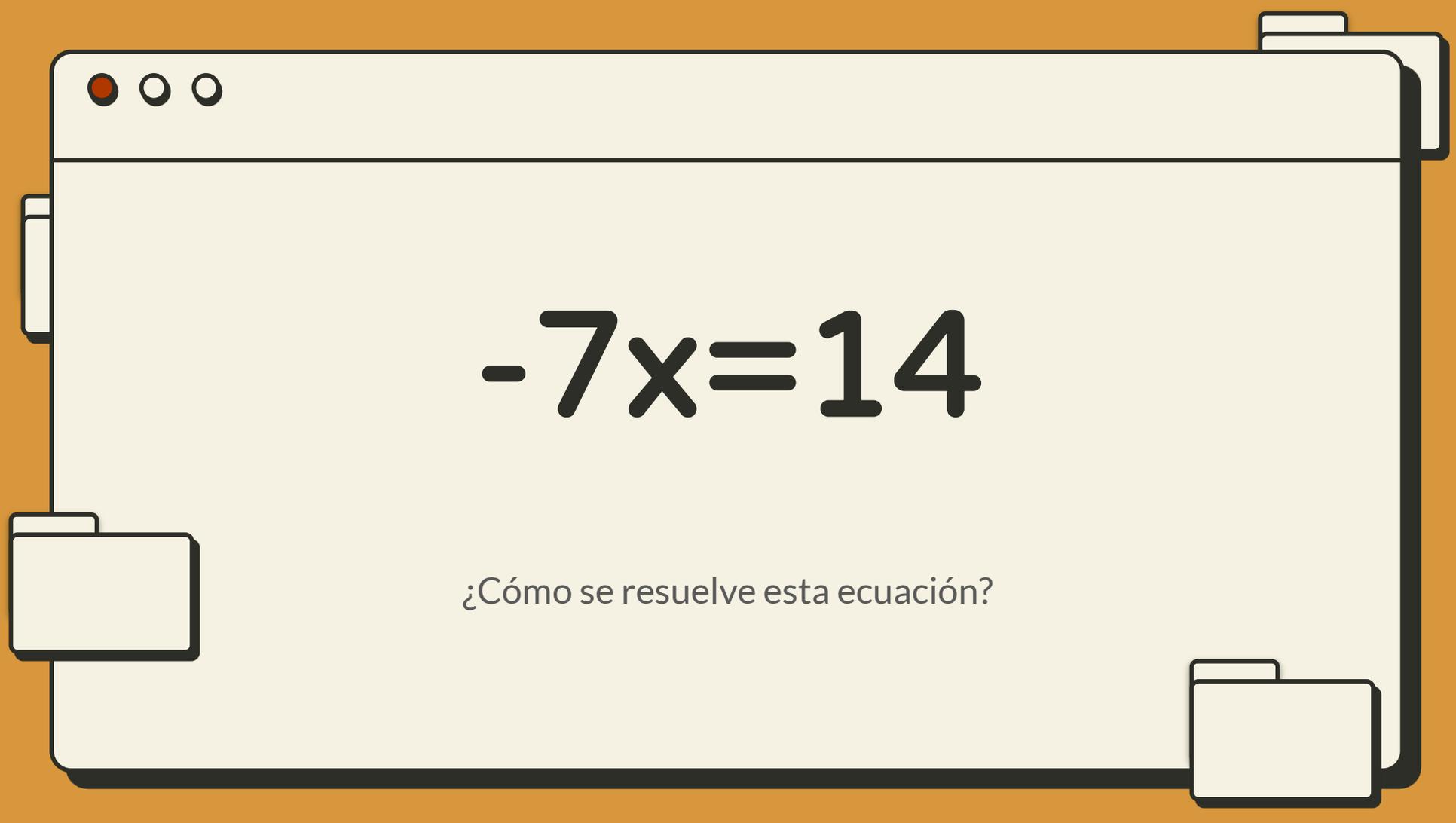
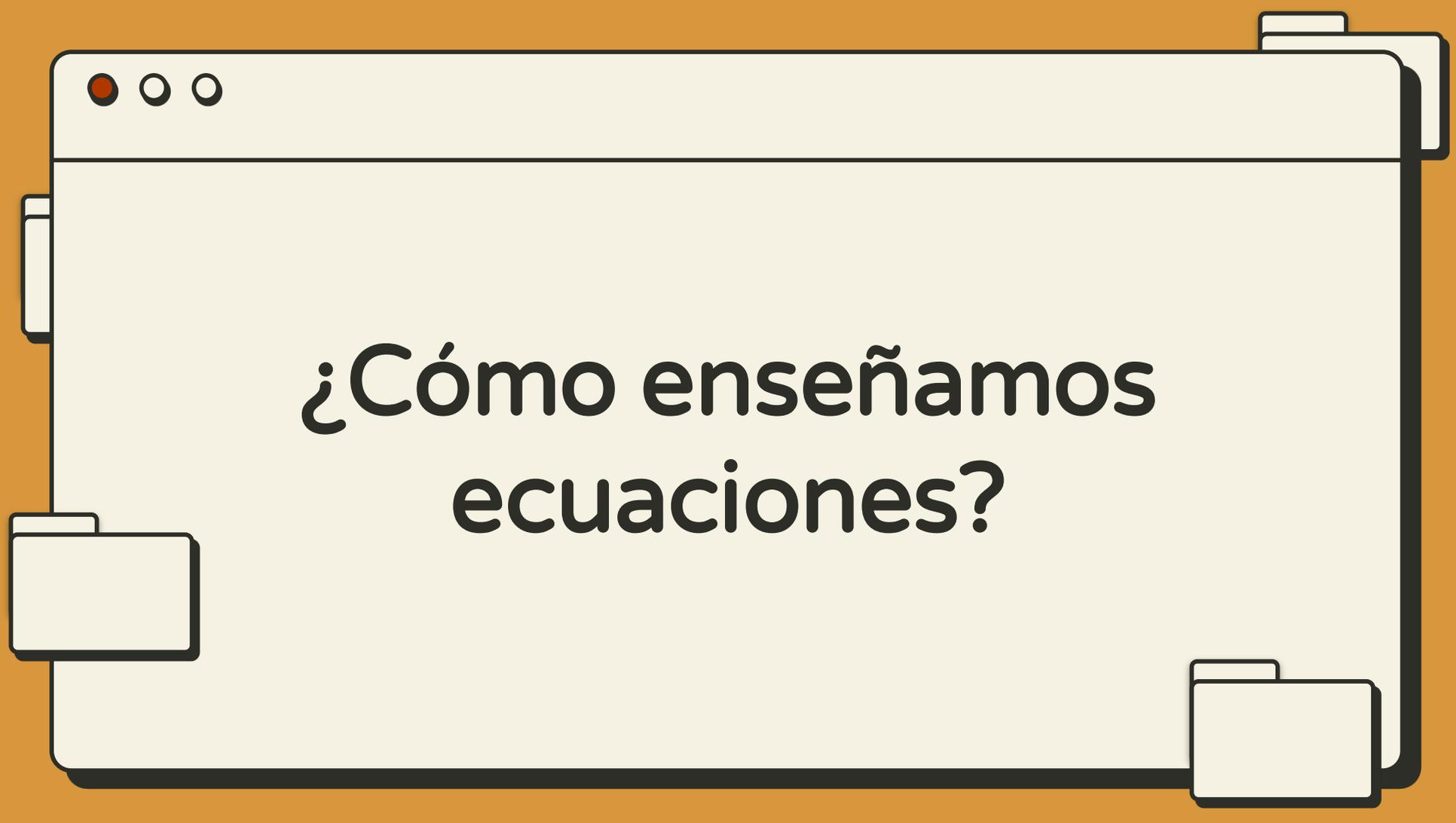


Consolidar conocimientos y procedimientos matemáticos mediante retroalimentación adaptativa con un asistente digital

