cartas y las cartas correspondientes a dichos valores son las que se colocan cara arriba, la primera no se volverá en todo el proceso.

CONCLUSIONES

Los trucos de magia o juegos matemáticos expuestos anteriormente pueden ser de utilidad en el aula no sólo por su contenido lúdico, sino también porque tratan algunos conceptos básicos que en ocasiones se pasan por alto como pueden ser la paridad o la invarianza. Otros nos pueden ayudar además para afianzar conceptos del sistema decimal, las sumas, multiplicación o división.

Los juegos de magia basados en matemáticas necesitan también de la comprensión de los conceptos involucrados y lo que éstos significan. De esta forma será posible realizarlos, generalizarlos y poder justificarlos. Como ya se ha dicho anteriormente, explicar el motivo de su funcionamiento permite reaprender las matemáticas de otra forma.

Por otra parte, cualquier persona, sin experiencia podrá realizar estos juegos porque siempre “funcionan”. De esta forma, los alumnos pueden comprender fácilmente que en Matemáticas siempre se tienen las mismas respuestas a las mismas preguntas, dicho de otro modo, el resultado final a un problema siempre será el mismo.

Pastor y de la Torre proponen el siguiente modelo para las clases de matemagia:

1. Explicar el concepto matemático mediante un caso real que el alumno pueda practicar en su día a día.
2. Entendido el concepto, se hace un juego de magia cuya ejecución depende directamente del concepto trabajado.
3. Se enseña al alumno a realizar el truco mágico. Para la correcta realización necesita haber entendido el concepto.

Finalmente, y para concluir este artículo, sólo queda decir que no nos engañen:

¡¡¡¡ESTO NO ES MAGIA, ES UN TEOREMA!!!!

Por tanto, algunas propiedades matemáticas permiten realizar ciertos trucos, mejor llamados efectos mágicos, que siempre nos sorprenderán.

A disfrutar y divertirse poniendo en práctica estos trucos de magia.

BIBLIOGRAFÍA

- ALEGRÍA, P. y RUÍZ, J.C. (2002): “La matemagia desvelada”. Sigma 21, 145-174.
- ALEGRÍA, P. (2011): “Magia y Matemáticas de la mano de Martin.”. Números, 76 19-29.
- ÁLVAREZ, V., FERNÁNDEZ, P. y MÁRQUEZ, M.A (2002) “Cartomagia matemática y cartoteoremas mágicos”. Gaceta Matemática Vol. 5.3
- BLASCO, F. (2007), “Matemagia, Los mejores trucos para entender los números”. Temas de Hoy.
- GARDNER, M. (1980), “Carnaval matemático”. Alianza Editorial.
- MUÑOZ, J. (2003), “Ernesto el aprendiz de matemago”. Nivola, Madrid.
- PASTOR, C. y DE LA TORRE, J.M. (2014), “Magia y Matemáticas: más allá de los trucos”, Pensamiento Matemático VI, número 2, 23-30.
- VINUESA, C. (2011), “MatemáGicas”, Números, 76, 31-46.

GRUPOS INTERACTIVOS EN EL IES BESAYA

Belén Hallado Arenales
IES Besaya, TORRELAVEGA

Los Grupos Interactivos son la forma de organización del aula que da los mejores resultados en la actualidad en cuanto a la mejora del aprendizaje y la convivencia. A través de los grupos interactivos, se multiplican y diversifican las interacciones, a la vez que aumenta el tiempo de trabajo efectivo. Se caracterizan por ser una organización inclusora del alumnado en la que se cuenta con la ayuda de más personas adultas además del profesor o profesora responsable del aula. De este modo, se logra desarrollar, en una misma dinámica, la aceleración del aprendizaje para todo el alumnado en todas las materias, los valores, las emociones y sentimientos como la amistad.
(http://utopiadream.info/ca/actuaciones-de-exito/grupos-interactivos)

¿CÓMO SURGIÓ LA IDEA DE USAR GRUPOS INTERACTIVOS?

Iniciamos la andadura de los Grupos Interactivos en abril de 2017 como propuesta de utilización pedagógica diferente a la habitual, sugerida en el seminario *Aulas Emocionalmente Inteligentes* que llevábamos a cabo buena parte de los profesores del IES Besaya. La orientadora del centro, Mercedes Arias Pastor, me fue guiando en esta aventura con mis alumnos de 1º de la ESO, un grupo muy heterogéneo, tanto en cuanto a nivel de competencias como a nivel de intereses.

No quiero olvidarme de agradecer su ayuda y colaboración a las voluntarias: Maísa Alonso, Rebeca Terán, Inés Uslé (profesoras del centro) y la propia Mercedes.

¿EN QUÉ CONSISTEN?

Se trata de realizar actividades variadas en grupos colaborativos heterogéneos. Cada actividad en una zona diferente del aula, en un tiempo en concreto y con una persona voluntaria adulta. Los grupos se van rotando por el aula (cambian de actividad y de voluntaria).

En nuestro caso particular, hicimos cuatro grupos que realizaban dos actividades en cada jornada (la clase de los viernes).

Vamos a ver los distintos roles:

- Estudiantes: realizan las actividades interaccionando entre ellos. **Todos aportan algo.** Deben completar una *Hoja de Grupo* de cada actividad.
- Voluntarias: dinamizan al grupo, promoviendo que todos los discentes hagan o completen aportaciones al grupo de forma adecuada (respetando el turno de palabra, tono y volumen de voz adecuados), reforzando positiva-mente todas ellas y organizando las ayudas necesarias. Cada persona voluntaria solo tiene que controlar una actividad.
- Profesora: controla el tiempo, los cambios de actividad y responde a las dudas que puedan surgir. Además de preparar las actividades, explica las soluciones y errores al final.

Al comienzo de cada sesión la profesora explica brevemente las actividades con las indicaciones pertinentes.

Al final de cada sesión los alumnos realizan una breve evaluación de la misma. Posteriormente (al final de la sesión o al comienzo de la siguiente clase de matemáticas), un representante de cada grupo pone en la pizarra la resolución de cada actividad y la profesora corrige y explica las soluciones y los errores cometidos, si es que los hay (en pocas ocasiones).

Las voluntarias también analizan brevemente las actividades y el funcionamiento de cada grupo después de cada sesión.

CARACTERÍSTICAS DE LAS ACTIVIDADES

Las actividades deben ser breves y tener una duración similar. Lo ideal sería realizar tantas actividades como grupos haya, pero el tiempo no nos lo permitía, realizaban una actividad y rotaban a la otra (las actividades se situaban físicamente de manera alterna).

Al preparar las actividades hay que tener en cuenta, además del tiempo:

- La unidad que se está trabajando en el aula y, por tanto, las competencias a trabajar y los estándares de aprendizaje correspondientes.
- Las distintas interacciones que van a tener los alumnos entre ellos.
- Manejar las distintas inteligencias: cinético-corporal, lingüística, lógico-matemática, visual-espacial, musical, interpersonal, intrapersonal y naturalista.
- Y, por supuesto, intentar que sean atractivas e interesantes.

En cada actividad los alumnos deben realizar las siguientes tareas:

1) Leer atentamente el enunciado y comprenderlo. Si hay dudas, preguntar.
2) Extraer los datos importantes.
3) Decidir la estrategia o estrategias para resolverlo (saber qué nos piden y cómo lo vamos a averiguar).
4) Desarrollar la estrategia y realizar los cálculos para encontrar la solución.
5) Comprobar la solución si se puede, o al menos ver si tiene sentido la respuesta.
6) TODOS deben copiar los **datos** y la **resolución**.
7) Un miembro del equipo lo pasa a limpio (**hoja de grupo**); y otro tendrá que exponer la respuesta en la pizarra al final o en la siguiente clase.

En el caso de que un grupo acabara pronto, se les proponía como actividad extra la resolución de un acertijo matemático (punto extra).

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES

Previamente a cada sesión se realiza una **Ficha de Actividades** donde quedan reflejados los materiales necesarios, una breve descripción de las actividades y los contenidos y competencias que se trabajan.

FICHA ACTIVIDADES DE MATEMATICAS GRUPOS INTERACTIVOS

CENTRO: **IES BESAYA**
FECHA: 12 – 05 – 2017
Aula de 1º B E.S.O. **CURSO 1 ESO** Grupos heterogéneos de 1º de ESO

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD: CRIPTOGRAFÍA y ¡QUÉ DULCES!

TIPO DE TAREA: GRUPAL

MATERIAL	Fichas de grupo	Hojas en blanco	Calculadora
EMPLEADO	Cuaderno y libro texto	Mat. Manipulativo:	

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES:

CRIPTOGRAFÍA: A partir del Cifrado César, descifrar un mensaje y crear y codificar otro. (Introducción a la criptografía).

¡QUÉ DULCES!: Consiste en expresar de forma algebraica cantidades de caramelos, a partir de una cantidad (X) inicial. Posteriormente calcular el valor de esas expresiones algebraicas para un valor dado de "X". (Introducción al Álgebra)

Contenidos trabajados

Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas
Planificación del proceso de resolución de problemas.
Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc.
Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.
Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.
Elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos;
Comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.

Bloque 2. Números y Álgebra
Iniciación al lenguaje algebraico.
Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa.
Valor numérico de una expresión algebraica.

Competencias:

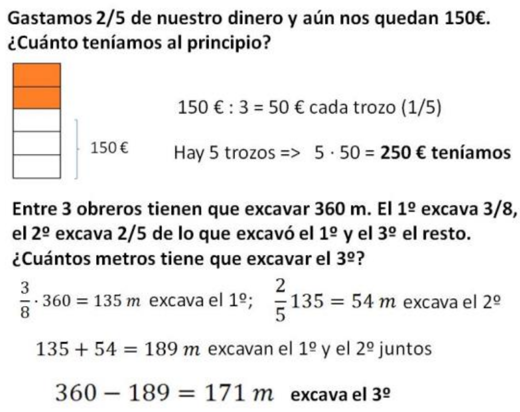
1º) Comunicación lingüística.
2º) Competencia matemática.
4º) Aprender a aprender.
5º) Competencias sociales y cívicas
6º) Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor
7º) Conciencia y expresiones culturales

OBSERVACIONES:

A continuación se muestran algunas de las actividades que llevaron a cabo los alumnos de 1º de ESO del IES Besaya:

1. PROBLEMAS CON FRACCIONES

Se proponen dos problemas diferentes que contienen fracciones. A los alumnos se les puede ofrecer pistas o estrategias.



Soluciones de los Problemas con fracciones

En esta actividad se trabajan las fracciones (y la aritmética), la lógica y el empleo de diferentes estrategias como son el dibujo, el cálculo por etapas y la simplificación.

2. OFERTAS

A partir de imágenes con ofertas reales de descuentos, los estudiantes deben calcular el porcen-taje real que se pagaría en cada caso y ordenar las ofertas de mejores (se paga menos) a peores (se paga un porcentaje mayor). Algunas ofertas resultan ser semejantes...

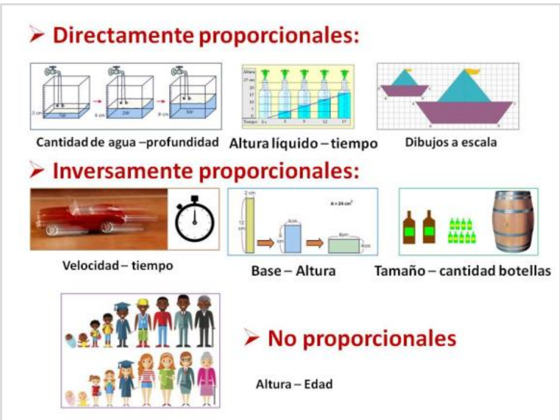
Hoja con las *Ofertas*

En esta actividad calculan porcentajes, comparan, recortan y pegan. Tienen que coordinarse y, fácilmente, todos pueden colaborar de manera efectiva.

3. PROPORCIONALIDADES

Se trata de unir unas imágenes con las magnitudes correspondientes e indicar si se trata de magnitudes directamente proporcio-nales, inversamente proporcionales o no proporcionales.

Como la anterior, es una actividad en la que los alumnos recortan y pegan, y relacionada con la proporcionalidad, en este caso, con distinguir e identificar magnitudes y su tipo de relación.

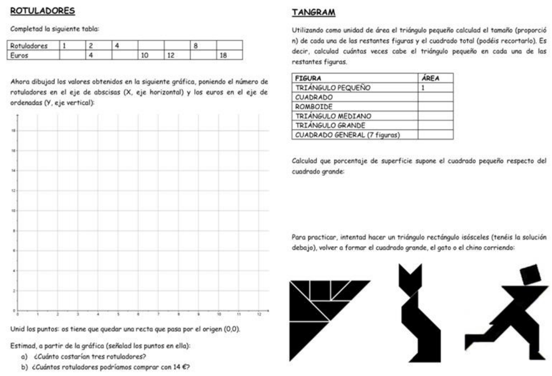


Solución de *Proporcionalidades*

4. ROTULADORES

A partir de una tabla incompleta que relaciona unidades de rotuladores comprados con su coste, deben completar la tabla y realizar la gráfica correspondiente. Posteriormente deben calcular algunos datos a partir de la gráfica obtenida.

Esta actividad está relacionada con la proporcionalidad directa y con los gráficos.



ROTULADORES

Completad la siguiente tabla:

Rotuladores	1	2	4			8	
Euros		4		10	12		18

Ahora dibujad los valores obtenidos en la siguiente gráfica, poniendo el número de rotuladores en el eje de abscisas (X, eje horizontal) y los euros en el eje de ordenadas (Y, eje vertical):

Unid los puntos: os tiene que quedar una recta que pasa por el origen (0,0).

Estimad, a partir de la gráfica (señalad los puntos en ella):

a) ¿Cuánto costarían tres rotuladores?
b) ¿Cuántos rotuladores podríamos comprar con 14 €?

TANGRAM

Utilizando como unidad de área el triángulo pequeño calculad el tamaño (proporción) de cada una de las restantes figuras y el cuadrado total (podéis recortarlo). Es decir, calculad cuántas veces cabe el triángulo pequeño en cada una de las restantes figuras.

FIGURA	ÁREA
TRIÁNGULO PEQUEÑO	1
CUADRADO	
ROMBOIDE	
TRIÁNGULO MEDIANO	
TRIÁNGULO GRANDE	
CUADRADO GENERAL (7 figuras)	

Calculad que porcentaje de superficie supone el cuadrado pequeño respecto del cuadrado grande:

Para practicar, intentad hacer un triángulo rectángulo isósceles (tenéis la solución debajo), volver a formar el cuadrado grande, el gato o el chino corriendo:

5. TANGRAM

A partir de un tangram tradicional los alumnos calculan proporciones de áreas, tomando como unidad uno de los triángulos pequeños. También deberán realizar como mínimo una figura (se les propone tres, además del cuadrado grande original).

Con esta actividad, además de observar proporciones, revisan las formas geométricas, ven simetrías, áreas...

6. VISITA AL MUSEO (A y B)

Se plantea la posibilidad de visitar el Museo de la Ciencia. En la actividad "A", deben calcular el porcentaje de ahorro (individual) que supone pagar la entrada de grupo respecto a pagar 20 entradas individuales, además de calcular el coste total. En la actividad "B", los alumnos se sitúan en la disyuntiva de elegir dos rutas diferentes, con una actividad complementaria a la Visita al Museo de la Ciencia, que supone costes diferentes. Deben calcular el coste de cada alternativa y decidir cuál prefieren como grupo.

Además de los cálculos (aritmética y porcentajes), con la actividad B lo que se pretende es que interaccionen entre ellos: todos opinan y tienen que decidir la ruta favorita de común acuerdo.

7. ¡QUÉ DULCES!

Se trata de asignar, con expresiones algebraicas, la cantidad de caramelos que tienen cinco personas diferentes.

Posteriormente calculan el número correspondiente a cada uno de ellos.

Es una actividad que inicia al alumnado en el uso de expresiones algebraicas de un modo sencillo, fácil y divertido para ellos.

8. CRIPTOGRAFÍA

Con una breve introducción de lo que es la criptografía y lo que es el Cifrado César, los alumnos tienen que descifrar un mensaje y crear y cifrar el suyo.

Se introduce, a modo de juego, la lógica y las matemáticas que hay detrás de la criptografía. Además deben ponerse de acuerdo en el mensaje (breve) que quieren transmitir al resto.

CRIPTOGRAFÍA

La palabra **Criptografía** proviene del griego "*kryptos*" que significa oculto, y "*graphia*", que significa escritura, y su definición según el diccionario es "Arte de escribir con clave secreta o de un modo enigmá tico". La Criptografía es un conjunto de técnicas, que originalmente tratan sobre la protección o el ocultamiento de la información frente a observadores no autorizados. Entre las disciplinas que engloba cabe destacar la Teoria de la Información, la Complejidad Algoritmica y la Teoria de números o Matemática Discreta, que estudia las propiedades de los números enteros.

CIFRADO CÉSAR

Lo utilizó Julio César, basado en la sustitución de cada letra por la situada tres puestos después en el alfabeto latino. (M_i para el *mensaje* original, la C_i para el *codificado*):

M_i	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
C_i	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Ejercicio 1: Tratad de descifrar el siguiente mensaje escrito utilizando el cifrado César:
(Comparad las letras cifradas, las de la línea C_i con las del mensaje real M_i)

EXHPRV GLDV FKLFRV

Ejercicio 2: Escribid un mensaje **breve** con la información que queráis para que descifren vuestros compañeros. (Se escribe el mensaje normal y se cambian las letras M_i por las cifradas que están debajo C_i)

MÚLTIPLES INTELIGENCIAS Y GRUPOS INTERACTIVOS

Los grupos interactivos permiten manejar las distintas inteligencias:

- ✓ La inteligencia lógico-matemática se trabaja directamente en cada actividad.
- ✓ La inteligencia lingüística es esencial para trabajar en equipo, comunicarse, realizar aportaciones y utilizar el lenguaje matemático apropiado en cada ocasión.
- ✓ Las inteligencias visual-espacial y cinético-corporal se trabajan al cambiar de actividad (que cambian de posición dentro del aula), y en las actividades en las que hay que recortar y pegar (además de trabajar la psicomotricidad fina). En geometría también es necesaria la inteligencia visual-espacial.
- ✓ La inteligencia interpersonal es necesaria al tener que relacionarse unos alumnos con otros.
- ✓ La inteligencia musical se puede trabajar empleando sonidos para el cambio de actividad y para terminar las actividades, y también en algunos ejercicios.
- ✓ La inteligencia naturalista se puede tratar en los contenidos de las actividades (cálculos de residuos, números de animales/especies, reforestación...).
- ✓ Y la inteligencia intrapersonal se trabaja sobre todo al hacerles reflexionar sobre lo que han aprendido, lo que han aportado y las dificultades que han ido encontrando y superando (en los equipos, de la asignatura y sobre ellos mismos).

EVALUACIONES

Al final de cada sesión los alumnos realizan una breve evaluación de la sesión: grado de dificultad de las actividades, duración, situaciones positivas y dificultades que se han encontrado, situaciones que han solucionado.

Igualmente, las personas voluntarias evalúan la calidad y cantidad de las interacciones de cada componente de cada grupo y las actividades.

Con estos datos, además de la observación directa, se corrigen algunos pequeños errores y se plantean las actividades de la siguiente sesión.

Tras varias sesiones de Grupos Interactivos, los alumnos realizaron, de forma individual y como sesión final, parte de las actividades que previamente habían realizado en grupos. Así pudimos comprobar el grado de adquisición de contenidos. Además también completaron una pequeña encuesta en la que valoraron su grado de satisfacción y grado de dificultad de cada una de las actividades; lo que habían aprendido, descubierto o reforzado con el trabajo en Grupos Interactivos, tanto en Matemáticas como a nivel personal e interpersonal; lo que cambiarían y comentarios que quisieran añadir.

CONCLUSIONES

Las conclusiones que yo extraigo de esta experiencia (en total han sido seis sesiones) son:

- Por un lado los aspectos positivos:
  - cohexión del grupo: aumenta la integración y favorece las buenas relaciones,
  - los alumnos aprenden a valorar a los demás y a trabajar en equipo,
  - hay alumnos que estaban abandonando y retomaron la asignatura,
  - los conceptos y procedimientos se adquieren mejor,
  - se pueden emplear todas las inteligencias en una misma sesión.
- Por el otro lado, los aspectos negativos son:
  - más trabajo y tiempo (esfuerzo del profesor y de los voluntarios),
  - dificultad a veces para encontrar voluntarios (lo ideal sería que se implicaran las familias),
  - hay algún alumno que no responde,
  - se avanza despacio.

En general, la experiencia ha sido positiva. Reconozco que en un principio tuve mis dudas e incluso sospeché que implicaba mucho trabajo para conseguir poco; pero, tras la tercera sesión, comprobé que los alumnos estaban más dispuestos a trabajar en el aula, que esperaban con ganas las “actividades de los viernes“, que las relaciones mejoraban y que, sí, despacio, pero se avanzaba bien, con los conceptos más y mejor afianzados.

Mi recomendación es utilizar los Grupos Interactivos con grupos que son muy heterogéneos o que no se conocen mucho, empleando una sesión semanal; y con grupos más homogéneos, utilizarlos al final de cada unidad didáctica como refuerzo y repaso de la unidad o al principio como fuente de motivación y descubrimiento. ¡Funciona!

BIBLIOGRAFÍA

- Centro Aragonés de Recursos para la Educación Inclusiva: http://carei.es/grupos-interactivos/
- Blog *más-que-mates*: masqmates.blogspot.com.es

Imagen de los Grupos Interactivos de 1º de ESO del IES Besaya (12 de mayo de 2017)

EXPERIENCIAS MATEMÁTICAS EN CLASE

Belén Hallado Arenales
Profesora del IES Alisal, Santander

Además de las muchas tareas matemáticas que se pueden hacer en un aula: ejercicios, problemas, explicaciones, demostraciones, cálculos, visualizar vídeos… (y exámenes, ¡claro!) existe también la posibilidad de realizar actividades prácticas: comprobar el teorema de Pitágoras con una escalera apoyada en la pared, estimar la altura del instituto/escuela a partir de su sombra comparándola con otra sombra de un objeto conociendo las longitudes de ambos (semejanza), estimar el valor de π, etcétera. En este artículo se proponen tres actividades diferentes: el cálculo de π de dos maneras distintas y un "problema" de lógica y cálculo.

CÁLCULOS DE π

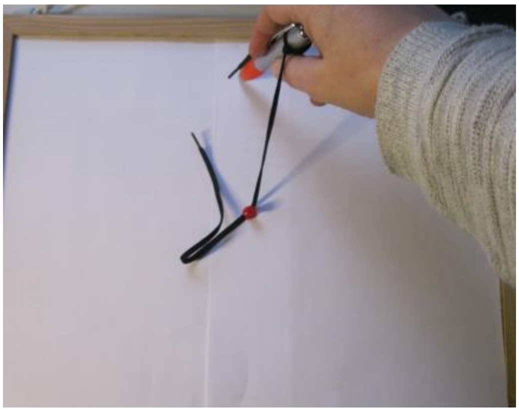
Hay varias maneras de estimar el valor de π, aquí proponemos dos:

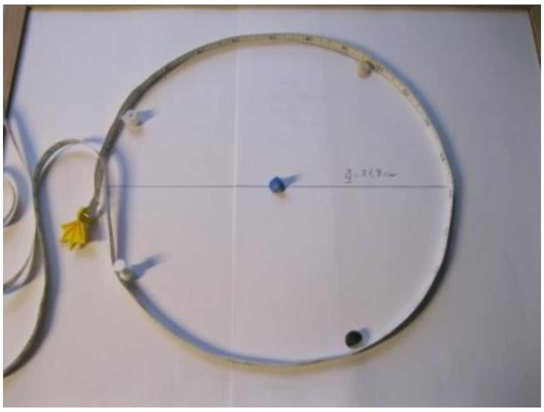
1) La tradicional: a partir de la ***división de la longitud de la circunferencia entre su diámetro***.

   Materiales: cuerda, cinta métrica, regla, bolígrafo, papel, cinta aislante o chincheta… ("algo que sujete"), compás (alternativo).

   Se fija la cuerda por un extremo al bolígrafo y por el otro al punto de la hoja de papel que será el centro de la circunferencia. Se traza la circunferencia con el bolígrafo manteniendo tensa la cuerda (no es fácil, se puede trazar una circunferencia con compás para comparar…). Y se mide el diámetro con la regla y el perímetro de la circunferencia con la cinta métrica, intentando colocarla justo encima. Se divide la longitud de la circunferencia entre el diámetro y obtenemos una estimación de π.

   En el ejemplo de las fotos, el diámetro mide 21,8 cm y la circunferencia 68,8 cm. Realizamos la división y obtenemos: $P_C : \phi = 68{,}8 : 21{,}8 = 3{,}1559633 \ldots \simeq 3{,}16$ que dada la precisión de nuestras medidas (solo hasta el milímetro) está muy bien.

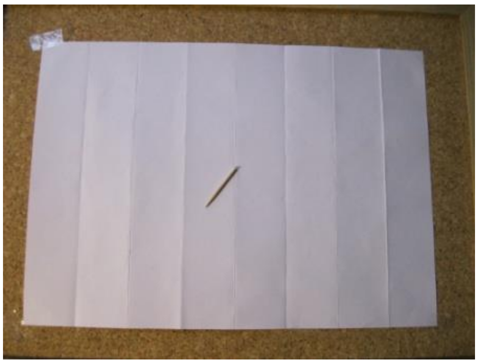




2) A través de la ***Aguja de Buffon.***

   Materiales: una hoja de papel y un palillo.

   Georges-Louis Lecrere, conde de Buffon (1707-1788), naturalista y matemático francés, demostró que si se dejaba caer una aguja repetidas veces sobre una hoja de papel pautado y se contaba el número de veces que la aguja tocaba alguna de las rayas, se podía obtener una buena estimación del valor de la constante matemática π.



Utilizamos una hoja de papel dividida en secciones iguales (en el ejemplo se ha doblado el papel para obtener 8 regiones) y un palillo cortado de forma que mida la distancia entre rayas.

Se lanza el palillo sobre el papel L veces (L lanzamientos) y se cuenta el número de veces que corta una línea (C). Se obtiene la aproximación de π dividiendo el doble del número de lanzamientos entre el número de veces que corta una línea: $\pi \approx 2L/C$.

En el ejemplo, tras 60 lanzamientos, 38 veces cortó alguna línea, por lo que $\frac{2 \cdot L}{C} = \frac{120}{38} = 3{,}1578947 \ldots \approx 3{,}16$ que es bastante aproximado. (Cuantos más lanzamientos haya, más se aproximará el resultado a π).

NOTAS: Se puede utilizar este método para introducir los Métodos de Montecarlo (llamados así por la villa monegasca y su casino), para hablar de estadística… Y se puede preguntar a los alumnos porqué es importante la longitud del palillo, si el palillo puede cortar a más de una línea, etc.

4 CUATROS

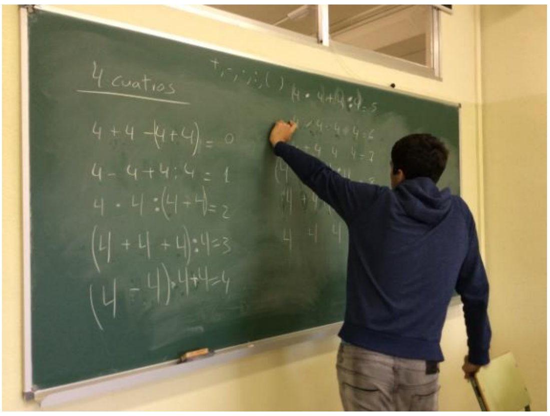
Se trata de obtener las cifras del 0 al 9 mediante la combinación de operaciones sencillas (suma, resta, multiplicación y división) con cuatro cuatros.

Hay cifras que se pueden obtener de diversas maneras, como, por ejemplo, el ocho:

$$(4+4):4 \cdot 4 = 8; \qquad 4+4+4-4 = 8$$

y la expuesta más abajo. Proponemos una solución para todas las cifras:

$$4+4-4-4=0$$
$$4-4+4:4=1$$
$$4:4+4:4=2$$
$$(4+4+4):4=3$$
$$(4-4)\cdot 4+4=4$$
$$(4\cdot 4+4):4=5$$
$$(4+4):4+4=6$$
$$4+4-4:4=7$$
$$4\cdot 4-(4+4)=8$$
$$4+4+4:4=9$$



XXI OLIMPIADA MATEMÁTICA PARA ESTUDIANTES DE 2º DE ESO

El sábado 6 de mayo de 2017 tuvo lugar la XXI Olimpiada Matemática regional para estudiantes de 2º de ESO. La actividad, consistió en 5 problemas.

INTRODUCCIÓN

Fray Luca Pacioli fue un matemático italiano, gran impulsor del Álgebra en Europa. Nació en 1445 en la Toscana y murió en 1517

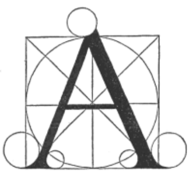
Fray Luca Pacioli fue un matemático italiano, gran impulsor del Álgebra en Europa. Nació en 1445 en la Toscana y murió en 1517.
Puesto que en 2017 se cumple el quinto centenario de su muerte, vamos a hacerle un pequeño homenaje a lo largo de esta prueba.

Summa de Arithmetica geo

La mayor obra de Luca Pacioli es *Summa de Arithmetica*, aunque es muy conocido también por su libro *La Divina Proporción*, con ilustraciones de Leonardo Da Vinci y que trata sobre el número áureo. Destacan también sus escritos sobre probabilidad, ajedrez o contabilidad.

Para numerar los ejercicios, utilizaremos las letras que Luca Pacioli diseñó para su libro *La Divina proporción.*

PROBLEMA A



Luca Pacioli va paseando con su colega Escipión del Ferro. Se encuentran con su amigo el pintor Piero della Francesca y comienzan una charla intrascendente que termina por hablar de la fecha del cumpleaños de Piero. Éste les propone que, ya que son matemáticos, en lugar de decirles la fecha completa, sólo les dará algunas pistas.

Les dice que su cumpleaños es una de estas fechas:

15 de mayo, 16 de mayo, 19 de mayo, 17 de junio, 18 de junio, 14 de julio, 16 de julio, 14 de agosto, 15 de agosto o 17 de agosto.

A continuación, se acerca a Luca y, al oído, le dice en qué mes es su cumpleaños. Al oído también, le dice a Escipión qué día (sin decir el mes) es su cumpleaños. A continuación, se produce el siguiente diálogo:

Luca Pacioli: No sé cuándo es el cumpleaños de Piero, pero sé que Escipión tampoco puede saberlo.

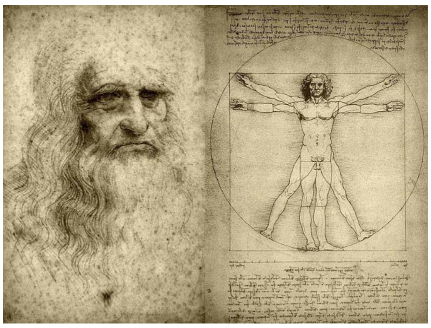
Escipión del Ferro: Yo no sabía cuándo era el cumpleaños de Piero, pero con lo que ha dicho Luca, ahora ya lo sé.

Luca Pacioli: Ah, pues ahora yo también lo sé.

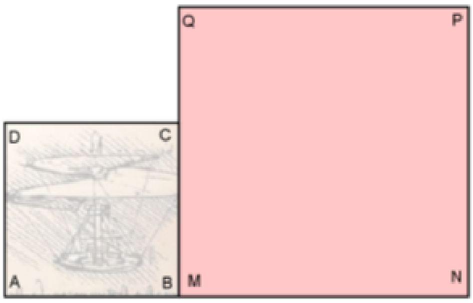
a) ¿Cómo ha podido Escipión del Ferro averiguar el mes del cumpleaños?
b) ¿Cómo ha podido Luca Pacioli averiguar el día del cumpleaños?
c) ¿Cuál es la fecha del cumpleaños de Piero della Francesca?

PROBLEMA B

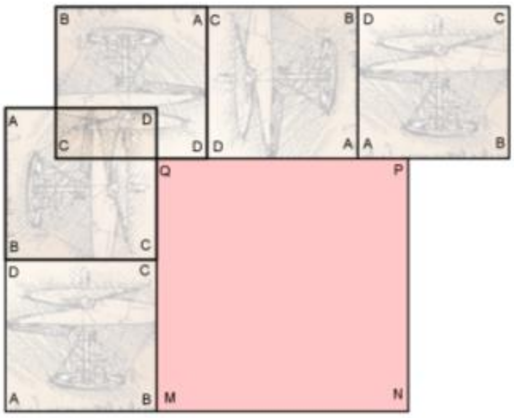
Una de las ocasiones en las que Luca Pacioli visitó en su casa a Leonardo Da Vinci para ver cómo iba el trabajo de ilustración de "La Divina Proporción", vio un diseño de una máquina que estaba ideando el genio florentino. Se trataba de dos piezas cuadradas, de manera que la más pequeña podía girar alrededor de la grande.



La pieza ABCD mide 6 cm. de lado y la pieza MNPQ mide 10 cm. de lado.



La pieza ABCD se desplaza girando sobre la pieza MNPQ, que queda fija. En el dibujo se muestra la posición de la pieza ABCD después de dar una vuelta sobre sí misma, al tiempo que avanza por los lados del cuadrado MNPQ.



a) ¿Cuál es el primer vértice (A, B, C o D) que vuelve a tocar a M?

b) Cuando la pieza ABCD haya dado 2017 vueltas sobre sí misma, ¿cuántas veces se habrán tocado los vértices B y M?

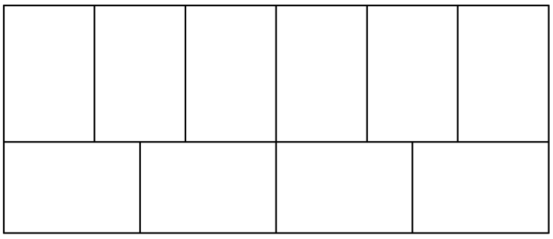
c) ¿A qué distancia quedarán los vértices B y M después de esas 2017 vueltas?

PROBLEMA C

El rectángulo es un elemento fundamental en arquitectura. Muchos edificios clásicos se han diseñado en razón a rectángulos especialmente estéticos, como el rectángulo áureo, del que Luca Pacioli decía que tenía proporciones divinas.

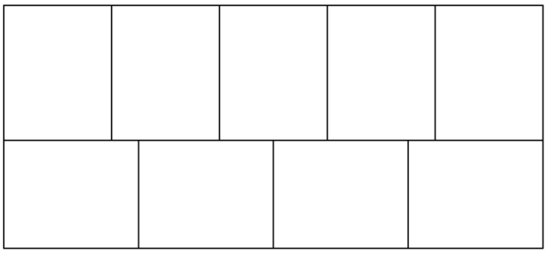
Juguemos un poco con rectángulos, aunque no sean áureos.

Con 10 rectángulos idénticos de 50 cm. de perímetro, formamos un rectángulo mayor tal y como se indica en la figura.



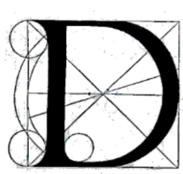
a) ¿Qué superficie tiene el rectángulo grande?

Ahora hagámoslo al revés: Partimos en 9 rectángulos iguales un rectángulo de 720 cm^2 de superficie, tal y como aparece en la figura.



b) ¿Qué perímetro tiene cada uno de los rectángulos pequeños?

PROBLEMA D



Durante el tiempo que Luca Pacioli vivió en Venecia, habló un día con el capitán de la guardia. Éste le contó que el Dux (el gobernante de la república veneciana) había asistido al entrenamiento de los arqueros de la guardia. El capitán los había divido en dos grupos, A y B, con el mismo número de arqueros y les hizo disparar sobre una diana cuya puntuación eran números **enteros** entre 0 y 10. La puntuación media obtenida por los arqueros del grupo A fue de 3 puntos y la del grupo B fue de 8 puntos. El Dux se mostró muy satisfecho con el grupo B, pero exigió al capitán que mejorase la puntuación del grupo A o lo haría encerrar en las celdas del Palazzo Ducale.

El capitán de la guardia le cuenta a Luca Pacioli la historia con desesperación, porque teme no ser capaz de lograr que los arqueros del grupo A mejoren su puntería. Pero Luca Pacioli se da cuenta de que no es necesaria tal cosa, ya que si pasa un cierto arquero de B a A mejora la media de los resultados de A en 0,5 puntos. Sorprendentemente la media del grupo B también mejora en 0,5 puntos.

a) ¿Cuántos arqueros tenía cada grupo?

b) ¿Qué puntuación tenía el arquero que debe cambiar de grupo?

c) ¿Qué puntuación tenían los restantes arqueros del grupo B si sabemos que no había puntuaciones repetidas?

Nota: la puntuación media de un grupo se obtiene sumando las puntuaciones de todos los arqueros y dividiendo por el número de arqueros.

PROBLEMA E

En Sansepolcro, la ciudad natal de Luca Pacioli, quieren construir un museo dedicado a tan ilustre figura. Una de las ideas que se barajan, para exigir un uso del Álgebra y de la Aritmética a los visitantes, es diseñar un ascensor muy especial.

El ascensor sólo tendrá dos botones, uno amarillo que hace que suba siete pisos y otro verde que hace que baje nueve. El amarillo no funciona si hay menos de siete pisos por encima y el verde tampoco funciona si hay menos de nueve pisos por debajo.

a) Supongamos inicialmente que el edificio tiene tantos pisos como quieras y deseas ir al tercero. ¿Cómo debes pulsar los botones para conseguirlo de la manera más rápida?

b) Aunque no sea el método más rápido, sabiendo subir un piso y repitiendo dicha secuencia una y otra vez, se puede subir al piso que uno quiera. ¿Cuál es la manera más rápida de subir un solo piso?

c) Si un visitante quiere subir al piso 15 usando el procedimiento descrito en el apartado anterior (repetir la secuencia que sube piso a piso). ¿Cuántas veces pulsa los botones en total? ¿Cuál es el menor número de pisos que tiene que tener el edificio para que sea posible llegar al piso 15 de esta manera?

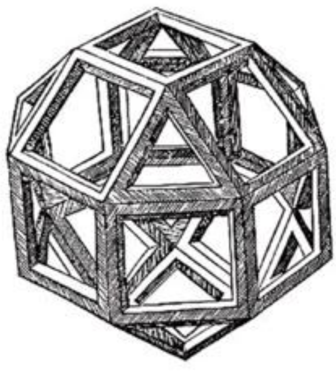
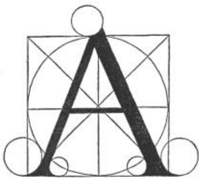


Ilustración de un rombicuboctaedro realizada por Leonardo da Vinci para *La Divina Proporción*

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS

Respuesta Ejercicio A



a) ¿Cómo ha podido Escipión del Ferro averiguar el mes del cumpleaños?

b) ¿Cómo ha podido Luca Pacioli averiguar el día del cumpleaños?

c) ¿Cuál es la fecha del cumpleaños de Piero della Francesca?

Escipión del Ferro razona de la manera siguiente:

Luca sabe que a mí me han dicho el día 14, 15, 16, 17, 18 ó 19. Si Luca cree que yo no puedo saber la fecha completa, es porque está seguro de que no me han dicho ni el 18 ni el 19, ya que, si me hubiesen dicho el 18, yo sí sabría que el cumpleaños es el 18 de junio (no hay más fechas con 18) y si me hubiesen dicho el 19, yo sabría que es el 19 de mayo. Y si Luca ***está seguro*** *de que no me han dicho ni el 18 ni el 19, es porque a él no le han dicho ni el mes de mayo ni el mes de junio.*

Al deducir Escipión que el mes que han dicho a Luca es julio o agosto, junto con la información del día que a él le han dicho, puede concluir la fecha completa.

Luca Pacioli razona de la siguiente manera:

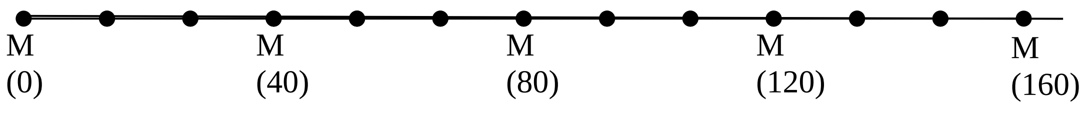
Al decir yo que creía que Escipión no podía saber la fecha completa, él ha podido deducir que el mes que mí me han dicho es el de julio o el de agosto. Si con esta información y con el día que le habían dicho, ya sabe la fecha completa, es porque a él no le han dicho el día 14, ya que, de lo contrario, seguiría sin saber si es el 14 de julio o el 14 de agosto.

Al descartar el día 14, Luca Pacioli (al que le habían dicho el mes), puede deducir la fecha completa.

Un observador externo, puede concluir que, si con sólo descartar el día 14, Luca ya puede saber la fecha, es porque a Luca no le dijeron el mes de agosto, porque si no, seguiría sin saber si es el 15 de agosto o el 17 de agosto. Por lo tanto, el cumpleaños de Piero della Francesca es en julio y como no es el 14, tiene que ser el 16 de julio.

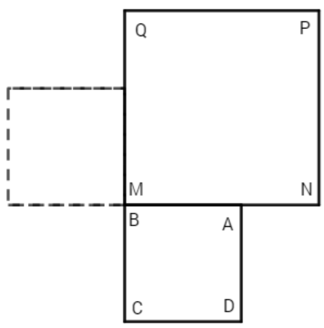
Respuesta Ejercicio B

Podemos pensar que el cuadrado pequeño rueda sobre una línea que representa el cuadrado grande así



a) ¿Cuál es el primer vértice (A, B, C o D) que vuelve a tocar a M?

Al desplazarse el cuadrado pequeño, los vértices BCDA marcan las posiciones 0, 6, 12, 18, 24, … que, como se ve, son los múltiplos de 6. Ni la posición M(40) ni la M(80) coinciden con ningún vértice del cuadrado pequeño, puesto que no son múltiplos de 6; sin embargo la posición M(120) es alcanzada por el vértice B después de 5 vueltas, de hecho, después de 5 vueltas menos un giro pues la posición en la que quedarían sería la del dibujo:



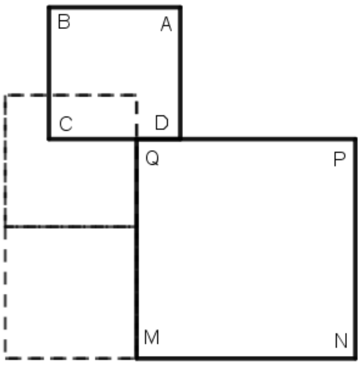
En la posición inicial, B sigue en la posición 120 pero C está más adelantado, lo que supone un giro de más.

b) Cuando la pieza ABCD haya dado 2017 vueltas sobre sí misma, ¿cuántas veces se habrán tocado los vértices B y M?

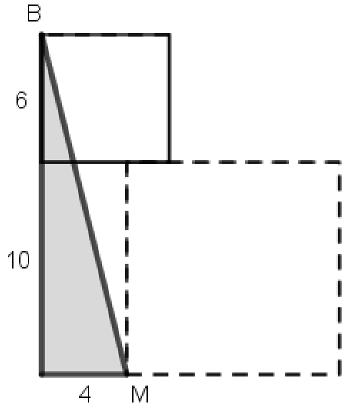
El cuadrado pequeño vuelve a la posición inicial cada 5 vueltas. Por lo tanto, el cociente de la división entera 2017 entre 5 nos dará el número de coincidencias, en este caso, 403. Así, B coincide con M 403 veces.

c) ¿A qué distancia quedan los vértices B y M después de esas 2017 vueltas?

Tras la vuelta 2015 el cuadrado ha vuelto a la posición inicial, luego tras 2017 vueltas habrá girado dos veces más, quedando así:



Para calcular la distancia entre los vértices B y M, bastará aplicar el teorema de Pitágoras:

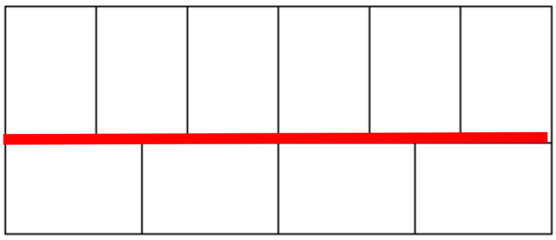


Los catetos del triángulo miden 16 cm y 4 cm. La hipotenusa, que es la distancia pedida, mide, por tanto:

$$\mathrm{h} = \sqrt{16^2 + 4^2} = 4\sqrt{17} \approx 16{,}49 \text{ cm}$$

Respuesta Ejercicio C

Partimos del rectángulo de la figura para responder al primer apartado.



a) ¿Qué superficie tiene el rectángulo grande?

Al fijarnos en la línea horizontal que divide el rectángulo grande, se ve que, en cada rectángulo pequeño, 6 lados cortos miden lo mismo que 4 largos, es decir que la proporción del rectángulo es $4/6$ o lo que es lo mismo, $2/3$.

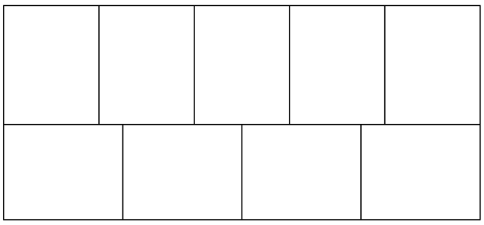
Un rectángulo que midiese 2cm x 3cm (y, por tanto, semejante al que buscamos), tendría de perímetro 2+3+2+3=10cm. Como el rectángulo del enunciado tiene de perímetro 50 cm, esto es, 5 veces más grande que el de 2cm x 3cm, podemos concluir que el rectángulo buscado tiene lados $2 \cdot 5 = 10$ cm y $3 \cdot 5 = 15$ cm.

Efectivamente, el rectángulo de dimensiones 10 cm x 15 cm tiene proporción $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ y su perímetro es 10+15+10+15=50 cm.

La superficie del rectángulo grande, compuesto por 10 pequeños, es:

10 x 10 cm x 15 cm = 1500 cm^2

Para el siguiente apartado, la figura es la siguiente:



b) ¿Qué perímetro tiene cada uno de los rectángulos pequeños?

Como antes, vemos que los rectángulos pequeños tienen proporción $4/5$. Al ser el rectángulo grande de 720 cm^2 de superficie, cada uno de los pequeños tendrá una superficie de 720/9 = 80cm^2.

Un rectángulo de dimensiones 4 cm x 5 cm tiene 20 cm^2 de superficie y el que nosotros buscamos tiene que tener 80 cm^2, es decir, 4 veces más. Como la superficie aumenta de manera cuadrática y 4 = 2^2, concluimos que el rectángulo buscado mide el doble que el de 4 cm x 5 cm.

Efectivamente, el rectángulo de dimensiones 8 cm x 10 cm tiene 80 cm^2 de superficie y tiene proporción $4/5$.

Así que el perímetro del rectángulo buscado es

8 + 10 + 8 + 10 = 36 cm.

2ª opción

Si preferimos un enfoque algebraico en lugar de uno geométrico, podemos llamar *x* al lado más corto e *y* al más largo de cada uno de los rectángulos pequeños.

En el apartado *a)*, tendríamos

$$\begin{cases} 6x & = 4y \\ 2x+2y & = 50 \end{cases}, \text{ obteniendo } \begin{cases} x & = 10 \\ y & = 15 \end{cases}$$

El rectángulo grande tendrá como superficie 10 veces la de cada uno de los pequeños, esto es 10·10x15=1500 cm^2, o bien nos fijamos en que el rectángulo grande tiene dimensiones (6·10)x(10+15), es decir, 60x25, lo que arroja una superficie de 1500cm^2

En el apartado *b)* tendríamos

$$\begin{cases} 5x & = 4y \\ 5x\cdot(x+y) & = 720 \end{cases}$$

(para la segunda ecuación, también podríamos haber considerado que el área de un rectángulo pequeño es la novena parte de la del grande: $x \cdot y = \frac{720}{9} = 80$) y obtenemos

$$\begin{cases} x & = 8 \\ y & = 10 \end{cases}$$

Por tanto, el perímetro sería 36 cm.

Respuesta Ejercicio D

a) ¿Cuántos arqueros tenía cada grupo?

