

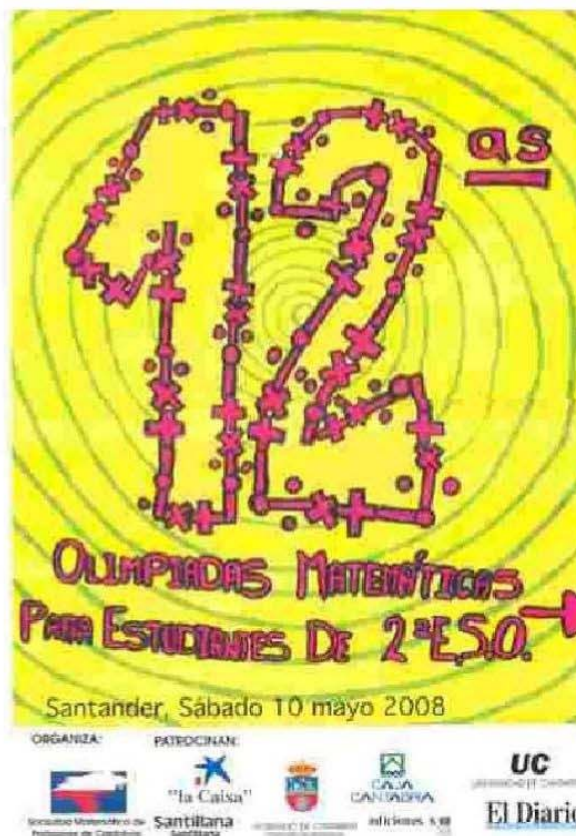
XII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS para estudiantes de 2º de ESO



Santander, 10 de mayo de 2008

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

<http://platea.pntic.mec.es/amunezca/Sociedad/Soci.htm>





XII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS para estudiantes de 2º de ESO



Santander, 10 de mayo de 2008

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Sociedad/Soci.htm>



1. LA PIEL MÁGICA

Un pedazo rectangular de piel mágica se reduce a la mitad de su longitud y a la tercera parte de su ancho, cada vez que su dueño ve cumplido un deseo.

- Su dueño pide dos deseos. ¿Qué porcentaje de la superficie original de la piel mágica queda después del primer deseo?
- Después de tres deseos tiene un área de 4 cm^2 . Si su ancho inicial era de 9 cm , ¿cuál era su largo inicial?



SOLUCIÓN:

a)

$$\frac{100}{6} = 16\frac{2}{3} \%$$

- b) Cada vez que se concede un deseo, el pedazo de piel se reduce a $\frac{1}{6}$ de su área.

Después de tres deseos, el pedazo de piel tiene un área de $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$ veces el área original,

es decir, $A_3 = \frac{1}{216} \cdot A_0$, donde A_3 es el área después del tercer deseo y A_0 el área inicial.

Despejando, obtenemos que $A_0 = 216 \cdot A_3 = 216 \cdot 4 = 864 \text{ cm}^2$. Como el área es largo por ancho (por ser un rectángulo), si sabemos que el ancho inicial era de 9 cm , el ancho será $\frac{864}{9} = 96 \text{ cm}$.





XII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS para estudiantes de 2º de ESO



Santander, 10 de mayo de 2008

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Sociedad/Soci.htm>

2. DIETA "EQUILIBRADA" (Justificar)

La balanza está en equilibrio con tres latas de atún claro en aceite de oliva y una caja de galletas integrales en un platillo y doce yogures desnatados naturales en el otro.



También está en equilibrio con la caja de galletas integrales en un platillo y una lata de atún claro en aceite de oliva y ocho yogures desnatados naturales en el otro.

En un plato de la balanza ponemos la caja de galletas integrales. ¿Cuántos yogures desnatados naturales hemos de colocar en el otro plato para equilibrar la balanza?