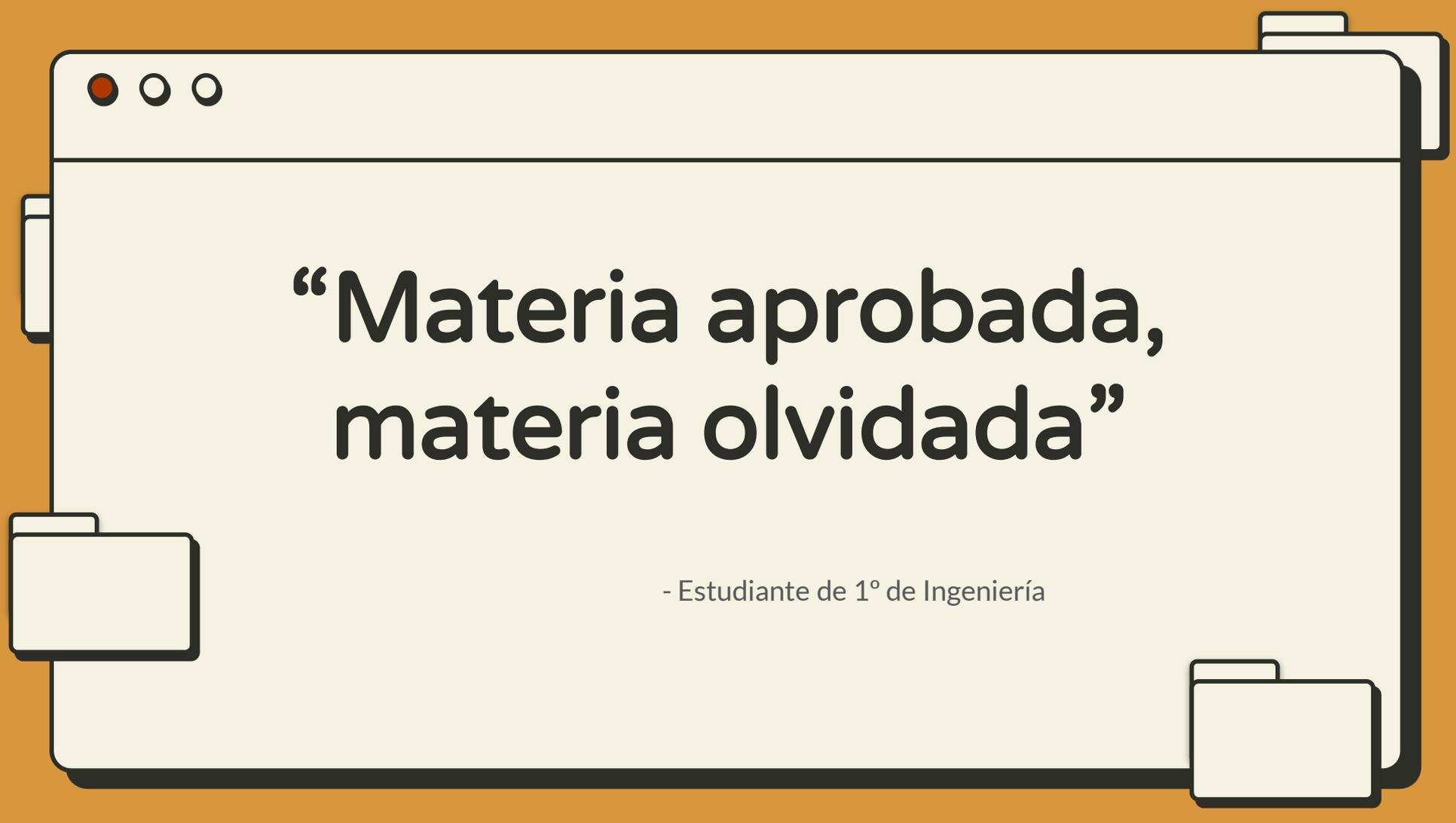
María Sanz Ruiz
Universidad de Cantabria
Febrero 2025


$$-7x=14$$

¿Cómo se resuelve esta ecuación?

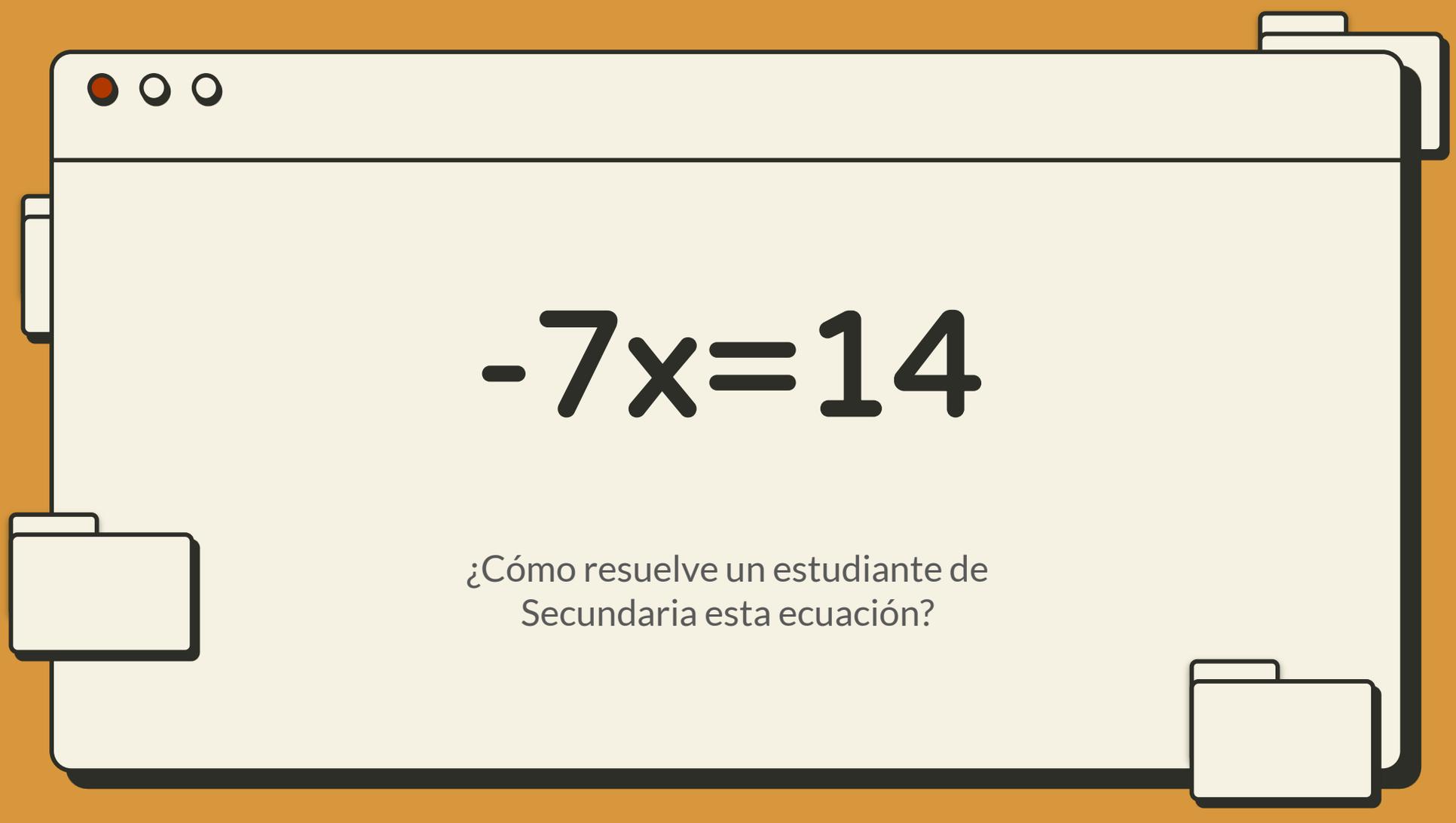


**¿Cómo enseñamos
ecuaciones?**



**“Materia aprobada,
materia olvidada”**

- Estudiante de 1° de Ingeniería


$$-7x=14$$

¿Cómo resuelve un estudiante de
Secundaria esta ecuación?



$$-7x=14$$

$$x = \frac{-7}{14}$$

$$x = \frac{14}{-7}$$

$$x = 14 + 7$$

$$x = \frac{14}{7}$$

$$x = \frac{7}{14}$$



$$-7x=14$$

$$x = \frac{-7}{14}$$

$$x = \frac{14}{7}$$

$$x = \frac{7}{14}$$

$$x = 14 + 7$$

- ❑ El alumno sabe que el -7 está multiplicado
- ❑ “Lo que está multiplicando pasa dividiendo”



$$-7x=14$$

$$x = \frac{-7}{14}$$

$$x = \frac{14}{7}$$

$$x = \frac{7}{14}$$

$$x = 14 + 7$$

- ❑ El alumno NO sabe que el -7 está multiplicado
- ❑ “Lo que está restando pasa sumando”



$$-7x=14$$

$$x = \frac{-7}{14}$$

$$x = \frac{14}{7}$$

$$x = \frac{7}{14}$$

$$x = 14 + 7$$

Operaciones inversas

Coefficiente - variable



Errores en ecuaciones lineales

ANTES DE ESTUDIAR ECUACIONES

Propiedad distributiva

Común denominador

Aritmética

ESTUDIANDO ECUACIONES

Operaciones inversas

Coeficiente - variable



Errores en ecuaciones lineales

Propiedad distributiva

$$a(bx + c) = \begin{cases} a + bx + c & \text{sin aplicar} \\ abx + c & \text{incompleta} \\ a + abx + ac & \text{doble} \end{cases}$$