Supongamos que en cada grupo hay *n* arqueros

$$media_A = 3 = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n} \Rightarrow 3n = x_1 + x_2 + ... + x_n \qquad (*1)$$

$$media_B = 8 = \frac{y_1 + y_2 + ... + y_n}{n} \Rightarrow 8n = y_1 + y_2 + ... + y_n \qquad (*2)$$

Supongamos que el peor del grupo B es y_1 y pasa al grupo A. Ahora el grupo A tiene un arquero más que antes y el grupo B, un arquero menos. Entonces queda:

$$3'5=\frac{x_1+x_2+\ldots+x_n+y_1}{n+1} \quad\Rightarrow\quad 3'5\cdot(n+1)=x_1+x_2+\ldots+x_n+y_1 \quad\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\quad 3'5n+3'5=x_1+x_2+\ldots+x_n+y_1 \qquad (*3)$$

$$8'5=\frac{y_2+\ldots+y_n}{n-1} \quad\Rightarrow\quad 8'5\cdot(n-1)=y_2+\ldots+y_n \quad\Rightarrow\quad 8'5n-8'5=y_2+\ldots+y_n \qquad (*4)$$

Restando (*2)–(*4) queda: $y_1=8n-(8'5n-8'5)$, es decir $y_1=8,5-0,5n$

Restando (*3) – (*1) queda $y_1=3,5+0,5n$

De estas dos últimas igualdades obtenemos que $8,5-0,5n=3'5+0'5n \Rightarrow 5=n$

b) ¿Qué puntuación tenía el arquero que ha cambiado de grupo?

Ahora que ya sabemos que $5=n$ entonces tenemos que $y_1=8'5-0'5\cdot 5=6$

c) ¿Qué puntuación tenían los restantes arqueros del grupo B si sabemos que no había puntuaciones repetidas?

Para que 5 números enteros, no mayores que 10 y no repetidos tengan media 8 tienen que ser 6,7,8, 9 y 10.

Respuesta Ejercicio E

a) Supongamos inicialmente que el edificio tiene tantos pisos como quieras y deseas ir al tercero. ¿Cómo debes pulsar los botones para conseguirlo de la manera más rápida?

El ascensor subirá pisos múltiplos de 7 (7 pisos, 14 pisos, etc.) según que pulsemos el botón amarillo una vez, o dos, etc. De la misma manera, bajará múltiplos de 9. Para ir al tercero, necesitamos encontrar un múltiplo de 7 que sea 3 unidades más que un múltiplo de 9. Miramos 7, 14 y encontramos que 21 es 3+18. Así pues, si pulsamos el botón amarillo 3 veces y el verde 2, subiremos 21 pisos y bajaremos 18, con lo que quedaremos en el tercero.

b) Aunque no sea el método más rápido, sabiendo subir un piso y repitiendo dicha secuencia una y otra vez, se puede subir al piso que uno quiera. ¿Cuál es la manera más rápida de subir un sólo piso?

Ahora necesitamos un múltiplo de 7 que sea una unidad más que un múltiplo de 9. Probamos con 7, 14, 21 y vemos que 28=1+27, así que pulsando 4 veces el botón amarillo y 3 el verde, subiremos 28 pisos y bajaremos 27, con que habremos subido un piso en total

c) Si un visitante quiere subir al piso 15 usando el procedimiento descrito en el apartado anterior (repetir la secuencia que sube piso a piso). ¿Cuántas veces pulsa los botones en total? ¿Cuál es el menor número de pisos que tiene que tener el edificio para que sea posible llegar al piso 15 de esta manera?

Cada piso que queremos subir de esta manera necesita 7 pulsaciones (4 al amarillo y 3 al verde), así que para subir de esta manera 15 pisos, necesitaremos 7.15=105 pulsaciones.

Ahora el orden en que pulsemos los botones es importante porque si pulsamos ↑↑↑↑↓↓↓, subimos 28 pisos por encima del piso del que empezamos. Sin embargo, si pulsamos ↑↑↑↓↑↓↓ sólo subimos 21 por encima.

Lo que está claro es que, como queremos un método general (que funcione desde cualquier piso) para poder utilizarlo en cualquier ocasión, no podemos empezar bajando, por si estamos por debajo del piso 9. Tampoco podemos empezar con ↑↓ porque sólo funcionaría si empezamos en un piso por encima del 1º. Así que debemos empezar por ↑↑ y para no subir demasiado, luego bajar. La opción que sirve desde cualquier piso y que menos nos hace subir es ↑↑↓↑↓↑↓. Esta manera nos hace subir un piso (desde cualquiera) pero necesita que haya 14 plantas por encima de la de partida.

Para poder subir al piso 15 repitiendo este proceso, cuando estamos en el piso 14, con las dos primeras pulsaciones, llegaremos al piso 28. Esta es la máxima altura necesaria para que el método funcione.

Contenido extra:

Naturalmente, si se hubiese tratado de subir de piso en piso, pero la secuencia no tuviera que ser siempre la misma, no es necesario que el edificio sea tan alto.
Por ejemplo, pulsando ↑↑↓↑↓↑↓ para ir de la planta baja a la 1ª y de la primera a la 2ª, sólo necesitamos que haya piso 15. Después pulsamos ↑↓↑↑↓↑↓para ir de la 2ª a la 3ª y para subir de la 3ª a la 4ª. Después utilizamos la secuencia ↑↓↑↓↑↑↓para subir de la 4ª a la 5ª y de la 5ª a la 6ª, y tampoco superamos el piso 15. Y así sucesivamente hasta completar del piso 14º al 15º con la secuencia ↓↑↓↑↓↑↑. De esta manera, con 15 plantas, podemos ir de piso en piso. Pero si la secuencia de pulsaciones tiene que ser siempre la misma, necesitamos que el edificio tenga, al menos, 28 pisos.

XXVII OLIMPIADA MATEMÁTICA NACIONAL PARA ESTUDIANTES DE 2º DE ESO.

Enunciados y soluciones

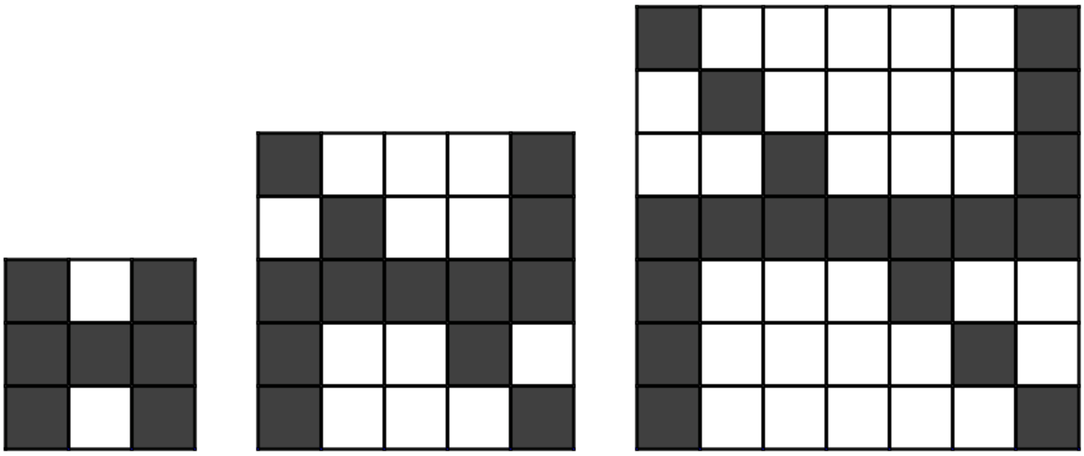
1. JULIÓBRIGA

Julióbriga (en latín *Iuliobriga*, literalmente *ciudad fortificada de Julio*, en memoria del padre adoptivo de Augusto, Cayo Julio César) fue la ciudad romana más importante de las nueve fundadas en Cantabria. Entre los restos destacan:

- El foro romano de la ciudad, de pequeñas dimensiones, edificado en lo alto de la loma, cerca y bajo la iglesia románica de Retortillo.
- Casa de los Morillos, del año 80 d. C.
- Casa de los Mosaicos, con llamativos pavimentos blancos y negros, termas y un hipocaustum.
- Tabern*ae*, edificio tipo ínsula con aterrazamiento del terreno para poder albergar almacenes y comercios.

La imagen muestra las ruinas de la ciudad romana de Julióbriga (Retortillo, Campoo de Enmedio).

Alberto, tras una visita a Julióbriga, se entretiene diseñando sus propios mosaicos. Por el momento, está siguiendo un mismo patrón para construir mosaicos cuadrados, cada vez más grandes, con baldosas blancas y negras.



Mosaico 1 Mosaico 2 Mosaico 3

Alberto te formula las siguientes preguntas, que desea respondas con acierto.

a) ¿Cuántas baldosas negras se emplearán para construir el mosaico número 4?

b) ¿Cuántas baldosas negras se emplearán para construir el mosaico número 7?

c) ¿Cuál será el total de baldosas empleadas en el mosaico que tenga exactamente 121 baldosas negras?

d) ¿Podrá construirse un mosaico con un número de baldosas negras que sea múltiplo de 3?

2. EL SARDINERO Y ALREDEDORES

Si hay una zona que caracterice la ciudad de Santander, y que es turística por excelencia, es la conocida como El Sardinero. En ella se encuentran las playas de El Sardinero, La Concha, Mataleñas, El Camello y La Magdalena. En la península de La Magdalena se ubica el palacio del mismo nombre, Palacio de La Magdalena, que es un símbolo de la costa santanderina. En verano la actividad en dicha península es intensa; el palacio es sede de los cursos de verano de la Universidad Internacional Menéndez Pelayo y en su campa se celebran desde conciertos a concursos de hípica. Un paseo por El Sardinero permitirá contemplar los Jardines de Piquío y una buena parte de la arquitectura más noble de la ciudad. La imagen muestra una vista de la Primera Playa de El Sardinero, con el Gran Casino Sardinero al fondo.

Algunos estudiantes del Grado de Matemáticas han estado realizando un trabajo estadístico sobre la actividad de las personas que están en la Primera Playa de El Sardinero entre las 10:00 h y las 11:00 h. Acerca del jueves pasado tienen los siguientes datos:

A las 10:00 h, en la arena de la playa, hay dos grupos de personas: uno es de niños y otro es de adultos.

A los 10 minutos llegan a la arena siete adultos más y seis de los niños que había en la arena van a bañarse.

Después de 20 minutos más, llega a la arena otro grupo distinto de niños, cuyo número es el doble de los que había. Al mismo tiempo, cinco adultos que estaban en la arena van a bañarse.

Tras otros 15 minutos, seis adultos y la mitad de los niños que permanecían en la arena van a bañarse.

A las 11:00 h se incrementa en ocho el número de adultos que están tomando el sol en la arena y se mantiene el número de niños. En ese momento, en la arena, hay el doble de adultos que de niños.

Sabiendo que a las 11:00 h había 36 personas en la arena,

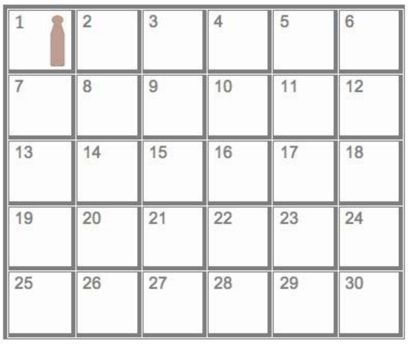
a) ¿cuántos adultos y cuántos niños había en la arena las 10:50 h?

b) ¿cuántos adultos y cuántos niños había en la arena a las 10:00 h?

3. BOLOS

En Cantabria el juego de los bolos es uno de los más arraigados. Durante el desarrollo del juego, cada jugador debe derribar el mayor número de bolos, de un total de nueve - sin contar el emboque-, mediante el lanzamiento de una bola. Los bolos suelen estar confeccionados en madera de avellano o de abedul y disponen de una base de metal llamada argolla; tienen 45 cm de alto y 5 cm de diámetro. La bolera, lugar donde tienen lugar los lanzamientos, es de forma rectangular y consta de tres partes: tiro, caja y birle; y, aunque no tiene unas medidas fijas, se establecen como idóneas 34 × 8 m.

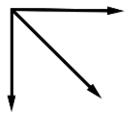
Proponerte en esta prueba olímpica jugar a los bolos resultaría complicado; por ello, se ha ideado otro juego. Lee atentamente las condiciones del que te planteamos, en el que, como homenaje a ese tradicional juego, se ha incluido un bolo en su presentación.



En este juego participan dos personas, Ana y Blas. Gana el juego quien logre colocar el bolo en la casilla 30, de acuerdo con las siguientes reglas:

Regla 1 Comienza Ana moviendo el bolo. A continuación, lo mueve Blas desde la posición en que lo dejó Ana; después, mueve de nuevo Ana desde la posición en que lo dejó Blas; y así sucesivamente.

Regla 2 Cada jugador, en su turno, puede mover el bolo una o más posiciones (una o más casillas) siempre que sea en horizontal hacia la derecha, en vertical hacia abajo, o en diagonal hacia la derecha y hacia abajo.



Se pide:

a) Si un jugador deja el bolo en la posición “10”, indica los números de las casillas, ordenados de menor a mayor, a las cuales puede mover el bolo el otro jugador en el siguiente movimiento.

b) Se llaman “casillas perdedoras” a las casillas en las que, si un jugador coloca el bolo, siempre perderá si el otro jugador juega adecuadamente.

Indica, ordenada de menor a mayor, la numeración de diez “casillas perdedoras”.

c) Se llaman “casillas ganadoras” a aquellas en las que cuando un jugador coloca el bolo, siempre ganará, si juega adecuadamente, con independencia de lo que haga el otro jugador.

Indica, ordenada de menor a mayor, la numeración de dos “casillas ganadoras”.

d) Este juego no es equitativo ya que si el primer jugador, en este caso Ana, juega adecuadamente, siempre gana.

Señala la numeración de dos casillas a las que Ana puede mover el bolo en el primer movimiento para ganar con seguridad.

4. POSTRES TÍPICOS

La *quesada pasiega* es un postre típico de los Valles Pasiegos, una comarca de Cantabria, y uno de los platos más representativos de la gastronomía de la región. Se compone de leche de vaca cuajada que se acompaña de mantequilla y harina de trigo, huevos y azúcar. La mezcla se suele aromatizar con limón rallado y canela en polvo. Por otra parte, está el *sobao pasiego*, que es otro producto de repostería tradicional. Su popularidad ha hecho que, hoy en día, se comercialice en toda España, aunque la versión de Cantabria es diferente a la general. Se ignora el origen histórico de este bizcocho, aunque con toda probabilidad fue producto del uso espontáneo de las materias primas comunes en el entorno rural cántabro: mantequilla y harina.

En una confitería de Cantabria se venden bandejas con diferentes dulces típicos, elegidos entre los siguientes, a los que más tarde nos referiremos sólo mediante la letra que los acompañan.

Quesadas (Q), Sobaos (S), Arroz con leche (L), Corbatas de Unquera (C),
Polkas de Torrelavega (P), Pantortillas de Reinosa (R), Almendrados (A) y
Tarta de hojaldre y mantequilla (T)

Las bandejas de dulces se confeccionan según las siguientes condiciones:

- Si A está incluido en una bandeja, entonces Q también debe estar incluido en la misma bandeja.
- Si P está incluido en una bandeja, entonces S también debe estar incluido en la misma bandeja.
- Si C no está incluido en una bandeja, entonces R sí debe estar incluido en esa bandeja.
- Si C está incluido en una bandeja, entonces S debe estar incluido en la misma bandeja.
- L y P no pueden ser incluidos ambos en la misma bandeja.
- P está incluido en una bandeja si y sólo si A también está incluido en esa bandeja.

Ayuda a los confiteros en la preparación de las bandejas, respondiendo a las siguientes preguntas:

a) ¿Es cierto que una bandeja puede tener hasta siete dulces diferentes? ¿Es cierto que una bandeja puede tener un solo dulce? Razona tus respuestas.

b) Si P está incluido en una bandeja, justifica cuál de las siguientes parejas de dulces deben estar incluidos en la misma bandeja:

b1) Q y C   b2) A y S   b3) T y R

c) Si S no está incluido en una bandeja, ¿cuál de las siguientes listas representa la lista completa de los dulces que obligatoriamente deben estar incluidos?

c1) R, Q y A   c2) R y Q   c3) R   c4) Q, T, R y L

d) Si los confiteros desean comercializar una bandeja con exactamente cinco dulces, ¿cuál de las siguientes combinaciones es aceptable?

d1) P, A, S, Q y T   d2) R, L, S, T y Q   d3) C, R, L, S y Q

5. MITOLOGÍA CÁNTABRA

El *Ojáncano*, la *Guajona*, la *Anjana* o el *Lantarón* son nombres que se habrá encontrado toda persona que haya estado interesada por conocer los aspectos elementales de la mitología cántabra, poblada tanto de seres malévolos como de otros bondadosos y hermosos, de unos juguetones y bromistas junto a otros cuyo deseo sólo es ayudar. Se pueden encontrar brujas y animales imposibles de tierra y de mar, ninfas y sirenas, duendes y semidioses. En el libro *Monstruos, Duendes y Seres Fantásticos de la Mitología Cántabra* hay información detallada sobre todos estos seres.

Trastolillo

Musgoso

Ojáncano

Anjana

En honor a esos personajes mitológicos cántabros, vamos a dar nombres de algunos de ellos a unos tipos de números que se han colado en el siguiente problema.

Vamos a llamar número *trastolillo* a cada número natural que verifique una y sólo una de las dos condiciones siguientes y vamos a llamar número *musgoso* a cada número natural que verifique ambas condiciones simultáneamente. Las condiciones son:

- Ser múltiplo de 7
- Al dividirlo entre 5 se obtiene de resto 2

a) Escribe los tres primeros números trastolillos y los tres primeros números musgosos.

b) Acerca de la cantidad de números musgosos que están comprendidos entre 1 y 2016, se sabe que:

- es un número par de dos cifras
- tiene exactamente cuatro divisores
- la diferencia entre los dos divisores medianos es el cubo de un número

¿Cuál es la cantidad de números musgosos comprendidos entre 1 y 2016?

c) Determina la cantidad de números trastolillos que están comprendidos entre 1 y 2016.

6. PASEANDO POR LA CIUDAD DE SANTANDER

Si hay algo que no pasa desapercibido a los ojos de las personas que disfrutan con las matemáticas son las formas geométricas que pueden observar cuando pasean por una ciudad, cualquier ciudad. Las imágenes siguientes sólo conforman una muestra de lugares que se pueden contemplar al transitar por las calles de Santander y que, cuando la observación de los mismos se acompaña de tintes geométricos, su resultado es la combinación, como mínimo, de tres elementos: belleza, admiración y cierto estímulo para el estudio. Las imágenes mostradas son gentileza de los autores del libro *Santander, mirar y ver… matemáticas, arquitectura e historia*, publicado por Ediciones Universidad Cantabria.


Detalle del mirador de la fachada posterior del Edificio de Correos


Ventana de la sacristía de la iglesia del Cristo de la Catedral

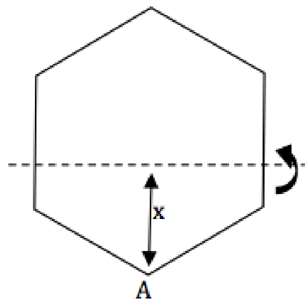

Mosaicos en los pilares de la barandilla del Paseo Reina Victoria

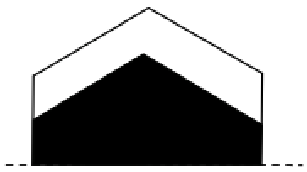

Fachada del Palacio de Festivales

Sin duda, una de las situaciones que podemos encontrarnos en cualquier ciudad es la de pasear por una acera pavimentada con hexágonos regulares, motivo por el cual es la figura estrella del problema que se plantea a continuación.

La figura de la derecha representa un hexágono regular de lado 12 cm. El hexágono es blanco por una cara y negro por la otra. Lo doblamos por una línea horizontal (perpendicular a dos lados) a una distancia x del vértice A, tal y como ilustra la figura.

Halla la distancia x para que la parte blanca y la parte negra que queden a la vista tengan la misma área.





SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS

1. JULIÓBRIGA

a) ¿Cuántas baldosas negras se emplearán para construir el mosaico número 4?

El *Mosaico4* tendrá dos baldosas más de lado que el *Mosaico3*, es decir, será 9×9.

Para contar las baldosas negras podríamos desplazar las de la diagonal a los costados hasta formar una H. Tenemos dos filas verticales de nueve baldosas negras y una horizontal de dos baldosas menos que las verticales (las de los extremos). En total son $9 + 9 + 7 = 9 \cdot 2 + 7 = 25$ baldosas negras.

b) ¿Cuántas baldosas negras se emplearán para construir el mosaico número 7?

El *Mosaico7* tendrá $2 \cdot 7 + 1 = 15$ baldosas de lado y, por tanto, tendrá 43 baldosas negras pues $15 \cdot 2 + 13 = 43$.

c) ¿Cuál será el total de baldosas empleadas en el mosaico que tenga exactamente 121 baldosas negras?

En general, el *Mosaico*n tendrá $2n + 1$ baldosas por lado, y $(2n + 1) \cdot 2 + (2n - 1)$ baldosas negras.

Si buscamos uno que tiene en total 121 baldosas negras, es porque

$$(2n + 1) \cdot 2 + (2n - 1) = 121.$$

De donde se obtiene que $n = 20$ y que el número total de baldosas empleadas es

$$(2 \cdot 20 + 1)^2 = 1681$$

d) ¿Podrá construirse un mosaico con un número de baldosas negras que sea múltiplo de 3?

El número de baldosas negras del *Mosaico*n es $(2n + 1) \cdot 2 + (2n - 1) = 6n + 1$, que al dividirlo entre 3 da de resto 1 (y cociente $2n$). Por tanto, no puede construirse un mosaico con un número de baldosas negras que sea múltiplo de 3.

---

2. EL SARDINERO Y ALREDEDORES

Si a las 11:00 hay el doble de adultos que de niños y en total son 36 personas, 24 son adultos y 12 son niños. Como se había incrementado en 8 el número de adultos, es que justo antes había 16 adultos y 12 niños.

Quince minutos antes, se habían ido de la arena 6 adultos, luego había 22; y también se habían ido la mitad de los niños, luego antes de eso había el doble: 24.

Siguiendo de esta manera, podemos establecer el siguiente cuadro:

	11:00	10:45	10:30	10:10	10:00
Adultos	24	16	22	27	20
Niños	12	12	24	8	14

a) ¿Cuántos adultos y cuántos niños había en la arena las 10:50 h?

Había 16 adultos y 12 niños.

b) ¿Cuántos adultos y cuántos niños había en la arena a las 10:00 h?

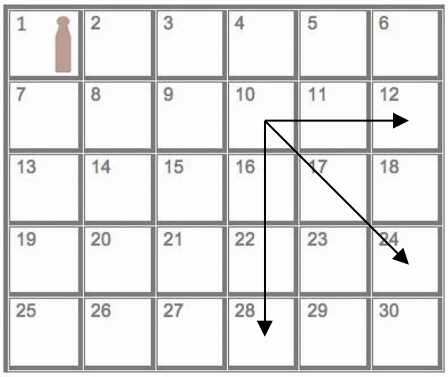
Había 20 adultos y 14 niños.

---

3. BOLOS

a) Si un jugador deja el bolo en la posición "10", indica los números de las casillas, ordenados de menor a mayor, a las cuales puede mover el bolo el otro jugador en el siguiente movimiento.

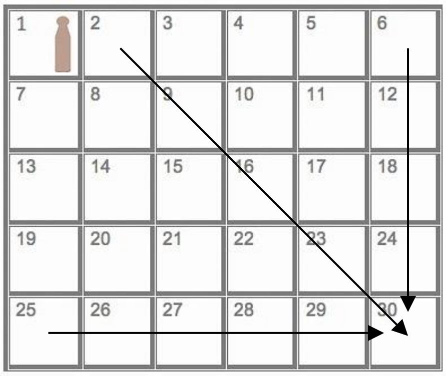
Podría mover a las casillas 11, 12, 16, 17, 22, 24 y 28.



b) Se llaman "casillas perdedoras" a las casillas en las que, si un jugador coloca el bolo, siempre perderá si el otro jugador juega adecuadamente.

Indica, ordenada de menor a mayor, la numeración de diez "casillas perdedoras".

Las casillas 2, 6, 9, 12, 16, 18, 23, 24, 25, 26, 27, 28 y 29 son claramente perdedoras porque el siguiente jugador podría mover a la casilla 30.



c) Se llaman "casillas ganadoras" a aquellas en las que cuando un jugador coloca el bolo, siempre ganará, si juega adecuadamente, con independencia de lo que haga el otro jugador.

Indica, ordenada de menor a mayor, la numeración de dos "casillas ganadoras".

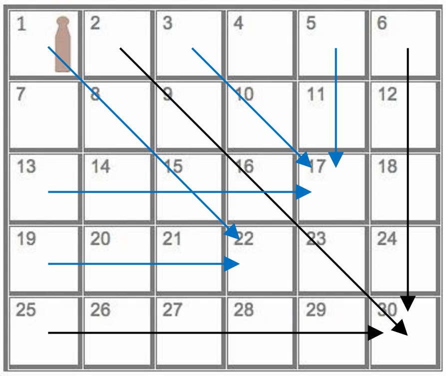
En el diagrama del apartado b) se ve que las casillas 17 y 22 son ganadoras porque el siguiente jugador tiene que mover necesariamente a una perdedora.

d) Este juego no es equitativo ya que si el primer jugador, en este caso Ana, juega adecuadamente, siempre gana.

Señala la numeración de dos casillas a las que Ana puede mover el bolo en el primer movimiento para ganar con seguridad.

Visto que las casillas 17 y 22 son ganadoras, podemos detectar más casillas perdedoras: 1, 3, 4, 5, 8, 10, 11, 13, 14, 15, 19, 20 y 21.

Queda claro que la casilla 7 también es ganadora, así que el primer jugador ganará si mueve a la casilla 22 (gana en la siguiente) o a la casilla 7 (gana en dos movimientos).



Observación:

La distribución de las casillas del tablero es

- Ganadoras: 7, 17, 22
- Perdedoras: 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 21, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29
- Especiales: 1 (inicio de juego) y 30 (fin de juego).

4. POSTRES TÍPICOS

a) ¿Es cierto que una bandeja puede tener hasta siete dulces diferentes? ¿Es cierto que una bandeja puede tener un solo dulce? Razona tus respuestas.

La quinta condición exige que no pueden estar simultáneamente L y P. Por la condición seis, si faltara P, también tendría que faltar A. Así que la respuesta es poner todos los dulces salvo el L y se satisfarán todas las condiciones.

¿Un único dulce?

Si estuviese C, entonces, por la cuarta condición, también tendría que estar S y habría más de uno. Así que C no puede estar y la condición tres exige que entonces esté R. La bandeja con el dulce R exclusivamente cumple todos los requisitos.

b) Si P está incluido en una bandeja, justifica cuál de las siguientes parejas de dulces deben estar incluidos en la misma bandeja:

b1) Q y C b2) A y S b3) T y R

Por estar P, la segunda condición exige que también esté S y la sexta, que esté también A, así que la respuesta correcta es b2).

c) Si S no está incluido en una bandeja, ¿cuál de las siguientes listas representa la lista completa de los dulces que obligatoriamente deben estar incluidos?

c1) R, Q y A c2) R y Q
c3) R c4) Q, T, R y L

Al no estar S, las condiciones dos y cuatro impiden que estén P y C. Al no estar C, tendrá que estar R. Podría haber más dulces, pero el único que es exigible es R así que la respuesta es c3).

d) Si los confiteros desean comercializar una bandeja con exactamente cinco dulces, ¿cuál de las siguientes combinaciones es aceptable?

d1) P, A, S, Q y T d2) R, L, S, T y Q
d3) C, R, L, S y Q

La opción d1) no cumple la segunda condición. Obsérvese que como no está C, tendría que estar R.

Tanto d2) como d3) verifican todas las condiciones.

---

5. MITOLOGÍA CÁNTABRA

a) Escribe los tres primeros números trastolillos y los tres primeros números musgosos.

Los primeros números trastolillos son $2, 12, 14, 17, 21, 22, 27, 28, 32, \ldots$.

Los primeros números musgosos son $7, 42, 77, 112, \ldots$.

Sólo habría que elegir en cada caso los tres primeros.

b) Acerca de la cantidad de números musgosos que están comprendidos entre 1 y 2016, se sabe que:

- es un número par de dos cifras
- tiene exactamente cuatro divisores
- la diferencia entre los dos divisores medianos es el cubo de un número

¿Cuál es la cantidad de números musgosos comprendidos entre 1 y 2016?

Todo número tiene, al menos, dos divisores: el 1 y el propio número. El que buscamos es par, así que, si lo llamamos n, sus cuatro divisores son $1, 2, \frac{n}{2}$ y n. La diferencia entre $\frac{n}{2}$ y 2 es un cubo y, puesto que n es de dos cifras, dicha diferencia sólo puede ser $1, 8, 27$ o 64, con lo cual $\frac{n}{2}$ será $3, 10, 29$ o 66. Por tanto, inicialmente n puede ser $6, 20, 58$ o 132. La primera y la última opciones están descartadas porque no son números de dos cifras y queda descartada la segunda, porque el número 20 tiene más de cuatro divisores ($1, 2, 4, 5, 10$ y 20).

Así pues, 58 es el único número par de dos cifras con cuatro divisores ($1, 2, 29$ y 58), para el que la diferencia de sus divisores medianos es un cubo: $27 = 3^3$. Es decir, hay 58 números musgosos entre 1 y 2016.

También se podría haber calculado la cantidad de números musgosos directamente, prescindiendo de la información suministrada: un número musgoso es de la forma 7.n y que termine en 2 ó en 7 (para que al dividirlo entre 5 se obtenga de resto 2). Por tanto, n tiene que terminar en 6 o en 1 y tiene que ser menor o igual que 288 (para que 7.n no supere 2016). Así que los números musgosos comprendidos entre 1 y 2016 son 7.n donde n es 1, 6, 11, 16, 21, 26, ..., 281 ó 286, es decir, dos números musgosos en cada decena hasta la del 280 y son 29 decenas, así que en total hay $2 \cdot 29 = 58$ números musgosos.

c) Determina la cantidad de números trastolillos que están comprendidos entre 1 y 2016.

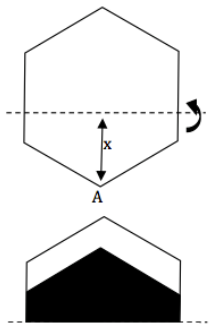
Entre 1 y 2016 hay 288 múltiplos de 7 (desde $7 \cdot 1 = 7$ hasta $7 \cdot 288 = 2016$), es decir, hay 288 números que cumplen la primera condición de las dos dadas en el enunciado.

Por otro lado, un número que al dividirlo entre 5 dé de resto 2, se puede escribir como $5c + 2$ (donde c representa el cociente de la división). De este tipo de números hay un total de 403 (desde $5 \cdot 0 + 2 = 2$ hasta $5 \cdot 402 + 2 = 2012$).

Como había 58 números musgosos (que cumplían simultáneamente ambas condiciones), habrá $288 + 403 - 58 - 58 = 575$ números que cumplen sólo una de las condiciones. Es decir, 575 es la cantidad de números trastolillos que están comprendidos entre 1 y 2016.

---

6. PASEANDO POR LA CIUDAD DE SANTANDER



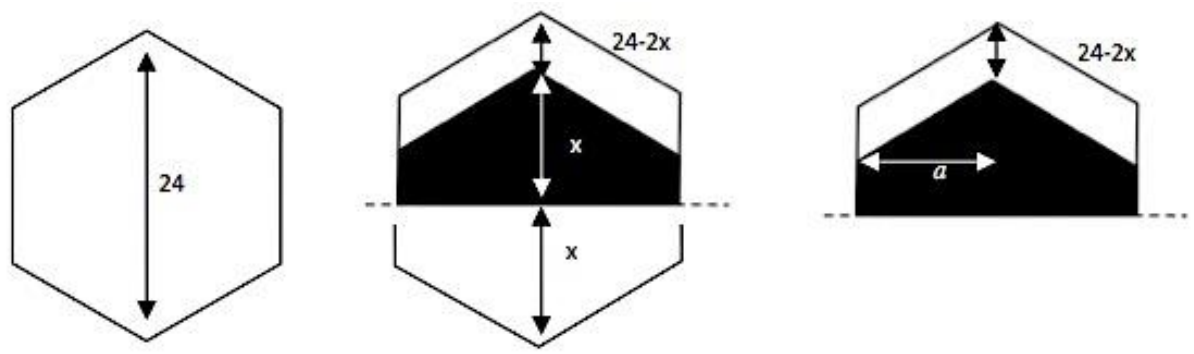
Halla la distancia x para que la parte blanca y la parte negra que queden a la vista tengan la misma área.

El área del hexágono completo es

$$\frac{1}{2}\, 6 \cdot 12 \cdot a$$

donde a es la apotema del hexágono. Para que la parte blanca y la negra tengan la misma área, el área de la parte blanca debe ser la tercera parte de la del hexágono, es decir, $12 \cdot a$.

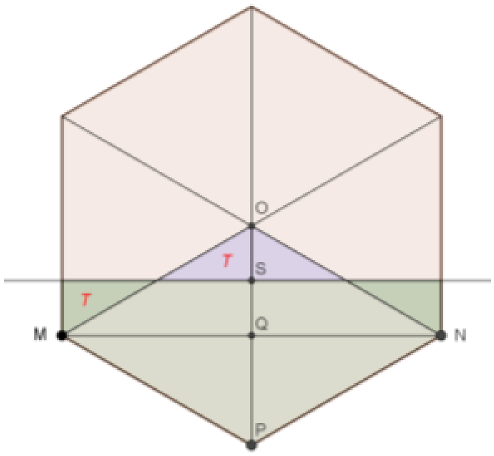
Calculemos el área de la zona blanca de la figura doblada:



Está formada por dos paralelogramos, ambos de base $24 - 2\mathrm{x}$ y altura la apotema del hexágono, así que su área es $2 \cdot (24 - 2\mathrm{x}) \cdot a$.

Se tiene entonces que $2 \cdot (24 - 2\mathrm{x}) = 12 \Longrightarrow 24 - 2\mathrm{x} = 6 \Longrightarrow \mathrm{x} = 9$ cm

Reproducimos también, por su elegancia y sencillez, la solución que proporcionó uno de los estudiantes:



1.- El trozo que doblamos (en verde) debe ser la tercera parte del área total.

2.- Como el área total tiene 6 triángulos, el área a doblar debe tener sólo dos triángulos.

3.- Eso se consigue partiendo por la mitad los segmentos OM y ON, puesto que los triángulos *T* son iguales y se compensan.

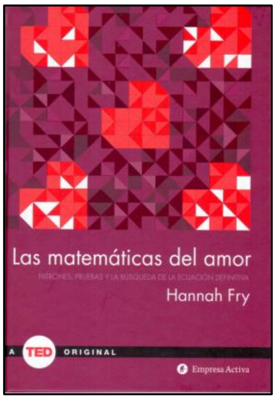
4.- Como consecuencia, el segmento OQ también queda dividido por el punto medio S.

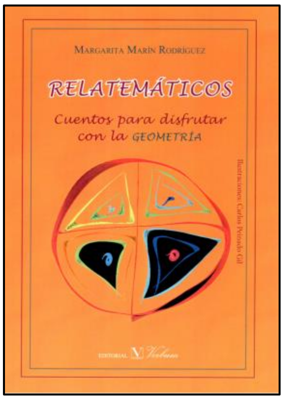
$$\overline{PQ} = 6 = \overline{OQ} \Rightarrow \overline{PS} = 6 + 3 = 9$$

MATERIALES DESTACADOS

Esta sección ofrece referencias de libros y materiales seleccionados de cuantos se han publicado o elaborado a lo largo de los años 2016 y 2017, además de otros que a nuestro criterio son merecedores de su inclusión en esta lista. La relación ha sido confeccionada pensando en el interés general de los lectores del Boletín. Es nuestro deseo que la selección de textos y materiales incluida, que cubre un amplio abanico de temas y, por tanto, de preferencias, sea de utilidad. Creemos, y ése ha sido el espíritu que hemos empleado al efectuar la recopilación de las obras expuestas, que cualquier lector encontrará algún texto o material desconocido para él y que lo conducirá hacia su lectura o juego. Con el objetivo de que sirva de orientación, siempre para cada libro se incluye algún fragmento o resumen de su contraportada.

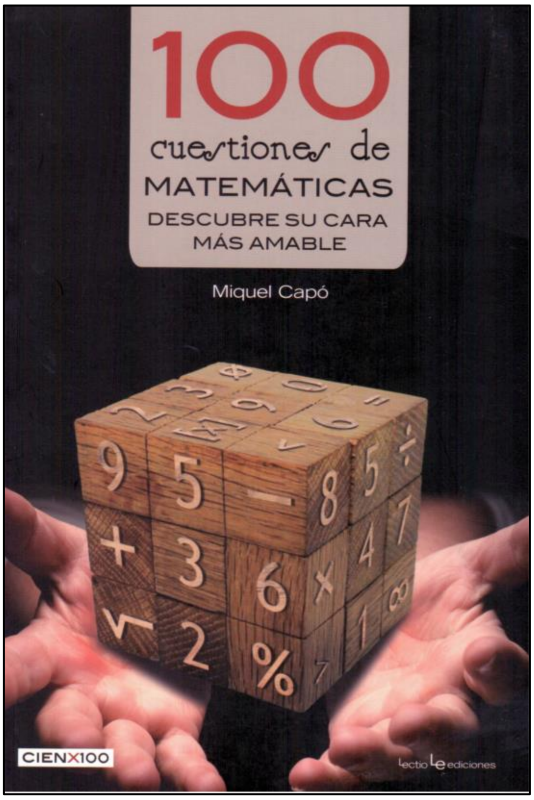
LIBROS



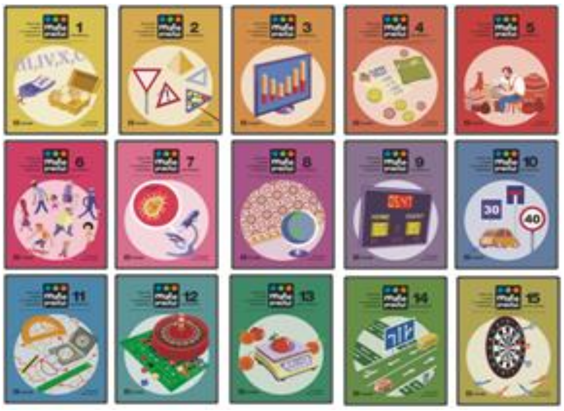


***Las matemáticas del amor. Patrones, pruebas y la búsqueda de la ecuación definitiva.* Hannah Fry. Colección TED Books. Empresa Activa. ISBN: 978-84-92921-35-5. 118 páginas.** Desde el número de parejas sexuales que tenemos durante nuestra vida a cómo elegimos a quién contestar en un sitio de citas, estos patrones cambian y evolucionan al igual que lo hace el amor. Son comportamientos que las matemáticas pueden analizar y describir. En definitiva, las matemáticas son el estudio de los patrones y sirven, por ejemplo, para prevenir el tiempo, el comportamiento de las partículas subatómicas, el movimiento de los planetas, el crecimiento de las ciudades. Todas estas son cuestiones complejas e igualmente difíciles de predecir. Aquí se ofrece una perspectiva diferente, utilizando las matemáticas como guía, sobre uno de los temas más tratados por la humanidad, el amor.

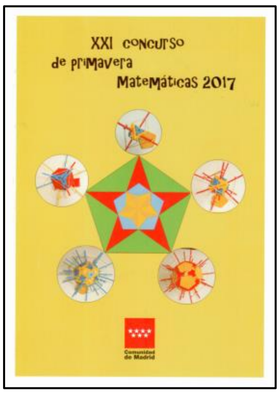
***Relatemáticos. Cuentos para disfrutar con la geometría.* Margarita Marín Rodríguez. Editorial Verbum. ISBN: 978-84-9074-307-2. 198 páginas.** Si te gustan los cuentos y eres una persona curiosa que te encanta observar el mundo, este libro está escrito para ti. Los protagonistas son niños y niñas como tú que solucionan los conflictos gracias a sus conocimientos matemáticos, porque en estos relatos las matemáticas tienen un papel muy importante. En estas páginas descubrirás el valor de saber lo que es la escala para comprar una caseta de tamaño adecuado a tu mascota, el significado del prisma y el lío que se organizó cuando Marcos pidió que estas figuras desaparecieran… También reunimos historias de amor y de reinas y princesas muy listas que, gracias a sus habilidades geométricas, consiguen resolver sus problemas. ¡Que lo disfrutes!



***100 cuestiones de matemáticas. Descubre su cara más amable.* Miquel Capó. Colección Cienx100 - 20. Ediciones Lectio. ISBN: 978-84-16012-42-8. 256 páginas.** ¿Qué es el número de oro? ¿Y los números amigos? ¿Cómo nos ayudan los números primos a comprar por Internet? ¿Podríamos vivir un día entero sin números? ¿Sabías que en la numeración de los billetes de euro puedes hallar su origen? ¿Hay más de un infinito? ¿Sabías que la palabra Google se relaciona con las matemáticas? ¿Cuántas veces tenemos que doblar una hoja para llegar a la Luna? ¿Cuál es la fórmula matemática más bella? ¿Quieres calcular a qué distancia está el horizonte? ¿Te gustan los problemas de ingenio? Estas son una muestra de las cuestiones que encontrarás en el libro. Podrás descubrir la cara más amable de las matemáticas y verás que son una ciencia antigua, interesante y útil.

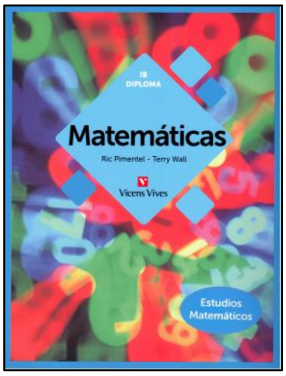


***Matepractic. Desarrolla y evalúa tu competencia matemática.* Ángel Alsina, Fernando García. Editorial Casals. 32 páginas cada cuaderno.** Este método ofrece 15 cuadernos, secuenciados por niveles (recomendados 3 por nivel, desde 1º de ESO hasta 1º de Bachillerato), para trabajar la matemática de forma globalizada a partir de contextos reales. El método contiene un programa de tareas que abarca todos los bloques temáticos y las habilidades matemáticas para desarrollar la competencia matemática. Cada actividad parte de una situación motivadora basada en un contexto personal, laboral o escolar, social o científico, con 5 tareas de dificultad creciente y con tablas de autoevaluación para conocer el grado de logro de los contenidos, las habilidades y la competencia matemática. Cada cuaderno tiene su correspondiente solucionario, extraíble a criterio del profesor.



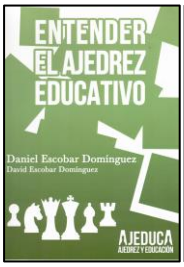
***XX Concurso de Primavera de Matemáticas 2016.* Asociación Matemática Concurso de Primavera. ISBN: 978-84-608-5881-2. 120 páginas.** En este libro están resueltos los problemas del XIX Concurso de Primavera de Matemáticas 2015. El texto también contiene los enunciados del XXXIII Concurso "Puig Adam" de Resolución de Problemas, del XV Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid, de la LII Olimpiada Matemática, Comunidad de Madrid, y de la XXI Olimpiada de Mayo.

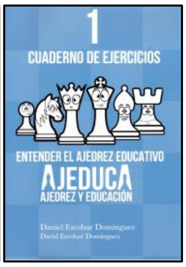
***XXI Concurso de Primavera de Matemáticas 2017.* Asociación Matemática Concurso de Primavera. ISBN: 978-84-608-5881-2. 120 páginas.** En este libro están resueltos los problemas del XX Concurso de Primavera de Matemáticas 2016. El texto también contiene los enunciados del XXXIV Concurso "Puig Adam" de Resolución de Problemas, del XVI Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid, de la LIII Olimpiada Matemática, Comunidad de Madrid, y de la XXII Olimpiada de Mayo.



***Cómo superar las matemáticas aplicadas a las ciencias sociales, 1º y 2º de Bachillerato. Problemas resueltos y propuestos con solución.* Xavier Rodríguez, Antonio Miró. Editorial Almon. ISBN: 978-84-95186-29-4. 384 páginas.** Esta obra pretende facilitar la comprensión de los principios fundamentales de matemáticas aplicados concretamente a los temas específicos de las ciencias sociales. En este aspecto creemos en la validez de este libro no sólo para superar las exigencias del programa, sino también como soporte y ampliación para aquellos alumnos que deseen mejorar su calificación académica personal, ya que ésa puede condicionar el acceso a los futuros estudios universitarios. El libro tiene vigencia a lo largo de los dos cursos académicos de bachillerato, de manera que se adapta a los programas oficiales de matemáticas de las distintas comunidades autónomas que tienen competencia en educación. Ello hace que sea funcional su utilización a lo largo de los dos cursos académicos. Esta obra pretende facilitar la comprensión de los principios fundamentales de Matemáticas aplicados concretamente a los temas del Bachillerato de Ciencias Sociales. El libro incluye completos resúmenes y 439 ejercicios, de los cuales 232 son problemas resueltos con el detalle de la resolución y 207 son problemas propuestos con su solución correspondiente, de manera que ésta pueda servir para comprobar la fiabilidad del aprendizaje.

Matemáticas. Diploma IB. **Ric Pimentel, Terry Wall. Editorial Vicens Vives. ISBN: 978-84-682-3547-9. 476 páginas.** Escrito especialmente para alumnos que cursan el programa del Diploma del Bachillerato Internacional (IB), este libro responde a los contenidos y requerimientos más actuales de la materia. Las unidades se presentan en el mismo orden que están expuestas en el currículo y abarcan extensamente todos los temas del curso de nivel estándar. Cada tema incluye, además, instrucciones detalladas de cómo usar la calculadora gráfica. El libro contiene multitud de ejercicios prácticos, todos ellos con soluciones, incluidas preguntas de exámenes del Bachillerato Internacional de convocatorias anteriores. Al final de cada unidad hay aplicaciones a las matemáticas, ideas para el proyecto de evaluación interna y múltiples referencias a la teoría del conocimiento.





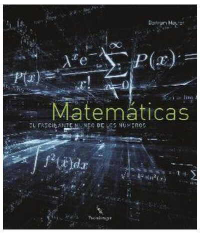
Entender el ajedrez educativo. **Daniel Escobar Domínguez, David Escobar Domínguez. AJEDUCA. Ajedrez y Educación. ISBN: 978-84-608-5024-3. 172 páginas.** Este libro está basado en la experiencia de Daniel Escobar, maestro de la Federación Internacional y director escolar de la Federación Española, que lleva más de 20 años dando clases de ajedrez en clubes e instituciones y más de 14 años dando clases de ajedrez como asignatura obligatoria. El objetivo principal del proyecto AJEDUCA es facilitar la enseñanza del ajedrez en el sistema educativo, independientemente de los conocimientos ajedrecísticos del docente, proporcionándole una metodología testada y adaptada a las diferentes edades y a distintos niveles, y dotándole de actividades cooperativas, interdisciplinares y de otros recursos. AJEDUCA también es ideal para todas aquellas personas que quieran aprender ajedrez de una forma amena y sencilla, con explicaciones, diagramas y consejos fáciles de entender.

Las transversalidades del ajedrez. Ajedrez educativo. **Joaquín Fernández Amigo. Educachess. Balàgium Editors. ISBN: 978-84-15184-52-2. 184 páginas.** La transversalidad aplicada desde el ajedrez en la escuela puede generar multitud de proyectos innovadores, útiles y motivadores para contribuir a una educación integral y adaptada al siglo XXI. El ajedrez es una gran herramienta pedagógica porque, como centro de interés, facilita el diseño de actividades transversales, y, como juego, fomenta el uso de la gamificación en el aula. En el libro se desglosa la relación del juego del ajedrez con cada una de las siguientes áreas de aprendizaje: matemáticas, lingüística, social, plástica, musical, dinámica y educación en valores. A partir de estas relaciones se presentan propuestas, ideas, recursos y un amplio abanico de sugerencias para que el profesorado genere, diseñe e implemente actividades transversales en las etapas educativas obligatorias (infantil, primaria y secundaria). Además, se fomenta la creatividad del profesorado y del alumnado. También los contenidos de este libro pueden ser utilizados en los centros educativos para el aprendizaje de las materias curriculares de una forma más amena y divertida.

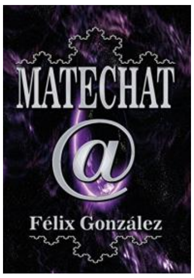
***Las matemáticas ocultas*. Robin Jamet, Alianza Editorial, 2017. ISBN: 978-84-9104-743-8. 184 páginas.** Dirigido al colectivo de aficionados a los pasatiempos y curiosidades matemáticos, en este libro Robin Jamet presenta de manera moderna y original algunos temas relacionados con el entorno y la vida cotidiana. "Las matemáticas ocultas" presenta un conjunto escogido de curiosidades unidas por el rasgo común de mantener una conexión más o menos obvia con el mundo que nos rodea. Con un planteamiento que aúna frescura, sorpresa y novedad, en él se pueden encontrar desde temas clásicos, como la teselación del plano, los grafos y los conejos de Fibonacci, entre otros, a aportaciones más nuevas, como el algoritmo "ruso" para multiplicar sin saberse las tablas, curiosidades geométricas vinculadas con la papiroflexia o exposiciones relacionadas con las curvas que nos llevan a aplicaciones en el mundo cotidiano, como son el tendido de

tuberías y cables, el diseño de neumáticos o el trazado de carreteras.