SOLUCIÓN:

Si denotamos con G el peso de la caja de galletas, con A el peso de una lata de atún claro en aceite de oliva y con Y el peso de un yogur desnatado natural, tenemos las siguientes ecuaciones:

$$\text{Balanza 1} \rightarrow 3A + G = 12Y \quad (1)$$

$$\text{Balanza 2} \rightarrow G = A + 8Y \quad (2)$$

Sustituyendo la expresión (2) en la (1), nos queda:

$$3A + A + 8Y = 12Y$$

Simplificando:

$$A = Y \quad (3)$$

Por tanto, sustituyendo la expresión (3) en la (2), obtenemos que $G = 9Y$ (Balanza 3).

Luego, tenemos que poner 9 yogures desnatados naturales para equilibrar la tercera balanza.



XII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS para estudiantes de 2º de ESO



Santander, 10 de mayo de 2008

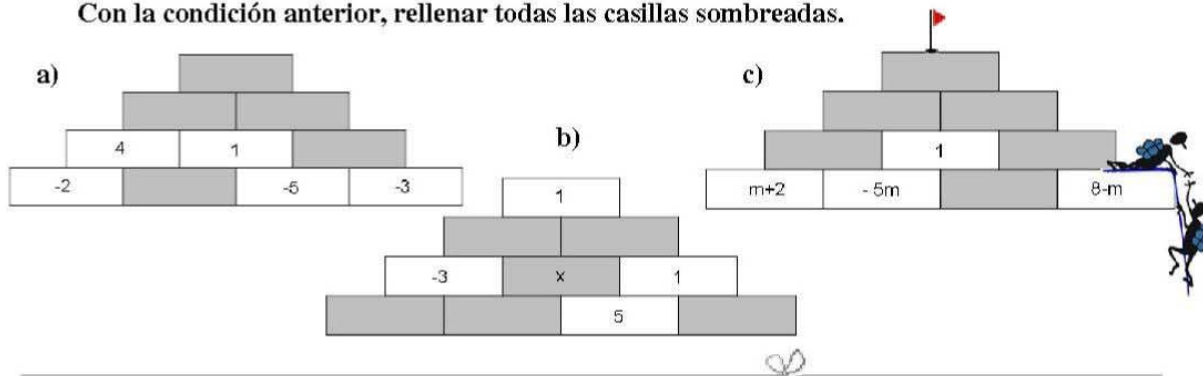
Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Sociedad/Soci.htm>

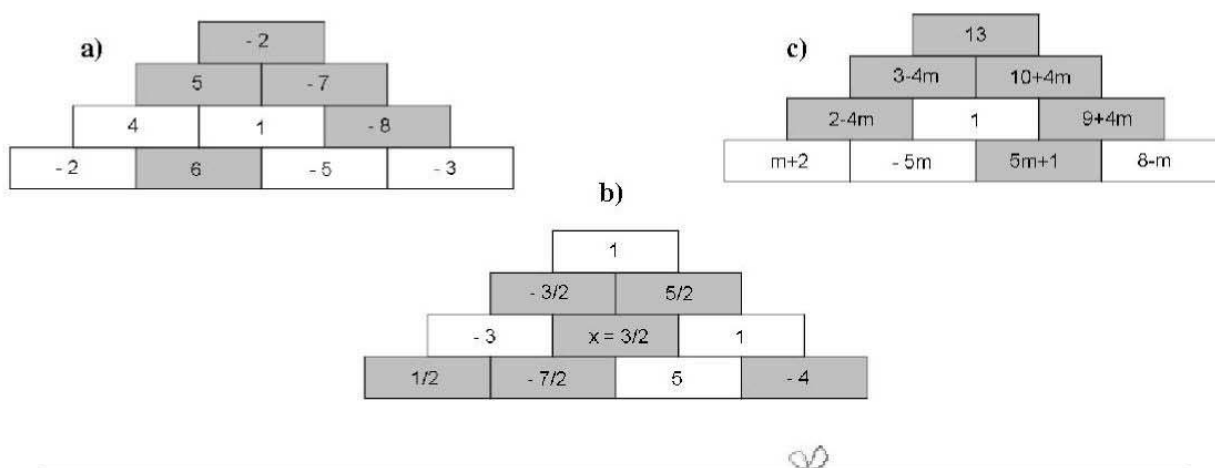
3. TORRES NUMÉRICAS

El número que aparezca en cada casilla debe ser la suma de los que aparecen en las dos casillas que tiene debajo y en contacto con ella.