Común denominador

$$\frac{x}{a} + bx = e \Rightarrow \begin{cases} x + abx = e & \text{a un lado de la ecuación} \\ x + bx = e & \text{eliminar el denominador} \\ x + bx = ae & \text{pasa multiplicando} \\ \dots & \end{cases}$$

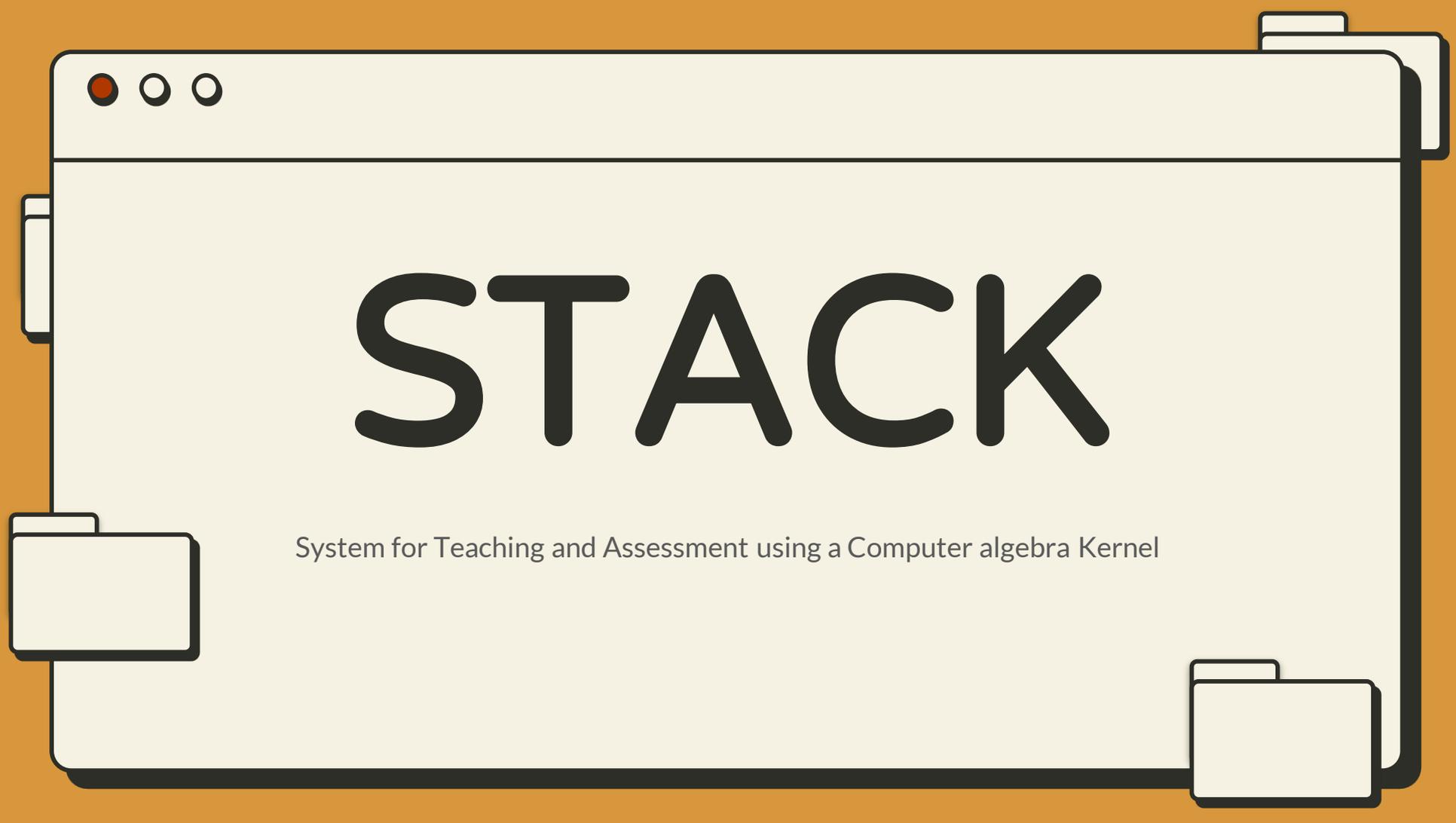
Operaciones inversas

- ❑ Aditivo: lo que está sumando pasa restando
- ❑ Multiplicativo: lo que está multiplicando pasa dividiendo

Coficiente - variable

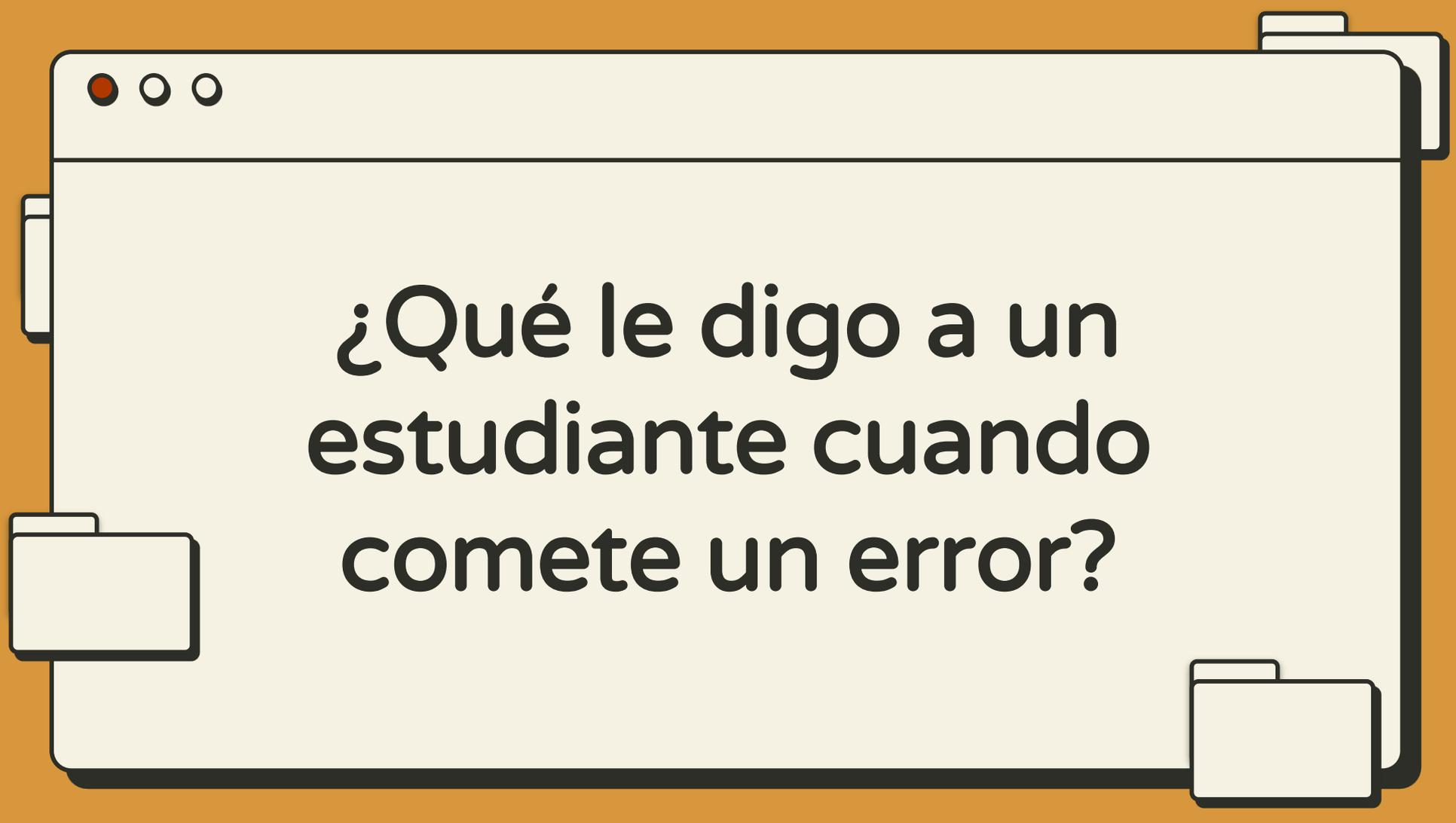
$$ax \quad \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowleft \end{matrix} \quad a + x$$

Aritmética

The image features a central white rectangular area with a black border, resembling a computer window. At the top left, there are three small circles representing window controls (red, yellow, and green). On the left and right sides, there are stylized folder icons. The word "STACK" is written in large, bold, black, sans-serif capital letters in the center of the window.