***Breve historia de las matemáticas*. Jacqueline Stedall. Alianza Editorial, 2017. ISBN: 978-84-9104-649-3.** Uno de los méritos más notables - aunque no el menor - de esta "Breve historia de las matemáticas" es su original planteamiento. Jacqueline Stedall deja de lado en ella el tradicional criterio cronológico y, habitualmente, eurocéntrico y masculino, para explorar una visión más inclusiva y compleja de este campo de conocimiento. Así, en su modelo «construido en torno a temas más que a periodos», la autora levanta una obra no por breve poco enjundiosa que incluye una cantidad insospechada de información y en la que logra trazar un relato global en el espacio y en el tiempo de las matemáticas como empresa humana colectiva, con un respeto escrupuloso y raro de ver por las tradiciones no europeas, así como por las mujeres.

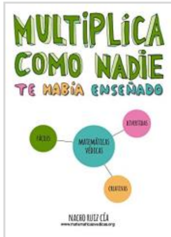


***Matemáticas: El fascinante mundo de los números*. Bertram Maurer. Editorial Fackelträger, 2016. ISBN: 9783771600334. 290 páginas.** Los que creen que las matemáticas no son más que una asignatura insulsa y aburrida, y que en todo caso solo pueden interesar a los profesores de instituto, con este libro cambiarán de parecer. Las matemáticas son fascinantes porque están presentes en todos los ámbitos de nuestra vida. El autor propone un apasionante y entretenido viaje por el mundo de los números, desde los inicios del álgebra en la Antigüedad hasta la teoría del caos de nuestros días. Desde Euclides, Pitágoras y Platón a Fibonacci, Newton, Gauss y Leibniz, presenta los descubrimientos y avances llevados a cabo por los matemáticos más destacados, no de una forma teórica y abstracta sino contextualizados en su época.



***MATECHAT*. Félix González. Print Replica, 2017 (Versión Kindle) ISBN: 9781541331082. 144 páginas.** La matemática siempre ha sido, ella misma, un problema para la mayoría de los estudiantes. En general desde la primaria hasta la secundaria, toda su educación básica, la matemática se enseña como una serie de reglas que se deben memorizar y luego aplicar en un sinnúmero de ejercicios. Esto genera una animadversión hacia ella, pues tiene al niño (o adolescente) repitiendo una y otra vez el procedimiento hasta el cansancio.

El objetivo principal de este libro es mostrar al estudiante que la resolución de problemas es un acto divertido y que el descubrimiento del conocimiento es más importante que la mecanización del mismo. Por tal motivo, se invita al lector a tratar de resolver cada problema por su cuenta y luego comparar sus razonamientos con los que se dan en el libro.



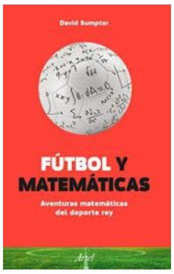
***Multiplica como nadie te había enseñado: Matemáticas Védicas; Simplemente increíbles, increíblemente simples*. Nacho Ruiz Cía Versión Kindle, 2017. 127 páginas.** Este libro es una aproximación al fascinante mundo de las Matemáticas Védicas, en concreto sobre algunos métodos para multiplicar.

Después de leerlo y practicar con los pasatiempos se es capaz de **multiplicar cualquier número mentalmente** y más rápido de lo que se tarda en sacar el móvil y abrir la calculadora. 65² en 2 segundos, **no olvidar nunca las tablas de multiplicar** y sin memorizar nada, 998x997 en menos de 3 segundos sin coger un lápiz, son algunas de las cosas que se podrán hacer. Y no se necesita ser un hacha en matemáticas para hacerlo, bastará con saber las tablas de multiplicar hasta la del 5.

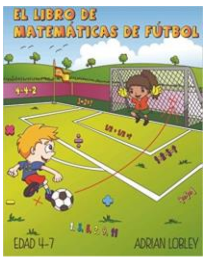
***Matemáticas para Bachillerato: Teoría de Juegos.* Félix Dieudonné. Print Replica, 2017. (Versión Kindle, ASIN: B075Z7S19Q)** El objetivo es acercar al estudiante a las teorías matemáticas no incluidas en el Bachillerato de una forma intuitiva. Los juegos se pueden encontrar por todas partes: desde la forma en que se comportan los gobiernos unos con otros; el comportamiento de las grandes tiendas, en donde se amenazan unas a otras bajando los precios para atraer clientes; o al pedir un aumento de sueldo; pues bien, cada paso que se da es un movimiento en un juego muy peligroso. El libro comienza estudiando varios ejemplos divertidos de juegos, buscando estrategias para ganarlos.

En el segundo y tercer capítulo se definen de modo formal los conceptos básicos en la teoría de Juegos y se dan varios ejemplos para entender cómo se obtienen algunas estrategias.

***Fútbol y matemáticas*. David Sumpter Editorial Ariel, 2016. ISBN 13: 9788434423848. 328 páginas.** Escuadra, parábola, triangulación. ¿De qué estamos hablando? La mayoría dirán que de fútbol. Pues bien, sí, pero también de matemáticas. Y es que se puede aprender mucho viendo un partido de tu equipo favorito. Para empezar, podemos aprender estadística. Apostando, o analizando los pases realizados de un jugador cualquiera. Podemos aprender geometría analizando las triangulaciones del Barça actual o del Ajax de los setenta. Los modelos matemáticos nos podrán ayudar a entender cómo funciona la cooperación sobre el césped o, gracias a los cánticos de la grada, saber cuál es la clave de un fenómeno tan en boga como el contagio social o, en términos más actuales, la viralización. Y nada mejor para entender los modelos probabilísticos que hacerlo a partir de los millones de microapuestas que se realizan a lo largo de cada minuto de un partido sobre los asuntos más descabellados. Este libro permite aprender matemáticas a partir del fútbol y disfrutar del juego desde una nueva perspectiva.



***El Libro de Matematicas de Futbol: Edad 4-7: Volume 1.* Adrian Lobley. CreateSpace Independent Publishing Platform ISBN: 1530022479. 34 páginas.** El libro de matemáticas de fútbol es para niños de 4 a 7 años de edad que sean aficionados al fútbol. Es una divertida manera para los niños de mejorar sus habilidades matemáticas y sus conocimientos de fútbol. Aprenderán acerca de las posiciones del los jugadores en el campo, las diferentes formaciones de los equipos, las competiciones coperas, las tandas de penaltis, los goles en propia meta, los tripletes y muchos más términos futbolísticos. Al mismo tiempo practicarán contando números, sumando, restando, dividiendo por la mitad, multiplicando por dos, mientras aprenden los números pares e impares.



***Sencillos pasos matemáticos para divertirse: Libro de ejercicios para el hogar. Tareas divertidas, actividades emocionantes e interesantes dibujos para niños de 6 a 8 años*. Anna Zubrytska. CreateSpace Indpendent Publishing Platform, 2017. ISBN 10: 1976075424 ISBN 13: 9781976075421. 72 páginas.** Este libro ayudará a los niños a sentirse seguros al momento de seguir los pasos de operaciones matemáticas como: suma, resta, multiplicación, división. Resolverá actividades sencillas, que le ayudarán a comprender cómo usar las matemáticas en la vida real. El libro se complementa con actividades divertidas e imágenes para colorear, que desarrollan la lógica y el ingenio. Además, el libro utiliza una fuente especial para niños con dislexia. Al final del libro hay un mensaje de felicitación para los que lo terminaron, esto será un gran estímulo para los niños y les inspirará a tomar los siguientes pasos en las matemáticas.

***El Club de los Empollones. El fantasma del profesor de matemáticas.* Brian Bones. Editorial Loqueleo, 2016, ISBN: 9788491221470. 160 páginas.** Ulises Fax siempre ha sido un alumno bastante normal, casi mediocre, pero las cosas cambian cuando ingresa en el internado Wallaby. Allí conoce a los miembros de El Club de los Empollones y juntos investigarán la misteriosa aparición de un fantasma.

***Los Elfos y las Matemáticas: Los Demonios Oscuros. Félix E. González.* Editorial: CreateSpace Independent Pub. Platform, 2016. ISBN 10: 1537016695; 164 páginas.** El Elfo Iluminado Mefedriel conoce en un viaje a la Tierra al matemático Rafael que le enseña matemáticas: geometrías no Euclidianas, Fractales, Grupos, Categorías, Juegos, Música, entre otros. El Elfo decide usar lo que aprendió en la creación de vida en un nuevo planeta. Sin embargo, los Elfos Oscuros sabotean su trabajo y las criaturas que creó se transforman en seres llenos de odio. Así, Mefedriel se ve envuelto en una aventura que supondrá la destrucción de todo el Universo.

***Los Elfos y las Matemáticas: El Ataque a Elindul. Félix E. González.* Editorial: CreateSpace Independent Publishing Platform, 2017. ISBN-10: 1544624832 ISBN-13: 978-1544624839. 208 páginas.** Continúa el relato de las aventuras del Elfo Iluminado Mefedriel y la guerra contra los Demonios. Se tratan tres teorías matemáticas: la Topolo-gía, la Teoría de Nudos y la Geometría Algebraica para el desarrollo de la historia de Mefedriel.

JUEGOS

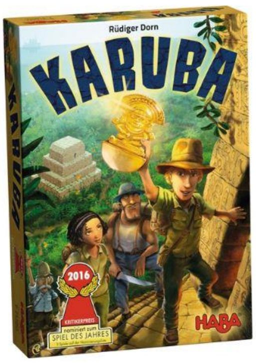
Código Secreto 13 + 4 es un peliagudo juego que fomenta el cálculo y la concentración.

Esta noche dará comienzo la misión secreta "Amón Ra". El equipo, compuesto por cuatro agentes secretos muy astutos, entrará a robar en el museo y descifrará los complicados códigos del dispositivo de seguridad gracias a cálculos muy precisos. Ya sea con sumas, con restas, con multiplicaciones o con divisiones, los números de los dados tienen que combinarse de manera que los resultados se correspondan con los números del código. ¿Quién será el primero en superar todas las barreras luminosas para atrapar la valiosa máscara de Amón Ra?

Cada juego incluye un tablero de juego, 4 agentes secretos, 15 fichas de números, 6 dados y un manual de instrucciones.

Más información en http://www.haba.es

Karuba ofrece una diversión muy variada con poder adictivo y nadie se aburrirá porque todo el mundo juega al mismo tiempo. *Karuba* es una fascinante aventura para 2 a 4 cazadores de tesoros a partir de 8 años.



¡Por fin! Tras un largo viaje en bote, los cazadores de tesoros han alcanzado la isla Karuba y pueden hacerse a la búsqueda de los tesoros escondidos. ¿Quién guiará con más inteligencia a su equipo de aventureros a través de la jungla, prestará atención al resto de jugadores y estará atento al oro y los cristales del camino? Lo más importante de todo es ¡emprender la marcha a tiempo!, pues los primeros se aseguran los preciados tesoros de los templos.

Cada juego incluye 4 islas, 64 cristales, 16 pepitas de oro, 16 tesoros de templo, 16 aventureros, 16 templos, 144 fichas jungla y un manual de instrucciones.

Más información en http://www.haba.es

Ocachess nace por la necesidad de buscar recursos educativos eficaces para la enseñanza del ajedrez a los más pequeños. *Ocachess* fusiona el popular, sencillo y divertido juego de mesa que es la oca, con el rey de los juegos, el milenario ajedrez. El niño obtiene mediante el juego una serie de beneficios psicológicos indiscutibles; entre otros:

- estimula la atención, la concentración, la memoria, el razonamiento, la creatividad, la toma de decisiones, la reflexión y la aceptación de las normas en grupo
- desarrolla la sociabilidad, sus habilidades y el control de sus emociones

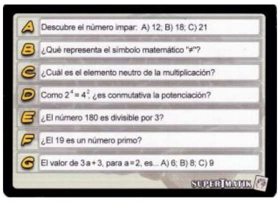
Ocachess transporta los beneficios educacionales y psicológicos del ajedrez a un nuevo escenario, un nuevo juego, con la diversión nutriendo al aprendizaje.

Con *Ocachess* se aprenden, de manera divertida, conceptos básicos y también avanzados de ajedrez, y se resuelven retos matemáticos relacionados con el ajedrez, adquiriendo destreza en cuestiones lógico-matemáticas.

Cada juego incluye un tablero de 40 x 40 cm con ilustraciones, una pizarra, un rotulador, un reloj de arena, cuatro fichas, un dado, 84 tarjetas con 160 preguntas y 160 retos matemáticos, y un manual de instrucciones.

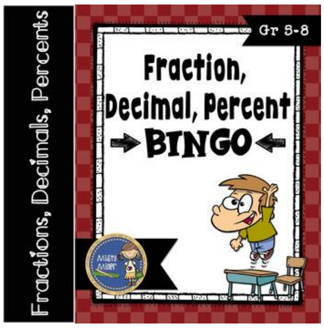
Más información en http://ocachess.com

***SuperTmatik Quiz Matemáticas*. Eudactica. Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC).** Este juego de cartas fomenta la adquisición, la ampliación y la consolidación de una amplia gama de conocimientos matemáticos (fracciones, números romanos, geometría, símbolos y lenguaje matemático, problemas y mucho más). Cada juego incluye 54 cartas, con 378 cuestiones y sus respectivas respuestas, y tiene 4 niveles de dificultad.



Para proclamarse ganador del juego debe completarse la palabra “superT”. La forma de conseguir cada una de sus letras está detallada en las instrucciones. ¡Ánimo, aplícate y sé el primero en reunirlas!

Más información en http://www.eudactica.com



Fractions, Decimals, Percents BINGO. Jugar al bingo tradicional ayuda a los niños a practicar el reconocimiento de números de uno y dos dígitos. Esta versión va más allá. Los jugadores prueban sus habilidades matemáticas de orden superior y de pensamiento flexible.

Así es cómo se juega: La persona que es el “anunciador” del bingo muestra una carta que tiene una fracción, un decimal o un porcentaje. Los jugadores pueden marcar cualquier versión de esa cantidad. Por lo que si la carta dice 1/3, también pueden marcar .33 o un gráfico circular dividido en seis partes al que le falte dos pedazos.

Más información en:
https://www.understood.org/es-mx/school-learning/learning-at-home/games-skillbuilders/7-board-games-to-help-younger-kids-build-math-skills#slide-7

Abacolor y ***Ábaco suma y resta***. Un método conocido para aprender a realizar operaciones matemáticas de forma sencilla. Ábaco fabricado en madera, colores llamativos y dos tableros intercambiables, para realizar sumas, restas y asociación de color. Para utilizar en los tableros la suma y resta, los niños pueden resolver cada operación alineando el número correcto de cuentas. Perfecto para animar a los más pequeños a descubrir sus habilidades matemáticas, ayuda al reconocimiento de patrones y colores y desarrolla la coordinación mano-ojo y la motricidad. Favorece el desarrollo de la atención y el razonamiento lógico. Aprende a efectuar desde operaciones aritméticas sencillas como sumas, restas y multiplicaciones, a las más complejas.

Súper Espía de las Mates. Misiones secretas, decodificadores... ¡Y un montón de cálculos! En éste trepidante juego, cada jugador es un espía que debe ser el más rápido resolviendo su misión. Utilizar las gafas decodificadoras y recoger las huellas dactilares numeradas, resolver con las cartas la propia ecuación y utilizar el dado para descubrir la operación exacta que se debe aplicar. ¡Rápido!

Cada jugada es completamente diferente según las cartas. Fabricado de forma ecológicamente responsable, fomenta la resolución de problemas y la rapidez mental. Incluye 100 tarjetas de misiones, 27 huellas dactilares numeradas, 1 troquel de madera y 4 vasos decodificadores. Para 2-4 jugadores.

Geoform ¡Un juego al estilo del clásico tangram! Un práctico maletín de 42 piezas magnéticas hechas en madera, para que los más pequeños puedan combinarlas y hacer un montón de siluetas en dos dimensiones. Los niños se divierten desarrollando la destreza espacial y resolviendo las figuras que les propone cada carta.

Más información de estos juegos infantiles: http://www.dideco.es/producto/abaco-suma-y-resta/

Juegos IQ: IQ ***Splash, IQ Fit, IQ Puzzle, IQ Twits.*** Son juegos de lógica, individuales y en formato viaje. Partiendo de una posición inicial de una serie de piezas irregulares, hay que conseguir combinar el resto para encajarlas en la figura adecuada (hay juegos de 2 y de 3 dimensiones). Cada juego posee al menos 100 combinaciones diferentes, secuenciadas por niveles. (IQ Splash tiene fichas que deben colocarse como las tarjetas indiquen; IQ Fit cuenta con piezas tridimensionales para realizar diferentes formas; IQ Puzzle tiene opciones bi- y tri- dimensionales (en rectángulo o en pirámide); mientras que IQ Twist juega con giros, huecos y topes…).

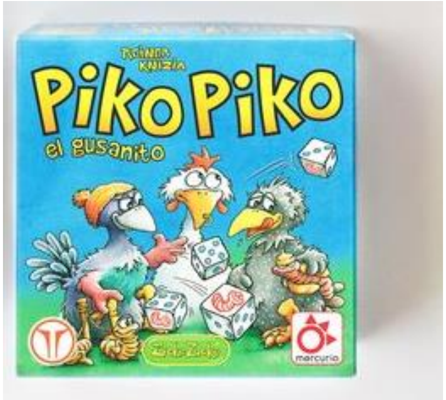
Más información:
http://www.smartgames.eu/es/smartgames/

Alto Voltaje es un juego de cartas muy divertido ideal para trabajar el cálculo mental e iniciar a los peques en los números negativos. Las cartas disponen de un número en grande y en la parte central tenemos la posibilidad de sumar o restar el número que tenemos en pequeño.

.
Repartimos todas las cartas a los jugadores, las dejan en un montón delante de ellos y cogen 4 en la mano. En la parte central colocamos una carta que será la que nos diga cuál tirar.

Si, por ejemplo, en la mesa tenemos un 5 y en el círculo pequeño tenemos un ±2 significa que podemos tirar un 7 o un 3. Así estaremos practicando el cálculo mental tanto en pequeñas sumas como en restas.
En el caso de subir de 10 o bajar de 1, estos dos números es como si estuviesen conectados: Cuando la suma de los números sobrepase el 10 se empezará a contar desde el 1. Por ejemplo, si sale la carta 9±3, en la resta podríamos jugar un 6, pero en la suma, como es superior a 10, (en este caso 12) las dos unidades que sobrepasan al 10 corresponderían con un 2. Por tanto deberíamos jugar un 2. Lo mismo ocurre cuando el número que nos sale es inferior a 0, es decir un número negativo. Por ejemplo, si no sale la carta 2±3, en la suma jugaríamos un 5, pero en la resta nos da un -1, por lo que deberemos jugar un 9, ya que es el resultado de restar 1 al mayor número que es el 10.

Piko Piko *(+ Extensión)*. Es ideal para practicar el cálculo mental pero también para planificación de estrategias: Tenemos varias fichas con números del 21 al 36 y en cada ficha, cada número contiene cierto número de gusanitos. Ganará el jugador que tenga más gusanitos al final de la partida.



Para ganar fichas lo que haremos será tirar todos los dados. Cuando tiramos separamos todos los lados de un valor y nos quedamos con el grupo de dados que más nos convenga. Con los dados restantes podemos seguir tirando y quedándonos con los dados de un sólo valor que elijamos (siempre que no sean del mismo valor de los que ya hayamos guardado antes). El jugador decide cuando acabar de tirar los dados y entonces cuenta el valor de todos los dados conseguidos y coge la ficha correspondiente que guarda en su montón de fichas ganadas.

Las fichas que ganamos las iremos colocando una encima de la otra. Si en el turno de otro jugador alguien saca el valor de la última ficha que tiene otro jugador se la podrán robar. Podremos seguir tirando los dados hasta que decidamos parar o hasta que hagamos una tirada fallida. Las tiradas fallidas se dan cuando no podamos coger ningún dado más debido a que ya habíamos guardado dados con ese mismo valor, porque la suma de los valores no es suficientemente alta o porque no hayamos podido sacar ningún gusano. En este caso devolveremos una de nuestras fichas ganadas y le daremos la vuelta a la ficha de más valor de la mesa.

Math Dice Jr es un juego de dados que nos servirá para practicar operaciones matemáticas como la suma, resta, multiplicación y división, pero se puede adaptar cuando los niños todavía no saben multiplicar ni dividir utilizándolo solo con la suma y resta. Su formato es ideal para llevarlo en el bolso ya que ocupa poquísimo espacio y viene con una bolsita de tela. Incluye un tablero de tela, dados y contadores de cartón.

Para jugar tiramos el dado de doce caras, con los valores que nos salgan de los demás dados de colores tendremos que encontrar la forma de conseguir el valor del dado blanco haciendo diferentes operaciones. En el tablero avanzaremos tantas casillas como dados hemos utilizado para sacar el valor, así que hay que pensar bien que combinación de operaciones se quiere utilizar.

Math Dice Chase es un juego de dados para repasar las multiplicaciones con varios niños. Muy similar a la patata caliente, los niños se ponen en círculo y se da una pareja de dados de cada color a dos niños que estén en posición opuesta. Cuanto más rápido mejor, se tiran los dados y cada niño dice en voz alta la multiplicación de los dos dados y el resultado. Si es correcto pasa los dados al jugador de su izquierda. De esta forma los dados van corriendo por el círculo de niños, pero si llegan las dos parejas de dados a una misma persona, habrá que salir fuera del círculo. Gana el último que quede.

Información de estos juegos:
http://www.creciendoconmontessori.com/2017/08/8-juegos-de-mesa-para-aprender-matematicas-sorteo.html

¿ES JUSTO EL SORTEO PARA TRIBUNAL DE OPOSICIONES?

Luis Ruiz Granda [1]

IES "Manuel Gutiérrez Aragón"

julio 2016

Resumen

La designación de los componentes de los tribunales que han de juzgar el concurso-oposición para ingreso en el Cuerpo de Profesores de Educación Secundaria se realiza mediante sorteo. Se somete a consideración si el método utilizado en la convocatoria de este año en Cantabria es equiprobable, es decir, justo. Después de un análisis del sistema llevado a cabo, concluimos que, si bien se mejora respecto a otras convocatorias, aún dista mucho de serlo: hay diferencias de probabilidad muy grandes, hay personas que tienen más del cuádruple de probabilidad de ser elegidas que otras. Se concluye proponiendo sistemas alternativos que garantizarían la equiprobabilidad.

1 Procedimiento Administrativo

1.1 Legislación

El 29 de febrero de 2016, se publica en el Boletín Oficial de Cantabria (BOC) el Decreto 8/2016 por el que se aprueba la Oferta de Empleo Público para este año correspondiente a Cuerpos Docentes [1].

En este decreto se dice que esta convocatoria se llevará a cabo de conformidad con lo establecido en el Real Decreto 276/2007, de 23 de febrero (Boletín Oficial del Estado del 2 de marzo) [2].

A su vez, en este Real Decreto, en el punto 7 del artículo 7, que trata sobre la composición de los órganos de selección, es decir, los tribunales, se recoge que:

> *"La designación de los presidentes de los tribunales se realizará libremente por el órgano convocante. Los demás miembros serán designados por sorteo...".*

También se especifica (en el punto 2) que estarán formados por un número impar de miembros, no inferior a cinco.

El 15 de marzo se publica en el BOC la orden que establece las bases del proceso selectivo (ECD/17/2016) para nuestra Comunidad [3].

Aquí encontramos que los Tribunales estarán integrados por un Presidente, designado directamente por la Consejería y cuatro Vocales que serán designados por sorteo público (punto 5.2.2 Componentes de los tribunales).

También se especifica que los vocales deberán ser funcionarios de carrera en situación de servicio activo de los cuerpos docentes y de la especialidad correspondiente, y pertenecerán todos a Cuerpos de igual o superior grupo de clasificación que el que corresponda al Cuerpo al que optan los aspirantes.

1.2 El sorteo

1.2.1 Procedimiento

"Este se realizará asignando un número a cada uno de los funcionarios de carrera de la especialidad que cuente con un mayor número de funcionarios de este tipo, de entre las convocadas, efectuándose a continuación un sorteo aleatorio para elegir el número a partir del cual y por orden ascendente (de la A a la Z), se nombrará a todos los vocales titulares de cada especialidad, seguidos de los suplentes. *El mismo apellido resultante del sorteo se aplicará a la designación de vocales de los otros cuerpos y especialidades convocadas*"[2].

1.2.2 Realización

Seguido se recoge que la Consejería publicará el día y la hora en que se celebrará el sorteo, así como los listados de los funcionarios que entran a formar parte de él por especialidades.

El 8 de abril se anuncia [4] que el sorteo se celebrará el 11 de abril a 12:00 horas. Los listados [5] sobre los que se efectuará el sorteo

[1] luis@ruizgranda.es

[2] El énfasis es mío

fueron publicados ese mismo día, en la página web de la Consejería.

1.2.3 Resultado

Efectivamente y según consta en la Diligencia [6] realizada, ese día se celebró el sorteo: el número obtenido fue el 026.

La especialidad que cuenta con mayor número de funcionarios de entre las convocadas es la de Inglés, con 192 (le siguen Matemáticas con 178, Lengua Castellana y Literatura 174, Geografía e Historia 144, Orientación Educativa 125, Biología y Geología 93, Tecnología 90 y Física y Química 67).

Vemos que el número 26 de la lista de Inglés le corresponde a BRUGERA CARBO, M. Luisa (como consta en la Diligencia). Como también se detalla en la Diligencia, a partir de este apellido y por orden ascendente (de la A a la Z) correlativo, se nombrará a todos los vocales titulares de cada especialidad, seguidos de los suplentes.

Por último, en la Resolución de 13 de mayo (BOC del 20) se publican oficialmente los nombramientos de los tribunales [7] para cada especialidad[3].

2 Análisis del sistema de sorteo

2.1 Definición

La primera pregunta a la que se debe responder es: ¿es justo el sorteo? Evidentemente la respuesta a esta pregunta pasa por definir lo que es un sorteo justo. Y siguiendo con la evidencia, se puede responder que

> *Un sorteo justo será aquel en el que todos los participantes tengan las mismas oportunidades de ser elegidos.*

En el caso que nos ocupa se entiende que para cada especialidad. Es decir, para cada especialidad, todos deberíamos tener la misma probabilidad de salir, se debe exigir *equiprobabilidad*.

2.2 Vocales titulares por especialidades

Para simplificar, vamos a centrarnos solo en la elección de vocales titulares, no tendremos en cuenta los suplentes; tampoco hay que considerar a los presidentes ya que estos son elegidos discrecionalmente. Por lo tanto, hay que seleccionar (según el número de tribunales a formar, ver [7]) a 16 de Inglés, 20 de Lengua, 28 de Geografía e Historia, 20 de Matemáticas, 16 de Física y Química, 20 de Biología y Geología, 16 de Orientación y 20 de Tecnología.

2.3 Dos métodos distintos

2.3.1 Para Inglés

Lo primero que se observa es la diferencia de método para la elección de los vocales de los tribunales de Inglés frente al resto. En efecto, para Inglés se numera a cada funcionario y se elige uno al azar y, a partir de este, en orden ascendente se seleccionan 15 más hasta completar los cuatro tribunales. Suponiendo que esto se realiza correctamente (no siempre es así, véase, por ejemplo, “El caso del sorteo injusto” [8]), está claro que este método es justo ya que todos los participantes de la lista de Inglés tienen la misma probabilidad de ser elegidos: por ejemplo, BRUGUERA CARBO saldrá elegida si sale directamente el número 26 (como salió) pero también si sale el 25, el 24, 23, 22, ... ,13, 12 hasta el 11 incluido, ya que se eligen 16 en orden ascendente, es decir, es como si tuviera 16 papeletas para el sorteo. Todos los demás compañeros de la lista de Inglés están en la misma situación (se entiende que si la lista se acaba, se empieza a contar por el principio).

Por lo tanto:

> *La elección de vocales para la especialidad de Inglés se puede considerar equiprobable = justa.*

2.3.2 Para las demás especialidades

Para las demás listas ya no se sigue el mismo método. Ya no se saca un número al azar, ahora se aprovechan los apellidos salidos en Inglés y, para cada especialidad, se mira a ver quién es la persona que tiene los apellidos inmediatamente seguidos (a BRUGUERA CARBO, en este caso), a partir de aquí se toman los necesarios hasta completar los tribunales. Así, por ejemplo, para la lista de Matemáticas nos daría CADELO HUMARA y a partir de aquí los 19 seguidos hacia adelante.

---

[3] Posteriormente, se publicó (Resolución de 8 de junio) la composición DEFINITIVA después del proceso de abstención y recusación pertinente, pero esto es indiferente para nuestro propósito

Ahora bien, ¿cuál es, entonces, la probabilidad de ser seleccionado para cada participante por especialidad?

2.4 ¿Cuál es mi probabilidad?

Para concretar, y que sirva de ejemplo: ¿cuál es la probabilidad de que yo sea vocal de tribunal de Matemáticas?

En la lista de Matemáticas, mis apellidos, RUIZ GRANDA, ocupan el número 146. Así, y esto es igual que con la lista de Inglés, resultaré seleccionado si soy el inmediatamente siguiente al que ha salido de Inglés. También resultaré elegido si el inmediatamente siguiente al que ha salido de Inglés resulta ser el anterior a mí, es decir, el número 145 de la lista de matemáticas, lo mismo ocurre con el número 144, igualmente con el 143, 142, 141, ... y así hasta el 127. Si sale el 126 ya no llega la cuenta de 20 hasta mí, me "libro". Por arriba tampoco seré seleccionado si los apellidos de la persona que ha salido de Inglés están por delante (en orden ascendente) de los míos, es decir, del 147 en adelante. Por tanto, tengo una 'horquilla' de 20 números a mi favor *en la lista de matemáticas* ya que hay que formar 5 tribunales (recordemos que para Inglés eran 4 tribunales = 16 vocales).

2.4.1 Primera respuesta

Podríamos pensar que, de modo semejante a la lista de Inglés, nuestra probabilidad es

$$\mathrm{P(RuizGranda)} = \frac{20}{178}$$

Dos observaciones:

- Como se ve, efectivamente no es la misma que para los compañeros de Inglés. Correcto, pero este no es el problema. Está claro que para cada especialidad tenemos unas condiciones iniciales que pueden ser distintas (número de integrantes y número de vocales a elegir) con lo que las cantidades que entran a formar parte de la proporción que nos daría la probabilidad pueden ser distintas. Ya hemos apuntado que lo que habría que garantizar es la equiprobabilidad dentro de cada especialidad y aquí, según lo anterior, parece que sí se cumple: todos tenemos la misma probabilidad de ser elegidos ya que todos tenemos ese intervalo de 20 números a nuestro favor, todos tenemos 20 papeletas para que nos toque la rifa.

- Lo anterior es incorrecto. Sería correcto si se siguiera el método de Inglés, es decir, sacar de forma aleatoria un número, ahora entre el 1 y el 178, y a partir de él contar 19 consecutivamente para tomar el resto de vocales. Pero esto no se ha hecho así y aquí está la gran diferencia: *la elección de los vocales de la lista de Matemáticas está ligada a la distribución alfabética de los apellidos de los componentes de la lista de Inglés y esta distribución aunque aleatoria no es equiprobable*.

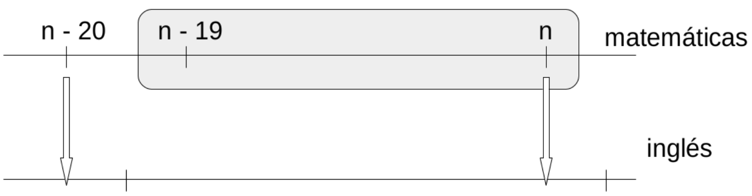
Y un inciso antes de seguir:

Que la distribución por apellidos no es equiprobable es evidente, todos sabemos que hay apellidos más habituales que otros (ver enlace del INE [9]). Es por esto que no deja de ser asombroso el empecinamiento de la Administración en utilizarlos para dirimir empates y situaciones diversas que pueden ser de especial transcendencia: plazas escolares, viviendas de protección oficial,... incluso para ¡la provisión de puestos de trabajo! (véase el artículo que lleva el elocuente título de "¿Por qué es más fácil obtener plaza en un sorteo si te apellidas Martínez?" [10] o el de Clara Grima [11]). Esto sí que son matemáticas de la vida real. O más bien todo lo contrario, como dice Clara Grima, estamos ante un claro ejemplo de "anumerismo" [12]. Como profesores de matemáticas, ¡cuánto nos queda por hacer!

2.4.2 Segunda respuesta

Para calcular correctamente la probabilidad de alguien de la lista de Matemáticas, tengamos en cuenta el esquema de la figura 1.

Figura 1: Esquema del cálculo de la probabilidad



$$probabilidad(n) = \frac{s-i}{192}$$

Supongamos que en la lista de matemáticas tenemos asignado el número *n*. Como hemos señalado antes, seré vocal si se empieza a contar desde *n*−19 (incluido) hasta mi propio número *n*.

Ahora bien, el *n*−19 saldrá elegido si los apellidos del *n*−20 son los inmediatamente inferiores a los de la persona de la lista de Inglés que haya salido mediante el sorteo numérico. Llamemos *i* a este límite *inferior*. Es decir, la persona *i* (de Inglés) tiene por apellidos los inmediatamente superiores a los de *n*−20 de Matemáticas. Este es el número más pequeño que tiene que salir en el sorteo numérico de Inglés para que la persona que ocupa el número *n* de la lista de Matemáticas pueda ser elegida vocal.

Por la parte superior es similar. Si el número que sale del sorteo numérico de Inglés nos da unos apellidos por encima de los apellidos de *n* de Matemáticas, entonces no será elegido como vocal. Llamemos *s* a este límite *superior*, es decir, al número más pequeño a partir del cual ya no podrá ser elegido vocal.

El intervalo numérico favorable para *n* de ser vocal es, por lo tanto, el número de personas *de la lista de Inglés* que están entre *i* y *s*, es decir, *s*−*i*.

Estas son las papeletas que tenemos para el sorteo. Por tanto, la probabilidad para *n* es

$$\mathrm{P(n)} = \frac{\mathrm{s-i}}{192}$$

Notemos cómo la probabilidad depende de la distribución de los apellidos de las personas de la lista de Inglés.

Volvamos a nuestro caso concreto:

1. Mis apellidos, RUIZ GRANDA, me dan el número 146
2. Si cuento 19 hacia atrás obtengo 127 que corresponde a PÉREZ FERNÁNDEZ. El anterior es el 126, PAYO PILA
3. Vamos a la lista de Inglés. El apellido inmediatamente superior a PAYO PILA es PENA RODRÍGUEZ que tiene por número el 137, este es el límite inferior *i*
4. Por arriba, el apellido inmediatamente superior a RUIZ GRANDA es RUIZ SANZO que nos da el límite superior *s*=158

Mi probabilidad, por tanto, de ser elegido vocal es

$$\mathrm{P(RuizGranda)} = \frac{158-137}{192} = \frac{21}{192} = 0{,}109375$$

es decir, casi un 11%.

3 ¿Es justo el sorteo?

Ya tenemos el algoritmo para calcular la probabilidad de ser elegido vocal, ahora podremos contestar a la pregunta inicial: ¿es justo el sorteo?

3.1 Dos casos muy distintos (el triple de distintos)

Veamos dos casos: FERNÁNDEZ CUEVAS y GÓMEZ PÉREZ (Sara Inés).

1. El primero tiene el número 42
2. Le restamos 20, obtenemos 22 que corresponde con BRINGAS PÉREZ
3. Vamos a la lista de Inglés. Los apellidos inmediatamente superiores a BRINGAS PÉREZ son BRUGUERA CARBO que nos da el número 26 (¡justo el que salió realmente!)
4. Los inmediatamente superiores a FERNÁNDEZ CUEVAS son FERNÁNDEZ FERNÁNDEZ que tienen el número 59

Por tanto,

$$\mathrm{P(FernándezCuevas)} = \frac{59-26}{192} = \frac{33}{192} = 0{,}171875$$

Un poco más del 17%. Bastante más alta que la mía, casi un 60% más.

1. El segundo, GÓMEZ PÉREZ, SARA INÉS, tiene el número 69
2. Le restamos 20, tenemos el 49, FORTUNY AYUSO
3. Volvemos a la lista de Inglés. Los apellidos inmediatamente superiores FORTUNY son GARCÍA CELAA que nos da el límite inferior 64
4. Los apellidos inmediatamente superiores a GÓMEZ PÉREZ, SARA INÉS son GÓMEZ PÉREZ, SEILA que nos da como límite superior el 75

Por tanto,

$$\mathrm{P(GómezPérez, SaraInés)} = \frac{75-64}{192} = \frac{11}{192} \simeq 0{,}05729$$

Casi un 50% menos que mi probabilidad.

A la vista de estos datos está claro que

> *no es un sorteo justo, vemos que hay participantes que tienen hasta el triple de posibilidades que otros*.

3.2 Programación del algoritmo

El algoritmo anterior se puede programar y calcular las probabilidades para todos los componentes no solo de la lista de Matemáticas sino también para las demás. Como es previsible, para ninguna especialidad que no sea la de Inglés se cumple la equiprobabilidad.

Una implementación concreta de este algoritmo[4] se ha llevado a cabo mediante un script programado en Python (python.org). Los listados con los apellidos de las especialidades tienen que estar en modo texto y ordenados alfabéticamente, uno por línea [5].

3.3 Tratamiento estadístico

Este programa vuelca los resultados en un fichero lo cual nos permite realizar un tratamiento estadístico con software específico: por ejemplo con R (R-project.org)[13].

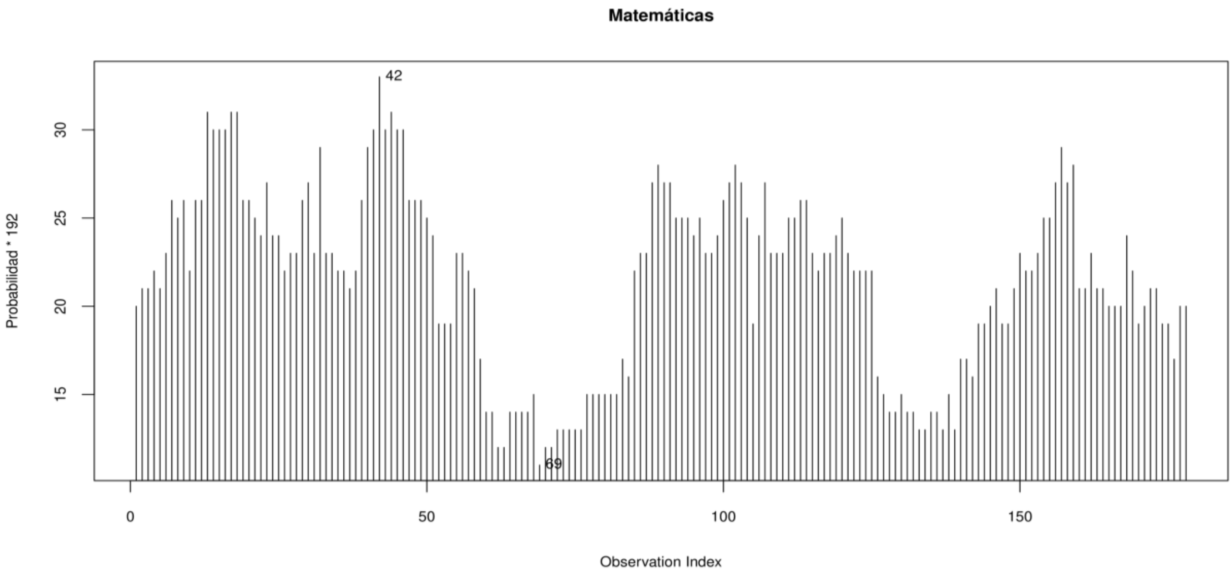
Los resultados estadísticos para las distintas especialidades son los siguientes:

	Total	$\overline{x}$	σ	mín.	MÁX.	M/m
Lengua Castellana y Literatura	174	22,06897	4,87839	12	33	2,75
Geografía e Historia	144	37,33333	8,5624	22	56	2,55
Matemáticas	178	21,57303	5,125295	11	33	3
Física y Química	67	45,85075	12,19694	22	69	3,14
Biología y Geología	93	41.19355	9.047289	18	60	3,33
Orientación Educativa	125	24,576	6,461129	9	40	4,44
Tecnología	90	42,66667	7,62462	29	59	2,03

En todas las especialidades se corroboran las diferencias. El caso más extremo es en la especialidad de Orientación Educativa donde *hay personas que tienen casi cuatro veces y media más probabilidad que otras*.

Pero, como siempre, una imagen vale más que mil palabras. Representemos el diagrama que nos da la probabilidad para cada persona de cada especialidad. Si hubiera equiprobabilidad, todas las líneas tendrían la misma altura, obtendríamos una distribución constante, plana. Sin embargo, lo que se obtiene es bien distinto. Por ejemplo, para Matemáticas está recogido en la figura 2.

Figura 2: Distribución de probabilidades



[4] Se puede encontrar en la dirección web pastebin.com/zii6dvnZ

[5] Solo se han considerado los apellidos, no se han tenido en cuenta los nombres de pila. Quien quiera una copia puede mandarme un correo solicitándolos

Queda contundentemente claro que, de equiprobabilidad, nada. Precisamente aparecen señalizados los dos casos extremos vistos antes, el 42 y el 69.

Pero también se observan claramente zonas con déficit de probabilidad frente a otras con sobreabundancia.

El primer, y más pronunciado, "valle" en torno al 69 corresponde a los apellidos que van desde 60-GARCÍA SÁEZ hasta el 76-GONZÁLEZ PIEDRA, para el segundo podemos tomar el que va desde 128-PÉREZ MIGUEL hasta 139-RÍO LLOREDA.

Respecto a los "picos" de probabilidad vemos también que claramente sobresalen dos por encima de todos: el que va desde 13-BARÓN CALDERA hasta el 18-BLANCO GARAIZABAL y el que está entorno al 42, es decir, desde el 40-ECHEZARRETA MARTÍNEZ hasta el 46-FERNÁNDEZ GUTIÉRREZ.

4 ¿Por qué ocurre esto? Un esbozo de explicación

La forma del gráfico obtenido es consecuencia de las distintas distribuciones de los apellidos de las dos listas. Por tanto, vamos a comparar la distribución de apellidos entre ellas.

Como primera aproximación vamos a fijarnos solo en la inicial del primer apellido, es decir, vamos a ver cuántos apellidos de cada lista empiezan por A, cuántos por B, etc.

Esto se puede obtener haciendo el recuento "a mano", ya que no es un número excesivo y además ya están ordenados; o bien, otra vez por medio de un pequeño script.

	ING	MAT	dif		ING	MAT	dif		ING	MAT	dif
A	20	12	8	J	2	1	1	S	16	16	0
B	7	10	-3	K	0	0	0	T	6	4	2
C	18	13	5	L	8	10	-2	U	1	3	-2
D	8	4	4	M	21	19	2	V	6	5	1
E	4	2	2	N	3	3	0	W	0	0	0
F	6	9	-3	O	4	3	1	X	0	0	0
G	21	31	-10	P	6	12	-6	Y	0	0	0
H	6	3	3	Q	1	0	1	Z	3	2	1
I	7	2	5	R	18	14	4	-	-	-	-

De cualquier forma, la comparativa que se obtiene se puede representar por medio de la figura 3.

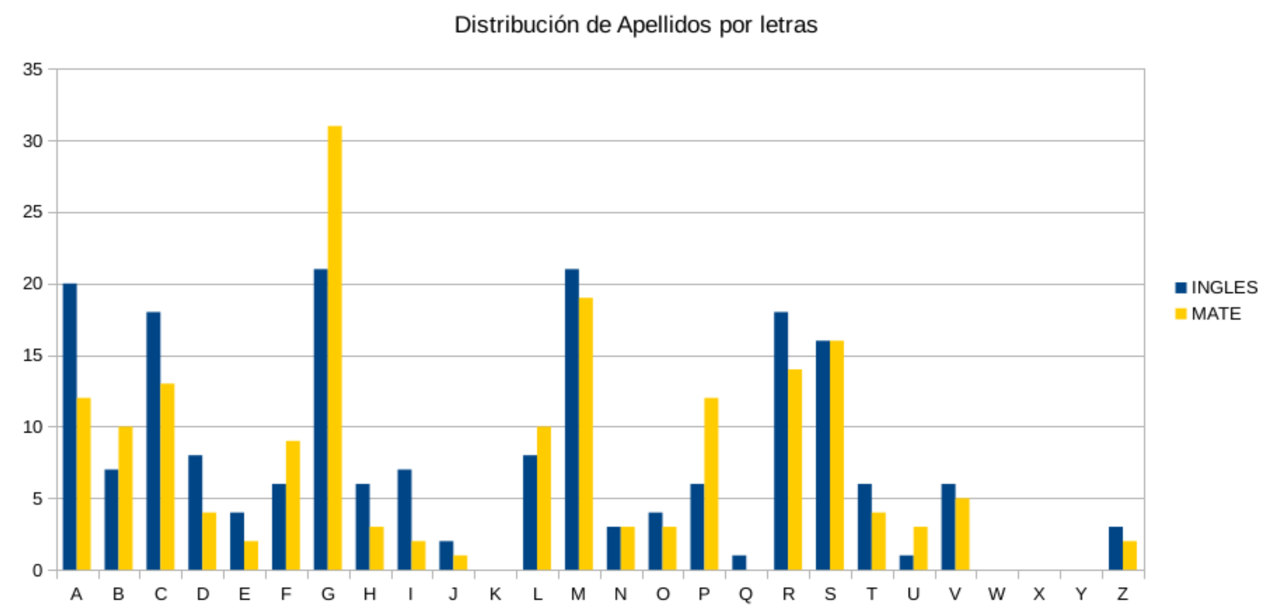


Figura 3: Comparativa Inglés-Matemáticas

Se observa que las zonas donde más fluctuaba la probabilidad tanto hacia abajo como hacia arriba corresponde a letras donde se dan las mayores diferencias entre las dos distribuciones y además en sentido contrario.

Las zonas señaladas como de baja probabilidad en la distribución de Matemáticas corresponden a apellidos de los intervalos [GARCÍA, GONZÁLEZ] y [PÉREZ, RÍO]. Justamente vemos que para estas letras es donde mayores diferencias encontramos a favor de Matemáticas. Al haber más apellidos en Matemáticas con esa inicial cuando contamos 19 hacia atrás no abarcamos muchas nuevas iniciales y como hay menor número de esa misma inicial para Inglés pues obtenemos pocos números = poca probabilidad.

Por el contrario, las zonas de alta probabilidad son [BARÓN, BLANCO] y [ECHEZARRETA, FERNÁNDEZ]. Ahora la tendencia es al revés, aunque para verlo hay que mirar no solo las diferencias entre la B o la E y F de ambas distribuciones sino también las que quedan por detrás ya que la probabilidad la vamos a obtener contando hacia atrás 19. Haciéndolo así vemos claras las mayores diferencias a favor de Inglés para estas letras, es decir, la tendencia contraria al caso anterior, se ensancha el número de apellidos de Inglés = mayor probabilidad.

4.1 Un juego como reto

Antes de finalizar y sacando a relucir nuestra faceta más ludópata, proponemos el siguiente reto:

Siguiendo con la lista de Matemáticas, ¿cómo me tendría que apellidar para obtener una probabilidad mayor/menor que la obtenida realmente?

O dicho de otra forma, buscar unos apellidos, más o menos realistas, que nos diera una probabilidad menor que 11/192. Y lo mismo pero por arriba, buscar unos apellidos que nos diera una probabilidad mayor que 33/192.[6]

Lógicamente esto se puede extender a las demás especialidades también.

5 Conclusiones

El nivel de conocimientos matemáticos para comprender todo lo anterior está al alcance de cualquier alumno de secundaria. De hecho, según el nuevo currículo de Cantabria, se comienza a trabajar el concepto de equiprobabilidad (regla de Laplace) en 2º de ESO.

Pero lo que resulta totalmente incomprensible es la obstinación en utilizar un sistema de sorteo completamente injusto. Bien es verdad que es menos injusto que si solo se tuviera en cuenta una o dos letras[7], al tomar el nombre completo se iguala más la probabilidad, pero así todo nos encontramos con unas probabilidades que llegan a ser más del cuádruple que otras, quedándonos todavía muy lejos de la equiprobabilidad.

La perplejidad se acentúa todavía más si tenemos en cuenta lo fácil de la solución, de hecho, ya ha sido empleada aquí. El sorteo justo es el de Inglés: asignar un número a cada persona y sacar una bolita de un bombo. Tan complicado como esto.

Ni que decir tiene que se puede hacer de otras formas: por ejemplo, más “sofisticadas”, utilizando un generador de números aleatorios[8] o incluso, si queremos llegar al colmo del minimalismo, se puede realizar perfectamente sin más que utilizar una moneda [14].