Con la condición anterior, rellenar todas las casillas sombreadas.



SOLUCIÓN:





XII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS para estudiantes de 2º de ESO



Santander, 10 de mayo de 2008

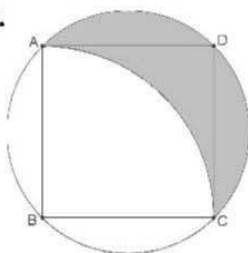
Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Sociedad/Soci.htm>

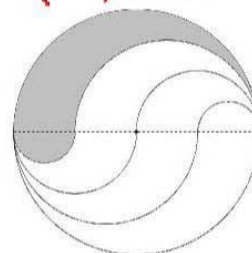


4. JARDINES CON GEOMETRÍA

a) La siguiente figura representa un jardín curvilíneo. Sabiendo que el diámetro de la circunferencia exterior es de 16 metros. ¿Cuántos centímetros mide el perímetro de la zona sombreada?.



b) En este otro jardín, donde el cuadrado tiene 1 Hm de lado, se quiere plantar flores en la zona sombreada. ¿Cuál es la superficie, expresada en m², que debemos sembrar?.



SOLUCIÓN:

a) El perímetro de la zona sombreada, está formado por la suma de las longitudes de tres semicircunferencias, que hallaremos a partir de la fórmula $L = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2} = \pi \cdot r$, donde r es el radio.

$$\left. \begin{array}{l} L = 2 \pi \\ L = 6 \pi \\ L = 8 \pi \end{array} \right\} \begin{array}{l} L = L + L + L = 16 \pi \text{ m} \\ \text{Para pasar de m a cm, multiplicamos por 100.} \\ \text{El perímetro total mide } 1600 \pi \text{ cm} \approx 5024 \text{ cm.} \end{array}$$

b) R es la mitad de la diagonal del cuadrado de lado 1 Hm. Utilizando el Teorema de Pitágoras, obtenemos:

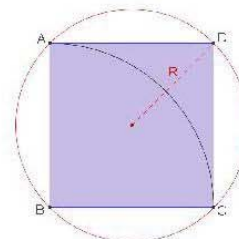
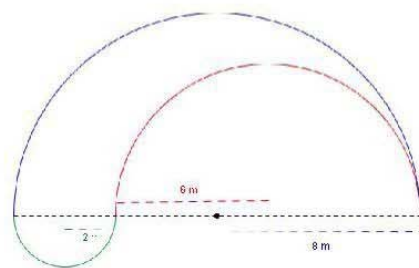
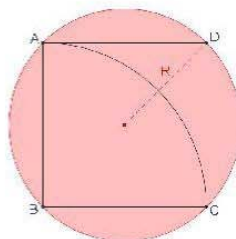
$$\text{diagonal} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ Hm}$$

$$R = \frac{\text{diagonal}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ Hm}$$

$$A = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{2} \text{ Hm}^2$$

Calculamos el área del cuadrado de lado 1 Hm,

$$A = \text{lado}^2 = 1^2 = 1 \text{ Hm}^2$$



Si restamos el área del cuadrado al área del círculo, obtenemos el área de las cuatro segmentos circulares:

$$A - A_1 = \frac{\pi}{2} - 1 = \frac{\pi - 2}{2} Hm^2$$

Dividimos entre 4 para hallar sólo el área de uno de los segmentos circulares:

$$A_1 = \frac{\frac{\pi - 2}{2}}{4} = \frac{\pi - 2}{8} Hm^2$$

La zona de color verde, se corresponde con un cuarto del círculo de radio unidad (el radio del círculo se corresponde con el lado del cuadrado, 1 Hm).