STACK

System for Teaching and Assessment using a Computer algebra Kernel



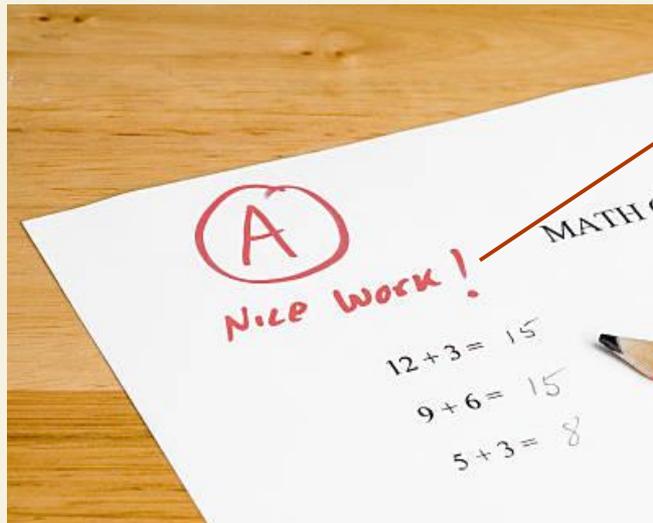
**¿Qué le digo a un
estudiante cuando
comete un error?**



¿Qué le digo a un estudiante cuando comete un error?

LA NOTA

Feedback
sumativo/
evaluativo



Y, si acaso, un
comentario que
le anime

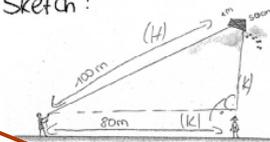
¿Qué le digo a un estudiante cuando comete un error?

TODO

Feedback
formativo

Lo menos
bueno

Qué hacer para
obtener la respuesta

Task 1	
<p>Volker has been given a kite. The kite has a length of 1 m and a width of 50 cm. He ties the kite together with his friend Susanne. Both are placed 80 m from one another. The rope of the kite has a length of 100 m. Susanne is placed directly below the kite.</p> <p>What's the height of the kite at this moment?</p> <p>Sketch:</p>  <p>(not true to scale)</p> <p>Sol: $100^2 - 80^2 = x^2$ $10000 - 6400 = x^2$ $16400 = x^2$ $\sqrt{16400} \approx x$ $x = 128,17 \approx x$</p> <p>$100^2 - 80^2 = x^2$ $x = \sqrt{100^2 - 80^2}$ $x = 60 \text{ m} \checkmark \rightarrow x = \sqrt{10000 - 6400}$</p> <p>Answer</p>	
YOUR PERSONAL FEEDBACK	
You are already quite good at dealing with the following topics:	
- you are able to transfer given data into a sketch	
You can still improve at dealing with the following topics if concentrating on my hints:	
- you have problems in formulating Pythagoras' Theorem	- Always think about the following: which sides are the cathetus, which side is the hypotenuse!
- please write down an answer at the end of a task	- Always write down every single step of your calculations!
Hints on how you can improve:	
!! Please start working on your exercise now !!	

Lo bueno

Los conceptos
involucrados

¿Qué le digo a un estudiante cuando comete un error?

Task 1

YOUR PERSONAL FEEDBACK

You've been given a task. This task has a length of 1 m and a width of 20 cm. You have the task together with the teacher. You are given 10 minutes to complete the task. The width of the task is 20 cm. You are given 10 minutes to complete the task.

Sketch:

not true to scale

5m, 4m + 3m = 7m
10000 = 20000
10000 = 20000
10000 = 20000

Answer

if please start working on your worksheet now!

TUDO

Techniques

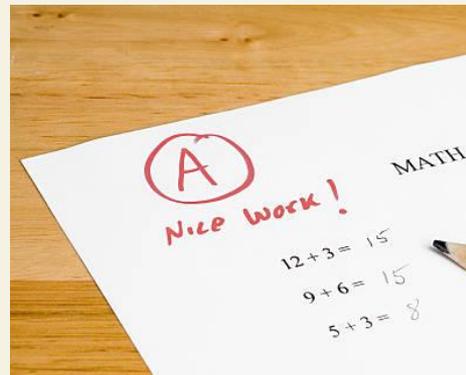
Along with military techniques of their art, the Persian captured the Assyrian's state-of-the-art warfare, which ~~impressed~~ ^{impressed} their society as an Empire.

Along with military technique of their art, the Persian adapted the Assyrian's state-of-the-art warfare with impressed their society as an Empire.



S
SPCPS
PPSP
SSS
CP

Along with military technique of their art, the Persian adapted the Assyrian's state-of-the-art warfare with impressed their society as an Empire.



LA NOTA

¿Qué le digo a un estudiante cuando comete un error?

their ~~then~~ ^{techniques} ~~not~~ ^{techniques} the persian's ~~appted~~ ^{adopted} the Assyrian's state-of-the-art ~~warfare~~ ^{warfare} which ~~wich~~ increased ~~the~~ ^{their} ~~security~~ ^{security} as an Empire.

• Along with military technique of
••••• their not the persian's apted the
••••• Assyrian's state-of-the art warfare
••••• wich increased their security, as
••••• an Empire

S Along with military technique of
SPCPS their not the persian's apted the
PPSP Assyrian's state-of-the art warfare
SSS wich increased their security, as
CP an Empire

¿Qué información poner en el feedback?

Simple

- ❑ Nota
- ❑ Correcto/incorrecto
- ❑ Respuesta correcta

Formativo

- ❑ Error
- ❑ Tarea
- ❑ Procedimiento
- ❑ Concepto
- ❑ Metacognición

¿Qué información poner en el feedback?

Simple

- ❑ Nota
- ❑ Correcto/incorrecto
- ❑ Respuesta correcta

7/10

Formativo

- ❑ Error
- ❑ Tarea
- ❑ Procedimiento
- ❑ Concepto
- ❑ Metacognición

¿Qué información poner en el feedback?

Simple

- ❑ Nota
- ❑ **Correcto/incorrecto**
- ❑ Respuesta correcta

Formativo

- ❑ Error
- ❑ Tarea
- ❑ Procedimiento
- ❑ Concepto
- ❑ Metacognición

¿Qué información poner en el feedback?

Simple

- ❑ Nota
- ❑ Correcto/incorrecto
- ❑ Respuesta correcta

$$3(-2x+1)=-x$$

$$-6x+3=-x$$

$$-5x=-3$$

$$x=3/5$$

Formativo

- ❑ Error
- ❑ Tarea
- ❑ Procedimiento
- ❑ Concepto
- ❑ Metacognición

¿Qué información poner en el feedback?

Simple

- ❑ Nota
- ❑ Correcto/incorrecto
- ❑ Respuesta correcta

“Te has equivocado al desarrollar el paréntesis...”

Formativo

- ❑ Error
- ❑ Tarea
- ❑ Procedimiento
- ❑ Concepto
- ❑ Metacognición

¿Qué información poner en el feedback?

Simple

- ❑ Nota
- ❑ Correcto/incorrecto
- ❑ Respuesta correcta

“Recuerda que en la ecuación hay un paréntesis”

Formativo

- ❑ Error
- ❑ Tarea
- ❑ Procedimiento
- ❑ Concepto
- ❑ Metacognición

¿Qué información poner en el feedback?

Simple

- ❑ Nota
- ❑ Correcto/incorrecto
- ❑ Respuesta correcta

“Para operar con el paréntesis, tenemos que...”

Formativo

- ❑ Error
- ❑ Tarea
- ❑ **Procedimiento**
- ❑ Concepto
- ❑ Metacognición

¿Qué información poner en el feedback?

Simple

- ❑ Nota
- ❑ Correcto/incorrecto
- ❑ Respuesta correcta

“El paréntesis que hay en la ecuación significa...”

Formativo

- ❑ Error
- ❑ Tarea
- ❑ Procedimiento
- ❑ **Concepto**
- ❑ Metacognición

¿Qué información poner en el feedback?