Referencias

[1] ***Decreto 8/2016, de 18 de febrero, por el que se aprueba la Oferta de Empleo Público para el año 2016 correspondiente a Cuerpos Docentes.***

https://boc.cantabria.es/boces/verAnuncioAction.do?idAnuBlob=296919

[2] ***REAL DECRETO 276/2007, de 23 de febrero, por el que se aprueba el Reglamento de ingreso, accesos y adquisición de nuevas especialidades en los cuerpos docentes a que se refiere la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, y se regula el régimen transitorio de ingreso a que se refiere la***

[6] Yo tengo uno, para Matemáticas, que baja la probabilidad a 10/192, no he conseguido más. El que tenga alguna solución que no dude en hacérnosla llegar.

[7] Tomando la lista actual de Matemáticas, si se realizara el sorteo sacando una sola letra habría personas que no saldrían nunca (las que van de GOMEZ VALVERDE hasta GUTIERREZ VILLA) y si se sacaran dos, habría personas que tendrían *hasta 15 veces más posibilidades* que otras. Por increíble que parezca esto se ha hecho así en otras convocatorias (por ejemplo, la de 2008).

[8] random.org o con una simple calculadora de bolsillo

disposición transitoria decimoséptima de la citada ley.

https://www.boe.es/boe/dias/2007/03/02/pdfs/A08915-08938.pdf

[3] ***Orden ECD/17/2016, de 8 de marzo, que establece las bases y convoca procedimientos selectivos para el ingreso y accesos al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria, así como para la adquisición de nuevas especialidades, y se efectúa la convocatoria para la elaboración de listas de aspirantes a desempeñar puestos en régimen de interinidad en dicho Cuerpo.***

https://boc.cantabria.es/boces/verAnuncioAction.do?idAnuBlob=297459

[4] ***Anuncio del sorteo para tribunales***

http://www.educantabria.es/docs/profesorado/procesos_selectivos/08-04_ANUNCIO_DEL_SORTEO_TRIBUNALES_SECUNDARIA.pdf

[5] ***Listado de funcionarios de carrera docentes en activo para sorteo***

http://www.educantabria.es/docs/profesorado/procesos_selectivos/08-04_funcionarios_para_tribunales.pdf

[6] ***Diligencia de celebración del sorteo***

Ya no está disponible en internet. El que quiera una copia se la puedo enviar por correo electrónico

[7] ***Resolución de 13 de mayo de 2016, por la que se nombran los Tribunales que han de juzgar el concurso-oposición para ingreso en el Cuerpo de Profesores de Educación Secundaria, así como para la adquisición de nuevas especialidades, convocados por Orden ECD/17/2016, de 8 de marzo***

https://boc.cantabria.es/boces/verAnuncioAction.do?idAnuBlob=300090

[8] VALDERAS BRAOJOS, PAULINO ***El caso del sorteo injusto***

http://elmatenavegante.blogspot.com.es/2009/10/el-caso-del-sorteo-injusto.html

[9] INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA ***Apellidos y nombres más frecuentes***

http://www.ine.es/daco/daco42/nombyapel/apellidos_frecuencia.xls

[10] BARAJAS DIEGO, MARCOS ***¿Por qué es más fácil obtener plaza en un sorteo si te apellidas Martínez?***

http://www.elmundo.es/sociedad/2016/05/05/5729d203468aeb055b8b4636.html

[11] GRIMA RUIZ, CLARA ***La importancia de llamarse Grima***

http://www.jotdown.es/2013/05/la-importancia-de-llamarse-grima/

[12] PAULOS, JOHN ALLEN ***El hombre anumérico***

Barcelona, Tusquets Editores 1990

[13] R CORE TEAM ***R: A Language and Environment for Statistical Computing***

Vienna, Austria, R Foundation for Statistical Computing 2014

[14] VALDERAS BRAOJOS, PAULINO ***Una moneda para un sorteo***

http://elmatenavegante.blogspot.com.es/2015/12/una-moneda-para-un-sorteo.html

LA DIVULGACIÓN Y LA CULTURA CIENTÍFICA
Actividades Científicas para Todos en Cantabria

Belén Hallado Arenales
Profesora del IES Alisal, Santander

La importancia de la divulgación en la Ciencia radica en que normalmente no valoramos ni apreciamos la importancia de los avances científicos y sus consecuencias. (Casi) todos utilizamos las últimas tecnologías, agradecemos la investigación de enfermedades y lo demás… ¡nos suena a chino! ¿Por qué? Porque o no hemos oído hablar de esos otros temas, o no vemos sus aplicaciones en la vida diaria o bien no nos lo han explicado. Pues justo para eso es importante divulgar: para hacer ver lo qué se hace y para qué puede valer, y lo que se hizo y para qué lo usamos ahora.

CULTURA CIENTÍFICA

Cuando se habla de cultura, de modo general, solemos entender que se habla de arte, historia, poesía… ¿Y la Ciencia? Parece ser que hablar de cultura en Humanidades es algo obvio, pero también es importante reconocer en la cultura a la Ciencia y a la Tecnología, con su importancia, su belleza, sus problemas y sus limitaciones (que cada vez son menos).

La Ciencia y la Tecnología son esenciales hoy en día para ser competentes, para entender los avances y emplearlos adecuadamente y para poder seguir progresando en el conocimiento no solo de nuestro alrededor sino de nuestro mundo y de todo el universo.

Afortunadamente, hay instituciones, públicas y privadas, como la Consejería de Educación, la Universidad de Cantabria, y los institutos mixtos como IFCA, IBBTEC, IDIVAL, IH y el Ateneo de Santander entre otros, que así lo ven.

¿CÓMO SE DIVULGA LA CIENCIA?

En medios escritos cada vez aparecen más **artículos científicos** en prensa y en revistas no especializadas; sin olvidarnos de la proliferación de **páginas web y blogs de divulgación** y de materiales didácticos para la enseñanza de la Ciencia (de instituciones, investigadores, profesores y divulgadores en general). ¡Intentemos excluir la pseudociencia! (que también prolifera).

En televisión hay cada vez más canales que emiten **documentales** serios y atractivos sobre temas científicos.

A nivel de "pie de calle", hay **conferencias y charlas** impartidas por investigadores y profesores, a las que desde aquí os animamos a acudir; **exposiciones**, pocas, pero con muy buena acogida por parte del público; **experimentos**, generalmente en centros de investigación, en jornadas de puertas abiertas o eventos como la Noche de los Investigadores; y los ya famosos y seguidos **monólogos científicos**, que, además de los que nos enseñan Ciencia con gracia, también los hay serios y muy buenos, pero que no tienen tanto seguimiento.

¿QUÉ SE HACE EN CANTABRIA POR LA CULTURA Y DIVULGACIÓN CIENTÍFICAS?

Al margen de todas las actividades para niños y adolescentes creadas por diversas instituciones (*Semana de la Ciencia, El Torreón de la Física* en Cartes, *Espacio Tocar la Ciencia* en la Facultad de Ciencias, el proyecto *ESTALMAT*, el proyecto *KIKS*, la *Feria de la Ciencia*, *Expandiendo la Ciencia*…), más las preparadas por profesores en Semanas Culturales y otros eventos, hay un montón de actividades para todos los públicos.

Veamos a continuación una selección de actividades científicas divulgativas realizadas en Cantabria. (Espero se me perdone si he omitido alguna.)

ACTIVIDADES DE DIVULGACIÓN DE LA CIENCIA DE LA UNIV. DE CANTABRIA

El **Aula de la Ciencia** es un espacio a través del cual la Universidad de Cantabria organiza todo tipo de actividades para la divulgación de la Ciencia. Entre las propuestas promovidas, se pueden encontrar:

- **Los sábados de la Física**. Dirigido a un público amplio, expone la Física de forma rigurosa y amena. Cuenta habitualmente con prestigiosos divulgadores y cubre un amplio abanico de fenómenos físicos.

- **Biotecnología para todo(s).** Organizado por Manuel González-Carrero del Dpto. de Biología Molecular de la Universidad de Cantabria, el ciclo de conferencias aborda cada año cuestiones de interés sobre la Biotecnología, esta una nueva área de conocimiento que se nutre y tiene sus raíces en descubrimientos y técnicas que han nacido en el ámbito de la Genética, la Biología Molecular, la Microbiología o las Neurociencias.
- **Aula de Nuevas Tecnologías.** Oferta una serie de cursos de extensión universitaria además de talleres, ciclos y jornadas para todos aquellos interesados en temas audiovisuales y multimedia.

- **Matemáticas en Acción**. Organizado por Fernando Etayo y Luis Alberto Fernández del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación. Sus talleres buscan difundir el papel esencial desempeñado por las Matemáticas en campos muy variados del conocimiento científico y técnico. En sus sesiones se muestra la aplicación de las Matemáticas a problemas reales y se enseña cómo se construyen modelos matemáticos para estudiarlos y de este modo completar la visión de las Matemáticas ofrecidas en las enseñanzas regladas.
- **Ciclos de Conferencias**.
- **Exposiciones**.

La Electrónica en la Sociedad actual. Organizado por el Grupo de Ingeniería Microelectrónica, La línea de divulgación "La Electrónica en la Sociedad actual. Cómo ha cambiado tu vida y como va a seguir haciéndolo en el futuro", ha dado lugar a una charla en el Café Científico, celebrado durante Noche Europea de los investigadores y se ha materializado en el curso "La Electrónica en la sociedad actual" en el Programa Sénior de la UC.

Café Científico. Es un lugar de encuentro entre investigadores y el público general en el que se fomenta el diálogo sobre asuntos científicos de interés actual. Esta iniciativa, promovida y organizada por el Instituto de Física de Cantabria desde Julio de 2012, tiene lugar los últimos viernes de cada mes. Está patrocinada por la Fundación Española para la Ciencia y la Tecnología (FECYT), el Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC), y la Real Sociedad Española de Física.

La Noche de los Investigadores. Celebrada el último viernes de septiembre, es un evento europeo de divulgación científica que tiene lugar simultáneamente en unas 300 ciudades de 24 países europeos y vecinos. En ella, científicos imparten, en varios lugares de Santander, diferentes propuestas: talleres de ciencia, charlas, demostraciones científicas interactivas, experimentos participativos, visitas guiadas, actividades lúdicas… adaptadas para personas de todas las edades, interesadas en obtener respuestas y en saber cuál es el impacto de los avances científicos en la vida cotidiana.

Informática en Acción. El Departamento de Ingeniería Informática y Electrónica de la Universidad de Cantabria (UC) organiza junto con Nuberos.net y CantabriaTIC.com, el Ciclo de charlas divulgativas "Informática en acción".

Pint of Science. Es un festival de Ciencia que se celebra en varios países del mundo a la vez, y que promueve un encuentro entre investigadores y la sociedad en general en un lugar informal: los bares. (En mayo.)

ACTIVIDADES DE DIVULGACIÓN DE LA CIENCIA DE OTRAS INSTITUCIONES

Ateneo de Santander. Entre sus eventos culturales: conferencias de Historia, Arte, Política, Religión, presentaciones de libros, etc. están las **Conferencias de Ciencia** (en colaboración con el IFCA).

Biblioteca Central de Cantabria: **Exposiciones** temporales, **conferencias** científicas y **mesas redondas** (en colaboración con el IFCA).

PechaKucha. Es un evento cultural en un ambiente informal y relajado, en el que varias personas exponen su visión particular a partir de un tema general en un formato 20x20 (20 imágenes con una duración de 20 segundos cada una), habiendo después de cada presentación un diálogo con el público. En sus tres ediciones en Santander siempre ha habido presentaciones científicas.

Observatorio Astronómico de Cantabria. Centro de la Consejería de Medio Ambiente gestionado por MARE y la Universidad de Cantabria a través del IFCA (participan la Agrupación Astronómica Cántabra y el Ayuntamiento de Valderredible). Realiza **observaciones astronómicas** y charlas sobre astronomía.

Real Sociedad Menéndez Pelayo: Ciclo de conferencias *La Ciencia y la Sociedad Menéndez Pelayo*, en el IES Santa Clara con la colaboración con Ayuntamiento de Santander, Universidad de Cantabria y Gobierno de Cantabria.

CONCLUSIONES

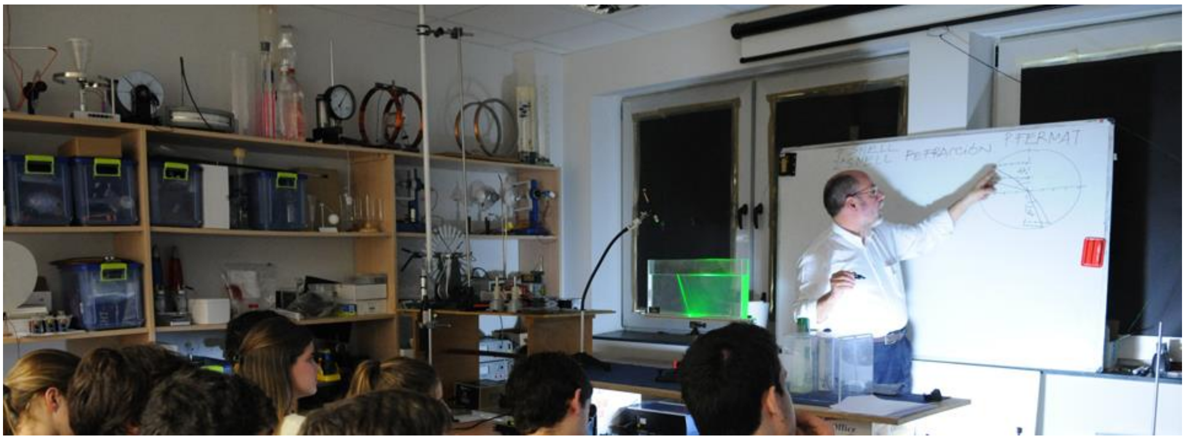
Hay diversidad de formas de divulgar: mediante artículos, exposiciones, documentales, conferencias, charlas, juegos, actividades experimentales y monólogos. Y de toda esa variedad de actividades divulgativas podemos disfrutar en Cantabria para enriquecer nuestra cultura, la científica y la humanística, que ni deben ni tienen que estar reñidas, ni separadas, ni ser exclusivas sino que confortan distintos aspectos del ser humano.

En este artículo se defiende la cultura científica porque anteriormente no se le había dado la importancia que tiene, pero no se pretende excluir ni atacar a las demás fuentes de cultura: son igualmente importantes la cultura humanística y la cultura científica ¡Todo es igualmente Cultura!

En nuestra sociedad y en nuestra Cultura son importantes la Historia, el Arte (incluyendo al Cine, la Poesía y la Música), la Ciencia y la Tecnología. ¿Por qué? Porque somos seres sociales, que vivimos en un espacio físico, con una historia, con sentimientos y sensibilidad y también con curiosidad. Eso nos hace aprender, avanzar y compartir conocimientos.

BIBLIOGRAFÍA

- Unidad de Cultura Científica de la Universidad de Cantabria: https://web.unican.es/unidades/cultura-cientifica/actividades
- Instituto de Física de Cantabria: https://ifca.unican.es/es-es
- Ateneo de Santander: https://www.atesant.es/actividades/evento
- Biblioteca Central de Cantabria: http://bcc.cantabria.es/
- PechaKucha Santander: http://www.pechakucha.org/cities/santander
- Observatorio Astronómico de Cantabria: http://max.ifca.unican.es/OAC/
- Real Sociedad Menéndez Pelayo: http://www.sociedadmenendezpelayo.es/



Algunas imágenes de actividades de divulgación científica: Aula *Espacio Tocar la Ciencia* (arriba), saludos de los monologuistas y actividades lúdico-matemáticas en la *Noche de los Investigadores* (abajo).

EL CERO

El cero es la nada y su invención fue un ejemplo de lo avanzado del razonamiento humano. Sin él no funcionarían los cálculos matemáticos, las leyes de la física ni los sistemas informáticos.

El cero es un concepto matemático, pero también físico y filosófico. Es una forma de representar la nada, el vacío, y ha interesado y confundido a los científicos y sabios durante gran parte de la historia. ¿Qué significa un espacio vacío? Si está vacío, ¿tiene algún significado? ¿Sirve para algo? ¿Afecta a lo que le rodea?

En el año 2005, Alex, un loro africano gris protagonizó la actualidad científica en el área de la psicología cognitiva cuando demostró ser capaz de entender un concepto similar al de ninguna unidad, es decir, el cero. Lo que parece una anécdota tiene en realidad mucha relevancia, ya que entender el concepto de la nada requiere un nivel de razonamiento que hasta ahora solo se creía posible en los humanos (lo aprendemos en torno a los 3 o 4 años) y en algunos primates. Alex, con su cerebro del tamaño de una avellana, vino a darnos un baño de humildad.

Volviendo al cero y su comprensión, tampoco para los humanos ha sido fácil hacerse a la idea de que para contar y manejar los números con comodidad y soltura, hace falta entender qué hay cuando no hay nada. Los cálculos matemáticos, las leyes de la física y los programas informáticos necesitan de esta idea para reflejar fielmente la realidad. Estos últimos, por ejemplo, se basan en el sistema binario de unos y ceros.

Aunque para nosotros sea un concepto casi instintivo asociado al aprendizaje de los números cuando somos pequeños, algunas de las civilizaciones antiguas que consideramos más avanzadas, como la egipcia, la griega o la romana, no tenían una idea para el cero, y tenía lógica que fuese así: ¿por qué iban a contar *la nada* como un número? Si tienes dos manzanas, las ves y las cuentas. Si le debes a alguien una manzana, también lo sabes: tienes menos una manzana. Pero cero manzanas no es nada, ¿por qué iba a ser necesario marcarlo con un número?

El cero, tal y como lo utilizamos hoy, cumple dos funciones: una es la de representar la nada, y la otra es la de *guardar el sitio* cuando no hay nada y dar paso al siguiente decimal. Por ejemplo, en la cifra 608, sirve para indicar que no hay decenas sin que se confunda con la cifra 68.

Los antiguos babilonios no disponían de un número para el cero, un hecho que generaba dificultades en su notación, una confusión similar a la que sentiríamos hoy si los números 12, 102 y 1002 no tuvieran ceros que los diferenciaran. Los escribas babilonios dejaban un espacio donde debía haber un cero; no era fácil distinguir el número de espacios en el centro o al final de los números. Finalmente, los babilonios inventaron un símbolo para marcar el vacío entre sus dígitos, aunque es probable que no consideraran al cero un número como los demás.

Alrededor del año 650 el uso del número era habitual en las matemáticas indias; una tablilla de piedra, encontrada en Gwalior, al sur de Dheli, contenía los números 270 y 50. Los números de la tablilla, fechados en el año 876, son muy parecidos a los números modernos, salvo por el hecho de que los números son más pequeños y están un poco alzados. Los matemáticos indios (Brahmagupta, Mahavira y Bhaskara, por ejemplo) utilizaron el cero en operaciones matemáticas. Brahmagupta explicó que a un número al que se le resta él mismo da como resultado cero; señaló, además, que cualquier número multiplicado por cero es cero. El manuscrito de Bakhshali puede ser la primera prueba documentada del número cero con propósitos matemáticos, aunque su datación no está clara.

Alrededor del año 665, la civilización maya de América Central desarrolló también el número cero, pero parece que su logro no repercutió en otras culturas. Por otra parte, el concepto indio del cero se propagó a árabes, europeos y chinos transformando el mundo. Mohammeid ibn-Musa Al-Jwarizmi (780-846), Introdujo en occidente el sistema hindú de numeración decimal, que explicó con todo detalle en su obra *Aritmética*. En Europa Leonardo de Pisa (Fibonacci), rico comerciante italiano que viajó por Egipto, Siria y Berbería (Argelia), fue el que introdujo los números indoarábigos. En 1202, en la obra *Liber Abaci* (El libro del Ábaco) señala: “Estas son las nueve figuras de los indios: 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Con estas nueve figuras, y con el signo 0, que en árabe se llama zephirum, se puede representar cualquier número, como demostraremos”. Fibonacci diferenciaba entre el cero, al que llama marca, y las demás cifras (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), a las que llama números.

La palabra cero deriva probablemente de “zephirum”, forma latinizada del árabe “sifr” que es, a su vez, una traducción de la palabra hindú “sunya” que significa vacío o nada.

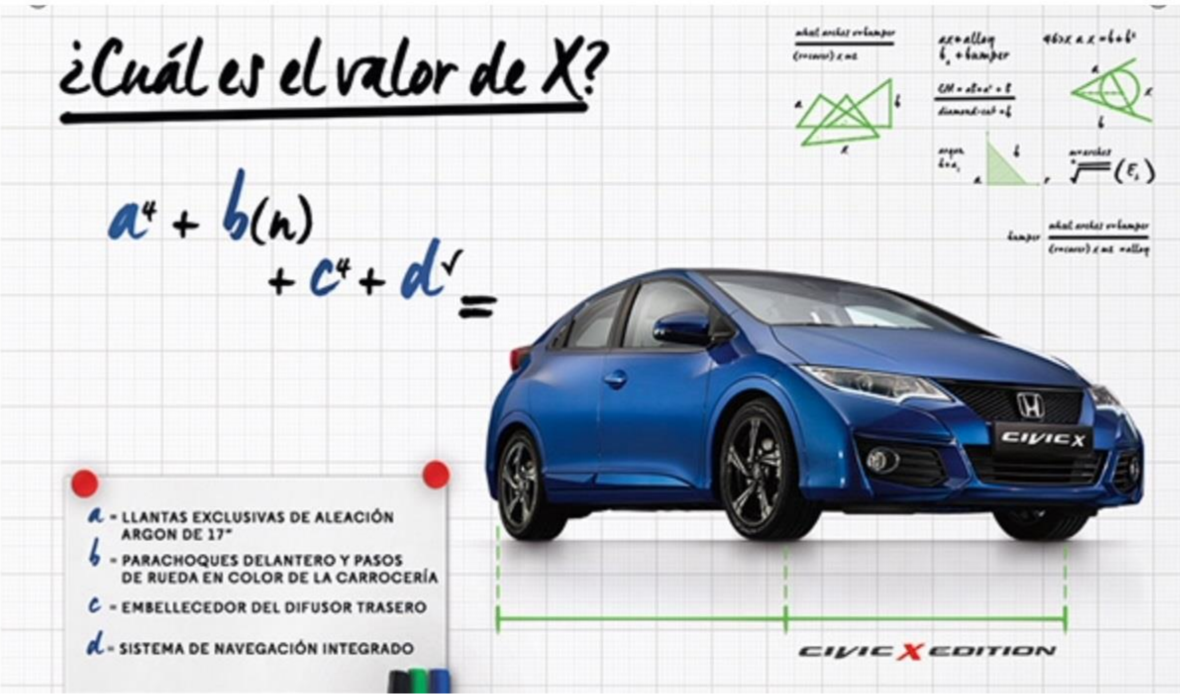
Según el matemático Hossein Arsham, “la introducción del cero en el sistema decimal en el siglo XIII fue el logro más significativo en el desarrollo de un sistema numérico, haciendo que el cálculo con números grandes empezara a ser viable. Sin la invención del cero habría sido imposible establecer procedimientos para el comercio, la astronomía, la física, la química o la industria. La falta de este símbolo es uno de los inconvenientes más graves del sistema numérico romano”.

Curiosidad: Ni en el calendario gregoriano ni en el juliano existe el año cero: del 31 de diciembre del año 1 antes de Cristo se pasa al 1 de enero del año 1 después de Cristo. De hecho, esto es así porque los años, igual que los días o los siglos, no se cuentan con números cardinales, sino que se ordenan con números ordinales, entre los que no se incluye el número cero (no hay una posición cero delante de la posición primera).

Bibliografía:

- *EL LIBRO DE LAS MATEMÁTICAS. De Pitágoras a la 57ª dimensión. 250 hitos de la historia de las matemáticas*, Clifford A. Pickover, ILUS BOOKS, S.L., 2012
- https://www.elconfidencial.com/tecnologia/2015-06-04/quince-curiosidades-matematicas-que-quiza-no-conocias-sobre-el-numero-cero_868393/
- https://listas.20minutos.es/lista/curiosidades-sobre-las-matematicas-280699/#

ANUNCIO CURIOSO:

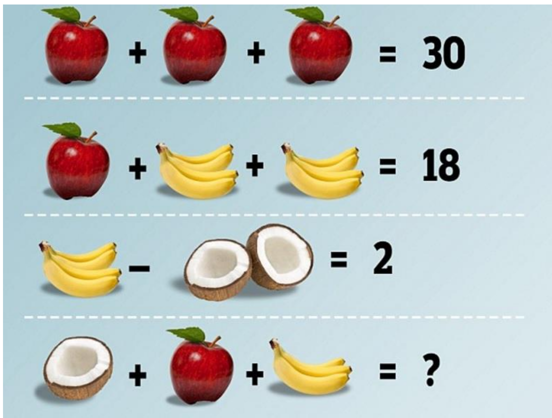


UNA *ECUACIÓN MATEMÁTICA* QUE ENLOQUECE AL MUNDO

En la página web

https://www.planetacurioso.com/2016/02/17/la-ecuacion-matematica-que-esta-enloqueciendo-a-todo-el-mundo/

se comenta "La ecuación matemática que está enloqueciendo a todo el mundo":



En la primera fila se puede ver cómo tres manzanas son igual a 30, en conclusión, cada manzana equivale a 10**.** En la segunda, se ve una manzana más dos racimos de plátanos, que en este caso da 18, es decir cada grupo de plátanos es igual a 4. Luego hay plátanos menos cocos y el resultado es 2. Se puede decir con claridad que los cocos representan 2**.** En definitiva: Manzana = 10, Plátanos = 4 y Cocos = 2.

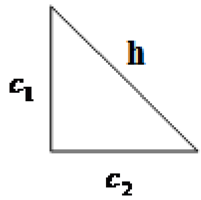
Si los trozos de coco valen 2, una manzana es igual a 10 y los plátanos son equivalentes al número cuatro, **el resultado es dieciséis**: **2+10+4= 16.**

Sin embargo, este resultado ha generado gran controversia, ya que hay algo inusual en la imagen. Observemos con mucha atención la imagen**:** ¡las frutas representadas no son las mismas! El último racimo de plátanos tiene sólo 3 frutos y no cuatro, como en los anteriores. Por otra parte, sólo hay medio coco y no uno entero como en la fila anterior, lo que puede representar un 1. **De ser así la respuesta sería 14: 1 + 10 + 3.**

Entonces, ¿Cuál es el resultado correcto?

TEOREMA DE PITÁGORAS ¿O DE CHING?

El teorema de Pitágoras ha merecido la atención de muchos matemáticos, especialmente de la antigüedad. Actualmente están registradas unas 370 demostraciones de este teorema.



$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

Se ha insinuado con bastante frecuencia que el teorema de Pitágoras no es deducción del gran matemático y fundador de la escuela del mismo nombre. La opinión más generalizada es que un miembro de su escuela formuló por primera vez el teorema en una época posterior. Pero por el mismo tiempo que vivió Pitágoras, es decir, en el siglo VI a. de C., un matemático chino de nombre desconocido debió de haber llegado a la misma conclusión. En el *Chon Pei Suan O Ching*, libro matemático-filosófico, se encuentra una descripción que presenta dibujado, sin ningún género de dudas, un triángulo pitagórico con sus correspondientes relaciones.

https://listas.20minutos.es/lista/curiosidades-sobre-las-matematicas-280699/#

SIGNOS Y SÍMBOLOS

Las dos rayas = que indican igualdad las empezó a utilizar un matemático inglés llamado Robert Recorde que vivió hace más de cuatrocientos años. En uno de sus libros cuenta que eligió ese signo porque "dos cosas no pueden ser más iguales que dos rectas paralelas"

Los símbolos **+** y **–** se popularizaron en la Alemania de finales del siglo XV. El origen de + se encuentra en la abreviación de la palabra *et*, que significa *y* en latín, tal y como puede observarse en varios manuscritos de la época. El significado de – no está claro: quizá los mercaderes separaban la tara de las mercancías (llamada *minus* por entonces) con un guion. O puede que este signo derivara de un símbolo hierático del Antiguo Egipto. Otros sugieren que los matemáticos alejandrinos Herón y Diofanto utilizaban para ello una especie de *T* que acabó perdiendo la *I*.

François Viète (1540 – 1603) fue el primero en emplear **letras** para simbolizar las incógnitas y constantes en las ecuaciones algebraicas. Descartes escogió las tres primeras letras del alfabeto para las cantidades conocidas y las tres últimas para las desconocidas.

$\sqrt{}$

El símbolo de raíz se empezó a usar en 1525 y apareció por primera vez en un libro alemán de álgebra. Antes, para indicar la raíz de un número se escribía “raíz de …”. Luego, para abreviar, se empezó a poner “r”. Pero si el número era largo, el trazo horizontal de la “r” se alargaba hasta abarcar todas las cifras. Así nació el símbolo de la raíz, como una “r” mal hecha.

Los signos de multiplicación ***X*** (cruz de San Andrés, muy utilizada en heráldica) y división **:** fueron introducidos por William Oughtred (1 574 – 1660) en el año 1657.

El primero en usar la coma para separar la parte entera de la fraccionaria fue el astrónomo italiano Giovanni Magini. La invención de los logaritmos generalizó el uso de los números decimales y el escocés John Napier, inventor de los logaritmos neperianos, recomendó en 1617 el uso del punto; el caos siguió durante todo el siglo XVIII aunque al final solo quedaron en competencia el punto y la coma. En el continente europeo el asunto se resolvió en 1698, cuando Leibnitz, propuso usar el punto como símbolo de multiplicación (“en lugar del signo x, que se confunde con x, la incógnita”); quedó así la coma para separar la parte decimal del número. En Inglaterra, sin embargo, donde se habían cerrado las puertas al alemán Leibnitz, se siguió utilizando el símbolo x para la multiplicación y el punto para separar los decimales. En España y América también se usó, y se sigue aceptando, la coma elevada.

$(\quad)$

En su *Invention Nouvelle en Algebre*, el francés Albert Girard (1595 – 1632) introduce por primera vez el uso de los paréntesis, explica el método de descomposición de un polinomio en factores, enuncia el teorema fundamental del álgebra, y usa el ___ colocado entre el numerador y el denominador para indicar una fracción algebraica o numérica.

La notación $\boldsymbol{y'}$ y $\boldsymbol{f'(x)}$**,** para la derivada, fueron introducidas por Lagrange, mientras que las formas $\boldsymbol{\frac{dy}{dx}}$ y $\boldsymbol{\frac{df}{dx}}$ se deben a Leibniz.

Bibliografía:

https://listas.20minutos.es/lista/curiosidades-sobre-las-matematicas-280699/#

http://www.cienic.com/curiosidades-matematicas/

https://www.elconfidencial.com/tecnologia/2015-05-11/origen-signos-matematicos_791273/

EFEMÉRIDES MATEMÁTICAS

Amador Álvarez del Llano

Preliminares y fundación del cálculo infinitesimal

Aunque Isaac Newton y Gottfried Wilhelm Leibniz han pasado a la historia como los inventores del Cálculo, la utilización de métodos infinitesimales para la resolución de problemas tiene una larga historia que se remonta al año 400 a.C. Conviene distinguir, a fin de analizar el desarrollo histórico de las ideas del Cálculo, dos clases de métodos que confluirán en la segunda mitad del siglo XVII en la fundación del Cálculo Infinitesimal. Al primer grupo pertenecerían los utilizados para resolver problemas de cuadraturas, que incluían cálculo de áreas y volúmenes, también rectificación de curvas, aunque éstos no se abordaron hasta bien entrado el siglo XVII, y determinación de centros de gravedad; es decir, lo que podemos denominar métodos integrales que, más adelante, constituirán el núcleo del Cálculo Integral. Corresponderían al segundo grupo los métodos aplicados a la resolución de tres tipos de problemas: la determinación de tangentes a curvas, la búsqueda de máximos y mínimos y la determinación de las condiciones de existencia de raíces múltiples de las ecuaciones algebraicas. Denominaremos a estos diferenciales por cuanto formarán parte más adelante del Cálculo Diferencial. Las ideas y métodos integrales se desarrollaron históricamente mucho antes que los diferenciales, que aparecieron en los inicios del siglo XVII.

Los rastros más remotos de los métodos infinitesimales aparecen en las críticas de los eleatas y en algunas argumentaciones de los sofistas, pero donde alcanzan mayor relevancia es en el método de exhaución de Eudoxo (408-355 a.C.), que Arquímedes (287-212 a.C.) perfeccionará y extenderá vinculándolo al postulado de la continuidad. Parece que fue Antifón el Sofista (ca. 430 a.C.) quien introdujo la idea de que, duplicando el número de lados de un polígono inscrito en un círculo, la diferencia de las áreas del polígono y el círculo podía hacerse tan pequeña como se quisiera. En cualquier caso, corresponde a Eudoxo el mérito de haber propuesto el lema que fundamenta el método de exhaución, cuya idea central es probar que la magnitud X estudiada (área o volumen) es igual a otra magnitud K del mismo tipo, previamente conocida. Por ejemplo, X puede ser el área de la esfera y K cuatro círculos máximos de la misma. Se consideran dos sucesiones de figuras inscritas y circunscritas a X. La primera, I_n , es monótona creciente y la segunda, C_n , monótona decreciente. Para todo n debe verificarse que: $I_n < X < C_n$ (1). Seguidamente, se procede a demostrar que, o bien dado un valor cualquiera $\varepsilon > 0$, existe N tal que si $n \geq N$ entonces $C_n - I_n < \varepsilon$ (2), o que dadas dos magnitudes cualesquiera $\varepsilon, \ \delta$, tales que $\varepsilon > \delta > 0$, existe un N a partir del cual $\frac{C_n}{I_n} < \frac{\varepsilon}{\delta}$ (3). Partiendo de las desigualdades (1) y (2), o bien (1) y (3), se demostraba por el procedimiento de reducción al absurdo que $K = X$.

El método de exhaución requería conocer de antemano la magnitud K, por lo que era más un método de prueba que de descubrimiento y, por ello, necesitaba un procedimiento complementario para descubrir el resultado. Algunos matemáticos, como Torricelli, habían sospechado que Arquímedes debía haber dispuesto de un potente método de investigación, que había mantenido en secreto, para conseguir sus extraordinarios resultados. En 1906, el filólogo danés Johan Ludvig Heiberg confirmó en parte sus sospechas al descubrir el palimsesto que contenía varias obras consideradas perdidas de Arquímedes, entre ellas figuraba *El método de los teoremas mecánicos*, donde el sabio heleno exponía los procedimientos heurísticos que había utilizado en sus descubrimientos.

Hasta finales del siglo XVI no se encuentran en la historia de las matemáticas ideas y razonamientos equiparables a los utilizados por Arquímedes en sus métodos integrales. El rápido desarrollo de las matemáticas durante el Renacimiento, estrechamente vinculado al uso productivo de las máquinas -armas de fuego, la imprenta, molinos de viento, canales, navíos, relojes mecánicos, etc.- estimuló el interés por la mecánica teórica y por el estudio científico del movimiento y el cambio en general. A ello se unió también la importante renovación de las ciencias algebraicas acontecida tras el descubrimiento de las obras de Diofanto, Apolonio y Pappo, que pondría de manifiesto el isomorfismo entre el Álgebra Numérica de la escuela italiana y el Análisis Geométrico de Euclides, Arquímedes, Apolonio y el propio Pappo. A François Viète (o Vieta, 1540-1603) le corresponde el mérito de haber iniciado la traducción de ese isomorfismo en su obra *In artem analyticam isagoge* (1591), donde presentó su análisis especioso, cálculo sobre símbolos o especies que representaban indistintamente magnitudes geométricas o aritméticas, que más adelante se prolongaría en la teoría de ecuaciones algebraicas y en la Geometría Analítica.

Aunque en el transcurso del siglo XVI habían ido apareciendo algunos algoritmos infinitos, como las fracciones continuas de Cataldi (1548-1626) o el producto infinito de Viète para π, fue la publicación en latín de las obras de Herón y Arquímedes lo que realmente constituyó un revulsivo para estimular las investigaciones de métodos integrales. Especialmente la edición por parte de F. Comandino (1509-1575), publicada en 1558, en que se exponían los métodos de integración de Arquímedes, que el propio editor utilizó para la determinación de centros de gravedad.

En los albores del siglo XVII, las primeras consideraciones de índole infinitesimal estuvieron muy influenciadas por la obra y los resultados de Arquímedes. Tal fue el caso del ingeniero flamenco Simon Stevin (1548-1620), que publicó hacia 1586 varios tratados referidos a hidráulica y al cálculo de centros de gravedad en los que utilizó procedimientos infinitesimales. Así, para determinar el centro de gravedad de un paraboloide de revolución, circunscribía al sólido un número de cilindros de igual altura, que duplicaba reiteradamente hasta comprobar cómo el centro de gravedad de esos cilindros, que determina fácilmente, se iba aproximando a un punto fijo, que identificaba con el centro de gravedad buscado. En Italia destacó Luca Valerio (1552-1618), a quien Galileo llamó "el Arquímedes de nuestro tiempo", que enunció en 1604 un teorema que ampliaba y generalizaba los raciocinios de Stevin; afirmando que si a una figura plana, o sólida, se le inscribe o circunscribe una figura escaloide formada por polígonos, prismas o cilindros, la diferencia entre los escaloides inscritos y circunscritos puede hacerse tan pequeña como se quiera, y en consecuencia también puede hacerse tan pequeña como se quiera la diferencia entre uno de esos escaloides y la figura estudiada. Este último resultado lo admitía sin ningún tipo de demostración, basándose únicamente en razonamientos geométricos intuitivos.

También se inspiró en Arquímedes el astrónomo y matemático alemán Johannes Kepler (1571-1630), que utilizó rudimentarios métodos infinitesimales para resolver los nuevos problemas que le planteaban sus investigaciones astronómicas. Escribió también un tratado sobre la determinación de volúmenes, *Stereometria doliorum vinorum* (1615), inspirado al parecer, en un año de excelente cosecha de uva, por el problema de determinar cuáles eran las dimensiones más convenientes de un tonel, de un volumen dado, para que su construcción empleara el material mínimo. Kepler estudió la cubatura de numerosos cuerpos de revolución, obtenidos al girar diferentes tipos de curvas alrededor de un eje y resolvió los problemas de máximos y mínimos de forma empírica, mediante la observación de tablas de valores que le llevaron a la conclusión de que en las proximidades de un extremo las variaciones de la cantidad se hacen insensibles, antecedente rudimentario de la actual condición de derivada nula en dichos puntos.

En todas las obras de estos matemáticos se produjo un alejamiento del rigor arquimediano y la potenciación de recursos heurísticos basados en intuiciones geométricas o consideraciones empíricas; actitud que iba a prevalecer durante todo el siglo XVII incluso en las obras de los propios fundadores del Cálculo. El deseo de obtener resultados inmediatos les condujo a priorizar los métodos de descubrimiento frente a los de justificación, supliendo la falta de rigor lógico por la utilidad y eficacia que mostraban los nuevos métodos en sus aplicaciones.

En el círculo de amigos y discípulos de Galileo Galilei (1564-1642) se produjeron importantes avances en el desarrollo de métodos infinitesimales. Aunque éste nunca utilizara este tipo de procedimientos para exponer sistemáticamente los resultados de sus investigaciones mecánicas, tuvo el mérito, junto a Descartes, de revolucionar la naturaleza de la actividad científica redefiniendo sus objetivos y modificando su metodología. Las figuras más destacadas de este círculo fueron el jesuita Buenaventura Cavalieri (1598-1647) y Evangelista Torricelli (1608-1647).

Cavalieri, familiarizado con las obras de Arquímedes y de Kepler, introdujo métodos integrales basados en la noción de “indivisible", concepto originario de la filosofía escolástica, que expuso en el tratado *Geometría indivisibilibus continuorum*, publicado en 1635. Doce años más tarde presentará una versión más avanzada y extensa bajo el título *Exercitationes geometricae sex*. En esencia, Cavalieri consideraba que toda figura geométrica podía ser generada a partir del movimiento de otra con una dimensión menos. Así, una figura plana estaría formada por segmentos paralelos a una recta que denominaba reguladora. Al conjunto de estos infinitos segmentos lo denominaba Cavalieri *omnes linae*, o también indivisibles de la figura, y representaba el área de la misma. De forma análoga, consideraba el volumen de sólido formado por secciones planas paralelas a un plano regulador.

Las dificultades lógicas tanto de la noción de indivisible como de la composición de áreas y volúmenes a partir de elementos geométricos de una dimensión menos, exigía a Cavalieri establecer una relación con una segunda figura y aplicar el principio de que la razón existente entre las colecciones de indivisibles de ambas, tomados respecto a las mismas regulas, es igual a la razón entre ambas figuras. Por ejemplo, para hallar el área de la región delimitada por $y = x^2$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = a$, consideraba los segmentos (ordenadas) correspondientes a todas las abscisas comprendidas entre 0 y a, cuya longitud es x^2. El área de esta región es el conjunto de todos estos segmentos (omnes linae), representado por $omn.x^2$. Para determinar su valor, Cavalieri recurre a una pirámide de base cuadrada de lado a y considera todos los cuadrados paralelos a la base de lado x, siendo $0 \le x \le a$. El volumen de la pirámide viene dado por $omn.x^2$, coincidente con el área determinada por la parábola. Sabiendo que dicho volumen es $\frac{a^3}{3}$, llegaba al resultado que en notación actual escribimos $\int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3}$. Por procedimientos similares, logró "integrar" las cuatro primeras potencias de la variable y extendió el resultado por analogía a potencias de exponente natural cualquiera. Aplicó su método con éxito para resolver algunos problemas clásicos, otros propuestos por Kepler y originales suyos, como la cuadratura de la espiral de Arquímedes. Su obra tuvo una influencia notable en matemáticos inmediatamente posteriores como Torricelli, Gilles Personne de Roberval (1602-1675), Blaise Pascal (1623-1662), Pierre de Fermat (1601-1665) y Wallis.

Evangelista Torricelli, amigo de Cavalieri y discípulo de Galileo, se ocupó de cuestiones infinitesimales en su *Opera geométrica* (1644). Reconociendo el valor del método de los indivisibles como herramienta de investigación, era consciente de las dificultades lógicas que planteaba su uso como método de demostración; por ello, complementó sus aplicaciones con demostraciones a la manera de Arquímedes o de Valerio. Influenciado por las enseñanzas de su maestro Galileo, utilizó representaciones cinemáticas para el estudio de las curvas, a las que consideraba generadas por un punto en movimiento que descomponía en otros dos conocidos. Aplicando el principio del paralelogramo de velocidades obtenía la resultante que asimilaba a la tangente a la curva en el punto considerado. Torricelli no fue el primero en hacer uso de las representaciones cinemáticas, Roberval y Descartes las había utilizado anteriormente; sin embargo, sus trabajos alcanzaron gran popularidad e influenciaron la geometría de Isaac Barrow (1630-1677) y, a través de él, el cálculo de su discípulo Newton (1643-1727).

A través de la aplicación de los métodos de exhaución, indivisibles y composición de movimientos, Torricelli anticipó importantes resultados del Cálculo Infinitesimal. Generalizó el teorema $\int_0^a x^n dx = \frac{a^{n+1}}{n+1}$, establecido por Cavalieri para valores enteros positivos de n, a valores racionales (excepto n = -1). Tal generalización ya había sido realizada por Fermat entre los años 1635 y 1643, pero no llegó a publicarse hasta después de su muerte. También Roberval obtuvo una demostración análoga, lo que dio lugar a que acusara de plagio a Torricelli. Se ocupó también de las nuevas curvas, como la "logarítmica" y "espiral logarítmica", proporcionando la cuadratura y la cubatura del sólido engendrado por rotación de la primera y la longitud de un arco de curva de la segunda. Al igual que Cavalieri, Torricelli realizó sus investigaciones matemáticas en el marco estricto de la geometría sintética, alejado de cualquier tipo de tratamiento analítico.

En 1637 se publicó la *Géométrie* de Descartes como apéndice de su *Discourse de la méthode*. En ella exponía su teoría de las ecuaciones algebraicas y establecía una notación muy próxima a la empleada en la actualidad. De forma simultánea e independiente, Fermat aplicó el análisis de Vieta a la Geometría. Ambas aportaciones dieron origen a la Geometría Analítica, que potenciará el interés por las componentes analíticas de las curvas en detrimento de sus elementos geométricos. Esta aritmetización de la geometría iba a resultar crucial para las aplicaciones matemáticas en el mundo físico, donde los resultados cuantitativos eran imprescindibles. Precisamente, fue la importancia que había adquirido el estudio de las curvas por sus aplicaciones en diferentes campos científicos, uno de los factores que propició el surgimiento de la geometría analítica. A lo largo del siglo XVII, el desarrollo de aplicaciones de la geometría analítica y de los métodos infinitesimales a la física y a la astronomía produciría un notable aumento del número y tipo de curvas estudiadas que contribuiría a poner las bases del concepto de función.

En los años que siguieron a la publicación de la *Géométrie*, se publicaron abundantes tratados sobre métodos infinitesimales. Aunque en la mayor parte de ellos continuaron predominando las representaciones y el lenguaje geométrico, algunos matemáticos, como los franceses Fermat, Roberval y Pascal, iniciaron un proceso de aritmetización de sus métodos. Fermat fue quien hizo un uso más amplio y efectivo de la geometría analítica anticipando algunas de las ideas que conducirían a la diferenciación. Hacia 1630 desarrolló un procedimiento para determinar los extremos de funciones polinómicas $y = p(x)$, que traducía al lenguaje algebraico la idea esbozada por Kepler sobre las variaciones de los valores de una función en las proximidades de un máximo o mínimo.

En lo que concierne a los métodos integrales, Roberval combinó en sus problemas de cuadraturas los métodos geométricos de Arquímedes con la teoría de números, por la que sentía una especial inclinación. Pascal, aunque utilizó en sus cuadraturas los indivisibles de Cavalieri, introdujo una importante novedad al sustituir la suma de indivisibles por la suma de áreas elementales de rectángulos formados por ordenadas infinitamente próximas y anchura infinitesimal, lo que introducía elementos cuantitativos en el razonamiento puramente geométrico de aquel.

El siguiente paso importante en la aritmetización de los métodos infinitesimales lo iba a dar el matemático y teólogo inglés John Walis a mitad de la centuria, aplicando con gran éxito la geometría analítica a los problemas de cuadraturas y al estudio de las cónicas.

John Wallis (1616-1703)

John Wallis nació en Ashford el 22 de noviembre de 1616. Era el tercer hijo del reverendo John Wallis y de su segunda esposa Joanna Chapman. Su padre había estudiado en el Trininity College de Cambridge y, tras ordenarse en 1602, fue asignado a Ashford donde vivió hasta su fallecimiento, el 30 de noviembre de 1622, gozando de una excelente reputación y de la estima de sus feligreses. El joven John realizó sus primeros estudios en la escuela de Ashford, pero en 1625 se declaró un brote de plaga en la zona y su madre decidió, como medida preventiva, trasladar la familia a la hacienda que poseía en el condado de Kent. Wallis ingresó en la escuela local de James Movat, donde dio las primeras muestras de sus altas capacidades. Durante el curso 1631 – 1632 asistió a la escuela de Martin Holbeach en Felsted, Essex. Allí profundizó sus conocimientos de latín y griego y se inició en el hebreo, la música y la lógica. En aquel tiempo las matemáticas no formaban parte del currículo de las escuelas secundarias inglesas y Wallis tuvo el primer contacto con esta materia durante las vacaciones navideñas de 1631, cuando uno de sus hermanos le enseñó las reglas de la aritmética a partir de un manual de matemáticas comerciales. Parece que Wallis consiguió dominar el texto en una sola noche con la ayuda de su hermano. Cierta o no, la anécdota, a partir de ese día Wallis encontró en las matemáticas un placentero entretenimiento para su tiempo libre, y continuó sus lecturas de manera informal y sin una guía apropiada para la elección de los textos matemáticos.

En las navidades de 1632 ingresó en el Emanuel College de Cambridge. Allí cursó las materias habituales de los cursos de graduación que incluían ética, física y metafísica, además de anatomía y medicina, graduándose el año 1637 con una defensa en debate público de la doctrina de circulación de la sangre de su maestro Francis Glisson, siendo la primera exposición pública de esta doctrina en Europa. En 1640 obtiene la maestría en artes y recibe las órdenes sagradas que le permitirían ganarse la vida como capellán privado.

En ese tiempo, el enfrentamiento entre el monarca Carlos I y el Parlamento desencadenaría la primera Guerra Civil, conocida como revolución puritana, que se desarrollará entre los años 1642 y 1646. Tras la segunda guerra civil y la definitiva victoria de los parlamentarios, el rey Carlos I fue acusado de traición y ejecutado en enero de 1649. Se estableció un régimen republicano, liderado en un principio por el parlamento y más adelante por Oliver Cromwell como Lord Protector, que propició la pacificación y la prosperidad económica de Inglaterra. Tras la muerte de Cromwell el año 1658, se produce un periodo de inestabilidad política que acabará con la restauración monárquica en la persona de Carlos II el año 1660.