$$A_2 = \frac{\pi \cdot 1^2}{4} = \frac{\pi}{4} Hm^2$$

Si al cuadrado le quitamos la zona verde, obtenemos la zona azul que queda, de área:

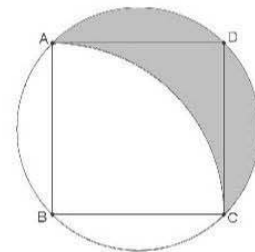
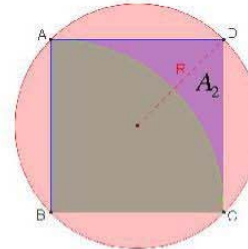
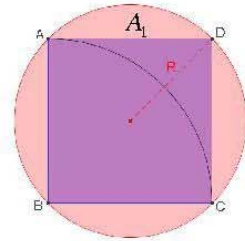
$$A_2 = A - A_2 = 1 - \frac{\pi}{4} = \frac{4 - \pi}{4} Hm^2$$

Luego, el área sombreada pedida, es:

$$2 \cdot A_1 + A_2 = 2 \cdot \frac{\pi - 2}{8} + \frac{4 - \pi}{4} = \frac{\pi - 2}{4} + \frac{4 - \pi}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} Hm^2$$

Para pasar de Hm^2 a m^2 , debemos multiplicar por 10.000.

$$\frac{1}{2} Hm^2 = \frac{1}{2} \cdot 10000 m^2 = 5000 m^2 \text{ mide la superficie pedida.}$$





XII OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS para estudiantes de 2º de ESO



Santander, 10 de mayo de 2008

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

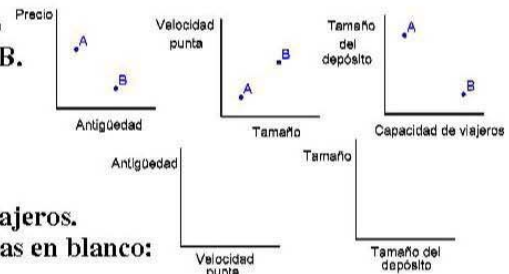
<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Sociedad/Soci.htm>

5. INTERPRETEMOS GRÁFICAS (Justificar la respuesta)

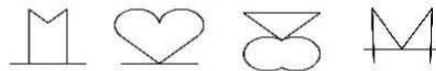
a) Las siguientes gráficas, que no se han realizado con exactitud, describen a dos modelos de coches: A y B.
¿Son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones?:

1. El coche más viejo es más barato.
2. El coche más rápido es más pequeño.
3. El coche más grande es más viejo.
4. El coche más barato transporta menos pasajeros.

Marca dos puntos, representando a A y B, en las gráficas en blanco:



b) Aquí tienes el dibujo de las cuatro cifras 1, 2, 3 y 4 junto a su imagen en un espejo.

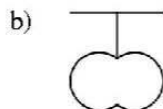
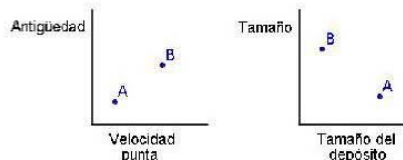


¿Cuál será el dibujo de la cifra “cinco”?

SOLUCIÓN:

1. Verdadera, según indica la primera gráfica.
2. Falsa, porque según la segunda gráfica, el más rápido es el B, que tiene mayor tamaño.
3. Verdadera. Según la primera y segunda gráfica, el coche B es el de mayor tamaño y tiene mayor antigüedad.
4. Falsa, porque según la primera y tercera gráfica, el de menor precio es el B, que es el que tiene mayor capacidad de viajeros.

Las gráficas pedidas, son:



“El olvido de las Matemáticas perjudica a todo el conocimiento, ya que el que las ignora no puede conocer las otras ciencias ni las cosas de este mundo”.

ROGER BACON (filósofo y científico)