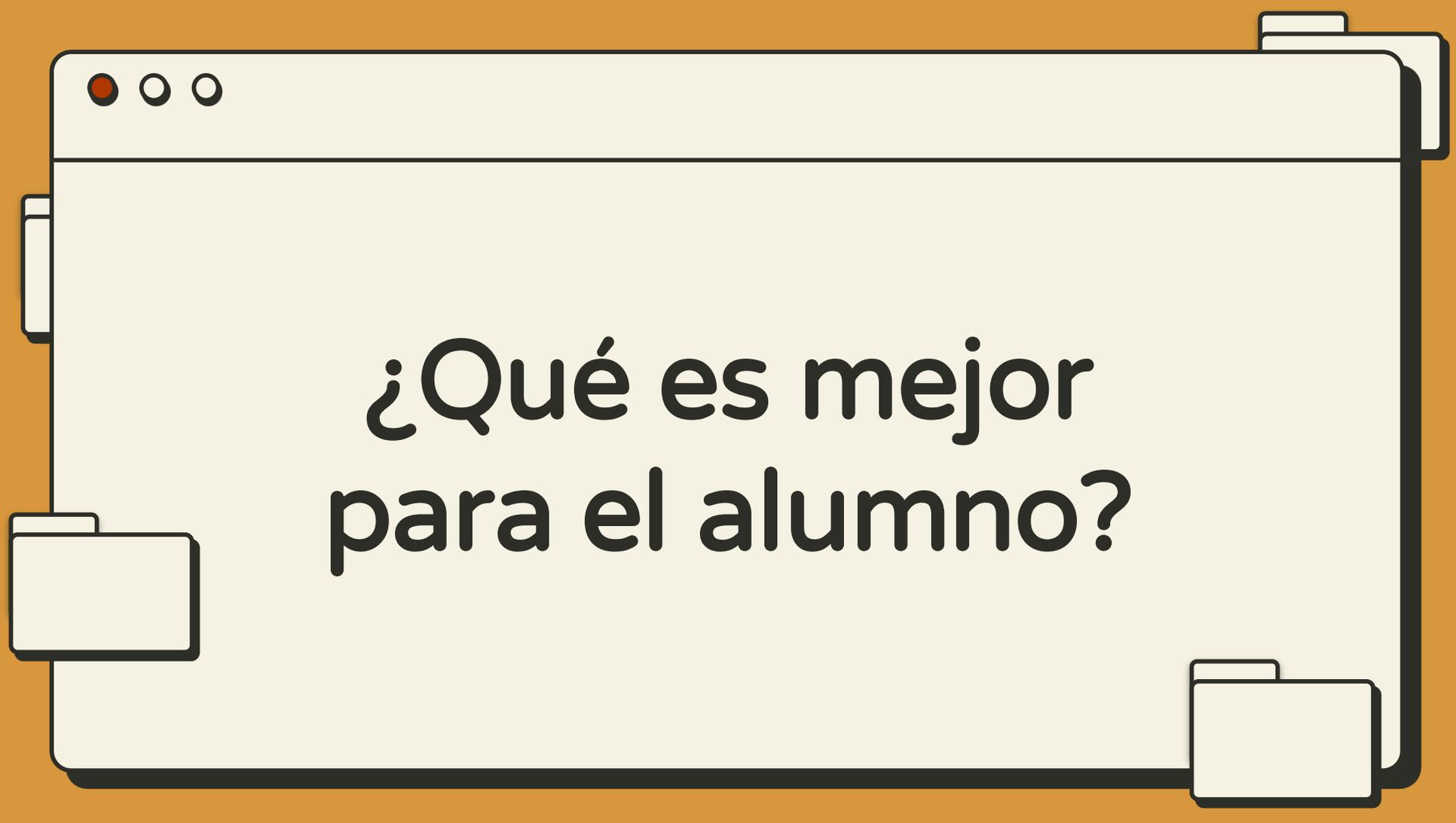
Simple

- ❑ Nota
- ❑ Correcto/incorrecto
- ❑ Respuesta correcta

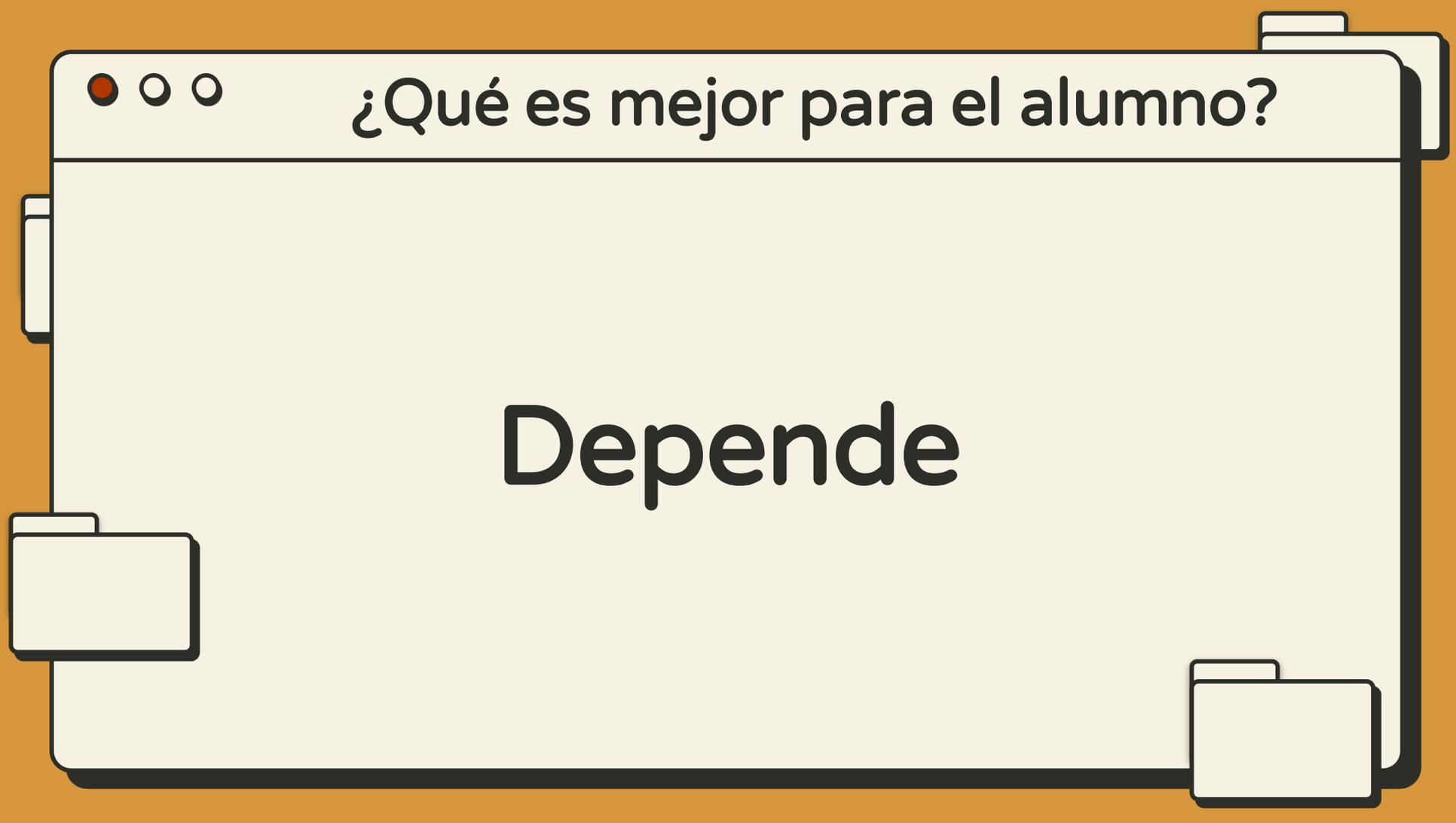
“¿Cómo has resuelto otras ecuaciones parecidas?”

Formativo

- ❑ Error
- ❑ Tarea
- ❑ Procedimiento
- ❑ Concepto
- ❑ Metacognición



¿Qué es mejor
para el alumno?



¿Qué es mejor para el alumno?

Depende



Tres preguntas

- ❑ ¿Dónde quiero ir?
- ❑ ¿Cómo voy?
- ❑ ¿Dónde iré después?

Hattie y Timperley, 2007



Tres preguntas

- ❑ ¿Dónde quiero ir?
- ❑ ¿Cómo voy?
- ❑ ¿Dónde iré después?