Al inicio del conflicto, se produjo un hecho que resultó decisivo para el futuro de John Wallis. A finales de 1642, miembros del partido puritano enseñaron a Wallis una carta cifrada que habían interceptado a los realistas. Wallis consiguió descifrarla en el plazo de dos horas, y esta proeza, además de convertirlo en un adepto al arte de la criptografía, le reportó una alta estima en el partido puritano que continuó utilizando sus valiosos servicios durante la contienda. Tras la restauración, continuó prestándolos a los sucesivos monarcas. En 1643 obtuvo la primera recompensa con el nombramiento de capellán de St. Gabriel, lo que le permitió regresar a Londres. Ese mismo año falleció su madre y Wallis heredó un patrimonio considerable que le permitió vivir con notable desahogo económico. Un año más tarde fue nombrado secretario de la Asamblea de teólogos de Westminster, también conocida como la Asamblea de Divinos, cargo en el que continuó prestando servicios a los puritanos.

El 14 de marzo de 1645 contrae matrimonio con Susanna Glyde y fijan su residencia en Londres. Wallis comienza a interesarse por la nueva filosofía experimental y contacta con prestigiosos representantes de esta corriente, como Robert Boyle, consagrados a la reforma del método científico. Pronto se integra en un grupo de científicos que se reunía semanalmente, generalmente en el Gresham College, para debatir diversos temas relativos a las ciencias naturales y experimentales. Habían adoptado la sabia norma de excluir los relacionados con la teología y la política. En el trascurso de estas reuniones conoció a William Oughtred (1574-1660), que le franqueó el acceso a su obra *Clavis Mathematicae*, en cuyo estudio encontró Wallis la ocasión de desarrollar su antigua afición. Pronto estuvo en condiciones de iniciar sus propias investigaciones matemáticas. Restaurada la monarquía, se fundó la Royal Society, de la que el grupo londinense constituyó el núcleo básico. El 6 de marzo de 1665 apareció el primer número de la revista *Philosophical Transactions*, editada por el secretario de la Sociedad, Henry Oldenburg, cuyo papel en la difusión del conocimiento científico y en la comunicación entre investigadores habría de resultar decisivo para el avance de la ciencia inglesa. Wallis colaboró asiduamente en la revista entre los años 1666 y 1702, publicando más de sesenta trabajos entre artículos y reseñas de libros.

El procesamiento de Carlos I y su condena determinaron que Wallis cambiara su militancia política ingresando en el partido moderado de los presbiterianos y que firmara con ellos, en 1648, una carta de protesta contra la ejecución del rey, conocida como *remonstrance*. Aunque este asunto le generó la hostilidad del ala radical de los independientes, Oliver Cromwell continuó teniéndole en gran estima y en 1649 le concedió la cátedra saviliana de geometría en la Universidad de Oxford, y nueve años más tarde le nombró custodio de los archivos de esta universidad. La concesión de estas recompensas, que se entendían de carácter político, fueron muy controvertidas y suscitaron agrias críticas de sus detractores. En 1649 los méritos de Wallis como matemático o bibliotecario eran muy escasos, pero unos años más adelante hasta sus más acérrimos oponentes hubieron de reconocer que Wallis se había convertido en uno de los matemáticos más brillantes de su tiempo. Por otra parte, su gestión de los archivos de Oxford fue impecable, al igual que su política de restauración y edición de obras de autores antiguos. Tras la restauración monárquica, y pese a su pasado político, Wallis fue confirmado en ambos puestos e incluso recibió el nombramiento de capellán real, quizás el nuevo rey recordó la postura de Wallis en la protesta contra la ejecución de su padre, además de considerar los buenos servicios que podría rendir a la Corona como criptógrafo.

Los estatutos de la cátedra saviliana requerían que su titular ofreciera cursos introductorios de aritmética práctica y teórica, además de impartir lecciones públicas sobre los trece libros de los Elementos de Euclides, las Cónicas de Apolonio y las obras de Arquímedes. También sugerían, aunque sin carácter obligatorio, que se impartieran lecciones de cosmografía, trigonometría plana y esférica, geometría aplicada, mecánica y teoría de la música. Para afrontar con solvencia estas tareas, Wallis se aplicó con extraordinaria energía y perseverancia al estudio sistemático de las principales obras matemáticas disponibles en la cátedra saviliana y en las bibliotecas de Oxford. Sus lecturas abarcaron, entre otros autores, a Kepler, Torricelli, Roberval, Descartes y Fermat. Fruto de estas lecturas y de sus clases, publicó en 1657 el tratado *Mathesis universalis, seu opus arithmeticum*, cuyo carácter elemental reflejaba el estado de las matemáticas universitarias inglesas en aquel momento.

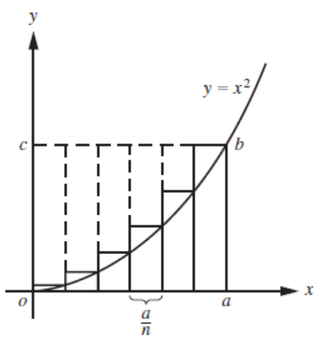
Wallis disfrutó a lo largo de su dilatada existencia de una robusta salud que le permitió permanecer en su cátedra saviliana más de medio siglo, hasta su fallecimiento el 28 de octubre de 1703. Su cadáver fue inhumado en la iglesia universitaria de St. Mary, y su hijo escribió el epitafio que figura junto a su tumba:

Aquí descansa John Wallis, Doctor en Teología, Profesor saviliano de Geometría y custodio de los archivos de Oxford. Dejó obras inmortales.

Además de sus obras matemáticas, Wallis escribió sobre temas tan diferentes como teología, lógica, filosofía, lenguaje y fonética e incluso ideó un método para enseñar a sordomudos. En lo que concierne a sus trabajos matemáticos, debe señalarse que el periodo más productivo de su carrera corresponde a sus veinte primeros años en la cátedra saviliana. En 1655 publicó dos de sus obras más importantes: *Tractatus de sectionibus conicis* y *Arithmetica infinitorum*.

El tratado hizo inteligible para todos los matemáticos la *Géométrie* de Descartes, obra que había resultado oscura y difícil para muchos de sus contemporáneos, y culminó el proceso de aritmetización de las secciones cónicas que éste había iniciado veinte años antes. Wallis, en lugar de continuar la tradición de considerar las cónicas como curvas generadas por secciones planas de un cono, las definió a partir de ecuaciones de segundo grado y dedujo de ellas todas sus propiedades, reemplazando en cuanto le fue posible los conceptos geométricos por conceptos numéricos. En este aspecto, se adelantó a la tendencia que prevalecería en las matemáticas de la siguiente centuria, aunque faltando aún dos siglos para que se efectuara una construcción rigurosa de los números reales, lo hizo sin una base lógica sólida.

La *Arithmetica Infinitorum*, dedicada a su maestro Oughtred por haber despertado en él su interés por las matemáticas, fue sin duda su obra más influyente y la que sustentaría definitivamente su prestigio matemático. En ella, aritmetizó los métodos geométricos utilizados por Cavalieri para la cuadratura de curvas de ecuación $y = x^n$, siendo n entero positivo. Para describir el procedimiento seguido por Wallis, consideremos el cálculo del área comprendida entre la parábola $y = x^2$ y el eje de abscisas entre $x = 0$ y $x = a$. Si se considera la región formada por n rectángulos de anchura $\frac{a}{n}$, para hallar la razón de la suma de las áreas de estos rectángulos al área del rectángulo circunscrito 0abc, Wallis consideró las siguientes particiones del segmento 0a: $\{0,1\},\{0,1,2\},\{0,1,2,3\},....$.



La razón de áreas para la primera partición viene dada por:

$$\frac{\frac{a}{1}\cdot\left(\frac{0\cdot a}{1}\right)^2+\frac{a}{1}\cdot\left(\frac{1\cdot a}{1}\right)^2}{a\cdot a^2+a\cdot a^2}$$

que, simplificando, es igual a

$$\frac{0^2+1^2}{1^2+1^2}=\frac{1}{2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\ .$$

Para la segunda partición:

$$\frac{\frac{a}{2}\cdot\left(\frac{0\cdot a}{2}\right)^2+\frac{a}{2}\cdot\left(\frac{1\cdot a}{2}\right)^2+\frac{a}{2}\cdot\left(\frac{2\cdot a}{2}\right)^2}{a\cdot a^2+a\cdot a^2+a\cdot a^2}= \ .$$

$$=\frac{0^2+1^2+2^2}{2^2+2^2+2^2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{12}$$

Siguiendo el mismo procedimiento, para la tercera partición tendremos:

$$\frac{0^2+1^2+2^2+3^2}{3^2+3^2+3^2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{18}$$

Aplicando la inducción incompleta, o *modus inductus* según su terminología, Wallis concluyó que para la partición $\{0,1,2,3,.....,n\}$ la razón de las áreas era:

$$\frac{0^2+1^2+2^2+3^2+...+n^2}{n^2+n^2+n^2+...+n^2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6n}.$$

Como el área de la región viene dada por la suma de todas las líneas cuando n crece indefinidamente, y dado que en ese caso el término $\frac{1}{6n}$ es despreciable frente al primer sumando, Wallis establece que la razón de las áreas es $\frac{1}{3}$, es decir,

$$\frac{\int_0^a x^2 dx}{a^3} = \frac{1}{3},$$

utilizando el simbolismo actual.

Tras comprobar algunos casos particulares más de parábolas de la forma $y = x^n$, Wallis generalizó estos resultados a

$$\frac{\int_0^a x^n dx}{a^{n+1}} = \frac{1}{n+1}$$

Este teorema ya había sido establecido anteriormente, pero Wallis dio un paso más y lo generalizó para otras potencias que no fueran enteras positivas. Para ello, siguió un procedimiento de interpolación, poco riguroso pero eficaz en sus resultados, que le permitió concluir que

$$\int_0^1 x^{\frac{p}{q}} dx = \frac{1}{\frac{p}{q}+1}$$

No le detuvo aquí su audacia y generalizó el resultado para valores de n enteros negativos (exceptuando -1) e incluso irracionales. También estableció que el método era aplicable para determinar áreas limitadas por curvas cuya ecuación viene dada por sumas de términos de la forma $ax^{\frac{p}{q}}$.

Entre las aplicaciones más conocidas de su método destaca su obtención del producto infinito para π. Resultado obtenido al tratar de hallar por procedimientos aritméticos el área de un cuadrante de círculo de radio unidad, es decir, resolver $\int_0^1 \left(1-x^2\right)^{\frac{1}{2}} dx$, cuyo valor, $\frac{\pi}{4}$, es conocido de antemano. El procedimiento seguido por Wallis fue tratar de resolver el problema de forma general hallando $\int_0^1 \left(1-x^{\frac{1}{p}}\right)^n dx$, del que la integral anterior es un caso particular cuando $p = n = \frac{1}{2}$. Wallis podía resolver la integral para valores enteros de p y n aplicando su método. Por ejemplo, para p=3 y n =2 se tiene $\int_0^1 \left(1-2x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{2}{3}}\right)dx = \frac{1}{10}$.

No disponiendo aún del teorema binomial de Newton, que éste desarrollará unos años más tarde partiendo precisamente de los resultados de Wallis, procedió a confeccionar una tabla de los valores de la integral (en realidad de los inversos de éstos) cuando p y n variaban entre 0 y 10. Reconociendo en la tabla resultante el triángulo aritmético de Pascal, procedió a expandirla, haciendo uso de su método de interpolación, para valores fraccionarios de los exponentes p y n, a fin de incluir el elemento $a_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = \frac{4}{\pi}$, lo que le condujo al producto infinito:

$$\frac{4}{\pi} = \frac{3\cdot3\cdot5\cdot5\cdot7\cdot7\cdot.....}{2\cdot4\cdot4\cdot6\cdot6\cdot8\cdot8\cdot.....}.$$

En esta obra, introdujo por primera vez el símbolo infinito, ∞, y utilizó las series como una parte ordinaria del cálculo infinitesimal, operando con ellas según las reglas de las operaciones algebraicas con expresiones ordinarias finitas, pese a carecer de una base lógica consistente. No fue esta la única parte de su obra carente de rigor lógico, sus razonamientos "por analogía" fueron criticados por algunos de sus contemporáneos. Thomas Hobbes (1588-1679) atacó con dureza su obra reprochándole que aplicara el Álgebra a la Geometría, lo que originó una controversia entre ambos, que derivó en una violenta hostilidad, y se mantuvo durante 25 años, hasta el fallecimiento del autor del *Leviatán*. También Fermat criticó que utilizase en sus razonamientos la inducción incompleta o analogía en lugar de la inducción completa. Pese a todo, parece que Fermat albergaba el propósito de interesar a Wallis en sus investigaciones sobre la teoría de números, y el 3 de enero de 1657 planteó un desafío a matemáticos del continente y a "Wallis y otros matemáticos ingleses", consistente en la resolución de dos problemas numéricos. Wallis no mostró gran interés y se limitó a proporcionar soluciones banales.

Sí participó en cambio en otro desafío propuesto por Pascal en el verano de 1658, consistente en determinar cuadraturas, cubaturas y centros de gravedad de figuras limitadas por arcos de cicloide. Las soluciones enviadas por Wallis y otros matemáticos no satisficieron a Pascal y declaró el premio desierto. Un año más tarde publicaría sus propias soluciones en *Lettres de A Dettonville*. Resentido Wallis por la actitud de Pascal, publicaría ese mismo año *Tractatus duo*, en la que exponía sus soluciones a los problemas propuestos. También exponía en ella cómo podían aplicarse los principios expuestos en su *Arithmetica Infinitorum* para la rectificación de curvas algebraicas, proporcionando como ejemplo la rectificación de la parábola $x^3 = ay^2$, problema que había resuelto su discípulo William Neil en 1657.

En 1685 aparecerá su última gran obra, *Treatise of Algebra, Both Historical and Practical*, donde hace una exposición completa del estado del álgebra, precedida por la historia de su desarrollo. En 1693 publicará una versión ampliada en latín, *De Algebra Tractatus*, en la que añadía una breve exposición del método de fluxiones de Newton. Resulta anecdótico, y un claro síntoma de su chauvinismo galopante, que mientras treinta años antes dedicaba elogiosos comentarios a la obra de Descartes en su *Tractatus*, le acusara en el *Treatise of Algebra* de haber plagiado las obras de Thomas Harriot (1560-1621). En cualquier caso, la figura de Wallis cubrió medio siglo de actividad matemática en Inglaterra y tuvo un papel determinante en el auge científico de este país que sentó las bases para la llegada del genial Newton.

Gottfried Wilhem Leibniz (1647-1716)

La amplia gama de métodos acumulados para la resolución de problemas de cuadraturas y de tangentes, unida al desarrollo y aplicación de técnicas para trabajar con las series infinitas, constituyeron elementos esenciales para que Newton y Leibniz fundaran el Cálculo Infinitesimal. Hay tres aspectos fundamentales en sus aportaciones que les hacen acreedores del título de fundadores de esta nueva rama matemática.

1) El desarrollo de una teoría basada en los conceptos generales de fluxión (Newton) y diferencial (Leibniz) aplicable a la resolución de problemas particulares, como los de máximos y mínimos, de las tangentes, etc., sin utilizar razonamientos infinitesimales específicos para cada caso, como habían hecho sus predecesores.

2) La extensión de las técnicas del cálculo a otras funciones, más allá de las polinómicas, como las algebraicas y trascendentes, y el desarrollo de los algoritmos y el simbolismo apropiados, que hicieron del cálculo un poderoso y eficaz recurso para la investigación científica.

3) El reconocimiento claro de la relación inversa entre los problemas de cuadraturas y tangentes, lo que actualmente conocemos como Teorema Fundamental del Cálculo, que hacía posible resolver las cuadraturas a partir de la inversión de los métodos diferenciales.

Leibniz nació en Leipzig el 1 de julio de 1646 en un hogar ilustrado. Su padre, Friedrich Leibniz, ejercía de profesor de filosofía moral en la Universidad de Leipzig. Su madre, Catalina Schmunk, era su tercera esposa y procedía de una familia conocida en el ambiente académico. En 1652, cuando Leibniz tenía tan solo seis años, falleció su padre. Comenzó sus primeros estudios en la escuela Nicolai de Leipzig, donde dio muestras de gran precocidad, pero sus profesores consideraron que su educación no debía sobrepasar los contenidos propios de su edad. Su familia, sin embargo, le permitió acceder a los siete años a la nutrida biblioteca de su padre, donde tendría ocasión de estudiar una amplia variedad de obras filosóficas y teológicas. Como la mayoría estaban escritas en latín, Leibniz alcanzó un alto nivel de dominio de esta lengua con tan solo 12 años y también aprendió algo de griego.

A los 15 años ingresó en la Universidad de Leipzig donde obtuvo el grado de bachiller en filosofía en diciembre de 1662. En aquel tiempo, la universidad estaba muy ligada a la tradición aristotélica y su currículo hacía poco hincapié en la formación científica. En las lecturas filosóficas de sus primeros años universitarios halló las primeras noticias de las revolucionarias concepciones de los filósofos “naturales”, como Kepler, Galileo y Descartes, y llegó a la conclusión de que la comprensión de estas nuevas ideas exigía estar familiarizado con las matemáticas. Leibniz pasó el verano de 1663 en la Universidad de Jena, asistiendo a los cursos de Erhard Weigel, que le pusieron en contacto con la geometría euclídea. En 1664 obtiene el grado de maestro en filosofía con una tesis sobre las relaciones teóricas y pedagógicas entre la filosofía y las leyes. Un año más tarde, el 28 de septiembre de 1665, obtiene el grado de bachiller en leyes.

En 1666, con tan solo 20 años, publica su primera obra, *Dissertatio de arte combinatoria*, en el que abordaba las propiedades elementales de las combinaciones y permutaciones y presentaba los principios básicos de una especie de álgebra de la lógica Ese mismo año la Universidad de Leipzig denegó su solicitud de doctorado, pretextando su excesiva juventud, lo que llevó a Leibniz a la Universidad de Altdorf, donde pudo leer su tesis en noviembre de 1666, obteniendo la licencia para practicar la abogacía y el doctorado en leyes.

Aunque la Universidad de Altdorf le ofreció un puesto de profesor, Leibniz rechazó la oferta alegando que “sus pensamientos habían girado hacia una dirección completamente diferente”.
Comenzó a ejercer como alquimista en Nuremberg, pese a sus escasos conocimientos sobre el tema, y al poco tiempo conocería a Johann Christian von Boyneburg, que le contrató como asistente. Boyneburg había sido primer ministro del Elector de Mainz e introdujo a Leibniz en su corte, donde se le asignó la tarea de reorganizar el Código Legal del Electorado y, más adelante, fue nombrado asesor en la Corte de Apelación. En paralelo a estas funciones, Leibniz desarrolló tareas diplomáticas. La de mayor calado fue sin duda el diseño de un plan para alejar de Alemania la amenaza del monarca francés Luis XIV. Tras la Guerra de los Treinta Años, Alemania había quedado exhausta, fragmentada en múltiples estados y en bancarrota económica; lo que la convertía en presa fácil para las ambiciones del Rey Sol, respaldadas por el gran poderío económico y militar francés. Leibniz ideó una maniobra distractora consistente en incitar a Francia a conquistar Egipto al Imperio Turco. De esta manera, Francia emplearía la mayor parte de sus recursos en la campaña y no podría atacar a los estados alemanes. Aprobado el plan por el Elector de Mainz, Leibniz se trasladó a Paris en la primavera de 1672 con la misión de presentarlo ante el gobierno francés.

Mientras esperaba la oportunidad de cumplir sus tareas diplomáticas, Leibniz frecuentó los círculos intelectuales de la capital francesa e hizo amistades con sus personalidades más relevantes, como los filósofos Arnauld y Malebranche o el matemático Huygens. Antes de su llegada París los conocimientos matemáticos de Leibniz eran modestos; así se pone de manifiesto en las obras que había publicado antes de esa fecha, *Dissertatio de arte combinatoria* (1666) e *Hypothesis physica nova* (1671). El propio Leibniz reconoció esas deficiencias en una carta enviada a su compatriota Tschirnhaus en 1680, donde afirmaba que a su llegada a París ignoraba tanto el Álgebra Cartesiana como el método de los indivisibles o de la definición correcta de centro de gravedad. Huygens, que advirtió su gran talento matemático, se convirtió en su mentor y orientó su formación hacia el estudio de las obras de Descartes y Pascal. De acuerdo con su testimonio, pronto fue capaz de leer los textos matemáticos de sus contemporáneos sin ayuda y con la misma facilidad con que se lee una novela. En un tiempo record, Leibniz adquirió el nivel matemático suficiente para realizar sus propias investigaciones matemáticas.

No tardó en estallar la guerra entre Francia y Holanda, lo que dio al traste con su misión diplomática, y a finales de 1672, llegó a París un sobrino del Elector de Mainz con la propuesta de entablar negociaciones de paz entre Inglaterra, Francia y Holanda. Leibniz se incorporó a la delegación de Mainz y a principios de 1673 se trasladaron a Londres. Aunque la misión interrumpió la intensa actividad matemática que había iniciado en París, le permitió a cambio conocer a eminentes científicos y matemáticos de la Royal Society. Leibniz había enviado a esta institución un tratado sobre la teoría del movimiento concreto, que tuvo una regular recepción, sin embargo, los académicos mostraron un mayor interés por el modelo, aún incompleto, de la máquina de cálculo diseñada por Leibniz. En reconocimiento a este trabajo fue elegido miembro extranjero de Royal Society.

Por mediación de Robert Boyl conoció al notable algebrista John Pell, que le aportó importantes conocimientos sobre series infinitas y le sugirió el estudio de la *Logarithmotechnia* (1669) de Mercator, en la que se abordaba el estudio de series logarítmicas y de *Lectiones opticae et geometricae* (1672) de Barrow. También tuvo ocasión de conocer a su compatriota Henry Oldenburg, entonces secretario de la Royal Society, que le proporcionó noticias e información sobre algunos de los resultados obtenidos por Newton y Gregory. Más adelante se convertiría en uno de sus numerosos corresponsales científicos.

La estancia en Londres se interrumpió bruscamente cuando llegaron las noticias del fallecimiento de sus patronos Boineburg, en diciembre de 1672, y del Elector en febrero de 1673. En marzo estaba de regresó en París, donde continuo al servicio de la viuda de Boineburg, como tutor de la formación de su hijo, hasta 1674. A partir de ese momento, Leibniz intentó inútilmente obtener un puesto de investigador en la Academia de Ciencias de Paris y, tras recibir ofertas de las cortes de Hanover y de Dinamarca, tomó la decisión, no sin reservas, de aceptar el puesto de Consejero en la Corte del Duque John Frederick de Brunswick-Luneburg en Hanover. Aunque el nombramiento se produjo en enero de 1676, Leibniz demoró su partida de París hasta el mes de octubre, e hizo el viaje de vuelta dando un rodeo por Londres y Holanda, llegando a su destino en diciembre.

En los cuatro años que permaneció en París, con el breve paréntesis del viaje a Londres, Leibniz concibió las características principales de su versión del Cálculo Infinitesimal. En cierto modo, fue un periodo similar al que experimentó Newton entre los años 1664 y 1666, cuando hizo sus descubrimientos más importantes: el teorema binomial, su cálculo infinitesimal, la ley de gravitación universal y su teoría de los colores.

En su primera etapa al servicio de los Brunswick, Leibniz tenía asignadas una amplia gama de funciones: bibliotecario, asesor político, corresponsal de asuntos internacionales, asesor tecnológico. Esta última función le llevó a ocuparse de los trabajos en las minas de Harz, donde se propuso resolver el problema del drenaje de las galerías. Hacia 1679 empezó a diseñar múltiples planes, utilizando diferentes tipos de molinos de viento, bombas mecánicas, sifones, etc., con los que experimentó hasta finales de 1686. Al parecer dedicó más de la mitad de su tiempo a estas actividades con escaso éxito, ya que todos ellos acabaron fracasando.

El duque Johann Friedrich falleció a finales de 1679, siendo sustituido por su hermano Ernst August que, para satisfacer sus múltiples ambiciones dinásticas a diferentes tronos europeos, encargó a Leibniz una historia completa de la familia de los Güelfos, de la que descendía la Casa de los Brunswick. La historia debía abarcar desde la más remota antigüedad del linaje hasta el presente. Aunque la realización del trabajo le garantizaba un salario permanente, no lo empezó hasta el año 1686, tras abandonar sus ensayos en las minas de Harz. Leibniz obtuvo permiso para consultar archivos en Bavaria, Austria y Roma e inició un viaje a finales de 1687 por estos destinos que concluiría en junio de 1690. En su transcurso, tuvo oportunidad de conocer a gran número de académicos y científicos y fue elegido miembro de la Academia de Roma. También actuó como diplomático concertando el matrimonio de la hija del duque Johann Friedrich con el duque de Módena. La abundante información que reunió le permitió publicar seis grandes volúmenes entre los años 1698 y 1700 con información preliminar y otros tres entre 1707 y 1711, dedicados específicamente a la historia de la familia de los Güelfos. Pese al esfuerzo, la historia quedo inacabada.

Tras el fallecimiento del duque Ernst August en 1698, le sucedió el elector Georg Ludwig que encomendó a Leibniz diferentes misiones diplomáticas, que le obligaron a viajar constantemente por diferentes capitales europeas. En esta etapa, concibió proyectos para la creación de academias científicas en varias ciudades que resultaron fallidos. A partir de 1695 concentró sus esfuerzos en la creación de las academias de Berlín, Dresden, Viena y San Petersburgo. En el tiempo que vivió, únicamente pudo contemplar el nacimiento de la primera de ellas, creada en 1700 por el príncipe elector Federico III con el nombre de Sociedad de Ciencias de Brandenburgo, y de la que fue nombrado primer presidente.

Durante estos viajes Leibniz prestó servicios a diferentes cortes europeas. En 1712 se sabe que percibía honorarios de cinco de ellas, pero las quejas de sus patronos eran constantes por el escaso tiempo que dedicaba a cada una de ellas. Sus relaciones con Georg Ludwig eran especialmente tensas por este motivo. Al fallecer la reina Ana de Inglaterra sin descendencia, Georg Ludwig accedió al trono inglés instaurando la dinastía Hanover. Cuando Leibniz recibió la noticia en septiembre de 1714, regresó a Hanover, pero el duque ya había partido hacia Londres. A Leibniz le hubiera gustado seguir al nuevo monarca a la corte de londinense, pero éste le ordenó permanecer en la biblioteca de Hanover y continuar la inacabada historia de su familia. Frustrado por este rechazo, Leibniz intentó buscar acomodo en otras cortes, pero finalmente permaneció en Hanover intentando concluir la historia de los Güelfos y manteniendo una importante correspondencia filosófica. El 14 de noviembre de 1716, tras permanecer una semana en cama aquejado de ataques de gota y cólicos, falleció pacíficamente en presencia de su secretario y su cochero, los únicos que acompañaron la inhumación de su cadáver en la iglesia de Neustädter.

El legado de Leibniz abarca múltiples campos del conocimiento: la filosofía, las matemáticas, la física, las ciencias naturales, la lógica, la economía, la filología, la historia, la jurisprudencia, las leyes internacionales (de las que fue un precursor), la teología, la ingeniería, etc. En todos estos campos hizo notables contribuciones.

Ciñéndonos a sus aportaciones matemáticas, su mayor timbre de gloria fue su versión del Cálculo Infinitesimal, que apoyó en tres ideas fundamentales: su lenguaje universal o *characteristica universalis*, sus investigaciones sobre las sucesiones de sumas y diferencias y la aplicación del triángulo característico o diferencial de Pascal en las transformaciones de cuadraturas.

Leibniz había publicado en 1666 un ensayo titulado *Dissertatio de arte combinatoria* en el que introducía su conocida *characteristica universalis*, o matemática universal, cuyo propósito, según sus propias palabras, era crear «*un método general en el que todas las verdades de la razón sean reducidas a un tipo de cálculo. Al mismo tiempo esto sería una especie de lenguaje o escritura universal, pero absolutamente diferente de todos los proyectados hasta ahora; los símbolos y hasta las palabras de él se dirigirán a la razón, y los errores, salvo los de hecho, serán simples errores de cálculo. Será muy difícil formar o inventar este lenguaje o característica, pero muy fácil comprenderlo sin diccionario*». El interés de Leibniz por el arte combinatorio y la lógica no tuvo apenas seguimiento entre sus contemporáneos, cuyos intereses estaban dirigidos casi de forma exclusiva hacia el desarrollo y aplicaciones del Cálculo. Habría que esperar hasta el siglo XIX para que Boole continuara su programa que alcanzará su máxima expresión a principios de la siguiente centuria en la obra *Principia Mathematica* de Whitehead y Russell.

Su idea de la característica universal penetró profundamente en muchas de sus investigaciones, especialmente en sus trabajos matemáticos. Como ponía de manifiesto en su *Historia et origo calculi differentialis*, escrita dos años antes de su fallecimiento, su contribución al cálculo fue, a fin de cuentas, introducir un lenguaje y unas reglas operativas que permitieron unificar el tratamiento de una amplia gama de problemas abordados hasta entonces con procedimientos específicos en cada caso. Con esta idea, Leibniz se esforzó por desarrollar, en paralelo a las fórmulas y algoritmos que constituyen su método de cálculo, una notación y simbolismo capaz de reflejar la esencia de los conceptos y las operaciones, simplificando así el trabajo de la mente. Leibniz fue un hábil creador de notación matemática, cuyo éxito queda patente por su pervivencia en la actualidad. En manuscritos datados en 1675 aparecen ya los símbolos de diferencial, d, e integral, $\int$, junto a las denominaciones latinas de *calculus differentialis* y *calculus summatorius*, que a instancias de Jean Bernoulli terminaría sustituyendo por *calculus integralis*. No fueron éstas sus únicas aportaciones a la notación matemática, fue el primero en utilizar el punto para indicar la multiplicación y en representar las proporciones en la forma a:b=c:d. Utilizó también los símbolos ~ y ≡ para representar la semejanza y la congruencia respectivamente. También fue responsable, junto con Newton, del triunfo del símbolo =, introducido por Robert Recorde (1510-1558), sobre el símbolo que utilizaba Descartes.

En *Historia et origo calculi differentialis* Leibniz señala que la inspiración para la creación de su Cálculo se remontaba a sus primeros trabajos sobre sucesiones de sumas y diferencias numéricas. En sus primeras investigaciones matemáticas descubrió que la suma de las diferencias primeras consecutivas $d_1+d_2,+......+d_n$ de una sucesión finita de números $a_0, a_1, ..., a_n$, donde $d_i = a_i - a_{i-1}$, es igual a la diferencia del último término y el primero de la sucesión original, es decir: $d_1+d_2,+......+d_n = a_n - a_0$. Extendiendo este resultado a las sucesiones infinitas, estableció que dada una sucesión $a_0, a_1, ..., a_n, ...$ decreciente cuyos términos se aproximan a cero, la suma de la sucesión de diferencias es $\sum_{n=1}^{\infty} d_n = a_1$ (1).

Cuando comunicó estos resultados a Huygens, éste le invitó a calcular la suma de la sucesión infinita de inversos de los números triangulares

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}, ..., \frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}, ...$$

Leibniz lo resolvió con éxito a finales de 1672 e incluso prolongó la tarea incluyendo la sumación de otras series.

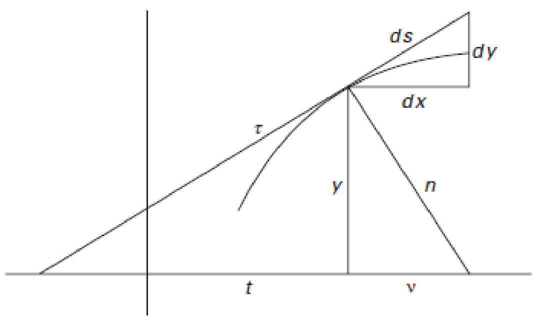
Leibniz estaba familiarizado con el triángulo aritmético de Pascal y sus propiedades y advirtió que la solución al problema de Huygens podía relacionarse con la construcción del triángulo armónico, que mantenía curiosas relaciones con el aritmético. Cuando se dispone en forma rectangular, la primera fila corresponde a los inversos de los naturales, el resto de filas se forma con la regla $a_{ij} = a_{i-1j} - a_{i-1j+1}$, donde el primer subíndice indica la fila y el segundo la columna. Leibniz observó que la suma de los términos de la segunda fila correspondía a la mitad de la suma de la sucesión propuesta por Huygens, con lo que, aplicando (1), obtuvo

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\ldots+\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}+\ldots.=2(1)=2$$

Leibniz observó que existía una relación inversa entre las operaciones con que se construyen el triángulo aritmético y el armónico: sumas y diferencias respectivamente. Aunque estos resultados no eran nuevos ni desconocidos, cobraron importancia al trasladarlos al marco geométrico del estudio de las curvas. Según Leibniz una curva podía aproximarse por una poligonal de un número finito de lados, lo que permitía formar sucesiones finitas correspondientes a diferentes valores de magnitudes variables de la curva - ordenadas, abscisas, arcos de curva, cuadraturas, etc.- y, a partir de ellas, generar las correspondientes sucesiones de diferencias o sumas. Por ejemplo, si se toman ordenadas de cada vértice equidistantes una unidad, la diferencia de dos ordenadas consecutivas daría una aproximación de la pendiente de la tangente en el punto, mientras que la suma de todas ordenadas proporcionará una aproximación de la cuadratura de la curva. Si la unidad de separación se hace infinitamente pequeña, la poligonal tendrá infinitos lados de longitud infinitesimal y coincidirá con la curva; en este caso la cuadratura coincidirá con la suma de las infinitas ordenadas, que Leibniz acabará representando por $\int y\,dx$. Representando por $\{\partial y_i\}$ a la sucesión de diferencias de ordenadas, la suma de sus términos será: $\sum \partial y_i = y_n - y_0$ (*), ordenadas final e inicial respectivamente. Si se forma la sucesión de sumas $\left\{\sum y_i\right\}$, donde $\sum y_i = y_1 + y_2 + \ldots + y_i$, la sucesión de diferencias correspondiente $\left\{\partial \sum y_i\right\}$ (**) será la sucesión original de ordenadas.

Extrapolando estos resultados a su concepción de curva como una poligonal formada por infinitos segmentos de longitud infinitesimal, si y designa a la ordenada de un punto genérico de la intersección de dos segmentos, dy la diferencia infinitesimal de ordenadas consecutivas y $\int$ la suma de infinitos términos de una sucesión, aplicando (*) se obtiene $\int dy = y$; mientras que de (**) resulta $d\int y = y$. Dado que la suma de infinitas ordenadas de valor finito puede ser infinito, Leibniz reemplazó la y del subintegrando por $y\,dx$, que geométricamente puede interpretarse como el área infinitesimal de un rectángulo de base dx, con lo que finalmente quedaría $d\int y\,dx = y$. Con estos resultados, Leibniz advirtió que también los problemas de cuadraturas y tangentes son inversos en geometría, al depender de sumas de ordenadas y de la razón de diferencias infinitesimales de ordenadas y de abscisas respectivamente.

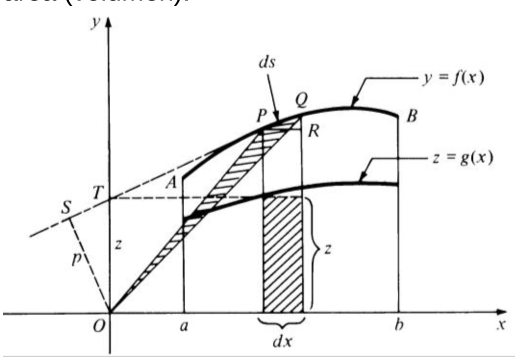
En *Traite des sinus du quart de cercle*, publicado por Pascal en 1659, para resolver el problema de hallar el área delimitada por la gráfica del seno, el francés utiliza el denominado triángulo característico o diferencial, similar al que había empleado Barrow para la determinación de tangentes. El hecho de que este triángulo pudiera ser utilizado indistintamente para resolver problemas de tangentes y de cuadraturas ponía de manifiesto la estrecha relación entre ambos tipos de problemas. Así lo vio Leibniz al estudiar la obra de Pascal y, según comunicó en una carta a Jacques Bernouilli, este triángulo fue para él un relámpago que le hizo ver con claridad la relación recíproca entre ambos tipos de problemas.



El triángulo característico es el triángulo rectángulo de catetos dx y dy e hipotenusa ds. Dado que es semejante al de lados y, v, n, donde n es la normal y v la subnormal, se obtiene la relación: $\frac{y}{n}=\frac{dx}{ds}$, de donde: $y\,ds = n\,dx$, y utilizando el simbolismo que más adelante introduciría Leibniz, $\int y\,ds = \int n\,dx$. Hacia 1673, Leibniz utilizó este resultado para calcular áreas de superficies de revolución. En efecto, multiplicando los dos miembros de la igualdad anterior por 2π se obtiene $\int 2\pi y\,ds = \int 2\pi n\,dx$, donde el primer miembro representa el área de la superficie de revolución obtenida al rotar la curva alrededor del eje x.

Leibniz también hizo uso del triángulo característico para resolver rectificaciones y cuadraturas de curvas. Otra aplicación que hizo Leibniz de este triángulo surge de la relación $vdx = y\,dy$, de donde $\int v\,dx = \int y\,dy$. En el caso de que la curva pase por el origen y esté referida al intervalo base [0, b], se tiene que $\int y\,dy = \frac{1}{2}b^2$; dado que $v = y\frac{dy}{dx}$, sustituyendo se obtiene: $\int y\left(\frac{dy}{dx}\right)dx = \int y\,dy = \frac{1}{2}b^2$. En esta igualdad aparecen dos ideas básicas del cálculo de Leibniz: la transformación de integrales por medio de sustituciones y la reducción de problemas de cuadraturas (integrales) al problema inverso de las tangentes.

Hacia 1674, Leibniz descubrió un método de transformación, que llamó *trasmutación general*, con el que podía obtener todos los resultados de cuadraturas planas conocidos. El principio de trasmutación había sido utilizado por muchos matemáticos anteriores, y sostenía que si A y B son dos regiones del plano (espacio) y existe una correspondencia biunívoca entre los indivisibles de A y B de forma que los correspondientes tienen la misma área (volumen), se dice que B se deriva de A por una trasmutación y ambas tienen la misma área (volumen).



Considerando la curva AB de la figura, de ecuación $y = f(x)$, sobre el intervalo base [a,b]. Leibniz utilizó indivisibles triangulares, como OPQ, en el proceso sistemático de transformaciones.

Sean $P(x,y)$, $Q(x+dx, y+dy)$ y $PQ = ds$. La tangente determinada por este arco infinitesimal corta el eje de ordenadas en $T(0,z)$.

De la semejanza del triángulo característico y el triángulo OST, se tiene $\frac{dx}{p}=\frac{ds}{z}$, y el área del triángulo infinitesimal OPQ será: $a(OPQ) = \frac{1}{2}p\,ds = \frac{1}{2}z\,dx$, y el área del sector OAB: $a(OAB) = \frac{1}{2}\int_0^a z\,dx$, donde z se define $z = y - x\frac{dy}{dx}$ y escribimos $z = g(x)$.

El área de la región comprendida entre la curva AB y el intervalo base viene dada por $\int_a^b y\,dx$, que puede descomponerse en $\int_a^b y\,dx = a(OAB) + \frac{1}{2}b\cdot f(b) - \frac{1}{2}a\cdot f(a)$, o bien: $\int_a^b y\,dx = \frac{1}{2}\left([xy]_a^b + \int_a^b z\,dx\right)$, fórmula que constituye el Teorema de Trasmutación de Leibniz, donde se establece la relación inversa entre el problema de la tangente (ya que z se define en términos de la tangente) y el de la cuadratura ($\int_a^b y\,dx$). La curva $z = g(x)$ hace las veces de cuadratriz de la curva original $y = f(x)$, así, cuando $\int_0^a z\,dx$ es una integral más simple que $\int_a^b y\,dx$, nos permite evaluar esta.

Si en la fórmula del teorema de trasmutación se sustituye $z = y - x\frac{dy}{dx}$, operando se llega a

$\int_a^b y\,dx = [xy]_a^b - \int_{f(a)}^{f(b)} x\,dy$, que es la conocida fórmula de integración por partes.

Leibniz utilizó este teorema en múltiples aplicaciones, pero la más conocida es la que obtiene su serie aritmética para π :

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \ldots .$$

Puede decirse que, hacia 1676, Leibniz, al igual que Newton unos años antes, era consciente de disponer de un método general, aplicable tanto a funciones racionales como irracionales, algebraicas o trascendentes, consistente en aplicar sus operaciones de sumas (cálculo integral) para las cuadraturas o de diferencias (cálculo diferencial) para la determinación de tangentes. En este tiempo aún no había desarrollado por completo sus reglas de cálculo y dudaba Leibniz de si $d(xy)$ era igual que $dx \cdot dy$ o si $d\left(\frac{x}{y}\right)$ era $\frac{dx}{dy}$. Parece que en 1677 llegó a completar correctamente las reglas basándose en el razonamiento que se ejemplifica a continuación para el caso de la multiplicación. Considerando $d(xy)$ como la diferencia entre los valores adyacentes xy y $(x+dx)(y+dy)$, es decir, $d(xy) = (x+dx)(y+dy) - xy$, se obtiene: $d(xy) = xdy + ydx + dxdy$.

La concepción de número manejada por Leibniz tenía aún fuertes connotaciones geométricas. Cada número poseía una dimensión y también un orden de magnitud o infinitud, lo cual tenía consecuencias a la hora de operar, ya que podían considerarse nulos los números de menor orden de magnitud respecto a los de mayor orden. Además, los operadores diferencial e integral disminuían y aumentaban respectivamente el orden de magnitud de los números sobre los que actuaban. En consecuencia, el tercer sumando del segundo miembro es de menor orden de magnitud que el resto y puede anularse, con lo que resulta: $d(xy) = xdy + ydx$.

En los años siguientes, continuó perfeccionando sus métodos de cálculo y hacia 1680 tenía prácticamente completa su versión del Cálculo Infinitesimal. Sin embargo, no la dio a conocer hasta octubre de 1684, mediante un breve artículo publicado en la revista Acta Eruditorum con el elocuente título de *Nova Methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulares pro illis calculi genus*. Esta primera publicación de cálculo infinitesimal, pese a su trascendencia, resultó poco comprensible, ya que presentaba la mayor parte de resultados sin demostración y estaba repleta de errores de imprenta que dificultaban aún más su lectura. Los hermanos Bernoulli, Jacques (1654-1705) y Jean (1667-1748), pese a que lograron desentrañar su contenido y atisbaron su importancia, comentaron que “era más un enigma que una explicación”.

Comenzaba el artículo definiendo la noción de diferencial de una cantidad y a partir del triángulo característico: dado un segmento arbitrario dx, cateto del triángulo característico, la dy será a dx como la ordenada y del punto en cuestión es a la subtangente *t*. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{t}$. Con esta definición se pretendía evitar la alusión a los infinitésimos, sin embargo, más adelante al referirse a su concepto de curva se ve obligado a definir el diferencial de arco como un infinitesimal. En este punto se muestran claramente las diferencias conceptuales de Newton y Leibniz. El inglés tiene un concepto dinámico de curva y para calcular las fluxiones recurre a una idea primitiva de límite de la razón de infinitésimos cuando éstos “se desvanecen”. En cambio, Leibniz, al concebir la curva formada por infinitos segmentos rectos de longitud infinitesimal, se interesa por las propiedades de los infinitésimos y desarrolla sus métodos para la suma (integración) y para la diferencia (diferenciación) de estas cantidades.

Dos años más tarde, publicó en la misma revista un segundo artículo titulado *De geometría recóndita et analysi indivisibilibum atque infinitorum*, donde exponía sus resultados para el cálculo integral, haciendo hincapié en la relación inversa entre diferenciación e integración. Señalaba también la importancia de las funciones trascendentes para el nuevo cálculo, afirmando que en la integración de las funciones elementales estaba incluida la mayor parte de la geometría trascendente. En efecto, sin las funciones trascendentes, nombre aportado por Leibniz, no existirían, por ejemplo, las integrales de $\frac{1}{x}$ o de $\frac{1}{1+x^2}$.

En 1692 publicó la regla para hallar la envolvente de una familia uniparamétrica de curvas planas y un año más tarde amplió el nuevo cálculo para las funciones trascendentes, mediante el desarrollo de éstas por el método de los coeficientes indeterminados, resultados que expuso en un artículo con el largo título de *Complemento de la geometría práctica que se extiende a los problemas trascendentes con ayuda del nuevo método general de las series infinitas*. Hacia 1695 deduce las reglas para la diferenciación de la función exponencial y la fórmula de la diferenciación múltiple para el producto que tenía una estructura similar al binomio de Newton:

$$d^n\left(xy\right)=$$

$$=d^n x\cdot d^0 y+\frac{n}{1}d^{n-1}x\cdot dy+\frac{n\left(n-1\right)}{2\cdot 1}d^{n-2}x\cdot d^2 y+...$$

En el periodo 1702-1703 centró sus investigaciones en los métodos de integración de las funciones racionales.

Además de sus trabajos sobre cálculo infinitesimal, Leibniz hizo otras aportaciones que, aunque menores, merecen ser recordadas. En una carta dirigida a l'Hôpital, fechada en 1693, explicaba su método para representar sistemas de ecuaciones lineales, que anticipaba los actuales determinantes, utilizando números para indicar las filas y columnas de cada elemento. También introdujo la condición para que el sistema fuera compatible. Hizo alguna contribución menor a los números complejos, tema que en aquel tiempo apenas suscitaba interés, y redescubrió la aritmética binaria, que ya había sido tratada anteriormente por Juan Caramuel (1606-1682) en su *Mathesis biceps*. No obstante, las consideraciones de Leibniz sobre el sistema binario tuvieron poca relevancia desde el punto de vista matemático.

Los últimos años de Leibniz se vieron turbados por el estallido de una agria y estéril polémica con Newton sobre la prioridad en la invención del cálculo. En la actualidad esta controversia es una mera anécdota, ya que la investigación histórica ha puesto de manifiesto que, si bien Newton había desarrollado su método de cálculo unos diez años antes que Leibniz, éste publicó sus resultados tres años antes que el inglés. Por otra parte, se considera probado que ambos llegaron de manera independiente a sus métodos, partiendo de bases conceptuales muy diferentes. Desde el punto de vista conceptual, el cálculo de Newton estaba mucho más próximo al análisis actual que el de Leibniz, sin embargo, las ventajas del simbolismo leibniziano y la flexibilidad operacional de su cálculo determinaron su rápida difusión por la Europa continental con la inestimable ayuda de sus discípulos Jacques y Jean Bernoulli y del marqués de l'Hôpital, que publicó el primer libro de texto sobre el tema en 1696.

Aunque parece que Newton y Leibniz no habían llegado a conocerse durante los viajes de éste a Londres, mantuvieron a través de Oldenburg una cordial relación epistolar entre los años 1676 y 1677, comunicándose algunos de sus hallazgos pese a ciertas reticencias por parte de Newton. Esta buena relación hizo que el inglés incluyera una nota en sus dos primeras ediciones de los *Principia* reconociendo que Leibniz disponía de un método similar al suyo y que ninguno de los dos había tomado nada del otro.

Parece que la mecha que encendió la polémica se inició a partir de que Wallis comentara a Newton que el cálculo usado por los matemáticos holandeses se atribuía a Leibniz. El encargado de encender la mecha fue Nicholas Facio de Duillier (1664-1753) un astrónomo y matemático nacido en Basilea, que movido por su estrecha relación con Newton y por cierto resentimiento personal contra Leibniz, publicó en 1699 un opúsculo en el que afirmaba que Newton era el primer inventor del cálculo y dejaba en manos de otros el dilucidar hasta qué punto el alemán había plagiado la obra del inglés. Leibniz dio una respuesta muy comedida, señalando que no creía que las afirmaciones de Facio contaran con la aprobación de Newton, al que profesaba la más profunda admiración y con quien no pensaba entrar en polémica.

La polémica quedó en suspenso hasta que en 1708 se publica un artículo en Philosophical Transactions, revista de la Royal Society que a la sazón presidía Newton, firmado por John Keill. En el acusa explícitamente a Leibniz de haber plagiado el cálculo newtoniano cambiando únicamente el nombre y la notación. Leibniz indignado presenta una queja ante la Royal Society por lo que considera un ataque a su fama y honor, aludiendo al escolio incluido por Newton en los *Principia.* La Royal Society nombró un comité para dilucidar el asunto, que emitió un informe, en el que incluye la publicación de un conjunto de cartas cruzadas entre los protagonistas bajo el título de *Commercium Epistolicum*, concluyendo que Newton era el primer inventor del cálculo y que la opinión de Keill afirmando eso mismo no había injuriado a Leibniz. Obviamente el fallo echó más leña al fuego, ya que sin afirmarlo explícitamente las cartas acusaban de manera sutil a Leibniz de haber visto manuscritos y cartas de Newton en su visita a Londres. A partir de ese momento, la situación se degradó entrando en el cruce de acusaciones, matemáticos del continente en apoyo de Leibniz frente a los discípulos y seguidores de Newton en Inglaterra. Ni siquiera el fallecimiento de Leibniz detuvo la controversia. Cuando Newton publicó la tercera edición de sus *Principia* unos años más tarde, suprimió la nota donde reconocía la existencia del cálculo de Leibniz. En cualquier caso, la controversia tuvo unas consecuencias fatales para la matemática inglesa que permaneció aislada durante un siglo de la continental, donde el cálculo experimentó un avanzado desarrollo gracias a un tratamiento más algebraico y simbólico.

Bibliografía

Boyer, Carl B. (1986). *Historia de la Matemática*, Alianza Universidad Textos, Madrid.

Durán, Antonio J. (1996). *Historia, con personajes, de los conceptos del cálculo*. Alianza Universidad, Madrid.

Edwards, Charles H. (1979). *The historical development of the calculus*, Springer-Verlag, New York.

Grattan – Guinness, I. (comp.), (1984). *Del cálculo a la teoría de conjuntos, 1630-1910. Una introducción histórica*. Alianza Editorial, Madrid.

Katz, Victor J. (2009). *A history of mathematics. An introduction*, (3ª ed.), Adisson-Wesley. Boston.

Ríbnikov, K. (1987). *Historia de las Matemáticas*, Editorial Mir, Moscú.

JORNADAS, TALLERES Y ENCUENTROS

VII JORNADAS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN CANTABRIA

El viernes 26 de febrero y el sábado 27 se celebraron las VII Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria (JEMC) organizadas cada dos cursos por la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC). Las JEMC se celebraron en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria y contaron con la asistencia de más de 150 profesores de Matemáticas de todos los niveles educativos: Infantil, Primaria, Secundaria y Universitaria.

La mesa inaugural contó con la presencia del Decano de la Facultad de Ciencias D. Francisco Matorras, el subdirector del Departamento de Matemática Aplicada D. Antonio Cofiño, la presidenta de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria Dña. Carmen Espeso Ortiz, el Director General de Innovación Educativa D. Alonso Gutiérrez Morillo y el rector de la Universidad de Cantabria D. José Carlos Gómez Sal.

Tras la mesa inaugural, tuvo lugar la conferencia de Isabel Echenique, profesora del CEP San Jorge de Navarra, titulada **“¿Cómo debemos enseñar a resolver los problemas matemáticos?”**, tema en el que es una reconocida experta.

A continuación, se desarrollaron las comunicaciones simultáneas:

- *Matemáticas con cosas:* Arturo Bravo (IES Lope de Vega).
- *Beneficios del ábaco en el desarrollo mental de los niños*: Olga Lassalle y Fernando Fernández (ALOHA).
- *Matemágicas: cartas y números revelan sus secretos*: Daniel Sadornil (MATESCO, Univ. de Cantabria).

Matemágicas

La mañana del sábado comenzó con los talleres simultáneos:

- *Descartes y GeoGebra: una relación de conveniencia*: Elena Álvarez (MACC Universidad de Cantabria).
- *Diseño de entornos de aprendizaje “Geometría 2.0”: Una propuesta basada en la comunicación y en la geometría dinámica en sexto de Primaria*: Nuria Joglar (Didáctica de las Matemáticas, Universidad Rey Juan Carlos).
- *Calculadora científica + Código QR = Aula interactiva*: Abel Martín (IES López de Ayala, Investigador de la Cátedra de Inteligencia Analítica de la Universidad de Oviedo, Asesor didáctico de CASIO).

Calculadora científica + Código QR = Aula interactiva

- Durante la pausa se pudieron visitar los stands y la exposición *“Anamorfosis”* realizada por profesoras del IES Astillero y a continuación, la sesión homenaje a nuestra compañera Isabel Gómez Velarde *“Plegado de papel y Matemáticas”*, coordinada por Mª José Fuente (IES A. G. Linares)

Las Jornadas se cerraron con la conferencia **“¿Enseñamos los matemáticos a cazar dragones? (qué son y para qué sirven las matemáticas)”**, a cargo de Raúl Ibáñez, profesor de la Universidad del País Vasco y Director del portal Divulgamat de la Real Sociedad Matemática Española.

A continuación, distintos momentos de las jornadas en imágenes

Homenaje a Isabel Gómez Velarde

Taller de calculadora científica

A continuación, presentamos un resumen de las distintas charlas que se sucedieron.

Viernes 26 de febrero

¿CÓMO DEBEMOS ENSEÑAR A RESOLVER LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS?

Isabel Echenique, CP San Jorge, Navarra

En matemáticas, la resolución de problemas es la principal actividad. La que da sentido a todos los contenidos que se trabajan en el área. Por eso es fundamental que esté presente entre las intenciones educativas del currículum escolar.

La alfabetización numérica entendida como la capacidad para afrontar con éxito situaciones en las que intervengan los números y sus relaciones, es imprescindible trabajarla con el alumnado desde los primeros años de la escolaridad obligatoria. No basta con dominar los algoritmos de cálculo escrito, es necesario actuar con seguridad y con confianza, utilizarlos para resolver situaciones e identificar las relaciones básicas que se dan entre ellos.

Los procesos de resolución de problemas deben ser la fuente y el soporte principal del aprendizaje matemático, ya que en el desarrollo de esta actividad intervienen muchas capacidades básicas: leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo, modificarlo si se cree necesario, comprobar la solución hallada y comunicar los resultados.

Como profesores, podemos y debemos servir a nuestro alumnado de ayuda en la adquisición de pautas, herramientas, estrategias, técnicas… que hagan que consigamos más y mejores resolutores que con sólo la mera práctica espontánea en resolver problemas.

En mi exposición, presentaré estrategias que favorezcan el desarrollo de capacidades para afrontar con mayores garantías de éxito tanto la comprensión de la situación planteada en el enunciado del problema, como la planificación del proceso a seguir en la resolución. Aunque mi trabajo se centra en la etapa de Educación Primaria, ya que es en la que desarrollo mi labor docente, creo que se podrían extraer algunas ideas para poder ser utilizadas en otras etapas.

Dedicar una sesión semanal en clase, al taller de resolución de problemas matemáticos es importante, tanto para la práctica de estas técnicas como para aplicar la metodología más adecuada y separar los "problemas" de los contenidos previamente aprendidos.

Viernes 26 de febrero

MATEMÁTICAS CON COSAS

Arturo Bravo, IES Lope de Vega, Cantabria

Estamos inmersos en un universo de lápiz y papel, donde la resolución de ejercicios inunda nuestras aulas, y nos vemos fuertemente condicionados por las exigencias curriculares o por las pruebas externas como la PAU, que hace que pongamos nuestra mirada más en los resultados que en los procedimientos.

Por este motivo el uso de materiales manipulativos se puede convertir en algo anecdótico o, llegado el caso, evocarnos un sentimiento de “tiempo perdido”, tanto por el alumnado, como por los propios docentes.

Sin embargo, a lo largo del curso, encontraremos muchas ventanas abiertas al diálogo con nuestros alumnos donde se puedan producir interesantes conversaciones matemáticas, ventadas abiertas a la experimentación. Estas experiencias no deberían ser tratadas como una aplicación práctica de las teorías establecidas sino que, más bien al contrario, tendrían que verse como una oportunidad para descubrir que lo que vemos que sucede tiene una implicación teórica. Es probable que, se nos presente la oportunidad de cerrar el libro de texto y “jugar” con sus teoremas, con sus principios. Ese es el objetivo de esta comunicación: engrasar las bisagras que nos permitan abrir esas ventanas de nuestras aulas a otras posibilidades.

Viernes 26 de febrero

BENEFICIOS DEL ÁBACO EN EL DESARROLLO MENTAL DE LOS NIÑOS: TALLER DEMOSTRATIVO

Olga Lassalle y Fernando Fernández, ALOHA

Durante esta charla/taller mostraremos cómo el uso del ábaco japonés (sorobán) beneficia el desarrollo mental de los niños. Para ello expondremos un breve video divulgativo del método. Siempre y cuando lo deseéis, los verdaderos protagonistas seréis los asistentes, ya que participaréis de muchas de las actividades que componen el programa de desarrollo mental ALOHA Mental Arithmetic las cuales os permitirán conocer de primera mano su funcionamiento, entender las dificultades a las que se afrontan los niños y cómo les ayuda en su desarrollo cognitivo.

ALOHA Mental Arithmetic es un programa dirigido a niños de 5 a 13 años y aunque se basa en el cálculo con ábaco, mediante actividades tales como juegos, pretende un desarrollo integral de las capacidades cerebrales fomentando la atención, concentración, creatividad, imaginación, orientación espacial, memoria fotográfica o capacidad de escucha, entre otras.

Viernes 26 de febrero

MATEMÁGICAS: CARTAS Y NÚMEROS REVELAN SUS SECRETOS

Daniel Sadornil, MATESCO y Estalmat, Universidad de Cantabria

Desde pequeños siempre hemos visto magos que realizaban trucos de cartas y de adivinación y nos hemos ilusionado cómo son capaces de realizarlos.

Es posible mostrar fácilmente cómo detrás de muchos trucos de cartas o de adivinación de números que nos sorprenden están escondidas las matemáticas, que explican de forma científica lo que a priori parece magia. Las Matemáticas se ponen al servicio de la Magia para crear verdaderos milagros, y estudiar cómo un efecto mágico se convierte en un problema matemático y, por ende, en una aplicación práctica y lúdica de la Matemática.

Los “trucos” son simples de realizar, la única habilidad que hay que tener es saber contar. Son fáciles de hacer y muchos de gran impacto entre los alumnos que rápidamente se muestran interesados en el tema. Es posible explicar los juegos para que vean que todo el mérito es de las matemáticas (y únicamente de ellas). Una de las consecuencias directas que se pueden sacar de este tipo de actividades es que los alumnos comprendan fácilmente que en Matemáticas siempre se tienen las mismas respuestas a las mismas preguntas.

Sábado 27 de febrero

DESCARTES Y GEOGEBRA: UNA RELACIÓN DE CONVENIENCIA

Elena Álvarez, MACC y Estalmat, Universidad de Cantabria

La herramienta de autor Descartes permite desarrollar objetos educativos interactivos en cualquier área de conocimiento siendo su ámbito principal el de las Matemáticas. Su evolución, en estos primeros 18 años de existencia, ha sido extraordinaria, constituyendo en la actualidad una aplicación versátil para la creación de unidades didácticas interactivas multimedia.

En los últimos años Descartes ha iniciado una nueva etapa con el editor DescartesJS, intérprete compatible HTML5 que, por un lado, hace posible que las escenas interactivas desarrolladas con Descartes funcionen en cualquier dispositivo (ordenador, Tablet o Smartphone) y, por otro, que sean independientes del sistema operativo instalado.

Para promover el desarrollo y la difusión de esta herramienta, surge en el año 2013 la asociación no gubernamental Red Educativa Digital Descartes que constituye una comunidad de usuarios activa que trabaja de forma colaborativa. Su objetivo es impulsar cambios metodológicos, y también de contenidos, en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

Geogebra es un software de matemáticas dinámicas para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo. Su desarrollo comenzó en el año 2001 y sus construcciones son fácilmente exportables a aplicaciones web. Cuenta también con una extensa comunidad de usuarios que generan y utilizan recursos digitales interactivos desarrollados con este programa.

En este taller se mostrarán ejemplos de los últimos proyectos promovidos por la Red Descartes para los diferentes niveles educativos y se presentarán las últimas novedades que proporciona la herramienta Descartes. Entre estas novedades nos detendremos principalmente en analizar la posibilidad de incluir audios y vídeos interactivos y la capacidad de establecer una comunicación con Geogebra. El nivel de diálogo que se puede conseguir entre Descartes y Geogebra permite lograr objetos educativos con un alto nivel de interactividad, siendo el procedimiento totalmente transparente para el estudiante que lo utilice. En este taller exploraremos algunas de las posibilidades didácticas de esta comunicación a través de varios ejemplos.

DISEÑO DE ENTORNOS DE APRENDIZAJE "GEOMETRÍA 2.0": UNA PROPUESTA BASADA EN LA COMUNICACIÓN Y EN LA GEOMETRÍA DINÁMICA EN SEXTO DE PRIMARIA

Nuria Joglar Prieto, Didáctica de las Matemáticas, Universidad Rey Juan Carlos, nuria.joglar@urjc.es

Las tecnologías de la información y de la comunicación de la Web 2.0 han llegado a nuestras escuelas, permitiendo así el diseño y la implementación de nuevos entornos mixtos de aprendizaje con gran potencial educativo. En esta comunicación se propone un modelo pedagógico basado en un nuevo entorno de aprendizaje para la geometría, llamado Geometría 2.0, en el que se integran herramientas de software (tanto para facilitar la comunicación, como la manipulación de objetos matemáticos), con herramientas tradicionales. El modelo propuesto se puso a prueba con 39 alumnos de sexto curso de primaria de una escuela pública en el municipio de Aranjuez de la Comunidad de Madrid (España). Posteriormente, el modelo fue refinado con dos grupos de alumnos en otro centro educativo de la misma localidad.

Los principales objetivos del estudio aquí presentado son dos. Por un lado, se trataba de describir cuidadosamente el papel del profesor dentro de nuestro entorno Geometría 2.0 y, por otro lado, de analizar cómo la geometría dinámica (en nuestro caso a través del trabajo con GeoGebra) y la comunicación (en el aula y fuera de ella gracias a un blog), podrían afectar el aprendizaje de los "conceptos figurales" relacionados con las figuras planas más sencillas en un escenario real con alumnos de primaria. Los análisis que discutiremos en esta charla ilustrarán cómo nuestro modelo Geometría 2.0 facilita tareas matemáticas que fomentan la exploración, la cooperación y la comunicación entre los estudiantes, mejorando pues su aprendizaje a la vez que profundizan en los significados geométricos.

[Designing Geometry 2.0 learning environments: A preliminary study with primary school students, N. Joglar Prieto, J. M. Sordo and J. Star. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, Vol. 45 (3), 2014, pp. 396-416.]

Sábado 27 de febrero

CALCULADORA CIENTÍFICA + CÓDIGO QR = AULA INTERACTIVA

Abel Martín, Profesor de matemáticas, investigador de la Cátedra de Inteligencia Analítica de la Universidad de Oviedo - Asesor didáctico de CASIO (*)

CASIO, a través de las nuevas calculadoras ClassWiz, ha estado trabajando en la creación y diseño de un área específica de asistencia adicional en WEB basado en la conocida "nube".

¿Podemos ver representaciones gráficas con nuestra calculadora científica?

La idea es tener la capacidad de vincular la calculadora a un servicio Web a través de un código **QR**. La máquina, en muchas actividades, es capaz de mostrar un código QR que se puede leer con un dispositivo inteligente en el aula y visualizar los contenidos gráficos que conlleva.

Con la simple ayuda de un dispositivo móvil y con la App adecuada de descarga gratuita (**Itunes**: ipad, iphone - **Google play store**: Tablets y smartphone) podremos leer los códigos QR generados.

Download on the App Store

EDU+

ANDROID APP ON Google play

En este taller trabajaremos una batería de actividades, especialmente diseñadas para llevar a nuestras aulas en las que, con una simple calculadora científica, seremos capaces de visualizar de forma autónoma gráficos de funciones, inecuaciones, gráficos estadísticos y otras muchas más sorpresas que te cautivarán.

Tras la descarga del emulador de la calculadora, también podremos trabajar desde el PC y conectarnos directamente con la Web. Con la ayuda del videoproyector llegaremos a toda la toda la clase.

¿Podemos ver al instante los resultados de todos los miembros de la clase?

Más tarde, como NOVEDAD y primicia, aprenderemos a crear un **GRUPO - CLASE** que nos permitirá recoger todos los resultados y/o datos aportados por los miembros del aula, visualizarlos mediante el videoproyector, estudiarlos y compartirlos.

¿Podemos combinar todos los datos en una sola muestra?

Todos los datos dados de forma individual (o los que deseemos) se podrán comparar y mezclar mostrando los resultados de los cálculos en una única pantalla, permitiéndonos así aumentar el número de datos de forma instantánea y sacar posibles consecuencias.

"Se trata de utilizar las tecnologías de la información y de la comunicación para comunicar información resumida, relevante y discutir los resultados aportados"

En esta segunda fase, el mundo de la probabilidad, el azar, la estadística, las simulaciones de experiencias entrarán en juego con actividades dinámicas y en las que el objetivo fundamental será conseguir un aula interactiva capaz de reflexionar y sacar conclusiones.

¿Puedo descargar la App para practicar en el taller?

Se sugiere que los participantes traigan su dispositivo móvil con la APP **CASIO EDU+** ya descargada. Es gratuita y bastará con buscarla en los ya mencionados **Itunes o Google play store.**

Una aplicación en constante evolución donde el objetivo fundamental es ayudarte a mejorar en tu práctica docente.

(*) En colaboración con Marta Martín Sierra

Sábado 27 de febrero

PLEGADO DE PAPEL Y MATEMÁTICAS: HOMENAJE A ISABEL GÓMEZ VELARDE

María José Fuente (coord.), Alberto García, Luis Alberto Gómez, Claudia Lázaro, Ángela Núñez, Emilio Rodríguez

Isabel Gómez Velarde, profesora de matemáticas especialmente vinculada a la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC), falleció en abril de 2015 tras una larga enfermedad. Todos los que la conocimos lamentamos profundamente su pérdida. Algunas de las personas más allegadas a Isabel la recordamos en esta sesión, hablando sobre ella y sobre su última afición, la papiroflexia, de la que nos hizo partícipes siempre que tuvo oportunidad.

La papiroflexia nos aporta un sinfín de ejemplos motivadores y una manera de explorar relaciones geométricas de un modo ameno. Aunque plegando papel no obtenemos, en general, pruebas matemáticas válidas, sí que logramos modelos tangibles que nos permiten desarrollar ideas abstractas, algo muy necesario. En la sesión se muestran algunos de esos ejemplos.

Sábado 27 de febrero

ENSEÑAMOS LOS MATEMÁTICOS A CAZAR DRAGONES (¿QUÉ SON Y PARA QUÉ SIRVEN LAS MATEMÁTICAS?)

Raúl Ibáñez, Universidad del País Vasco – Euskal Herriko Unibertsitatea

Para una parte importante de la población las matemáticas se reducen a aquellas fórmulas y problemas que estudiaron en la época escolar. Así mismo, cuesta entender para qué sirven, y por extensión, en qué puede trabajar una persona que haya estudiado matemáticas, salvo dando clases de matemáticas, y perpetuando la enseñanza de las mismas

En esta conferencia abordaremos la cuestión ¿qué son y para qué sirven las matemáticas? Para ello se utilizarán una serie de ejemplos de aplicaciones de las matemáticas en la vida cotidiana, que nos llevarán de la teoría de grafos a Google, de la probabilidad a la moratoria de la caza de ballenas, o del Teorema de Pitágoras a un anuncio de IBM. Pero primero nos plantearemos la siguiente pregunta, ¿cuál es la empresa del mundo con más matemáticos contratados?

CRÓNICA DEL CIBEM POR DOS DE SUS ASISTENTES

(Luis Ceballos y Carmen Espeso)

VIII CIBEM Madrid 2017 CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Cada cuatro años, la Federación Iberoamericana de Educación Matemática (FISEM) convoca el Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM). Para su VIII edición, el país elegido fue España y se encargó a la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) su organización. La ciudad elegida para este VIII CIBEM fue Madrid y la Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas Emma Castelnuovo fue la encargada de la organización.

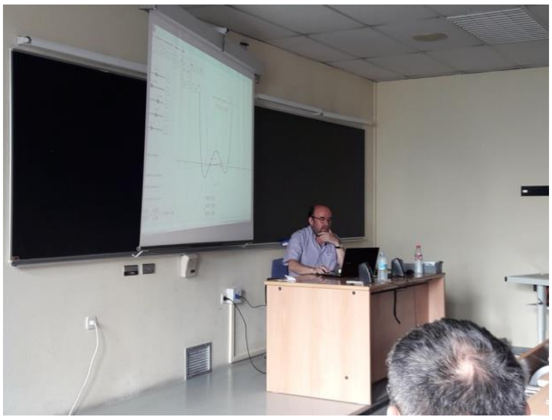
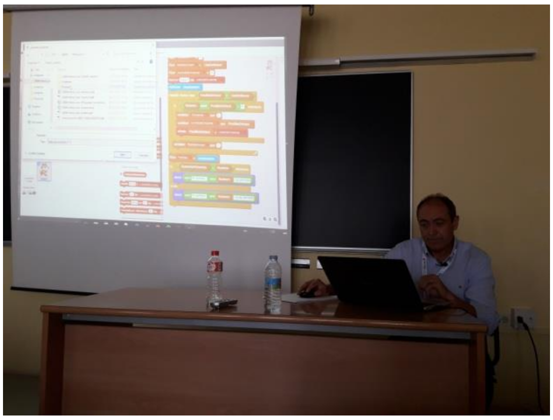
El Congreso tuvo lugar del 10 al 14 de julio de 2017, principalmente en las instalaciones de la Universidad Complutense. Nosotros llegamos a Madrid con el tiempo justo de acercarnos a la Facultad de Ciencias a recoger las acreditaciones y la documentación. Después de la comida, nos unimos a otros asistentes que se alojaban en nuestro mismo hotel y fuimos en metro hasta el Palacio Municipal de Congresos donde tuvo lugar el acto de inauguración con las autoridades académicas y políticas. Tras este acto, Claudi Alsina nos divirtió con su interesante conferencia *“Adiós a la cabra, a la col y a la barca. Manifiesto por una educación matemática realista y actual”* y a continuación, Cecilia Crespo impartió la conferencia *“Los profesores de matemática y la investigación en matemática educativa”*. Después, se hizo la presentación del libro *"Turismo matemático por Madrid"* de Ángel Requena Fraile, del que todos habíamos recibido un ejemplar con la documentación del Congreso. El acto terminó con una preciosa actuación de baile español y danza bolera.

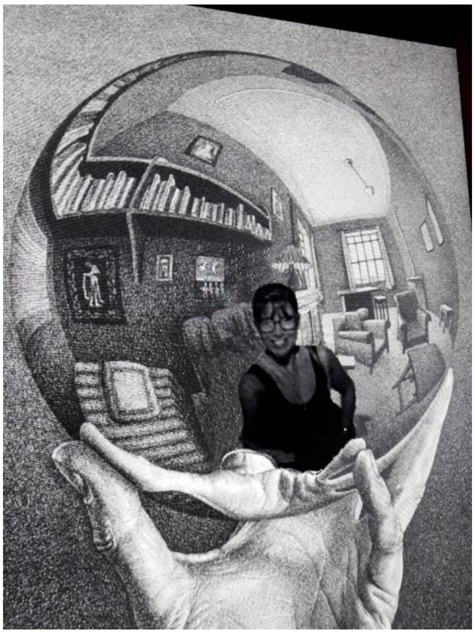
En los días sucesivos, además de las conferencias plenarias, en la Facultad de Matemáticas y en la de Físicas se desarrollaron de manera simultánea conferencias regulares, comunicaciones breves, mini cursos, mesas redondas y talleres. Además, se pudieron visitar algunas exposiciones, stands comerciales y ferias matemáticas.

Aunque no todas las actividades tuvieron la misma calidad, en general, ésta fue muy alta y de entre las actividades en las que participamos, nos gustaron especialmente las siguientes:

- La conferencia regular de Raúl Ibáñez *“Pero… ¿Quién encarceló a Sally? (Las Matemáticas en el banquillo de los acusados)”* en la que expuso el mal uso que se hace en ocasiones de la teoría de las probabilidades y lo ilustró con el famoso caso de Sally Clark. También nos habló de la paradoja de Simpson.
- El minicurso de José María Sorando*“Cine y teleseries en clase de Matemáticas”* donde ilustró cómo el cine puede ayudarnos en el desarrollo de nuestras clases y nos proporcionó muchísimo material para ello.
- La presentación del libro de CASIO *“Libro de actividades para el aula con calculadora científica”*, escrito por varios profesores de la FESPM, con actividades probadas en el aula con sus propios alumnos. Nos regalaron un ejemplar y la versión en PDF está disponible para su descarga gratuita.

- La conferencia regular de Antonio Pérez *"Matemáticas: Belleza e ilusión. En esta clase no hay lugar para unas Matemáticas feas"* en la que presentó varios ejemplos de la belleza en las demostraciones matemáticas.
- El minicurso de José Francisco Quesada Moreno *"Curso práctico de SCRATCH: creación de un videojuego matemático"* durante el que aprendimos, en sólo unas horas, mucho de este lenguaje de programación para utilizar con nuestros alumnos.
- La comunicación breve de Maitane Istúriz *“Proyecto KIKS (Kids inspire kids for steam)”* en la que resumió en qué consiste el proyecto y algunas de las actividades realizadas en Cantabria.



El miércoles 12 no hubo actividades ordinarias, sino que se dedicó a distintas excursiones y actividades con un enfoque matemático. Las excursiones de todo el día fueron a Toledo, El Escorial, Aranjuez, Segovia y Alcalá de Henares, mientras que en Madrid se organizaron visitas más cortas, en el Museo del Prado, el Reina Sofía, o el Real Observatorio, entre otros. Nosotros no participamos en ninguna de ellas y decidimos visitar la exposición de Escher en el Palacio de Gaviria, aprovechando que la FESPM logró que la prolongasen para que coincidiera con el CIBEM.

Las conferencias plenarias tuvieron lugar en el auditorio Ramón y Cajal de la Facultad de Medicina y resultó especialmente interesante *"The journey of GeoGebra from desktop computers to smartphones"* de Markus Hohenwarter, en la que el creador de Geogebra contó las novedades de la última versión del programa que tanto ha contribuido a cambiar la didáctica de la Matemática. Enormemente encantador, Markus no tuvo ningún inconveniente en fotografiarse con decenas de profesores que nos acercamos a hacernos un *selfie*, como si de una estrella del cine o de la música se tratase.

La noche del jueves tuvo lugar la cena del Congreso, que fue en el Círculo de Bellas Artes de Madrid. Un lugar emblemático donde pasar una magnífica velada, disfrutando de la compañía de otros asistentes al CIBEM y rematando la noche con una buena sesión de baile.

En el acto de clausura disfrutamos de una estupenda conferencia a cargo de Fernando Blasco y Nelo Alberto Maestre:*"La matemagia en Madrid. Una historia con más de 200 años"*. Los dos profesores, con una magnífica puesta en escena digna de cualquier teatro, mostraron de forma muy amena varias propuestas de *matemagia* con un importante trasfondo histórico, haciendo participar a todo el público. La conferencia terminó por todo lo alto, lanzando al patio de butacas un gigantesco icosaedro, que los asistentes fuimos pasando de unos a otros, haciéndolo rodar sobre nuestras cabezas.

La clausura terminó con la presentación del IX CIBEM (aún por concretar dónde tendrá lugar) y de las 19 JAEM, que se celebrarán en A Coruña en 2019.

Concluido el CIBEM, regresamos a casa, pero con las pilas bien cargadas, no sólo por todo lo aprendido sino también por haber compartido experiencias con compañeros de otras comunidades y de otros países, que tienen el mismo interés por la difusión y la enseñanza de las Matemáticas.

MATEMÁTICAS EN ACCIÓN

Un año más, y van trece, Fernando Etayo Gordejuela y Luis Alberto Fernández Fernández, del Departamento de Matemáticas Estadística y Computación de la Universidad de Cantabria, organizan el ciclo de talleres divulgativos *Matemáticas en Acción*, cuyo objetivo principal es mostrar, tanto a los alumnos de la Universidad de Cantabria como a los profesores de Educación Secundaria (estos talleres están especialmente dirigidos a estos colectivos), y a cualquier otra persona que esté interesada en la Matemáticas, cómo esta disciplina está presente en nuestro día a día y cuáles son sus influencias en otras disciplinas científicas.

Aprovechamos estas líneas para agradecer y felicitar a los profesores responsables por el trabajo que realizan al elegir los temas y los especialistas participantes en cada edición de los talleres.

Las sesiones de *Matemáticas en Acción* se realizan los miércoles alternos del curso académico, aunque siempre es aconsejable mirar el calendario para asegurarnos de que el próximo miércoles habrá charla.

Como en ediciones anteriores de este Boletín, a continuación, recogeremos un resumen de las charlas impartidas durante la edición del curso 2016-2017, y así veremos cómo de variados fueron los temas tratados en los diez talleres celebrados.

El 19 de octubre arrancaba *Matemáticas en Acción 2016-2017* con la charla titulada ***Una aproximación histórico-tecnológica a la automática de Leonardo Torres Quevedo***. Los responsables de la misma fueron los profesores Francisco A. González Redondo de la Universidad Complutense de Madrid y Gonzalo Martínez del IES “Estelas de Cantabria” de los Corrales de Buelna. En este taller se dio una visión histórica y una aproximación práctica y actualizada de los trabajos desarrollados por Leonardo Torres Quevedo. Se mostró una maqueta a escala del transbordador del Monte Ulía, hecha por los alumnos del Instituto, que resultó espectacular y despertó la admiración de los asistentes al taller.

Maquetas creadas por los alumnos el IES “Estelas de Cantabria” expuestas durante el desarrollo del taller.

Modelización matemática para la simulación de epidemias. Aplicaciones a enfermedades animales y al ébola fue el título de la charla impartida por el profesor Ángel M. Ramos del Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad Complutense de Madrid. Dos modelos epidemiológicos desarrollados por el grupo de investigación de este profesor, y aplicados a casos reales: Be-FAST (Between Farm Animal Spatial Transmission) y Be-CoDiS (Between-Countries Disease Spread), sirvieron de base para mostrar cómo se utilizan las matemáticas en la modelización y simulación de epidemias. En ambos modelos se tienen en cuenta las medidas de control que se pueden llevar a cabo y, al final de cada simulación, se proporcionan datos relacionados con las características del brote de epidemia simulado (magnitud de la epidemia, áreas de riesgo, etc.). Se mostraron los resultados obtenidos con estos modelos en el caso de las epidemias de fiebre porcina clásica y de fiebre aftosa, simuladas con Be-FAST, y de la reciente epidemia de ébola, simulada con Be-CoDiS.

La profesora Inmaculada Ortiz, del Departamento de Ingenierías Química y Biomolecular de la Universidad de Cantabria, tituló su taller ***Diseño de tecnologías avanzadas para suministrar agua de calidad en el siglo XXI.*** En él, nos recordó que uno de los principales retos que tiene nuestra sociedad es garantizar el suministro de agua de calidad para los diferentes usos y necesidad, a la vez que se evitan las prácticas anteriores basadas en la gestión insostenible de los recursos hídricos. Para conseguir este doble objetivo: conseguir un suministro continuo de agua que elimine situaciones de escasez y proteja los recursos naturales, se necesitan soluciones tecnológicas basadas en criterios de sostenibilidad junto con re-ingeniería de las plantas, y de las instalaciones existentes.

Uno de los talleres más concurridos, tal vez por la fama que ha alcanzado su ponente en los últimos tiempos, fue el de Clara Grima, profesora del Departamento de Matemática Aplicada I de la Universidad de Sevilla, cuyo título fue ***Un grafo para ganarles a todos***. Aprovechando la enseñanza de estrategias ganadoras de juegos, Clara mostró las aplicaciones y la potencia de la teoría de grafos para modelar y resolver problemas, algunos más importantes que ganar un juego. Además, aprovechando la cercanía del Día Mundial la Mujer y la Niña en la Ciencia (11 de febrero) nos recordó lo injusta que ha sido la historia con las mujeres que se han dedicado a hacer matemáticas o ciencia, en general, no reconociendo su trabajo ni sus logros. Hizo un llamamiento a dar visibilidad a estas mujeres y a animar a las generaciones futuras de mujeres a trabajar en ciencia.

Foto en el Ateneo de Santander donde Clara Grima, junto con los científicos de la Universidad de Cantabria, Alberto Coz, Diego Herranz y Jonatan Piedra, se sumó también a la sesión ***"¿En tu ciencia o en la mía?***"

En la construcción de nuestro Universo hay etapas diferentes, algunas muy desconocidas de los primeros instantes después del "Big-Bang", en las que se especula con ideas matemáticas muy elegantes que tratan de unificar todas las fuerzas fundamentales, incluida la gravitación, y otras en las que se reproducen esos instantes con aceleradores de partículas. Se sabe que a partir de un momento el Universo se hace visible a través de la radiación primigenia y las grandes estructuras, pero la observación y las leyes que se han ido construyendo para describirlo nos manifiestan que está constituido en su mayor parte de una materia y una energía transparente, sustancias desconocidas aún. Además, su expansión acelerada camina hacia la oscuridad total. Este fue el tema del taller ***Transparencia y oscuridad en la construcción de nuestro Universo*** del profesor Alberto Ruíz Jimeno del IFCA (Instituto de Física de Cantabria), donde repasó la evolución del Universo y propuso respuestas a las grandes preguntas planteadas sobre el mismo.

El sexto taller, titulado ***Relaciones matemáticas elementales en procesos físicos sencillos***, fue impartido por el profesor Alberto Aguayo del IES Valle del Saja de Cabezón de la Sal. En él, nos recordó la famosa frase de Galileo "la Naturaleza está escrita en el leguaje de las matemáticas" y nos mostró que esto es cierto puesto que cualquier ley física cuantitativa viene expresada por una fórmula que permite, en cierto sentido, describir el fenómeno estudiado. También hizo que nos fijásemos en los difíciles procesos experimentales que tuvieron que pasar muchas de las relaciones que hoy consideramos triviales, hasta poder ser expresadas con la contundencia con la que lo hacemos en la actualidad. Ejemplos de esto son las relaciones cuadráticas de la caída libre o las trayectorias semiparabólicas del tiro horizontal, que, además, nos dan una idea de la capacidad de abstracción del genio de Pisa.

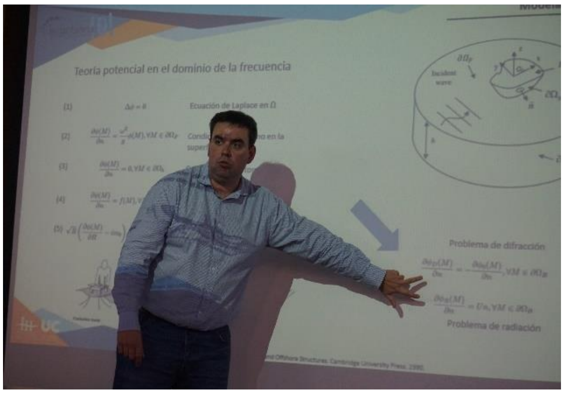
Con el sugerente título ***Inteligencia artificial, puzles y algo de matemáticas***, el profesor Ramiro Varela del Departamento de Informática de la Universidad de Oviedo desarrolló su taller, donde explicó de forma práctica algunas de las técnicas que utiliza la inteligencia artificial, centrándose en la búsqueda heurística y la propagación de restricciones en la resolución de problemas como el 8-puzzle o el sudoku. En particular, mostró cómo mediante sencillos cálculos se puede obtener un conocimiento útil para resolver problemas. Además, durante la sesión, también realizó algunos experimentos que sirvieron para contrastar las capacidades de la inteligencia humana y la inteligencia computacional a la hora de resolver los problemas que se plantearon.

Otro de los talleres más concurridos de la edición 2016-2017 de *Matemáticas en Acción* fue el titulado ***Matemáticas con cosas*** impartido por el profesor Arturo Bravo del IES Lope de Vega de Santa María de Cayón. Con su ponencia Arturo quiso romper con la idea que en general se tiene sobre lo que es la actividad matemática: no se trata simplemente de hacer operaciones aritméticas y aplicar algoritmos, como fundamentalmente se enseña en los Institutos de Educación Secundaria. El trabajo matemático va más allá. Por este motivo nos invitó a cerrar el libro de texto y a aprovechar todos los momentos que se nos presenten en las aulas para hablar de matemáticas con nuestros alumnos utilizando materiales manipulativos, artefactos o situaciones que nos permitan sumergirnos en las implicaciones teóricas de esas “cosas”, para que dejen de ser meras aplicaciones prácticas de la teoría.

El profesor Arturo Bravo y sus “cosas” en un momento de su exposición.

El título de la charla de Philippe Giménez del Departamento de Álgebra, Geometría y Topología de la Universidad de Valladolid y del IMUVA (Instituto de Investigación en Matemáticas de la Universidad de Valladolid) fue ***Doblar una hoja de papel para hacer matemáticas***. En su taller ilustró cómo una actividad lúdica como la papiroflexia nos permite acercarnos a las Matemáticas y, en particular, al Álgebra y a la Geometría. Durante su charla, explicó la relación existente entre la papiroflexia y las construcciones que se pueden realizar con regla y compás, así como la relación de ambas con la Teoría de Galois, bastante más reciente. Además, los asistentes pudimos realizar algunas construcciones usando simplemente una hoja de papel, como la de la trisección del ángulo, lo que pone de manifiesto que lo realizable con regla y compás no coincide con lo realizable en origami (papiroflexia).

La última charla del ciclo de talleres fue ***Modelado numérico en el estudio de estructuras de energías renovables marinas***. Su responsable fue el profesor José A. Armesto del Instituto de Hidráulica Ambiental de la Universidad de Cantabria. En ella, se expuso el papel relevante que el modelado numérico juega en el estudio de problemas físicos complejos. Según el problema que se esté trabajando, se utiliza una serie de herramientas numéricas adecuadas al mismo, debido a las restricciones técnicas y computacionales. En el campo de las energías renovables marinas, los modelos numéricos son de especial relevancia por la complejidad de la física propia del sector y están presentes en todas las etapas del ciclo de vida de un dispositivo. Durante la exposición se realizó un repaso de los distintos modelos numéricos empleados en el estudio de los dispositivos utilizados para extraer energía en el entorno marino. Se revisaron las fortalezas y debilidades de los distintos modelos y las etapas de desarrollo en las que se utiliza cada uno de ellos. Finalmente, se presentaron algunos proyectos en los que el IH Cantabria ha empleado cada uno de los modelos numéricos descritos en la presentación y las comparativas de resultados frente a los medidos en el laboratorio.



El profesor José A. Armesto explicando la importancia del modelado numérico.

Desde aquí queremos agradecer a todos los profesores participantes su trabajo y dedicación a la divulgación de las matemáticas y a los asistentes su participación en los talleres, esperando que hayan disfrutado de este ciclo de talleres y que se animen a asistir a la próxima edición.

Los interesados por conocer más detalles de los talleres pueden dirigirse a la página web:

http://web.unican.es/campuscultural/ciencias-y-nuevas-tecnologias/aula-de-la-ciencia/matematicas-en-accion

donde encontrarán los materiales que utilizaron los ponentes durante sus exposiciones y que amablemente dejaron a disposición de todos aquellos que quieran estudiarlos con más profundidad.

A continuación, se relacionan los objetivos generales propuestos para cada ciclo de *Matemáticas en Acción* y que, como se desprende de la excelente aceptación por parte del público, se ven sobradamente conseguidos:

- Difundir el papel esencial desempeñado por las matemáticas en campos muy variados del conocimiento científico y técnico.
- Mostrar la aplicación de las matemáticas a problemas reales y enseñar cómo se construyen modelos matemáticos para estudiar un problema real.
- Completar la visión de las matemáticas ofrecidas en las enseñanzas regladas con una visión interdisciplinar.
- Servir como punto de encuentro de personas provenientes de diferentes ámbitos que utilizan las matemáticas como base o herramienta fundamental en su trabajo o estudio.

El ciclo *Matemáticas en Acción* está especialmente dirigido a alumnos de la propia Universidad de Cantabria y a profesores de Educación Secundaria.

La entrada es libre y gratuita, por lo que no es necesaria matrícula previa alguna. Sin embargo, en cada sesión se realiza un control de firmas entre aquellas personas que estén interesadas en recibir certificación de asistencia al ciclo.

Los alumnos de grado de la UC podrán obtener el reconocimiento de un crédito ECTS con cargo a participación en actividades universitarias culturales si asisten al menos a ocho talleres y presentan certificación de haber realizado durante el curso 2017/2018 otras actividades de divulgación científica realizadas en la Facultad de Ciencias, como colaboraciones en olimpiadas científicas, proyecto ESTALMAT, jornadas de puertas abiertas, mentores, … En total, deben acreditarse al menos veinte horas entre todas las actividades.

Los profesores de Educación Secundaria que asistan al menos a seis talleres recibirán la correspondiente certificación que les permitirá obtener un crédito de formación.

Sesiones

del ciclo de talleres divulgativos

Matemáticas en Acción

Curso 2017/2018

1. Día 18/10/17. *Proyecto KIKS como elemento motivador del aprendizaje en Educación Secundaria*. José Manuel Diego Mantecón, Dpto. de Matemáticas, Estadística y Computación, Universidad de Cantabria.

2. Día 08/11/17. *¿Quiénes conseguirán las Medallas Fields en 2018?* Francisco R. Villatoro, Dpto. de Lenguajes y Ciencias de la Computación, Universidad de Málaga.

3. Día 22/11/17. *Neuromatemáticas. Una breve introducción.* José María Almira, Dpto. de Matemáticas, Universidad de Murcia.

4. Día 07/02/18. *La ciencia de datos: encuentros en el cuarto paradigma*. Antonio S. Cofiño, Dpto. de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación, Universidad de Cantabria.

5. Día 21/02/18. *Las matemáticas de la música digital*. Pilar Bayer, Dpto. de Matemáticas e Informática, Universidad de Barcelona.

6. Día 07/03/18. *No somos matemáticos, ni falta que nos hace… ¿o sí? Las matemáticas en el mundo de la biología marina.* Antonio Punzón e Izaskun Preciado, Instituto Español de Oceanografía (IEO).

7. Día 21/03/18. *Problemas de Fermi y cine de ciencia ficción*. Sergio L. Palacios, Dpto. de Física, Universidad de Oviedo.

8. Día 11/04/18. *Cambio global y desastres naturales: ¿estamos mirando en el sentido correcto?* Antonio Cendrero, Dpto. de Ciencias de la Tierra y Física de la Materia Condensada y Juan A. Cuesta, Dpto. de Matemáticas, Estadística y Computación, Universidad de Cantabria.

9. Día 25/04/18. *Problemas matemáticos: de entenderlos a resolverlos*. José M. Arrieta, Dpto. de Matemática Aplicada, Universidad Complutense de Madrid.

10. Día 09/05/18. *James Clerk Maxwell: las cuatro ecuaciones que cambiaron el mundo*. Fernando Moreno, Dpto. de Física Aplicada, Universidad de Cantabria.

Todos los talleres se desarrollan en el Salón de Actos de la Facultad de Ciencias, los miércoles de 18:00 a 19:30 horas.

Portada del cuaderno publicado para el
XVII Día Escolar de las Matemáticas 2016.

El año 2000 fue declarado por la UNESCO Año Mundial de las Matemáticas y, desde entonces, a iniciativa de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM), cada 12 de mayo se celebra el Día Escolar de las Matemáticas (DEM). La fecha no fue elegida de manera arbitraria sino en honor al célebre matemático Pedro Puig Adam, nacido el 12 de mayo de 1900, que fue el iniciador de la didáctica de las matemáticas en España.

El objetivo de la FESPM, al instaurar la celebración del DEM, es que los centros educativos realicen actividades matemáticas sobre un tema elegido previamente por la Federación. El tema elegido para celebrar la decimoséptima edición del DEM fue *Matemáticas en el deporte.*

En las últimas décadas se está haciendo cada día más patente la utilización de métodos matemáticos en los entrenamientos de los deportistas, sobre todo en los de élite. Además, a diario, observamos que la información deportiva está llena de estadística, cálculo de probabilidades y gráficos. Y si nos fijamos en los reglamentos deportivos encontramos descripciones de medidas de campos y materiales auxiliares, así como métodos de cálculos de clasificaciones deportivas. Todo lo anterior nos proporciona una fuente de datos que podemos usar en nuestras clases de matemáticas.

Por otro lado, es habitual, en las conversaciones entre docentes, los comentarios sobre la falta de motivación de los alumnos hacia los aprendizajes, y en particular, de las ciencias. Y siempre que hablamos de metodologías apropiadas para atraer la atención de los estudiantes, aparece la idea de trabajar desde temas que les interesen y les motiven. Así pues, el trabajo de las matemáticas desde el deporte es una elección muy adecuada, puesto que tanto los alumnos como la sociedad en general le otorgan gran importancia.

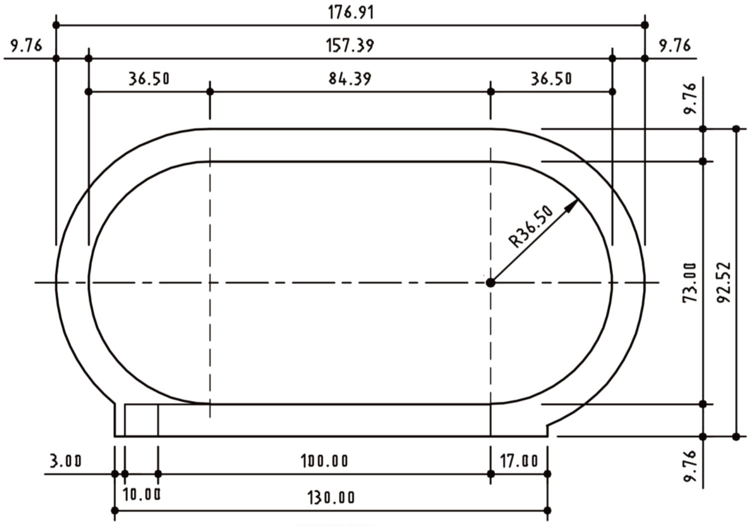
Una muestra del tipo de actividades que podemos realizar con nuestros estudiantes, son las actividades propuestas por Raquel Castellano Paniza, Guadalupe Huestamendía Aparicio y Concepción Toboso Nieto, de la Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas *Emma Castelnuovo*, y que está recogidas en el cuaderno publicado por la FESPM para celebrar el DEM16. El cuadernillo se puede descargar en el siguiente enlace: http://www.fespm.es/IMG/pdf/DEM-2016.pdf y consta de diez actividades cuyos títulos son:

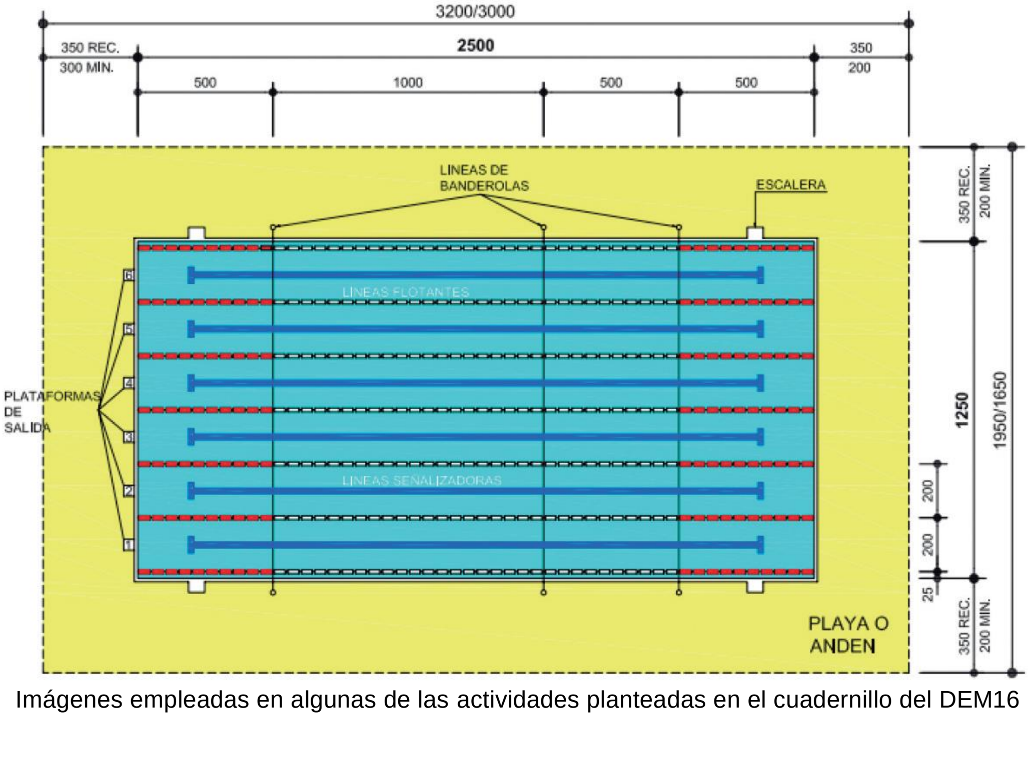
- *La pista de atletismo.*
- *Lanzamiento de jabalina.*
- *Natación.*
- *Baloncesto.*
- *Ciclismo.*
- *Parábolas en el deporte.*
- *Los problemas del seleccionador.*
- *Pruebas de aptitud física.*
- *Bolt compite con la naturaleza.*
- *Midiendo en el lanzamiento de disco.*

Además, viene acompañado de una tabla donde se puede ver qué competencias clave se trabajan en cada actividad y de un ejemplo de rúbrica para poder evaluar dichas actividades.