Cuatro niveles

- ❑ Tarea
- ❑ Cómo se procesa la tarea
- ❑ Cómo el estudiante se regula
- ❑ Estudiante

Hattie y Timperley, 2007



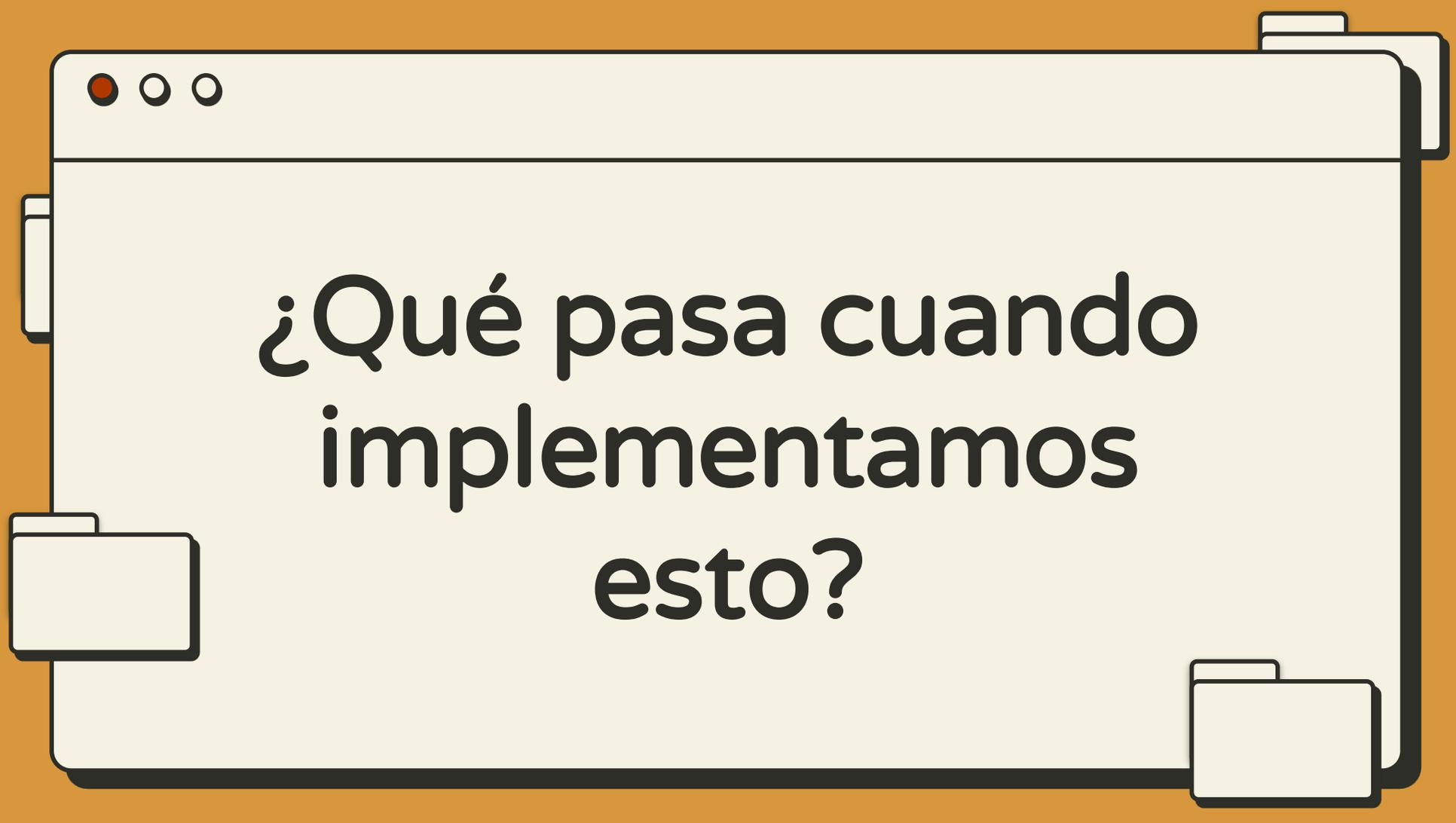
Tres preguntas

- ❑ ¿Dónde quiero ir?
- ❑ ¿Cómo voy?
- ❑ ¿Dónde iré después?

Cuatro niveles

- ❑ Tarea
- ❑ Cómo se procesa la tarea
- ❑ Cómo el estudiante se regula
- ❑ ~~Estudiante~~

Hattie y Timperley, 2007



**¿Qué pasa cuando
implementamos
esto?**



Nuestro estudio

Feedback

Dónde está
el error

$$\begin{aligned} 3(-2x + 1) &= -x \\ ? \quad -6x + 1 &= -x \\ \Leftrightarrow 1 &= 5x \\ \Leftrightarrow x &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Conceptos
involucrados
en la tarea

Cómo proceder

No es correcto...
Comprueba si has aplicado correctamente la propiedad distributiva. ¿Has multiplicado el factor fuera del paréntesis por cada uno de los sumandos que están dentro?



Nuestro estudio - resultados



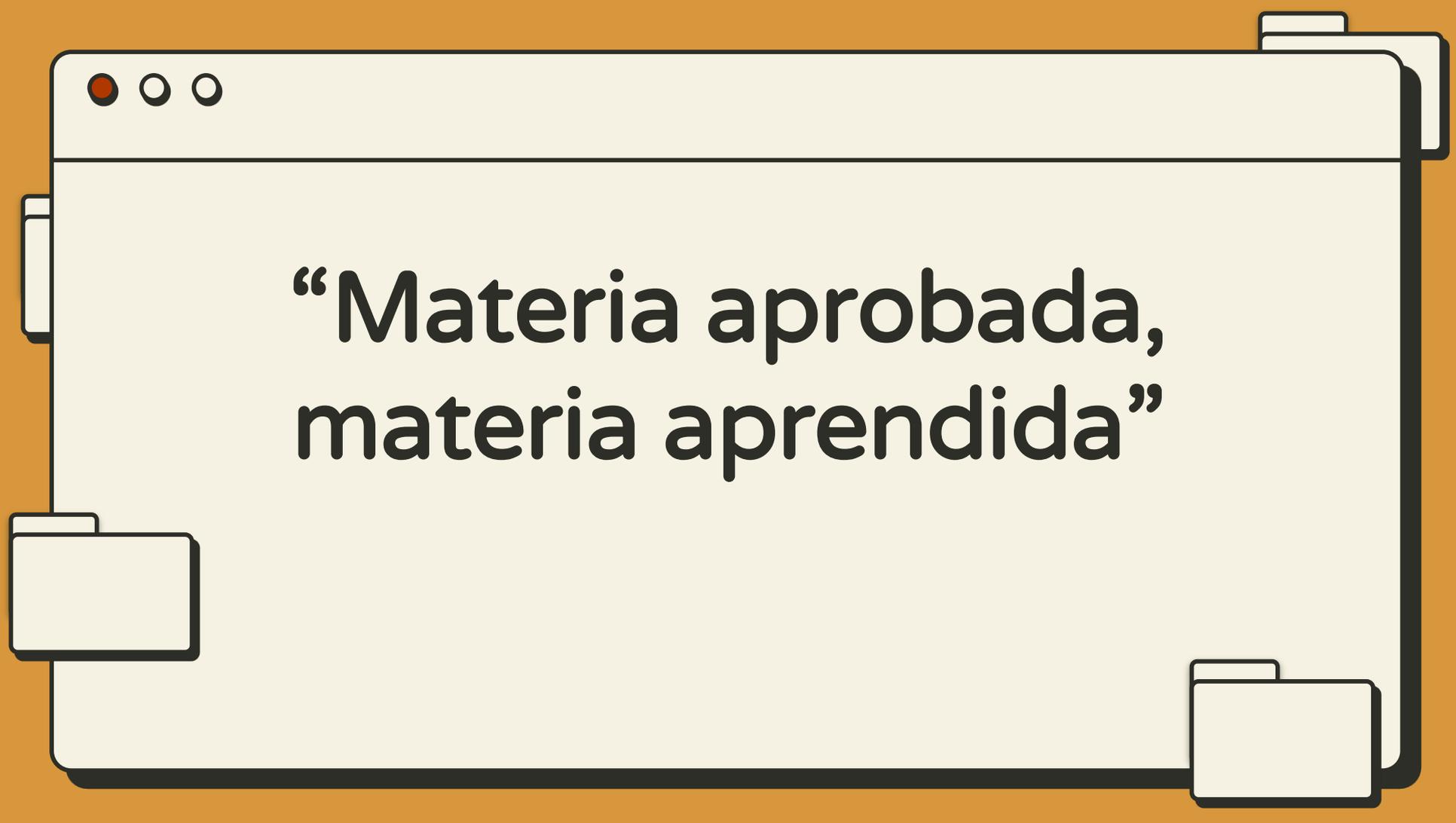
Errores

Los errores (especialmente los que no se deben a distracciones) disminuyen.