Las tres primeras actividades, *La pista de atletismo, Lanzamiento de jabalina y Natación*, y la última, *Midiendo en el lanzamiento de* disco, son las que plantean cuestiones más relacionadas con la geometría. Van desde la compensación que existe en cada calle de la pista de atletismo en la prueba de 400 m, al cálculo de la masa de agua que puede soportar un determinado tipo de vaso donde se practica natación, pasando por el volumen y la densidad de la jabalina tanto en la prueba masculina como en la femenina o el cálculo de áreas de sectores circulares en competiciones nacionales e internacionales de lanzamiento de jabalina o de disco. La última, además, plantea cuestiones para las que son necesarios conocimientos trigonométricos básicos. Algunas de estas actividades vienen acompañadas de una clasificación según el nivel para el que se consideran adecuadas.

Por otro lado, con estas cuatro actividades, se pretende hacer consciente al estudiante de que las normas de las pistas de atletismo, los circuitos y zonas dedicadas a la práctica del atletismo, así como las dedicadas al lanzamiento de jabalina y a la práctica de la natación, el waterpolo, la natación sincronizada y el entrenamiento y la competición del salvamento y socorrismo deben someterse al control de las normas fijadas por las Federaciones correspondiente y competentes en cada caso, a fin de conseguir unas condiciones de competición homogéneas y fiables en cuanto a los registros que se consigan.





Imágenes empleadas en algunas de las actividades planteadas en el cuadernillo del DEM16

En las actividades *Baloncesto* y *Ciclismo* se trabajan las gráficas. En la primera nos dan la fórmula para calcular la eficiencia de un jugador de baloncesto:

Eficiencia = PT + RB + TP + AS + BR – BP – (TCI – TCA) – (TLI – TLA) PT: Puntos, REB: Rebotes, TP: Tapones, AS: Asistencias, TC: Tiro de campo (Intentos/Aciertos), T3: Triples, TL: Tiros libres (Intentos/Aciertos, BR: Balones robados, BP: Balones perdidos.

y datos relativos a tres famosos jugadores de baloncesto. Se pide que se terminen de rellenar datos que faltan en las tablas de algunos jugadores; que se representen gráficamente las gráficas de los tres jugadores y se debatan las conclusiones que se pueden extraer de las mismas; que, bajo distintas circunstancias, se elija a un jugador o a otro y se razone el porqué de esa elección, etc.

En la actividad *Ciclismo* se trabaja al revés: nos dan la gráfica relativa a una etapa ciclista y se plantean cuestiones que han de responderse en base a dicha gráfica.

Parábolas en el deporte es una actividad dedicada al tiro parabólico y su importancia en muchos deportes: como en fútbol, al lanzar una falta; en atletismo, con las carreras de obstáculos; o en cualquier deporte que implique tiros, como pueden ser el atletismo o el baloncesto. En realidad, esta actividad se divide en tres, cada una de ellas dedicada a una disciplina deportiva.

La actividad dedicada a la estadística es *Los problemas de seleccionador*. En ella se dan datos relativos a los tiempos empleados por cuatro alumnos en los entrenamientos para participar en un cross y el profesor de educación física pide ayuda para tomar la mejor decisión en cuanto a qué alumno elegir para la carrera. Para ello habrá que calcular tanto medidas de centralización como de dispersión.

Siguiendo con las clases de educación física, en *Pruebas de aptitud física* la actividad consiste en el trabajo con tablas de datos, a partir de los cuales podamos rellenar otras tablas y extraer conclusiones relativas a la velocidad y a la resistencia de los alumnos a los que corresponden los datos.

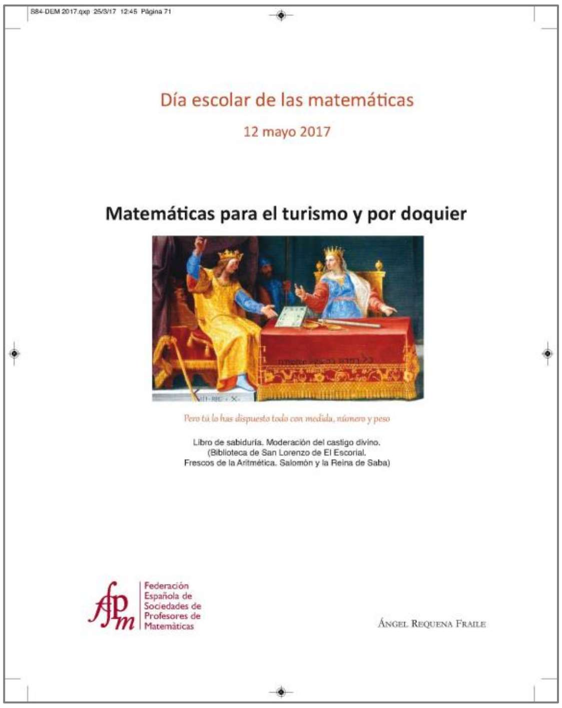
Por último, el enunciado de *Bolt compite con la naturaleza* hace referencia a un trabajo realizado por investigadores de la Universidad Autónoma de México y publicado en European Journal of Physics, los cuales estudiaron la cinética de Usain Bolt. En su trabajo, además de las características físicas del atleta, tuvieron en cuenta las condiciones de la pista, el clima, la temperatura y el viento y llegaron a asegurar que “si Bolt corriera en un planeta con una atmósfera mucho menos densa podría alcanzar registros de proporciones fantásticas”. Según estos investigadores, el secreto de Bolt es que es capaz de conseguir la máxima aceleración al mismo tiempo que consigue una velocidad récord.

Existen muchos animales muy veloces y los ejercicios que plantea esta actividad permiten establecer comparaciones entre algunos de estos animales y el velocista Usain Bolt. Para ello, los estudiantes tendrán que realizar cambios de unidades y tablas donde se recojan las velocidades y el ránking de los animales en 100 m y 200 m. Por último, y como también se plantea en otras actividades del cuadernillo, se pide a los alumnos que enuncien y desarrollen ejercicios de contenidos matemático teniendo en cuenta el enunciado del problema que están trabajando en ese momento.

Como en anteriores ocasiones, el material elaborado para el DEM no tiene fecha de caducidad y, si no se ha utilizado en la fecha para la que se propuso, es posible emplearlo en otras situaciones que encontremos adecuadas. Desde aquí, queremos expresar nuestro agradecimiento a todos cuantos hacen posible el DEM y, muy especialmente, a las profesoras que han elaborado el cuadernillo de esta edición; Raquel Castellano Paniza, Guadalupe Huestamendía Aparicio y Concepción Toboso Nieto.

Por último, animamos a los profesores que celebráis en vuestros centros el DEM a que nos hagáis llegar vuestras impresiones sobre la experiencia. Nos gustaría poder incluirlas en esta sección y así enriquecerla.

XVIII DÍA ESCOLAR DE LAS MATEMÁTICAS



El tema elegido con motivo del **XVIII Día Escolar de las Matemáticas 2017** es: **Matemáticas para el turismo y por doquier**.

Adjuntamos un extracto del Cuaderno de Actividades realizado por Ángel Requena Fraile y publicado por la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas:

La Asamblea General de las Naciones Unidas (NNUU) reunida en el año 2015 declaró el 2017 como Año Internacional del Turismo Sostenible para el Desarrollo. La importancia del turismo en nuestra época, la era global, es incontestable. Las propias Naciones Unidas ya habían resaltado la importancia de la actividad turística habiendo proclamado anteriormente los años 1966 y 2002 como Años del Turismo y del Turismo Ecológico, respectivamente.

Los objetivos del milenio y la agenda 2030 para el desarrollo sostenible le dan al año 2017 nuevas dimensiones, para hacer del turismo una palanca importante en la consecución de los 8 objetivos del milenio y su extensión a 15 en la agenda 2030.

España es el tercer país del mundo tanto en movimiento de pasajeros como en ingresos por turismo, lo que hace que la actividad sea un elemento básico de su equilibrio económico y del empleo.

La matemática no puede faltar a su cita anual pues está presente por doquier. El Día Escolar de las Matemáticas se creó, siguiendo las huellas de Puig Adam, para que nuestros alumnos sean protagonistas entusiastas de su aprendizaje. Este año el objetivo es que vayan descubriendo e investigando su entorno, desarrollando trabajos cuantitativos y estadísticos sobre el turismo en su territorio, buscando cómo mejorar el atractivo de la zona y explorando qué recursos matemáticos dan valor al turismo local. Y en su caso, crearlos.

La propuesta de actividades la desglosamos en tres apartados:

- Medir, visualizar, comprender;
- Matemáticas para el turismo;
- Turismo matemático.

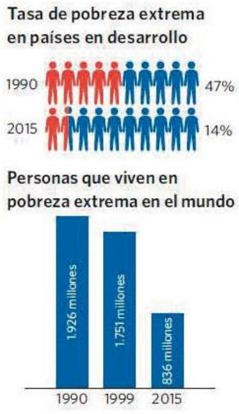
Realizando trabajos en grupos hemos de procurar que se repartan las actividades para que se toquen todos los aspectos: ambientales, sociales, económicos o culturales, tanto globales como locales.

1. Medir, visualizar, comprender

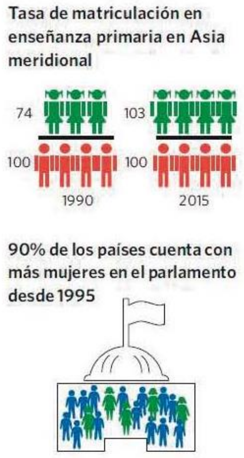
Los 17 Objetivos del Milenio pueden estudiarse en el ámbito local o regional. Los servicios sociales municipales y las Organizaciones No Gubernamentales de Solidaridad y Medio Ambiente disponen de información sobre la situación de cada localidad o comarca. Darles forma, organizarlos y presentarlos es una actividad matemática: estadísticas con valores absolutos, porcentajes, evolución, gráficos, etc.

Tareas propuestas:

Realizar un estudio de la Tasa de Pobreza; calcular la Tasa de Matriculación en Enseñanza Primaria y Secundaria, distinguiendo % por sexos (comprobar si hay desigualdad de género), etc.



Objetivo 1: Probreza



Objetivo 5: Igualdad de género

2. Matemáticas para el turismo

El turismo puede contribuir, directa o indirectamente, a todos estos objetivos de desarrollo sostenible. Concretamente, el turismo aparece en las Metas de los Objetivos 8, 12 y 14, que están respectivamente relacionados con el desarrollo económico inclusivo y sostenible, el consumo y la producción sostenible y el uso sostenible de los océanos y los recursos marinos.

El turismo supone el 10% de la economía mundial y el 9% del empleo. La distribución por países no es homogénea, siendo mayor la dependencia en aquellos con menor nivel de renta. España ocupa la tercera plaza tanto en llegadas de turistas como en ingresos.

Llegadas de turistas internacionales			(millones)	
Rango		Serie	2014	2015*
1	Francia	TF	83,7	84,5
2	Estados Unidos	TF	75,0	77,5
3	España	TF	64,9	68,2
4	China	TF	55,6	56,9
5	Italia	TF	48,6	50,7
6	Turquía	TF	39,8	39,5
7	Alemania	TCE	33,0	35,0
8	Reino Unido	TF	32,6	34,4
9	México	TF	29,3	32,1
10	Fed. de Rusia	TF	29,8	31,3

Ingresos por turismo internacional[1]		$EEUU (miles de millones)		Variación (%)	
Rango		2014	2015*	14/13	15*/14
1	Estados Unidos	191,3	204,5	7,8	6,9
2	China	105,4	114,1	n/a	8,3
3	España	65,1	56,5	3,9	-13,2
4	Francia	58,1	45,9	2,8	-21,0
5	Reino Unido	46,5	45,5	11,8	-2,3
6	Tailandia	38,4	44,6	-8,0	16,0
7	Italia	45,5	39,4	3,6	-13,3
8	Alemania	43,3	36,9	4,9	-14,9
9	Hong Kong (China)	38,4	36,2	-1,4	-5,8
10	Macao (China)	42,6	31,3	-1,1	-26,4

<u>Tareas propuestas:</u>

Calcular cuánto suponen los ingresos del turismo respecto al producto interior bruto (PIB) del conjunto del estado. Investigar numéricamente la aportación del turismo en tu municipio o comunidad.

Recopilar datos del número de hoteles (con sus plazas), restaurantes, apartamentos turísticos en tu entorno. Comprobar su importancia relativa en relación con otras localidades.

3. Turismo matemático

Hay muchas formas de hacer turismo matemático, mostramos algunas de ellas:

- Descubriendo las matemáticas implícitas u ocultas. Como ejemplos: explicar la perspectiva, los fractales, los grupos de simetría, etc.
- Constatando la presencia explicita de las matemáticas. Hay muchos más elementos explícitamente matemáticos de lo que se piensa. Joyas de la cultura universal como

La escuela de Atenas de Rafael o *Los embajadores* de Holbein no se entienden sin la matemática.

- Mostrando la vinculación histórica de los lugares a las matemáticas o los matemáticos, y su gran valor para la humanidad. Cambridge es inseparable de Newton o Toledo de Azarquiel.
- Observando los objetos e instrumentos matemáticos. El ábaco rabdológico del Museo Arqueológico Nacional, los relojes solares o los astrolabios son algunos de los muchos objetos matemáticos de gran interés que nos podemos encontrar.
- Destacando la antropología y etnografía matemática. Desde las medidas tradicionales que todavía encontramos en las plazas a los tejidos o los azulejos. Las matemáticas han sido usadas por todas las culturas para contar, medir, jugar, calcular, decorar o establecer regularidades.
- Señalando la matemática de los objetos cotidianos: juegos infantiles, tapacubos, tapas de registro, pavimentos, fuentes, etc.

El turismo matemático es una de las formas de seguir haciendo matemática fuera del aula, sacudiéndonos el polvo de tiza, y mostrar toda su potencialidad. Si sacamos nuestros trastos o juegos a las plazas o al mercado, si hacemos una yincana, o un concurso de fotografía estamos poniendo de manifiesto una forma lúdica de matemáticas. El turismo matemático ofrece, además, la posibilidad de mostrar la vinculación de la matemática con la cultura a la que pertenece: no deja de ser la primera ciencia de la historia de la humanidad y la que ha servido de modelo para las siguientes.

Paraboloide de la Plaza de la Beata Mariana. Madrid

<u>Tareas propuestas:</u>

Recopilar los recursos turístico-matemáticos de tu localidad o comarca. Las Guías Familiares de Palma, las de Zaragoza o la Alhambra son algunos de los ejemplos a seguir.

Buscar medidas tradicionales del territorio, sus recipientes, romanas, varas o artesanía. Encontrar personas que informen.

Observar el mobiliario urbano, el pavimento, los juegos de cuerda, las formas matemáticas que nos rodean.

Investigar sobre los relojes solares, relojes de torre, las norias y molinos. Ya dijo Leonardo da Vinci que la Mecánica es el paraíso de las matemáticas porque en ella es donde se hacen realidad.

Recuperar algo de la historia matemática de la zona y ponerla en valor.

Realizar alguno o los tres tipos de documentos matemáticos del entorno: El catálogo de recursos que recopila todo, la guía para visitarlos y las rutas para recorrerlos colectivamente.

Bibliografía

Fed. Española Sociedades de Profs. Matemáticas: http://www.fespm.es/-Dia-Escolar-de-las-Matematicas-

Revista SUMA: http://revistasuma.es/

Cuadernillo del XVII Día escolar de las matemáticas: http://www.fespm.es/IMG/pdf/DEM-2016.pdf

Cuadernillo del XVIII Día escolar de las matemáticas: http://www.fespm.es/IMG/pdf/S84-DEM_2017.pdf

MATEMÁTICAS CON CALCULADORACIENTÍFICA

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria organizó en el año académico 2016-17 el curso *“Matemáticas con calculadora científica”,* con la colaboración y patrocinio de Casio División Educativa.

La calculadora científica es un recurso que se encuentra generalizado entre el alumnado de ESO y Bachillerato. Además, el uso de la calculadora está contemplado, tanto en los contenidos de los currículos de Matemáticas, como en los estándares de aprendizaje evaluables de los mismos. Sin embargo, no siempre se saca provecho de las posibilidades didácticas que ofrece esta herramienta. Por este motivo, desde la SMPC consideramos necesaria una actividad formativa que diese a conocer las diferentes opciones de este tipo de calculadoras, al mismo tiempo que ofreciese al profesorado materiales para utilizar en el aula, con el fin de sacar el máximo rendimiento a este recurso.

La formación se realizó con los nuevos modelos de calculadoras configurables en castellano, ClassWiz de CASIO, dadas sus nuevas y mejoradas prestaciones didácticas.

El curso, desarrollado entre febrero y mayo de 2017, fue semipresencial, con una duración certificada en 40 horas. En febrero, marzo y mayo se celebraron tres sesiones presenciales en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria (UC). La jornada de febrero contó, también, con la participación de los alumnos, de la especialidad de Matemáticas, del Máster en Formación del Profesorado de Secundaria de la UC. El resto de sesiones se desarrollaron mediante el formato online, a través de la plataforma Moodle de la SMPC.

En el curso se inscribieron 42 profesores y 34 obtuvieron el certificado correspondiente por haber llevado a cabo con éxito las tareas propuestas. Desde la dirección del curso se mantuvo contacto continuo con los participantes, de cuyas opiniones se resaltan las siguientes conclusiones:

- Si bien varios participantes consideran que el curso excedió las 40 horas certificadas, la valoración del mismo fue muy positiva, apreciando que se lograron en un alto grado los objetivos propuestos.
- Uno de los aspectos más valorados fue el tener a disposición del curso modelos de actividades basadas, fundamentalmente, en Matemáticas aplicadas a la vida cotidiana, que sirvieron de referencia en el diseño obligatorio de actividades. Asimismo, se valoró positivamente el compartir los materiales diseñados por los participantes.
- La buena disposición de los tutores; Daniel Vila y Jordi Pardeiro, de Casio División Educativa, fue muy apreciada. Merece destacarse el hecho de que viajaran, desde Barcelona, para asistir a las tres sesiones presenciales. También es relevante la calidad de los materiales presentados, así como la presentación de propuestas de integración de la calculadora en el aula a través de la resolución de problemas matemáticos.
- Sin que supusiera un gran problema, lo que peor funcionó en el curso fue la comunicación entre los participantes a través de los foros de la plataforma Moodle. Además, algún participante manifestó como inconveniente la limitación de tamaño para los archivos que se cargaron en la plataforma Moodle. También, se detectó algún fallo, puntual, en la recepción de mensajes a través de la referida plataforma.

- Se manifestó interés en que la SMPC organice en el futuro más actividades relacionadas con la calculadora. La modalidad de formación online con sesiones presenciales se considera idónea para este tipo de cursos.

En el plan de formación de la SMPC correspondiente a 2017-18 se recoge un nuevo curso sobre calculadoras. Por motivos de cambio en el personal de Casio División Educativa la actividad está todavía sin cerrar. En cualquier caso, su celebración se iniciaría en el segundo trimestre del año académico y se informará convenientemente acerca del mismo, tanto a los socios de la SMPC como a los centros educativos de Cantabria.

Claudia Lázaro del Pozo (directora del curso).

GeoGebra, UNA HERRAMIENTA PARA EL TRABAJO MULTIDISCIPLINAR EN PRIMARIA E INFANTIL

Sandra Pana, Emilio Seoane y Mario Fioravanti.

16, 17 y 23 de febrero, 17:30 - 20:40.

Curso de 10 horas:

GeoGebra es un programa que ofrece una gran variedad de herramientas que se pueden utilizar en diferentes niveles educativos y de formas muy variadas, tanto por el profesor, para presentar y explicar un tema, como por el alumno para ejercitación, exploración, comprobación, descubrimiento, etc. Entre otros aspectos positivos, cabe mencionar que se puede aprovechar eficazmente GeoGebra con conocimientos básicos del programa, sin necesidad de ser un experto.

Después de una primera introducción a GeoGebra para maestros de Educación Infantil y Primaria, desarrollada en el curso 2015-16, y debido al interés mostrado por un grupo de maestros, se realizará un nuevo curso dedicado a estos niveles. En este curso, se presentarán una serie de materiales interactivos en los que el alumno puede responder a cuestiones o resolver ejercicios sencillos (cálculo mental, por ejemplo), y el programa indicará si la respuesta dada es correcta. Estas actividades pueden ser utilizadas por el profesor como plantillas sobre las que se pueden crear, con modificaciones sencillas, nuevas actividades para otras asignaturas además de Matemáticas, como pueden ser Lengua, Lengua Extranjera o Ciencias Sociales.

XXVII OLIMPIADA MATEMÁTICA NACIONAL

En julio de 2015 la FESPM nos propuso que asumiéramos la organización de la XXVII Olimpiada Matemática Nacional. A pesar del escaso tiempo del que disponíamos acogimos la propuesta con ilusión. Una buena parte de los miembros activos de la SMPC nos pusimos manos a la obra para preparar las pruebas, buscar el alojamiento y organizar las actividades, tratando siempre de conseguir la mejor olimpiada posible.

Por fin, el día 22 de junio, después de varios meses de trabajo, esperábamos con ilusión la llegada de los estudiantes y sus profesores acompañantes.

Desarrollo de la Olimpiada

Primer día

A lo largo de la tarde, fueron llegando al albergue “Monte Corona” los estudiantes de las distintas comunidades, acompañados de sus profesores. En total, se reunieron 61 estudiantes y 24 profesores de 18 Comunidades Autónomas y del Principado de Andorra. Los que llegaron más temprano tuvieron tiempo de relajarse con un poco de deporte.

Por la noche, tras la cena, se hicieron las presentaciones y se dieron las indicaciones de cómo se iban a desarrollar las actividades y el concurso de fotografía. También se organizaron los grupos, que se nombraron con los nombres de matemáticos ilustres.

Formando los grupos

Segundo día

El jueves día 23, los autobuses nos llevaron a la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria donde tuvo lugar la inauguración de la Olimpiada, con la presencia del Decano de la Facultad de Ciencias, el Vicerrector de Investigación de la UC y el Director General de Innovación de la Consejería de Educación.

A continuación, tuvo lugar la prueba individual. Durante dos horas y media, los estudiantes lo dieron todo para resolver los seis problemas propuestos. Mientras tanto, los profesores acompañantes disfrutaron de la conferencia “Las Matemáticas del GPS” a cargo Mario Fioravanti.

Al mediodía tuvo lugar la recepción en el Ayuntamiento de Santander con un aperitivo. A continuación, fuimos dando un paseo por el centro de Santander hasta el dique de Gamazo, donde el tiempo permitió la comida de picnic con el incomparable marco de la bahía como fondo.

Por la tarde tuvo lugar, en la Escuela Superior de la Marina Civil de la UC, la vista al planetario y la conferencia "*La Tierra paralela*" a cargo de Neila Campos. Tras un agradable recorrido por el Paseo de Reina Victoria, llegamos a los jardines de Piquío para contemplar *in situ* las explicaciones recibidas, delante de la "Tierra paralela" que hay allí situada y que es una de las más antiguas de España.

"La Tierra paralela" en Piquío

.

Por la noche, en el albergue, se desarrolló la resolución de los problemas de la mañana: después de la puesta en común por grupos, los seis portavoces expusieron su solución al resto de los participantes, admirándonos a todos con la claridad con la que exponían sus razonamientos.

Resolviendo los problemas.

Tercer día

El viernes 24, los participantes y sus profesores acompañantes llegaron a la península de la Magdalena para realizar la prueba por equipos. Tras las indicaciones previas, cada grupo resolvió un crucigrama matemático para decidir el orden de salida. A continuación, los estudiantes tuvieron que recorrer todo el entorno, ayudados por un mapa y por su sentido de la orientación, resolviendo los doce retos propuestos. A pesar de la dificultad de los mismos, todos los equipos fueron capaces de resolverlos adecuadamente. También resultó llamativo cómo iban corriendo de un punto de control a otro, ansiosos por descubrir el nuevo reto.

Corriendo en busca de un problema

Después de la comida tuvo lugar una visita guiada al palacio de la Magdalena.

Por la tarde, los estudiantes se repartieron en tres grupos para hacer tres rutas matemáticas por el centro de Santander, inspiradas en el libro "*Santander, mirar y ver… matemáticas, arquitectura e historia*". Durante el recorrido, los estudiantes tuvieron la ocasión de realizar fotografías para un concurso de fotografía matemática individual y específico de esta actividad.

Por la noche, después de la cena en el albergue, tuvo lugar la sesión de *Matemagia* a cargo de Daniel Sadornil.

Cuarto día

El sábado 25 fuimos de excursión al Ecoparque de Trasmiera, donde paseamos por las marismas de Joyel y visitamos un molino de agua. Comimos en la playa de Berria donde pudimos aprovechar para darnos un baño. Por la tarde fuimos a Santoña, donde visitamos una conservera.

Por la noche, los estudiantes hicieron la descarga de las fotografías matemáticas y la fiesta de despedida.

Último día

El domingo 26 se celebró en el Parlamento de Cantabria el acto de clausura.

Comenzó con la visita al edificio, incluida la exposición "*El rostro humano de las Matemáticas*", elaborada por la RSME. Tras la conferencia "*Algunas cosas de Matemáticas que me habría gustado saber a los 14 años*" a cargo de Tomás Recio, disfrutamos de un concierto a cargo de profesores y alumnos del Conservatorio *Jesús de Monasterio*.

La mesa de clausura estuvo constituida por Carmen Espeso, Presidenta de la SMPC, Onofre Monzó, Presidente de la FESPM, Ana González Pescador Concejala del Ayuntamiento de Santander y, presidiendo el acto, Dolores Gorostiaga Presidenta del Parlamento de Cantabria.

Tras unas palabras por parte de algunos estudiantes y de algunos profesores, se realizó la entrega de diplomas a todos los participantes y las menciones especiales.

Para terminar, la Presidenta del Parlamento nos dirigió unas palabras como clausura de la Olimpiada.

Conclusiones

Para todos los que hemos trabajado en la organización y desarrollo de la Olimpiada, ha supuesto una gran satisfacción. Ver cómo los estudiantes han convivido, han hecho amistades, han disfrutado con las Matemáticas y han conocido un poco de Cantabria, es algo que para nosotros no tiene precio y que ha compensado de sobra todo el esfuerzo realizado.

En nuestra web *sociedadmatematicacantabria.es*, (en la pestaña *Actividades para los alumnos*) se puede encontrar toda la documentación relativa a la XXVII Olimpiada Matemática: Los enunciados y soluciones de la prueba individual, los de la prueba por equipos, las fotos de cada jornada, los documentos de las rutas matemáticas, la presentación de “La Tierra paralela” o el video del acto de clausura.

VALORACIÓN DE LA XXVII OLIMPIADA MATEMÁTICA NACIONAL

Con el fin de recoger impresiones sobre el desarrollo de la XXVII OMN celebrada en Cantabria, del 22 al 26 de junio de 2016, elaboramos un cuestionario de evaluación destinado tanto a los alumnos participantes en la olimpiada como a los profesores acompañantes procedentes de las diferentes Comunidades Autónomas, de la Ciudad Autónoma de Melilla y del Principado de Andorra. A través del mencionado cuestionario se recabaron puntuaciones, en una escala 1-4, así como comentarios, referentes a los siguientes aspectos:

1. Pruebas de la olimpiada: individual, por equipos y fotografía matemática.
2. Actividades complementarias: visita al Planetario, charla y paseo sobre la Tierra paralela, rutas matemáticas por Santander, sesión de matemagia.
3. La excursión al Ecoparque de Trasmiera y a Santoña.
4. Alojamiento y comidas.

Con las 69 encuestas cumplimentadas se elaboró un informe de resultados que se envió a la FESPM con el fin de tenerlos en cuenta para la organización de futuras olimpiadas.

Pruebas de la olimpiada

Todas las pruebas de la olimpiada fueron valoradas muy positivamente, destacando la prueba por equipos, llevada a cabo en el recinto de la península de la Magdalena. En cuanto a la prueba de fotografía matemática, algunos participantes indicaron que hubiesen preferido participar con fotos realizadas durante los cinco días de la olimpiada y alguno también criticó que hubiese una modalidad de fotografía restringida a las rutas matemáticas por Santander.

Actividades complementarias

La sesión de matemagia fue la que obtuvo, de todas las actividades, un mayor número de puntuaciones más elevadas, casi un 50%. Las rutas matemáticas por Santander suscitaron opiniones más diversas. Hubo menciones a la acertada manera de conocer aspectos matemáticos de Santander caminado y, también, a que se había caminado demasiado, resultando agotador tanto paseo.

La excursión

Nadie la valoró negativamente y, después de la prueba por equipos, fue la que acumuló mayor número de puntuaciones más positivas. Algunos comentarios resaltaron el interés y buena organización de la excursión. Merece destacarse la ruta guiada por el Ecoparque de Trasmiera y, quizás, también contribuyó al éxito de la jornada el hecho de que, de manera improvisada, gracias a que el buen tiempo lo permitió, comimos en la playa de Berria, en Santoña. Allí, a pesar de las frías aguas del Cantábrico, el baño fue un buen aliciente para muchos alumnos y profesores.

El albergue y las comidas

Sin duda el alojamiento y las comidas fueron lo peor valorado de la XXVII OMN y, aun así, un 67% de las encuestas recogidas puntuaban positivamente estos aspectos de la Olimpiada. Las mayores críticas al albergue apuntaban el defectuoso estado de algunos baños y el elevado número de personas por habitación. En cuanto a las comidas, algunos comentarios señalaban que se abusó de los bocadillos, ya que prácticamente todos los días la comida del mediodía fue de tipo picnic.

Comentarios para futuras olimpiadas

Con el fin de mejorar la organización de próximas olimpiadas se incluyó en el cuestionario un apartado abierto en el que se recogieron los siguientes comentarios:

- *Creo que las habitaciones deberían ser de menos personas y que haya un baño en cada una.*
- *Habitaciones con menos gente para los profesores.*
- *Mejorar el alojamiento (albergue) (3 opiniones).*
- *Que los alumnos puedan escoger su habitación (2 opiniones) con la norma de no estar con alguien de la misma comunidad.*
- *Mejorar las comidas.*
- *No apretar tanto el programa (6 opiniones),*
- *Más tiempo libre a los olímpicos.*
- *Más tiempo de descanso para alumnado y profesorado (2 opiniones).*
- *No caminar tanto.*

- *Más tiempo de ocio para conocerse mejor (2 opiniones).*
- *Más parques de atracciones.*
- *Reducir tiempos de espera de autobuses (2 opiniones).*
- *Más espacio en el albergue.*
- *La prueba individual debería ser más corta.*
- *Se debería dejar más tiempo para la prueba individual, para poder hacer y explicar cada ejercicio con tranquilidad.*
- *Más dificultades en las pruebas porque es una olimpiada nacional y no regional.*
- *Espacio más apropiado para la exposición de problemas, ya que es uno de los momentos más interesantes.*
- *No comer de picnic a diario.*
- *Alguna excursión más.*
- *Más días de olimpiadas (2 opiniones).*
- *Todo estupendo (6 opiniones).*

Para finalizar, coincido plenamente con Luis Ceballos, colaborador en la organización y desarrollo de la Olimpiada, en que sacar adelante la XXVII Olimpiada Matemática Nacional fue una gran experiencia para todos los que participamos en ella. Contamos para su realización con poco presupuesto, pero fuimos afortunados porque recibimos numerosas colaboraciones altruistas, que permitieron desarrollar un proyecto centrado, fundamentalmente, en los alumnos, auténticos protagonistas de la Olimpiada, quienes demostraron con su actitud en las pruebas y en todas las actividades ser plenamente merecedores de todo el esfuerzo organizativo.

Claudia Lázaro del Pozo (coordinadora XXVII OMN)

XXI OLIMPIADA MATEMÁTICA PARA ESTUDIANTES DE 2º DE ESO

El sábado 6 de mayo de 2017 tuvo lugar la XXI Olimpiada Matemática regional para estudiantes de 2º de ESO. La actividad, organizada por la Sociedad Matemática de profesores de Cantabria, se desarrolló en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria.

Como en años anteriores, tuvo una gran aceptación: 160 estudiantes procedentes de 34 centros distintos (tanto públicos como concertados) acudieron a dedicar la mañana a resolver las cinco cuestiones matemáticas que se les plantearon. Como corresponde a este tipo de actividad, los cinco problemas pretendían medir su capacidad matemática, más que sus conocimientos sobre la materia.

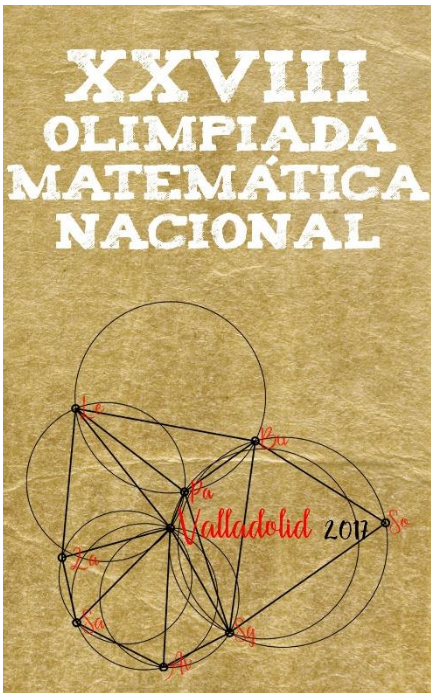
El interés por la actividad es tal que los participantes acudieron desde muy diferentes puntos de la región, incluidas las localidades más distantes de Santander como pueden ser Castro Urdiales o Reinosa. Muchos profesores se implicaron acompañando a sus alumnos a la actividad. También es interesante destacar que las Matemáticas no entienden de sexos, pues acudieron a la prueba similar cantidad de chicos que de chicas.

El día 17 de mayo se publicó la lista de los mejores clasificados en la prueba. Los tres primeros fueron (por orden alfabético) Ester Espeso Queipo, Diego Moncalián Madrazo y David Pérez Caballero y les correspondió, por tanto, representar a Cantabria en la Olimpiada Matemática Nacional que, convocada por la Federación de Asociaciones de profesores de Matemáticas, se celebró en Valladolid del 21 al 25 de junio.

XXVIII OLIMPIADA MATEMÁTICA NACIONAL PARA ESTUDIANTES DE 2º DE ESO

La Olimpiada Matemática Nacional para Estudiantes de 2º de ESO lleva celebrándose desde el año 1990, siempre con la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) como entidad promotora. La Olimpiada comienza con las fases locales, provinciales y regionales, en las que participan las sociedades de profesores de matemáticas de las diferentes Comunidades Autónomas, así como los Institutos Españoles en el Principado de Andorra y la Ciudad Autónoma de Melilla.

En esta ocasión, la XXVIII Olimpiada Matemática Nacional se celebró del 21 al 25 de junio de 2017 en Valladolid organizada por la Asociación Castellana y Leonesa de Educación Matemática Miguel de Guzmán.



Cantabria estuvo representada por los tres primeros clasificados en la fase regional, Diego Moncalián Madrazo, David Perez Caballero, Ester Espeso Queipo acompañados por el profesor Daniel Sadornil Renedo.

Valladolid acogió a los participantes de Cantabria con un buen tiempo y mucho sol y calor, pero el resto de alumnos que acudieron, los profesores y las numerosas actividades realizadas hicieron que esos días se pasaran de forma muy agradable.

Cinco días llenos de diversión y matemáticas en los que hubo la oportunidad de conocer a otros chicos y chicas que se habían clasificado en sus respectivas comunidades. También hubo la oportunidad de darse un baño en las piscinas municipales, ver la película X+Y ambientada en la olimpiada matemática internacional, experimentar con la física con el grupo Physics League, visitar el Museo de la Evolución Humana de Burgos y conocer las matemáticas de la catedral de Burgos con una visita guiada.

PRUEBA INDIVIDUAL

La prueba individual se celebró el jueves 22 en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Valladolid. Dicha prueba consistió en cinco problemas

PROBLEMA 1

Varias personas en las redes sociales están hablando de un número; sabemos que dos de ellas mienten y todas las demás dicen la verdad:

La 1ª persona dice: “tiene 6 divisores impares”
La 2ª persona dice: “es múltiplo de 2”
La 3ª persona dice: “es múltiplo de 3”
La 4ª persona dice: “es múltiplo de 4”
La 5ª persona dice: “es múltiplo de 5”
La 6ª persona dice: “es múltiplo de 6”
La 7ª persona dice: “es múltiplo de 7”
La 8ª persona dice: “es múltiplo de 8”
La 9ª persona dice: “es múltiplo de 9”
La 10ª persona dice: “es múltiplo de 10”
La 11ª persona dice: “es inferior a 700”
La 12ª persona dice: “es inferior a 600”
La 13ª persona dice: “es inferior a 500”
La 14ª persona dice: “es superior a 350”
La 15ª persona dice: “es superior a 400”

¿Qué personas mienten? ¿De qué número se trata? ¿Existe una única solución?

PROBLEMA 2

La probabilidad tiene su origen en los estudios de las posibilidades de ganar en juegos de azar. En el año 1650, el caballero De Meré, un francés aficionado al juego, se encontró con Blaise Pascal y le propuso un problema que ya se había discutido durante la Edad Media.

El juego consistía en que cada jugador elegía un número, tiraban un dado alternativamente y el que conseguía primero tres veces el número elegido, ganaba.

El problema que le propone De Meré a Pascal consiste en establecer cómo debían repartirse el premio si, al suspenderse el juego repentinamente antes de su finalización, uno de ellos había conseguido su número dos veces y su contrincante una vez.

Pascal le envía cartas a otro matemático famoso de la época; Pierre de Fermat, contándole este problema. En esta correspondencia empezaron a construirse los principios básicos de la probabilidad, que serían después recopilados y publicados por Huygens (1629-1695).

El profesor de Historia tiene una curiosa forma de utilizar las Matemáticas para elegir a cuáles de sus 32 alumnos les va a preguntar. Cuando llega a clase lanza dos dados cúbicos y suma las puntuaciones conseguidas en cada uno de ellos. Del resultado de esta suma calcula los divisores y los múltiplos menores o iguales que 32. Los alumnos cuyo número en la lista de clase coincida con alguno de los números que ha obtenido, son a los que pregunta las lecciones y actividades del día.

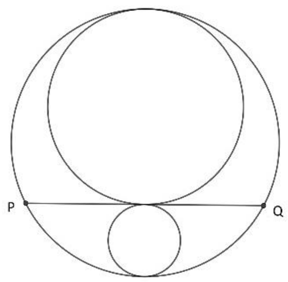
a) ¿Quiénes son los alumnos que tienen posibilidades que les pregunten todos los días?
b) ¿Existe algún alumno al que no preguntará nunca? ¿Quién o quiénes serán?
c) ¿Qué pares de números tienen que salir en los dados para que pregunten al menor número de alumnos?
d) ¿Qué pares de números tienen que salir en los dados para que pregunten al mayor número de alumnos?
e) ¿Quién tendría menos posibilidades de que le preguntase: el alumno número 14 o el número 22?

Razona todas las respuestas.

PROBLEMA 3

En las entradas de varios templos japoneses hay tablillas de madera ("sangaku", en japonés) con dibujos de problemas geométricos colgados allí "en honor de los dioses y para honra de sus autores". Algunos de ellos muestran configuraciones geométricas muy complicadas y su resolución puede ser muy difícil. El problema que presentamos aquí no procede de tan lejos, pero su configuración resulta en cierto modo similar a algunos de los originales.

Tres circunferencias son tangentes entre sí, como en la figura adjunta.



La región del círculo exterior que no está cubierta por los dos círculos interiores tiene un área igual a 2π m^2.

Calcula la longitud del segmento $\overline{PQ}$.

PROBLEMA 4

Un cuadrado es **geomágico** si al unir todas las piezas de una fila, columna o diagonal obtenemos siempre una figura del mismo tamaño y forma. Los cuadrados geomágicos fueron inventados en 2001 por el ingeniero electrónico británico Lee Sallows, aficionado a las Matemáticas recreativas.

Ahora se trata de completar el cuadrado numérico que os proponemos.

	74			
				186
		103		
0				

En esta tabla de números, queremos que las filas (líneas horizontales) y las columnas (líneas verticales) formen progresiones aritméticas; es decir, que la diferencia entre dos números consecutivos (situados en una misma fila o en una misma columna) sea siempre el mismo valor en toda esa línea.

Inicialmente nos dan los cuatro valores que figuran en ella. ¿Es posible completar la tabla, con números naturales, para que todas sus líneas (horizontales y verticales) formen progresiones aritméticas?

Razona adecuadamente la respuesta.

PROBLEMA 5

La Teoría de las Proporciones fue desarrollada por el astrónomo y matemático del siglo IV a.C. Eudoxo de Cnido y recogida por el gran matemático de la antigüedad, Euclides de Alejandría (325 a.C. - 265 a.C.) en el Libro V de sus famosos Elementos.

Desde su origen, el estudio de las proporciones ha permanecido vigente hasta la actualidad constituyendo un cuerpo doctrinal importante en el marco general de los currículos de distintos niveles educativos, tanto de Enseñanza Primaria como de Secundaria, Bachillerato y Universidad.

Vamos a considerar el siguiente conjunto de números: $A_n=\{n,n+1,n+2,\ldots\ldots\ldots,n^2-4n\}$ siendo n un número natural.

a) Para n=6, escribe los números que forman el conjunto A_6. Encuentra, dentro de este conjunto, cuatro números que formen una proporción.

b) Haz lo mismo para n=7, n=8 y n=9

c) Demuestra que si $n\geq 10$, siempre se pueden elegir 4 números distintos del conjunto A_n de manera que con ellos se puede formar una proporción.

LAS MATEMÁTICAS EN LA CALLE

Pero como todo no iba a ser hacer problemas, los alumnos también salieron a la calle a explicar las matemáticas a todas las personas que lo deseasen. Durante dos horas, en la Plaza de la Universidad, tras haber aprendido las actividades el día anterior, numerosas personas se distrajeron viendo como los alumnos les hablaban de fractales, teoría de grafos, poliedros, juegos de estrategia, magia y muchas cosas más

PRUEBA POR EQUIPOS

La prueba por equipos tuvo lugar en Medina del Campo. Una yincana matemática llena de misterios en los que los alumnos por grupos tenían que ir buscando las diferentes localizaciones de los retos propuestos. Y todo ello siguiendo la ruta a través de un mapa trazado en una cinta de Möbius con un plano Dufour. que consiste en una línea recta con una serie de líneas o ramificaciones a los lados, y unos signos convencionales de fácil interpretación.

CLAUSURA Y ENTREGA DE PREMIOS

El domingo 25 de junio tuvo lugar la Clausura de la Olimpiada y la entrega de premios. Dicho acto se celebró en el Museo de la Ciencia de Valladolid donde además se pudo ver el documental “El Universo de Escher”. Eduardo Sáenz de Cabezón, profesor de la Universidad de La Rioja fue el encargado de dar la conferencia que nos habló del matemático que todos llevamos dentro y algunos usos de la matemática en la vida cotidiana. Anteriormente a la conferencia se celebró un acto de reconocimiento a Miguel de Guzmán en el 25 aniversario de la Sociedad Castellano Leonesa de Matemáticas que lleva su nombre.

Se concedieron diez premios a los alumnos que realizaron las mejores pruebas individuales cuyos nombres son (ordenados alfabéticamente):

- Lucía Blázquez Cahué
- Leonardo Costa Lesage
- Guillermo Escobar López
- Andreu Fitó Castellví
- Irene Herrero Salas
- Sergi Ivars Galiana
- Nicolás López Corral
- Martín Rey Ruiz
- Juan Robles Angulo
- Brais Rodríguez Rodríguez

Aunque ninguno de los alumnos participantes de Cantabria tuvo mención, los tres disfrutaron de estas jornadas. Además, Diego Moncalián tuvo el honor de ser uno de los representantes de los alumnos en realizar el discurso de despedida:

Buenos días, Caixo egunon, Hola Bon día, Ola boa mañá.

Antes de nada, nos gustaría agradeceros a todos haber hecho esta Olimpiada posible: a los profesores por fomentar nuestro gusto por las matemáticas, a los padres por apoyarnos e implicarse en nuestro desarrollo en esta ciencia. Aquí, tenemos que hacer un paréntesis, sentimos no haberos llamado, pero estábamos muy ocupados con cosas más interesantes. También tenemos que agradecer a todos nuestros compañeros que hacían una risa de todo, que nos han ayudado y acompañado en esta gran experiencia, aunque como dicen los canarios “agüita con loh acentoh”.

Hemos disfrutado de una media semana muy diferente a la que esperábamos. Antes de llegar pensamos que, durante este tiempo, estaríamos nerviosos por la prueba; pero la realidad ha sido exactamente la contraria. Con todas las actividades que hemos tenido, casi no nos ha dado tiempo a pensar en la Olimpiada como tal. La acogida fue muy buena y nos encontramos con compañeros con todo tipo de personalidades y cada uno más distinto al otro. Quién creería que oiríamos a alguien gritar "pez" en mitad de una conferencia, que acabaríamos sabiendo más de Chuck Norris que de nuestra propia vida, que saltaría el ruido del Clash Royale durante una película o que nos encontraríamos unas fresas con canas.

También, lo hemos pasado muy bien conociendo Valladolid, Medina de Rioseco y Burgos. En estas visitas hemos aprendido mucho sobre la arquitectura y la historia de cada ciudad. Eso sí, nuestros pies no lo agradecieron. Además, las matemáticas en la calle han conseguido que no solo la gente viese las matemáticas como un juego, sino que nosotros también. Ser el que explica las cosas cambia mucho la forma de verlo.

Por todo esto y más, nos sentimos muy agradecidos por el tiempo que hemos pasado junto a todos los distintos españoles y andorranos, y esperamos que las próximas Olimpiadas sean igual para los siguientes.

LIII OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA PARA ALUMNOS DE BACHILLERATO

La fase local de esta prueba tuvo lugar, como viene siendo habitual, en la Facultad de Ciencias de la UC en enero. En esta ocasión, se presentaron 65 alumnos procedentes de 15 centros diferentes.

En cuanto a resultados, las seis mejores puntuaciones correspondieron a los siguientes participantes:

1º. Esther Valbuena Gonzalo *(IES José María Pereda, Santander)*

2º. David Ignacio Alcántara García *(IES Marqués de Santillana, Torrelavega)*

3º. Sara Pérez Minchero *(IES Santa Clara, Santander)*

4º. Jiaze Zhang Zhang *(IES Marqués de Santillana, Torrelavega)*

5º. Francisco Javier Soto Sánchez *(IES El Astillero, El Astillero)*

6º. María González-Estefani Bravo *(IES Villajunco, Santander)*

Entrega de premios. De izqda. a derecha, los premiados en la Olimpiada de Matemáticas; Esther Valbuena, David Ignacio Alcántara, Sara Pérez, Delfina Gómez (coordinadora Olimpiada de Matemáticas de Bachillerato en Cantabria), Jiaze Zhang, Consuelo Arranz de Andrés (Vicerrectora de Estudiantes y Emprendimiento), Francisco Javier Soto, Teresa Rodrigo (conferenciante del acto). Foto cedida por la UC

De estos seis, los tres primeros clasificados representaron a Cantabria en la fase nacional, que este año tuvo lugar en Alcalá de Henares entre los días 23 y 26 de marzo y en la que David Ignacio Alcántara obtuvo medalla de bronce.

Entrega de la medalla de bronce en la nacional a David (foto cedida por la RSME)

Es reseñable que, pese a que Cantabria es una comunidad pequeña si comparamos con las demás, los resultados que año a año se vienen obteniendo en este tipo de pruebas es destacable. Basta echar la vista atrás al medallero histórico de la fase nacional de los últimos 20 años:

Año	Participante	Medalla
2017	David Ignacio Alcántara García	Bronce
2016	Jesús Arjona Martínez	Bronce
2015	Luis Crespo Ruiz	Oro
2014	Luis Crespo Ruiz	Plata
	Jorge Santamaría Pérez	Bronce
2013	Luis Crespo Ruiz	Plata
	Pablo Gómez Nicolás	Bronce
2012	Luis Crespo Ruiz	Bronce
2011	Fernando Etayo Rodríguez	Plata
2010	Fernando Etayo Rodríguez	Bronce
	Mario Solar Martín	Bronce
	Javier Argüello Luengo	Bronce
2008	Carlos García-Monco Fernández	Bronce
2007	Zhimin Lin	Bronce
2004	Carlos Abad Reigadas	Plata
2002	Gabriel García Ocejo	Bronce
2001	Ricardo Barrionuevo Ordoñez	Bronce
1999	Miguel Lázaro Gredilla	Bronce
	Javier Álvarez Gama	Bronce
1998	J. Manuel Ruiz Ruiz de Villa	Plata

Casi todos los años se ha obtenido alguna medalla, cuando no varias, por parte de los representantes cántabros.

Por otro lado, recientemente se ha creado la Olimpiada Femenina Europea (EGMO), competición que intenta fomentar el interés de las chicas en este tipo de pruebas. La prueba de selección para el equipo español tuvo lugar en febrero, siendo seleccionada Esther Valbuena para dicho equipo. La EGMO se celebró en Zúrich del 6 al 12 de abril de 2017.

Merece la pena mencionar que Esther Valbuena y Sara Pérez se clasificaron también para la Mediterranean Youth Mathematical Championship 2017 celebrada en Roma, competición en la que consiguieron una medalla de plata para España. Retomando el papel de nuestra pequeña comunidad en estas competiciones, merece destacar que de los cuatro componentes del equipo español, dos hombres y dos mujeres, las dos mujeres eran de Cantabria.

Equipo español de la competición mediterránea preparando la prueba

Para más información sobre la Olimpiada de Matemáticas de Bachillerato, puede consultarse el siguiente enlace:

https://www.olimpiadamatematica.unican.es/olimpiada.html

XIX CONCURSO CARTEL ANUNCIADOR OLIMPIADA MATEMÁTICA DE CANTABRIA DE 2ºESO

La celebración de la XXI Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º ESO vino precedida por el concurso del cartel anunciador de la misma. Los estudiantes debían plasmar en un dibujo el vínculo de las matemáticas con el diseño y su capacidad creativa. La ganadora de este año ha sido Ana Rong Gómez Goitia del IES Muriedas.

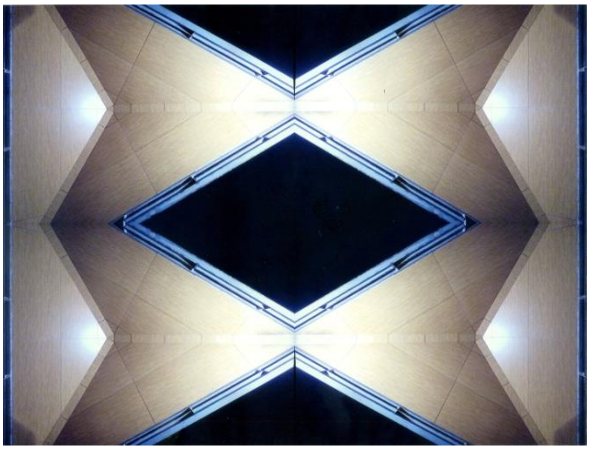
Los miembros del jurado eligieron este dibujo por la sencillez y, a la vez, la originalidad del mismo. En el diseño elegido cabe destacar la claridad del texto que resalta dentro del dibujo y se aprecia claramente el mensaje que ha de transmitir un cartel anunciador de la Olimpiada.

CONCURSOS DE FOTOGRAFÍA PARA ESTUDIANTES

Los Concursos de Fotografía Matemática pretenden demostrar gráficamente que las Matemáticas están a nuestro alrededor, solo es necesario *mirar con ojos matemáticos.* La belleza, la imaginación, el descubrimiento, a veces en lugares insospechados, de motivos matemáticos y las referencias a dichos motivos en los títulos es lo más valorado en estos concursos.
En el caso del XV Concurso de Fotografía Matemática para Estudiantes, se recibieron un total de 162 fotografías y los jurados que decidieron dicho concurso estuvieron formados por profesores de los Departamentos de Matemáticas de: IES La Albericia (Santander), IES San Martín (Suances) e IES Valentín Turienzo (Colindres).
En el XVI Concurso de Fotografía Matemática para Estudiantes bajó un poco la participación, recibiéndose 144 fotografías. Los jurados que decidieron el concurso en esta ocasión estuvieron formados por profesores de los departamentos de Matemáticas de: IES Alisal (Santander), IES Gutiérrez Aragón (Viérnoles) e IES Santa Clara (Santander).

Obras premiadas en el XV Concurso de Fotografía Matemática para Estudiantes (2016)

NIVEL 1 (1º y 2º ESO)



Primer premio
"CUBIERTA ROMBOIDAL"
Yago Bastero Martínez

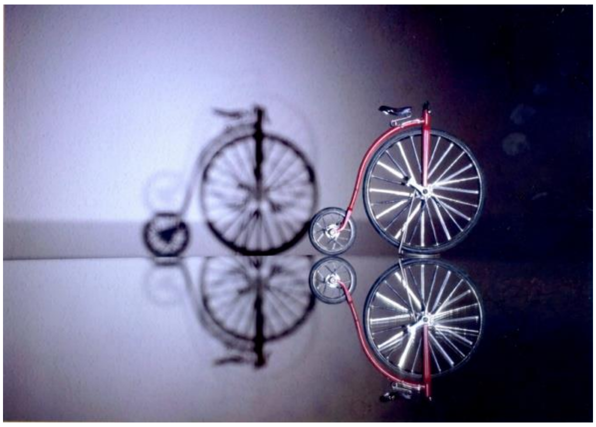
Segundo premio
"CIRCUNFERENCIA DE LUZ"
Mario Rodríguez Parra

NIVEL 2 (3º y 4º ESO)

Primer premio
"GEOMETRÍA EN EL TIEMPO"
Noé Ruano Gutiérrez

Segundo premio
"SEMICÍRCULO VICIOSO"
María del Vigo Valiente

NIVEL 1 (Bachillerato, Ciclos FP, FPB)



Primer premio
"LUCES Y SOMBRAS DE UNA BICICLETA"
Lucía Albón Aparicio

Segundo premio
"TEOREMA DE PITÁGORAS"
Lucía Parrado Martín

Obras premiadas en el XVI Concurso de Fotografía Matemática para Estudiantes (2017)

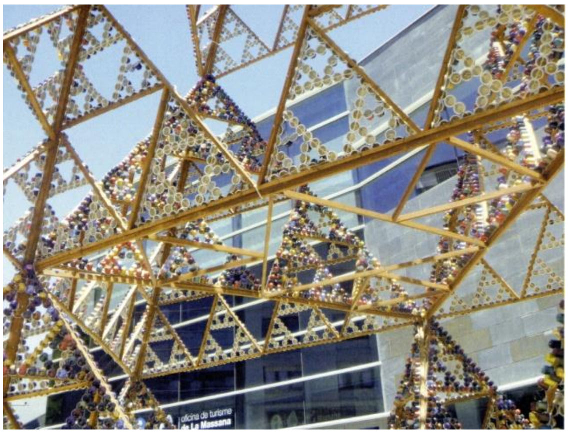
NIVEL 1 (1º y 2º ESO)

Primer premio
"PERSPECTIVA MATEMÁTICA"
Marina Carrera Toca

Segundo premio
"CÍRCULOS DE VIDA"
Lara García Rodríguez

NIVEL 2 (3º y 4º ESO)

Primer premio
"DÓVELAS Y ESTRIBOS EN PERFECTA ARMONÍA GEOMÉTRICA"
Noé Ruano Gutiérrez



Segundo premio
"CAFÉ SOSTENIBLE"
Alberto García López

NIVEL 1 (Bachillerato, Ciclos FP, FPB)

Primer premio
"ASÍNTOTAS EN LA CIUDAD"
María del Vigo Valiente

Segundo premio
"CAMINO DE ARCOS"
Arantxa González Urcelay

CONCURSO DE FOTOGRAFÍA PARA PROFESORES

Este año celebraremos la cuarta edición del concurso. Está dirigido a todos los docentes de Cantabria independientemente de su especialidad y pretende reflejar multitud de circunstancias en las que las Matemáticas aparecen en nuestra vida diaria.

En la segunda edición la ganadora fue Maite García Fernández con su fotografía “Geometría (in)orgánica” que puedes ver debajo. En total recibimos 11 fotografías muy variadas y de calidad.

La tercera edición fue declarada desierta por falta de participación, por eso esperamos con mucha ilusión que en esta cuarta edición podamos ver aún muchas más fotografías que en la primera. Para facilitarlo se podrán presentar en formato digital. Leed las nuevas bases y animaos a participar.

CONVOCATORIAS

CONVOCATORIAS DE LA SMPC

VIII JORNADAS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN CANTABRIA

Las **VIII Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria** se celebrarán los días **16 y 17 de febrero de 2018** (viernes tarde y sábado mañana, respectivamente). La inscripción puede realizarse online en la página web de la SMPC: http://www.sociedadmatematicacantabria.es, del 16 de enero al 9 de febrero de 2018.

Las Jornadas, de carácter bianual, son un momento de encuentro entre profesores de distintos niveles educativos y están integradas por comunicaciones, talleres, una exposición y conferencias plenarias, además de los actos de inauguración y clausura. Constituyen una ocasión importante para dar a conocer la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria y sus actividades.

XXII OLIMPIADA MATEMÁTICA DE CANTABRIA PARA ESTUDIANTES DE 2º de ESO

Introducción

Cada año la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) convoca la Olimpiada Matemática Nacional para estudiantes de 2º de ESO.

Con el fin de seleccionar a los representantes de nuestra Comunidad en dicha prueba, la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) convoca la XXII Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO, a celebrar el sábado **21 de abril de 2018**.

En esta fase autonómica pueden participar todos los Centros Educativos de la región en los que se imparta 2º de ESO.

La Olimpiada Matemática persigue, entre otros, los siguientes objetivos:

- Popularizar las matemáticas con una actividad formativa, motivadora y divertida para alumnado y profesorado.
- Promocionar entre los alumnos el gusto por las matemáticas a través de la resolución de problemas.
- Promover la puesta en práctica de razonamientos y procesos de pensamiento útiles en la resolución de problemas.
- Favorecer el intercambio y el conocimiento mutuo entre centros, profesores de matemáticas y alumnos de 2º de ESO en la región.
- Potenciar las capacidades de los alumnos en este tipo de tareas.

Bases

1ª. Los participantes de la Olimpiada Matemática serán **estudiantes de 2º de ESO** de Centros Educativos de Cantabria.

2ª. La celebración de la Olimpiada Matemática se realizará el sábado **21 de abril de 2016** a las **10 horas** en la **Facultad de Ciencias** de la Universidad de Cantabria.

3ª. La Comisión Organizadora estará compuesta por miembros de la SMPC que no tengan familiares ni alumnos que participen en la Olimpiada.

4ª. La prueba será elaborada por la Comisión Organizadora y constará de cinco problemas de matemáticas, a resolver en un tiempo máximo de dos horas. Se permitirá la utilización de instrumentos de dibujo y de calculadora que, en su caso, deberán aportar los participantes.

5ª. La Comisión Organizadora designará los representantes que velarán por el desarrollo normal de la prueba y elegirá un Jurado que se encargará de la evaluación de los problemas realizados.

6ª. Entre los seis alumnos seleccionados para representar a Cantabria en la XXVII Olimpiada Matemática Nacional no podrá haber más de un alumno por Centro Educativo.

7ª. El fallo del Jurado se hará público y será inapelable.

8ª. La participación en la Olimpiada supone la plena aceptación de estas bases cuya interpretación, en último extremo, corresponderá a la Comisión Organizadora.

9ª. En caso de duda sobre el cumplimiento de algún punto de estas bases se deberá comunicar a la Comisión Organizadora con anterioridad a la inscripción.

Premios

Todos los participantes recibirán un diploma acreditativo. Además, se hará mención especial a los diez estudiantes mejor clasificados, que recibirán premios. Ni el Jurado ni la Comisión Organizadora harán público el nombre de los Centros Educativos a los que pertenecen los participantes mejor clasificados, por lo que se ruega que tampoco lo hagan los profesores o centros participantes. Por otro lado, los seis estudiantes mejor clasificados, una vez aplicada la disposición recogida en la base 6ª, representarán a Cantabria en la XXIX Olimpiada Matemática Nacional. Estos estudiantes viajarán a la sede que acoja la Olimpiada Nacional con dos miembros de la SMPC. Los gastos del desplazamiento y los gastos de la estancia serán sufragados por la SMPC y por la FESPM.

Condiciones de participación

Además del cumplimiento de las bases expuestas, cada Centro Educativo interesado en participar en la Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO deberá rellenar hasta **el 21 de marzo de 2018**, el formulario de inscripción que estará disponible en la página web de la SMPC: http://www.sociedadmatematicacantabria.es

Cada centro escolar designará un profesor que será el interlocutor entre el centro y la Comisión Organizadora, encargándose de cumplimentar el formulario de inscripción. A él se dirigirán todos los comunicados e informaciones de la Comisión.

Para cualquier duda o sugerencia, se puede enviar un correo electrónico a la siguiente dirección: smpcolimpiadaeso@gmail.com

Momento de concentración durante las Olimpiadas Matemáticas y ganadores de la XXI Olimpiada Matemática de Cantabria.

XX CONCURSO DEL CARTEL ANUNCIADOR de la XXII Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO

Introducción

Desde la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria solicitamos la colaboración de los profesores de los centros de Cantabria para que sus alumnos participen en este concurso, ya que el cartel ganador es uno de los medios para difundir la Olimpiada Matemática. Hacemos especial hincapié en que los trabajos se ajusten al formato y medidas requeridas que figuran en las bases del concurso, para no tener que desestimar ninguno de los trabajos presentados por no cumplir alguna de las bases.

Bases

1ª. Los participantes serán alumnos de 1º, 2º o 3º de ESO de centros públicos, privados o concertados de Cantabria.

2ª. El cartel se presentará en tamaño DIN-A3 y posición vertical.

3ª. Se admite cualquier tipo de letra de tamaño no inferior a 1,50 centímetros de altura.

4ª. El cartel deberá contener el siguiente lema:

XXII OLIMPIADA MATEMÁTICA
PARA ESTUDIANTES DE 2º DE ESO
Santander, sábado 21 de abril de 2018

5ª. Se deberá dejar un área despejada en la parte inferior, de 6 cm de alto y 29,7 cm de ancho para incorporar los nombres de las entidades patrocinadoras y de la SMPC.

6ª. El cartel ganador de este concurso será el anunciador de la XXII Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO.

7ª. Los carteles participantes en el concurso quedarán en poder de la SMPC.

8ª. De entre sus socios, la SMPC designará un Jurado que se encargará de la valoración de los trabajos presentados.

9ª. El Jurado elegirá un único cartel ganador. No obstante, si, a su juicio, la calidad de los trabajos presentados no fuera suficiente, podrá declarar el premio desierto.

10ª. El fallo del Jurado será inapelable.

Inscripciones

Los carteles deberán enviarse a la dirección:

XVIII Concurso del Cartel Anunciador de la XX Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO.
Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC).
Centro de Profesorado de Cantabria.
Avenida del Deporte, s/n.
39011 Santander.

Dentro del sobre se harán constar los siguientes datos: nombre y apellidos del alumno participante, centro al que pertenece, nombre y correo electrónico del profesor responsable.

Fecha límite de inscripción

Se admitirán los carteles recibidos **hasta el 26 de enero de 2018** y los que, llegando con posterioridad, acrediten una fecha de envío anterior a ese día mediante el sello en el sobre de la correspondiente oficina de correos.

Premios

El ganador obtendrá un lote de material didáctico relacionado con las matemáticas.

XVII CONCURSO DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA para Estudiantes

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) convoca el XVII Concurso de Fotografía Matemática para Estudiantes. Su objetivo es ver en la vida real cualquier aspecto matemático, ya sea numérico o gráfico. Los principios que regulan este concurso son:

1. Se pueden reflejar polígonos, círculos, curvas variadas, paralelas, secantes, ángulos, transformaciones geométricas, cuerpos geométricos, gráficos estadísticos, expresiones numéricas, etc. En las fotografías no deben aparecer personas, matrículas de coches, etc., así como tampoco su fecha de realización.

2. Las imágenes se pueden obtener de la naturaleza, la arquitectura, la escultura, el diseño gráfico, la artesanía, etc.

3. Pueden participar en este concurso estudiantes de ESO, de Bachillerato, de Ciclos Formativos y de Formación Profesional Básica (FPB).

4. Cada fotografía será realizada por un único autor, no admitiéndose más de dos fotografías por estudiante. Cada fotografía deberá ir acompañada de un breve texto explicativo (máximo tres líneas) y de un título, alusivo a la noción o concepto matemático al que haga referencia la foto.

5. El concurso se convoca a tres niveles: Primer Nivel, para alumnos de 1º y 2º de ESO; Segundo Nivel, para alumnos de 3º y 4º de ESO; y Tercer Nivel, para alumnos de Bachillerato, de Ciclos Formativos y de FPB.

6. Las fotografías se entregarán convenientemente montadas sobre cartulina o cartón. Se acompañarán con un sobre cerrado en cuyo interior figurará el nombre y nivel que estudia su autor, el nombre y la localidad de su centro, y además, el nombre y correo electrónico de un profesor del centro que oriente a los alumnos interesados en participar y al que poderse dirigir la organización de este concurso en caso necesario.

7. El formato exigido será, como mínimo, de 13x18 cm. y no pudiendo exceder del tamaño A4.

8. Se valorará tanto el contenido matemático como la calidad técnica y artística, **aunque con un mayor peso del primero.** El título, matemáticamente correcto, ha de corresponderse con la foto.

9. Se admitirán las fotografías recibidas **desde la recepción de la convocatoria hasta el 23 de marzo de 2018.** y las que, llegando con posterioridad, acrediten una fecha de envío anterior a ese día mediante el sello en el sobre de la correspondiente oficina de correos. Las fotografías deberán enviarse en un sobre cerrado a la siguiente dirección:

XVII Concurso de Fotografía Matemática para Estudiantes (Nivel 1,2 o 3) (*)
(*) Indicar únicamente el que corresponda.

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC)

Centro de Profesorado de Cantabria
Avenida del Deporte, s/n
39011 Santander

10. Un Jurado, nombrado al efecto, fallará el concurso. El fallo del Jurado se hará público y será inapelable. Se podrán declarar desiertos los premios convocados cuando, a juicio del Jurado, las obras presentadas no tuvieran suficiente calidad.

11. Premios: Primer y Segundo Premio por cada nivel, consistente en material didáctico relacionado con las matemáticas.

12. Las fotografías participantes en el concurso quedarán en poder de la SMPC. En los últimos años las mismas han sido utilizadas para confeccionar la portada del Boletín que periódicamente publica la SMPC.

MUY IMPORTANTE: la experiencia de anteriores convocatorias nos dice que un número considerable de fotografías recibidas fueron descartadas por incumplimiento de alguna o varias de las bases. Pedimos encarecidamente que se lean con detalle todos y cada uno de los puntos que figuran en esta convocatoria.

IV CONCURSO DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA para Profesores

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria, deseando mostrar la variedad de situaciones en las que aparecen las Matemáticas en la Naturaleza, la arquitectura, el urbanismo y el arte en general, así como fomentar la creatividad de los docentes de Cantabria, convoca un concurso de fotografía con las siguientes bases:

1. Podrán participar **todos los docentes de Cantabria** independientemente del nivel educativo y materia en el que ejerzan su trabajo.
2. Cada concursante podrá presentar un **máximo de tres fotografías** originales en formato digital, no presentadas anteriormente en otros concursos, en blanco y negro o en color. El tamaño de los ficheros (en **formato jpg**) será como mucho de **2 MB**.
3. El tema de la fotografía será la aparición de las matemáticas en todos los contextos.
4. Los trabajos se presentarán o enviarán por correo electrónico a: **sociedad@sociedadmatematicacantabria.es** incluyendo los datos del concursante.
5. El último día para presentar las fotografías es el **23 de marzo de 2018**.
6. Un jurado integrado por miembros de la Sociedad fallará el concurso. El jurado valorará la calidad técnica de la fotografía, creatividad, contenido matemático y su relación con la idea expresada en el título.
7. El fallo del jurado será inapelable y podrá declarar desiertos los premios cuando, a su juicio, las obras presentadas no reúnan la calidad necesaria. El fallo podrá ser consultado en *http://sociedadmatematicacantabria.es*
8. Las fotografías seleccionadas serán expuestas en la Facultad de Ciencias de Santander.
9. Los premios, cuyo acto de entrega se comunicará a los interesados, estarán relacionados con la fotografía y dependerán entre otras cosas de las aportaciones de los patrocinadores. Una persona no podrá obtener más de un premio.
10. La Sociedad podrá hacer uso de las obras premiadas con fines promocionales y divulgativos, reseñando en todo caso el nombre del autor.
11. La participación en este concurso implica la aceptación de estas bases. Los casos no previstos en ella los resolverá la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria.

Fotografías ganadoras del Concurso en sus primeras ediciones.

OTRAS CONVOCATORIAS

II Concurso Wisibilizalas

Ya está en marcha la segunda edición del Concurso Wisibilízalas objetivo principal es luchar contra los estereotipos que asocian el trabajo en Tecnología (y, en general, en Ciencia) con el género masculino. Para ello, el Departamento ETIC de la Universidad Pompeu Fabra, Unidad de Excelencia María de Maeztu, lanza la Segunda Edición de Wisibilízalas, Concurso dirigido a colegios e institutos que permitirá:

- ✓ General reflexión en escuelas e institutos sobre la menor visibilidad de las mujeres en Ciencia y Tecnología.
- ✓ Dar visibilidad a las mujeres que trabajan en ámbito de las TICs.
- ✓ Potenciar las referencias femeninas en el ámbito de la Ciencia y la Tecnología.

L@s participantes deberán crear una página web en la que describan la carrera (biografía, resultados destacados, curiosidades...) de manera libre (incluyendo texto, fotos, vídeos...), seleccionando al menos dos mujeres locales contemporáneas que trabajen en el ámbito de las TIC en España o en Latinoamérica.

Los premios son un primer premio consistente en una impresora 3D categoría I, un segundo premio consistente en otra impresora 3D categoría II y como tercer premio 5 kits Makey Makey. Además, existe un premio para estudiantes menores de 12 años: Wisibilízalas Junior, que es otra impresora 3D.

Para más información consultar la página: https://www.upf.edu/web/wisibilizalas

VI Concurso de Matemáticas Pangea

Hace unos 250 millones de años la masa de la Tierra estaba unida en un solo supercontinente llamado Pangea (*Pangaea*), a partir del cual se formaron los continentes de nuestra era. Con la creciente globalización, el mundo se parece cada vez más a Pangea, donde todos los territorios estaban conectados. De ahí nace el lema del Concurso, **"***Las Matemáticas Conectan"*, una declaración de intenciones de reunir a estudiantes de diferentes lugares, estilos de vida y niveles de educación. De esta manera, los niños tienen la oportunidad de compartir sus experiencias y su gusto por las matemáticas con otros niños.

Pangea
Concurso de Matemáticas

En la edición española de 2018 el Concurso de Matemáticas Pangea se organiza para estudiantes desde 4º de Primaria hasta 2º de Bachillerato.

El Concurso consta de una ronda preliminar por curso en cada centro educativo, una roda final por cada curso en las diferentes provincias participantes y una ceremonia de entrega de premios. La primera ronda consta de 20 problemas, de los cuales 4 están en la categoría más fácil y accesible, 12 en el nivel medio y otros 4 en el más difícil. Esto permite participar y sentirse a gusto a estudiantes con niveles diferentes e intereses distintos en la disciplina matemática.

Más información de la convocatoria, de las bases y de la inscripción en:

http://concursopangea.com/

XXV Concurso Canguro Matemático

La asociación castellano-leonesa *Canguro Matemático Europeo* organiza este Concurso dentro de la convocatoria que, a nivel europeo, hace la organización *Canguro sin Fronteras*.

Canguro Matemático

En este Concurso colaboran los profesores de los departamentos de matemáticas de los centros que participan, siendo algunos de los objetivos del Concurso los siguientes:

- ✓ Que sea un concurso para todos los alumnos y no sólo para los que obtienen mejores notas. No debe hacerse una selección previa de los alumnos sino animar a todos a participar.
- ✓ Conseguir que cada alumno, a través de las matemáticas, se plantee un reto consigo mismo y con los demás. El concurso no es, ni pretende ser, una competición entre centros.
- ✓ Incentivar el gusto por el estudio de las matemáticas.
- ✓ Incorporar a aquellos alumnos que tienen "miedo" a las matemáticas al estudio de las mismas, haciendo que descubran su sentido lúdico.
- ✓ Tratar de que los alumnos consigan divertirse resolviendo cuestiones matemáticas.
- ✓ Seguir aumentando el número de participantes de las convocatorias anteriores y conseguir las cuotas de participación existentes en otros países europeos.

La prueba consiste en un test de 30 preguntas, en orden creciente de dificultad, para cada uno de los seis niveles, con cuestiones de elección múltiple. Los niveles para participar son: 1º de ESO, 2º de ESO, 3º de ESO, 4º de ESO, 1º de Bachillerato y 2º de Bachillerato.

Más información de la convocatoria y de las bases en: http://www.canguromat.org.es

Concurso de Resolución de actividades del Calendario Matemático 2017 - 2018

La Sociedad de Educación Matemática de la Comunidad Valenciana *"Al-Khwarizmi"* publica, como en cursos anteriores, su Calendario Matemático con un problema o actividad por día que puede ser de interés para su uso en el aula. Además, su resolución permite participar a estudiantes de Secundaria en un concurso diseñado a tal efecto con las dos modalidades siguientes:

A la solución más ingeniosa: Podrá participar cualquier estudiante de ESO o Bachillerato que dé respuesta (solución/comentario) a una actividad planteada un día cualquiera del Calendario Matemático 2017-2018. Cada centro seleccionará las mejores soluciones de sus alumnos enviando sólo una por cada día e incluyendo: nombre completo del estudiante, curso y nivel, centro, dirección, teléfono y correo electrónico. Los premiados recibirán el correspondiente diploma acreditativo.

Al trabajo en grupo: Podrá participar un solo grupo de cualquier centro de ESO y/o Bachillerato que dé respuesta (solución/comentario) a todas las actividades planteadas un mes cualquiera del Calendario Matemático 2017-2018. Deberá indicarse el nombre completo del centro, dirección, teléfono y correo electrónico, así como el nombre de todos los estudiantes que lo integran y del profesor que lo coordina. Los agraciados recibirán el correspondiente diploma acreditativo.

En ambas modalidades el plazo de recepción terminará el último día del mes siguiente al que correspondan las actividades. Las soluciones deben enviarse a:

Rafael Martínez Calafat
Carrer Carcaixent, 19, 3r, 6a
12005-Castellón

Las soluciones presentadas podrán publicarse si la comisión seleccionadora lo considera oportuno.

Las dudas o consultad pueden dirigirse a: calendarmatematic@gmail.com

X Campeonato Internacional Cálculo Mental

La XII edición del *Campeonato Internacional SuperTmatik Cálculo Mental* está en marcha. Este Campeonato es una competición internacional de matemáticas para estudiantes de Primaria y Secundaria (6 -15 años). *SuperTmatik Cálculo Mental* es un juego didáctico que combina estimulación mental y diversión; especialmente indicado para la práctica de las cuatro operaciones matemáticas básicas.

Los objetivos principales del Campeonato son fomentar el interés por la práctica del cálculo mental, desarrollar destrezas numéricas y de cálculo, reforzar el componente lúdico en el aprendizaje de las matemáticas y encontrar y divulgar talentos en el área del cálculo mental.

Para la participación de los alumnos sólo es necesario registrar el centro en la competición. El próximo paso es enseñar el reglamento del Campeonato y las reglas del juego a los alumnos de las clases que participen y dejarles practicar con sus compañeros antes de empezar la competición.

Se puede encontrar el formulario de registro, el reglamento y más información en la página web del Campeonato: http://www.eudactica.com

En la anterior página web puede adquirirse, además, el juego *superTmatik Cálculo Mental*.

III Campeonato Ibérico Quiz Matemáticas

La II edición del *Campeonato Ibérico Quiz Matemáticas* también está en marcha. Este torneo matemático está destinado a estudiantes de 5º de Primaria, 6º de Primaria, 2º de ESO y 3º de ESO. *SuperTmatik Quiz Matemáticas* fomenta la adquisición, la ampliación y la consolidación de una amplia gama de conocimientos matemáticos: números romanos, fracciones, geometría, símbolos y lenguaje matemático, problemas y mucho más.

Se puede encontrar el formulario de registro, el reglamento y más información en la página web del Campeonato: http://www.eudactica.com

Los centros que necesiten juegos de cartas *SuperTmatik Quiz Matemáticas* podrán solicitárselos a la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) o bien adquirirlos en la página web del Campeonato.

Para consultar dudas se dispone, además, de las siguientes direcciones de correo electrónico: info@eudactica.com e info@mentalmathcompetition.com

IX Concurso Escolar de Trabajos Estadísticos

El Instituto Cántabro de Estadística (ICANE), en colaboración con la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria, convoca cada curso el *Concurso Escolar de Trabajos Estadísticos*.

El objetivo de este Concurso es, por un lado, dar a conocer la actividad estadística desarrollada en el ICANE y, por otro lado, propiciar el uso de datos sobre la realidad socio-económica de Cantabria en los centros educativos de la región. Esta iniciativa permite trabajar con los alumnos problemas relacionados con temas cotidianos, fomentando razonamientos críticos, el trabajo en equipo, etc.

El Concurso está orientado a todos los escolares que cursen estudios de ESO, Bachillerato o Ciclos Formativos; asimismo, pueden participar los alumnos oficiales de Enseñanza de Adultos que están estudiando para la obtención del Graduado en Educación Secundaria o para la prueba de libre acceso a Ciclos Formativos de Grado Medio, menores de 19 años.

Los trabajos deben ser realizados por grupos de un máximo de cinco estudiantes y estar dirigidos por un profesor. Su contenido será estadístico de tema libre y en ellos se podrán abordar una o varias fases del proceso estadístico. Se pueden usar datos extraídos de las publicaciones del ICANE, o de su web, o realizar un estudio estadístico similar a alguno publicado por el ICANE, pero referido a su centro escolar, municipio o comarca, y comparar los resultados.

Se establecen dos categorías de premios (ESO y Bachillerato/Ciclos Formativos) que cuentan cada una de ellas con un Primer y un Segundo Premio, respectivamente.

Además, los primeros premios de las dos categorías podrán participar en la fase nacional del Concurso “Incubadora de Sondeos y Experimentos” organizado por la Sociedad de Estadísticas e Investigación Operativa (SEIO).

Bases e información adicional del Concurso puede obtenerse a través de:
https://www.icane.es/icane/school-contest

VI Olimpiada Estadística

El Instituto Nacional de Estadística (INE), la Facultad de Estudios Estadísticos (FEE) de la Universidad Complutense de Madrid y la Sociedad de Estadística e Investigación Operativa (SEIO) convocan la Sexta Olimpiada Estadística para estudiantes de ESO, Bachillerato y Ciclos Formativos de Grado Medio en grupos.

La Olimpiada Estadística tiene como objetivos:

- Promover la curiosidad y el interés en la estadística entre los estudiantes.
- Incentivar en los docentes el uso de nuevos materiales para la enseñanza de la estadística, fomentando el uso de datos reales y buscando aplicaciones de los conocimientos estadísticos a los alumnos.
- Mostrar y acercar el protagonismo de la estadística en distintos aspectos de la sociedad a estudiantes y docentes, dándola a conocer como estudio universitario.
- Promover el trabajo en equipo y la colaboración para conseguir objetivos comunes.

La Sexta Olimpiada Estadística se constituye, además, como fase nacional de selección para la participación en la I Competición Estadística de la Unión Europea.

Para conocer las bases de la Olimpiada, así como para obtener información de las anteriores Olimpiadas celebradas o ver cuál es el plazo de inscripción, se puede visitar la página: http://www.ine.es/eso_es/eso_es.htm

X Congreso Científico para Escolares

El Museo Nacional de Ciencias Naturales (MNCN) celebrará la próxima primavera la *X edición del Congreso Científico para Escolares*. Con las fechas aún por fijar, aunque muy probablemente tenga lugar después de las vacaciones de Semana Santa, el MNCN acogerá nuevamente este Congreso que tiene como objetivo principal que los alumnos de ESO tengan la oportunidad de experimentar, desde muy temprana edad, el contacto con la realidad del mundo de la ciencia. En este caso, desde una faceta muy habitual para los investigadores y científicos, como es la asistencia a congresos.

En el Congreso, además de ponencias marco impartidas por especialistas en el ámbito científico, se cuenta con la participación de los alumnos, dos de cada centro seleccionado que, junto con su profesor, tienen que elaborar una comunicación sobre el proyecto científico en el que han trabajado. La duración de esta comunicación es de 10 minutos. Un comité seleccionará uno de los proyectos al que se le concederá un certificado, un lote de libros para la biblioteca del centro y la posibilidad de visitar el museo con toda su clase de forma gratuita.

También se propone realizar actividades complementarias, como visitar alguno de los laboratorios del Museo o alguna de las colecciones y exposiciones.

Bases e información adicional del Congreso puede consultarse en: http://www.mncn.csic.es o escribiendo a:
congresoescolar@mncn.csic.es

XII Edición de Mates Solidarias

Con la llegada del segundo trimestre comenzará la *XII Edición de Mates Solidarias*, que pone en marcha Cooperación Internacional ONG en los centros educativos españoles.

Este proyecto educativo es la oportunidad perfecta para reforzar el estudio de una asignatura complicada, sensibilizar a los más pequeños con causas sociales próximas a su entorno e involucrar a sus familias y a los docentes en la transformación social.

Las *Mates Solidarias* funcionan del siguiente modo: al final de cada evaluación las calificaciones de los alumnos se convierten en donativos: 5 euros si el alumno tiene aprobado, 6 euros por alcanzar un bien, 7 euros si el alumno obtiene notable, 10 euros al conseguir un sobresaliente. La recaudación conseguida se destina a diferentes proyectos sociales de Cooperación Internacional ONG. Los fondos recaudados con esta iniciativa se destinan a la Operación Rehabilitación de Viviendas de familias con escasos recursos.

En este proyecto pueden participar los profesores, apuntando a sus alumnos, y también las familias de modo particular: Para recibir información sobre como apuntarse dirigirse a: mates@ciong.org

Más información en la página web: http://www.ciong.org/index.php

STEM Talent Girl

Durante el curso 2017/2018 se desarrollará el proyecto STEM Talent Girl para el desarrollo del talento STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas) y el fomento de vocaciones científico-tecnológicas en población femenina.

El proyecto STEM Talent Girl ofrece en Cantabria, Burgos y Valladolid, de forma gratuita, el programa "Science for Her" dirigido a todas las alumnas de 3º y 4º de Secundaria escolarizadas en centros públicos y concertados, no necesariamente de altas capacidades ni con los mejores expedientes.
El programa consta de los siguientes módulos formativos:

1) *Talent Search* para la identificación del talento.
2) *Masterclass con científicas y tecnólogas de primer nivel nacional e internacional.*
3) *Sesiones de shadowing para experimentar en primera persona perfiles profesionales en las áreas STEM.*
4) *Talleres para experimentar y co-crear con tecnologías emergentes.*
5) *Participación en eventos STEM de carácter nacional.*

En la página web http://talent-girl.com se puede encontrar toda la información del proyecto, así como el formulario de inscripción para las alumnas. El plazo concluyó el 10 de noviembre de 2017. Habrá que estar atentos para la convocatoria del próximo curso y, así, poder animar a nuestras alumnas a participar.

El proyecto STEM Talent Girl se desarrolla también este curso a las provincias de Burgos y Valladolid.

STEM for Youth

El proyecto STEM for Youth es un proyecto de la Unión Europea, que se enmarca en la sección Science with and for Society (Ciencia con y para la sociedad) del programa Horizon 2020, de dos años de duración.

En el proyecto colaboran diez miembros de seis países diferentes, entre ellos la Universidad de Cantabria.

STEM es el acrónimo de Science, Technology, Engineering and Mathematics. Se trata de una integración de las ciencias en un enfoque de enseñanza basado en la interdisciplinaridad y aplicabilidad de los conocimientos de ciencias y matemáticas.

Los proyectos y actividades propuestos bajo esa finalidad tienen como objetivo la aplicación del conocimiento científico y matemático en un contexto vinculado a la tecnología y la ingeniería.

Pueden participar profesores de cualquiera de las áreas STEM, junto con sus alumnos de secundarias con edades comprendidas entre los 12 y los 19 años.

Para saber cuándo participar se recomienda consultar el cronograma que se encuentra en la página: https://stemforyouth.unican.es/ o enviar un correo a stemforyouth.uc@gmail.com

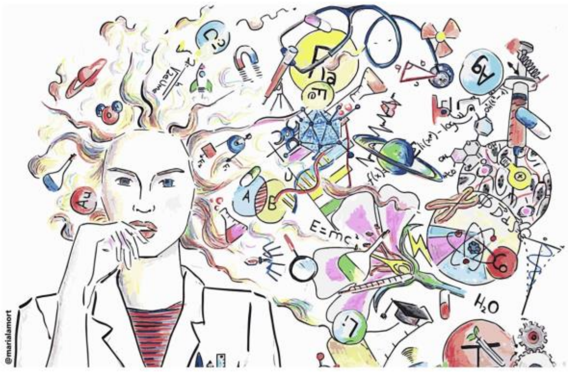
La participación consiste en la realización por los alumnos de las actividades propuestas, con la guía y supervisión del profesor, y la participación en encuentros con alumnos de otros centros locales o internaciones, donde explicarán las actividades que han realizado y las herramientas que han utilizado para llegar a la solución de los problemas planteados.

Día de la Mujer y la Niña en la Ciencia

Un año más se está poniendo en marcha la organización de actividades para conmemorar el Día Internacional de la Mujer y la Niña en Ciencia en febrero de 2018. Se trata de, entre el 1 y el 15 de febrero, desarrollar actividades que ayuden a visibilizar el trabajo de las científicas, a crear roles femeninos en los ámbitos de la ciencia y la ingeniería y que promuevan prácticas que favorezcan la igualdad de género en el ámbito científico.

El éxito de esta iniciativa depende de que el personal científico y docente, los comunicadores y comunicadoras científicas y las instituciones organicen actividades en su entorno más cercano. Incluso se anima a madres y padres a que también se sumen a la iniciativa.

Es una buena oportunidad para llenar los colegios e institutos de actividades de divulgación impartidas por mujeres, de charlas y exposiciones sobre mujeres científicas. Las universidades y centros de investigación organizarán visitas y charlas, o mesas redondas. También participarán museos, centros culturales y planetarios …



En la primera edición, celebrada en 2017, se organizaron casi 350 actividades, que se pueden consultar en https://11defebrero.org/, donde también se pueden obtener materiales para usar en clase, solicitar la visita de una científica a nuestro centro para explicarnos en qué consiste su trabajo, o explicar qué actividades vamos a desarrollar en nuestro centro o en nuestro barrio.

SOCIEDAD MATEMÁTICA DE PROFESORES DE CANTABRIA (SMPC)

En abril de 1996, en un acto que contó con la presencia de Miguel de Guzmán Ozámiz (1936-2004), presidente de las Sociedades Matemáticas a nivel internacional, eminente matemático, humanista y persona de bien, comenzó su andadura la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC). El objetivo fundacional de la SMPC es el de ser un punto de confluencia y de intercambio de experiencias entre los profesores de matemáticas de Cantabria, de todos los niveles educativos, Primaria, Secundaria y Universidad, tanto de enseñanza pública como privada, pero la SMPC también da la oportunidad de exponer sus ideas a todas aquellas personas interesadas por las matemáticas, en su vertiente didáctica o científica. El fundamento de la SMPC es colaborar en la mejora de la calidad de la enseñanza de las matemáticas y tener una proyección pública, mediante la cual dar a conocer su postura en todos los asuntos relacionados con la educación matemática.

La SMPC forma parte de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM), que está integrada por colectivos de profesorado que trabajan con propósitos análogos a los que tiene la SMPC, a la cual pertenecen sociedades de todas las Comunidades Autónomas.

En el Boletín número 13, la persona que en aquel momento ocupaba el cargo de presidenta de la SMPC, María José Señas Pariente, escribió unas palabras que dan una magnífica idea del cometido de la SMPC. Es, por esa razón, que desde entonces las mantenemos en esta sección.

> *[…] La SMPC viene organizando desde hace años diferentes actividades para alumnos y profesores de Cantabria con el fin de divulgar el conocimiento matemático en nuestra Comunidad Autónoma y mejorar los correspondientes procesos de enseñanza y aprendizaje. Es necesario emplear todos los recursos que existen en nuestra Sociedad para mejorar el nivel de educación matemática de los jóvenes, ya que de él, entre otros, dependerá el futuro y nuestra posición en el mundo actual.*
>
> *Difundir la cultura matemática entre los estudiantes y profesores de Cantabria y que éstos sirvan de vía de transmisión para que la sociedad alcance mayores niveles de conocimiento matemático; descubrir a los jóvenes un mundo de posibilidades por medio del saber matemático; ampliar sus perspectivas de futuro y formarles para una sociedad en continuo cambio; fomentar el interés por las matemáticas mediante la organización de actividades motivadoras e innovadoras fuera del aula; e incluso fomentar la detección temprana y el estímulo de talentos matemáticos, son algunos de los objetivos que la SMPC establece como base para el desarrollo de su programación anual. […]*

A lo largo de los veintiún años de existencia de la SMPC se han organizado numerosas actividades destinadas al profesorado de matemáticas, algunas dentro del Convenio de Colaboración con la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria. Ciñéndonos a las actividades desarrolladas a lo largo de los últimos años, indicar que entre ellas están dos cursos de formación para profesores del Proyecto Estalmat, uno a nivel regional y otro a nivel nacional; ediciones bianuales de las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria; cursos acerca del uso de *GeoGebra*, tanto a nivel de secundaria como de primaria; un curso a distancia acerca del sotfware *TutorMates* (con la colaboración de Addlink Research, empresa que ha desarrollado dicho software); varios cursos de sobre el *Uso de las Calculadoras en el Aula*, con la colaboración de la empresa CASIO,… La mayoría de los cursos mencionados se han celebrado bien en el Centro Internacional de Encuentros Matemáticos (CIEM) de Castro Urdiales, bien en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria. Alguno de ellos incluso ha sido semipresencial, utilizándose la plataforma Moodle.

Gracias al esfuerzo y al altruismo de un pequeño grupo de profesores que, de forma desinteresada, ponen parte de su tiempo libre a disposición de la SMPC, pueden llevarse a cabo las diversas actividades que se vienen realizando. La gestión de los no muy abundantes recursos es tarea también de este reducido colectivo. Queremos aprovechar este espacio para hacer un llamamiento al resto de socios y a otras personas que estén interesadas en colaborar, para que se incorporen y comiencen a hacerlo, enriqueciendo la SMPC y garantizando su continuidad. Para mostrar su interés en colaborar con esta entidad, basta escribir un mensaje a la siguiente dirección, señalando aquellos apartados en los que se desearía colaborar: organizar y/o impartir algún curso de formación, cooperar en la puesta en marcha de alguna de las actividades de la SMPC, dirigir algún taller, ayudar en el desarrollo de alguna actividad ya planteada, etc.: sociedad@sociedadmatematicacantabria.es

Os informamos también de que el pasado 3 de octubre de 2017 celebramos la Asamblea General Anual de la SMPC en la que acordamos las fechas para la realización de actividades para estudiantes y para profesores que se celebrarán a largo del curso 2017-2018. Para ver los detalles de cada una de ellas os remitimos a la sección de este Boletín titulada *Convocatorias de la SMPC*. En esa misma reunión se definieron los miembros de la Junta Directiva y los Responsables de las Actividades.

En la Asamblea también se informó de las últimas novedades de interés para los socios de la SMPC, entre las que se encuentra el curso:

- "*Geogebra, una herramienta para el trabajo multidisplinar en Primaria e Infantil*", destinado al profesorado de **Educación Infantil y Educación Primaria**, a celebrar en la Facultad de Ciencias los días 16, 17 y 23 de febrero de 2018, y reconocido con 1 crédito de formación por la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria.

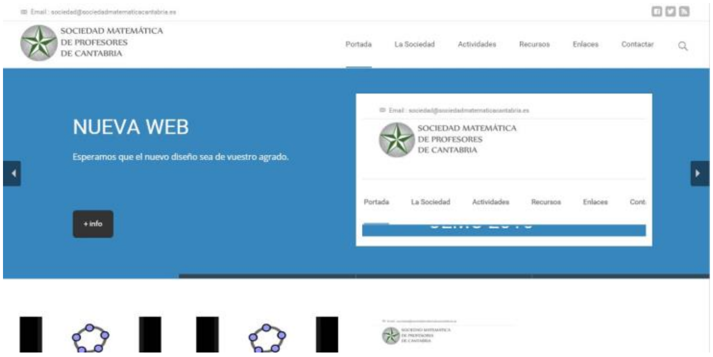
Junta Directiva	
Presidenta	Carmen Espeso Ortiz
Vicepresidente	Mario Fioravanti Villanueva
Secretario	Luis Ceballos Barón
Tesoreros	Emilio Seoane de la Losa Paz Valle López-Dóriga
Vocales	María José Fuente Somavilla Sandra Pana Tanasescu Almudena Señas Pariente

Responsables de las Actividades	
Boletín Informativo	Belén Hallado Arenales Ana María López García Pilar Sabariego Arenas
Página Web	Neila Emma Campos González
Redes Sociales	Carmen Espeso Ortiz
Olimpiada Matemática para Estudiantes de 2º de ESO	Luis Ceballos Barón
Concurso del Cartel Anunciador de la Olimpiada Matemática para Estudiantes de 2º de ESO	Julia Blanco Garaizábal
Concurso de Fotografía Matemática para estudiantes	Emilio Rodríguez Ruiz
Concurso de Fotografía Matemática para profesores	Jaime Suárez Martínez
Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas	Mario Fioravanti Villanueva Emilio Seoane de la Losa
Proyecto Estalmat	Carmen Espeso Ortiz

En la Asamblea se acordó celebrar una comida de hermandad, con el fin de pasar un rato distendido y de acercamiento entre los asistentes, tanto socios de la Sociedad como simpatizantes. La foto es una muestra de dicha celebración.

CÓMO CONTACTAR CON LA SOCIEDAD MATEMÁTICA DE PROFESORES DE CANTABRIA

Para recibir información puntual se puede contactar con la SMPC a través de:

<table>
<tr><td>Correo Postal:</td><td>Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC)
Centro de Profesorado de Cantabria
Avenida del Deporte s/n, 39011 Santander
Tel.: 942 35 40 15 - Fax: 942 32 38 27</td></tr>
<tr><td>Correo Electrónico:</td><td>sociedad@sociedadmatematicacantabria.es</td></tr>
<tr><td>Página Web:</td><td>

http://www.sociedadmatematicacantabria.es</td></tr>
<tr><td>Twitter:</td><td>

@SMatematicaPC</td></tr>
<tr><td>FaceBook:</td><td>

http://www.facebook.com/pages/Sociedad-Matem%C3%A1tica-de-Profesores-de-Cantabria/1436138723279107</td></tr>
</table>

Los socios son la parte fundamental de la SMPC. Asociarse da derecho a participar activamente en la vida de la Sociedad, a tener puntual información de ella y a obtener descuentos en las actividades que se organicen. Además, reciben cada año el *Boletín Informativo de la SMPC*, así como *SUMA⁺*, revista de didáctica de las matemáticas de periodicidad cuatrimestral (marzo, julio y noviembre) y que es publicada por la FESPM. Los socios abonan una cuota anual de 40 euros, que se cobra por domiciliación bancaria.

Para hacerse socio de la SMPC basta con rellenar las fichas de inscripción y de domiciliación bancaria para el pago de las cuotas. Una vez cumplimentados ambos impresos, deben ser entregados a alguno de los miembros de la Junta Directiva o enviados a la SMPC por alguna de las vías de contacto citadas anteriormente.

D/Dª …………..……………………………………………................., DNI ….……………………………

con domicilio en ………………..………, CP: ……………., calle: ….……………………...… nº.: …….,

teléfono: ……………………..………….. y e-mail: …………………………………………………..

solicita ser dado de alta como miembro de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria.

Centro de trabajo: …………………………………...…, localidad: …………………… CP: ……..…….

calle: ……………………………………, nº.: ..…, teléfono: ………………..…, fax: ………………………

y e-mail: …………………………………………………

Nombre y apellidos: ………………………………………………………………………………………..

IBAN:

País		DC		Entidad				Oficina				DC		Cuenta									

Banco/Caja: …………………………………………..., agencia: ………………………………………….

localidad: ………………………………, CP: ………….., calle: ……………………………………………

Sr/Sra Director/a del Banco/Caja:
Le ruego atiendan, con cargo a mi cuenta y hasta nueva orden, los recibos que periódicamente les presentará la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria para el pago de mi cuota de afiliación.

Atentamente (fecha y firma):

Anotaciones

SOCIEDAD MATEMÁTICA de

SOCIEDAD MATEMÁTICA de

SMPC

PROFESORES de CANTABRIA

PROFESORES de CANTABRIA

GOBIERNO
de
CANTABRIA

CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN,
CULTURA Y DEPORTE