Corrección

Los alumnos identifican sus propios fallos más rápido y se corrigen de manera más eficaz.



**“Materia aprobada,
materia aprendida”**

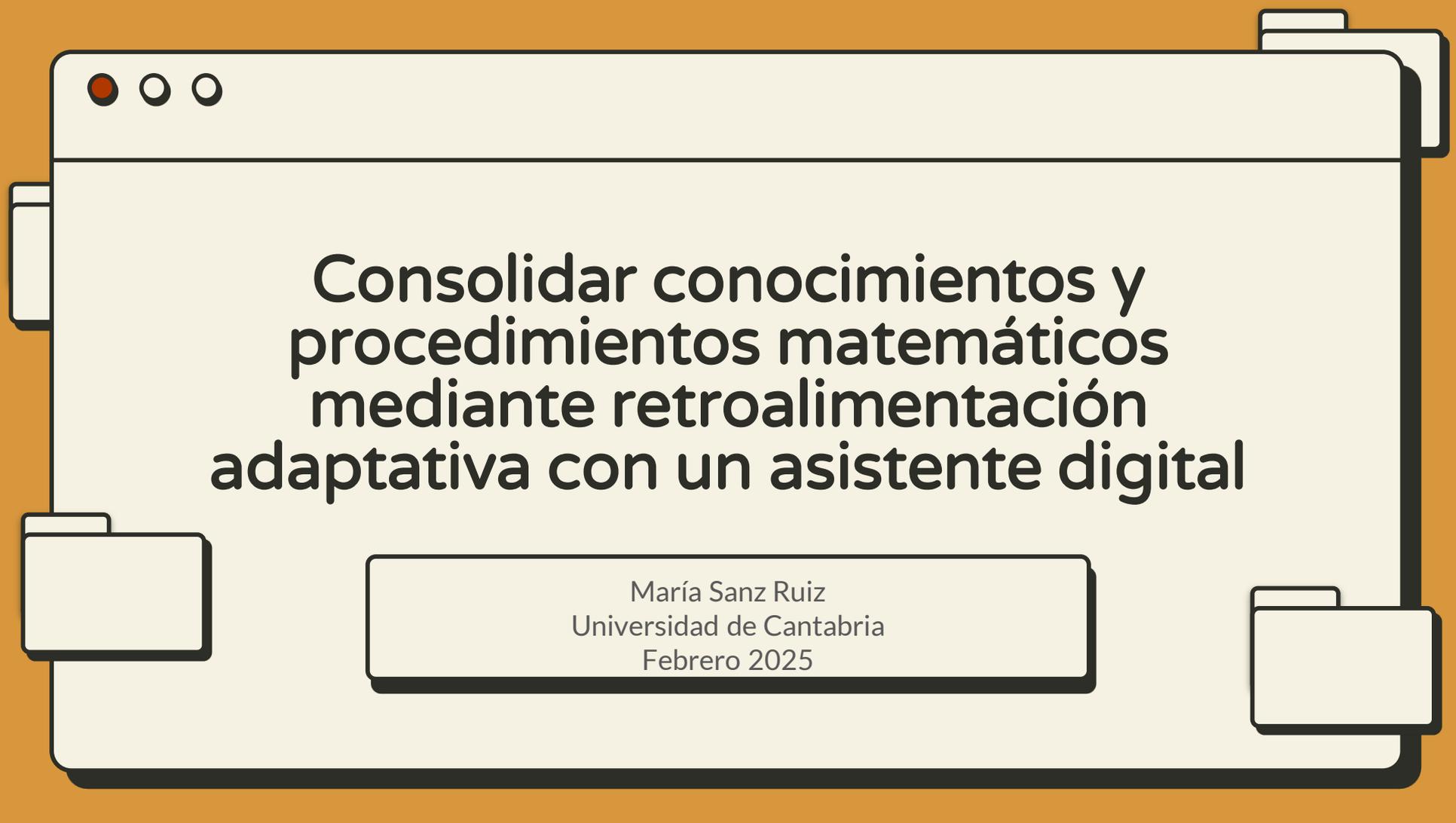


Referencias

Hattie, J. y Timperley, H. (2007) The Power of Feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), pp. 81-112.

Narciss, S. (2008). Feedback strategies for interactive learning tasks. *Handbook of research on educational communications and technology*.

Istúriz, M. P., Mantecón, J. M. D., Blanco, I. P., & López, M. J. G. (2019). Causas de los errores en la resolución de ecuaciones lineales con una incógnita. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 13(2), 84-103.



Consolidar conocimientos y procedimientos matemáticos mediante retroalimentación adaptativa con un asistente digital

María Sanz Ruiz
Universidad de Cantabria
Febrero 2025



Nuestro estudio

Alumnos

446 de 3° ESO - 1° Carrera

Ecuaciones

$3(-2x + 1) = -x$	$-2(3x - 4) = 10$
$\frac{7}{2}x = 14$	$\frac{x}{3} + 2x = 7$
$-4x = 16$	$-3x + 5 = 17$

Feedback

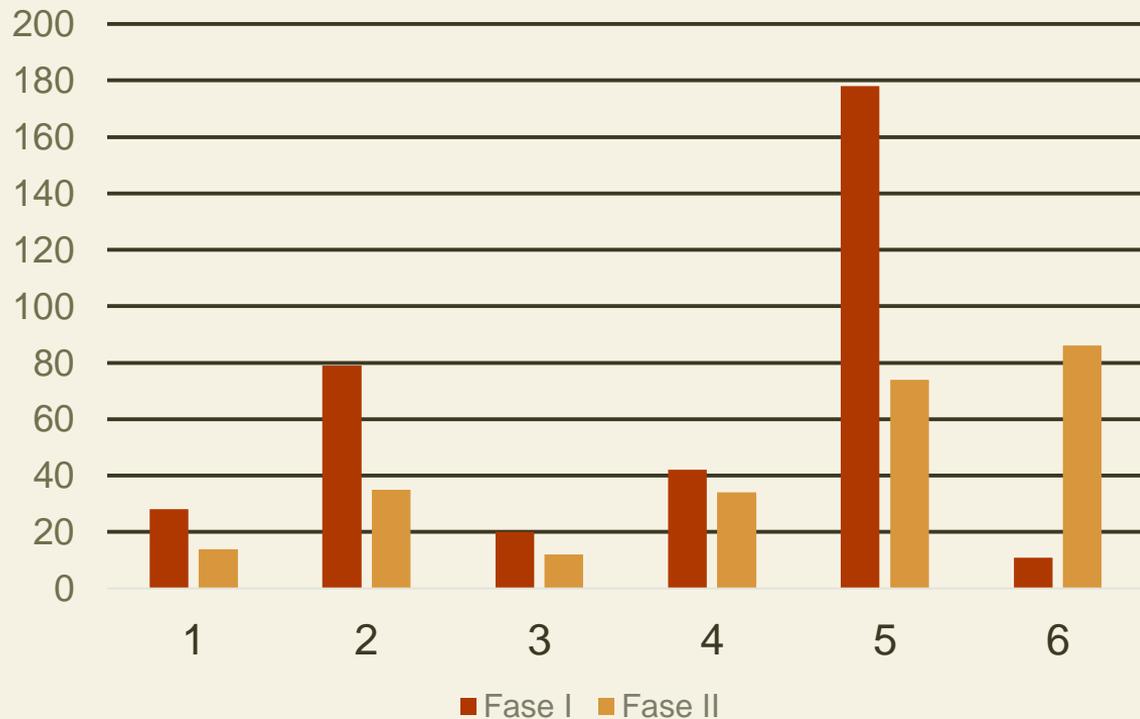
$$\begin{aligned} & 3(-2x + 1) = -x \\ ? & -6x + 1 = -x \\ \Leftrightarrow & 1 = 5x \\ \Leftrightarrow & x = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

No es correcto...

Comprueba si has aplicado correctamente la propiedad distributiva. ¿Has multiplicado el factor fuera del paréntesis por cada uno de los sumandos que están dentro?



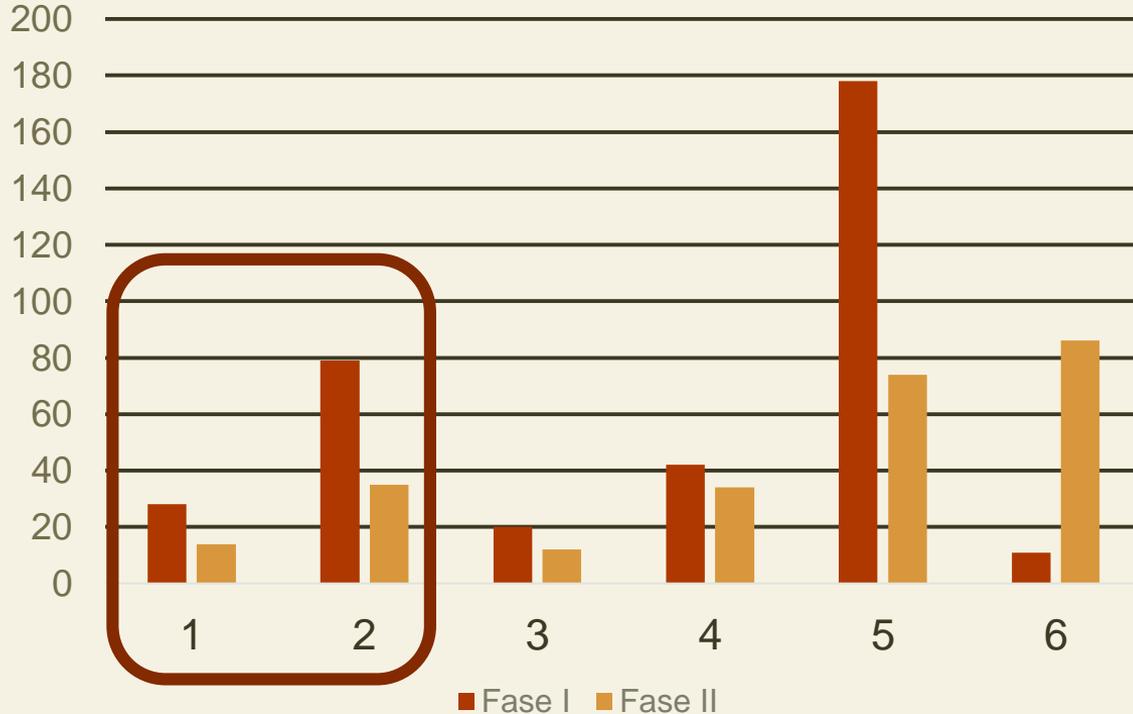
Nuestro estudio - resultados



1. Propiedad distributiva
2. Coeficiente-variable
3. Inversas (suma)
4. Aritmética
5. Inversas (multiplicación)
6. Denominador común



Nuestro estudio - resultados



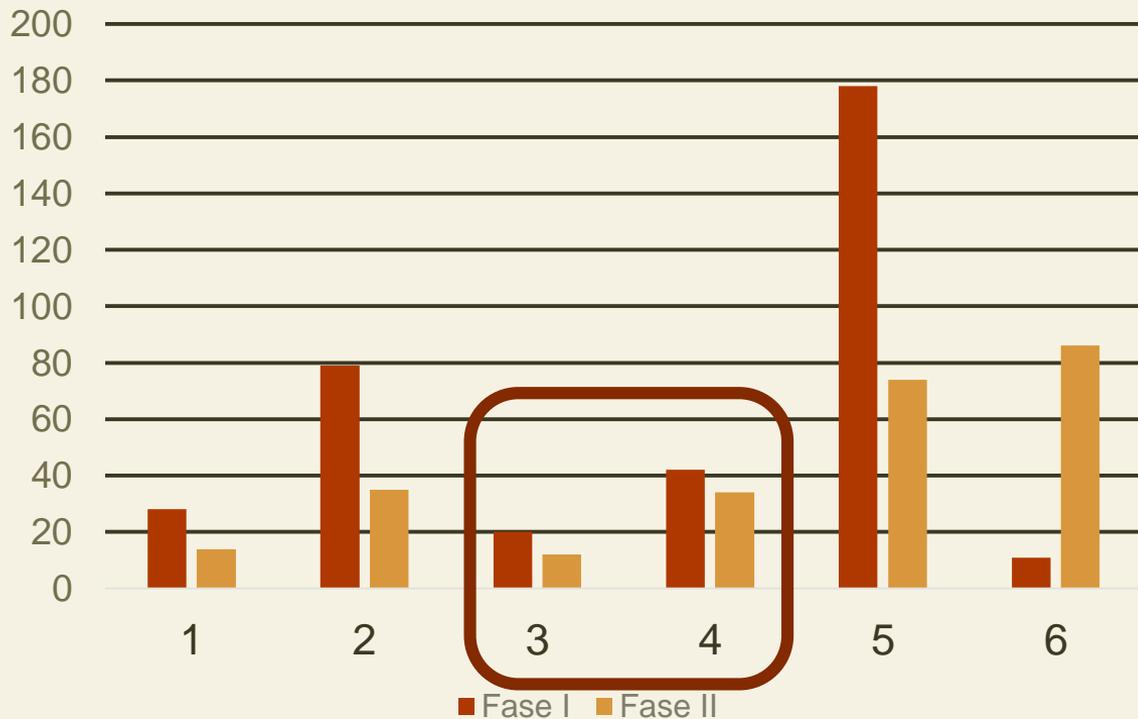
Propiedad
distributiva y
coeficiente-variable

“Hay que empezar
operando lo que va
dentro del
paréntesis.”

Estudiantes mayores
que llevan tiempo sin
resolver ecuaciones.



Nuestro estudio - resultados



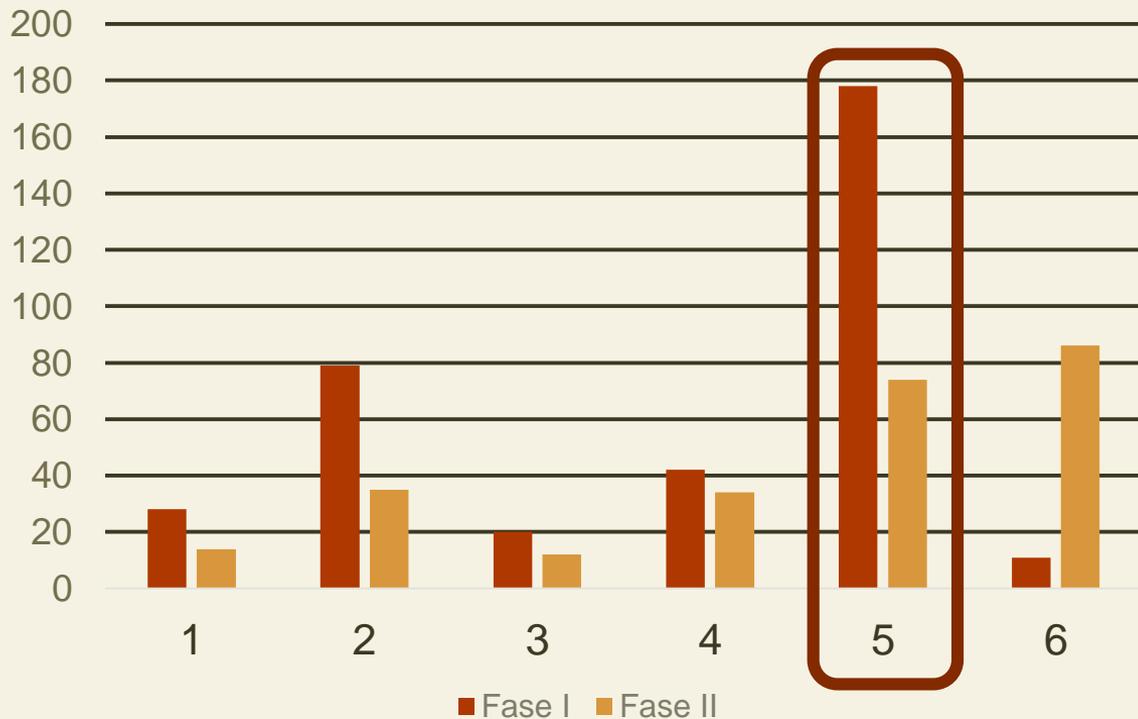
Inversas (suma) y
aritmética

“Sé cómo es, me he
equivocado.”

Distracciones. Fácil
arreglo, fácil
repetición.



Nuestro estudio - resultados



Inversa (producto)

“Lo que está multiplicando pasa dividiendo”

$$ax = b$$

$$x = \frac{b}{a}$$

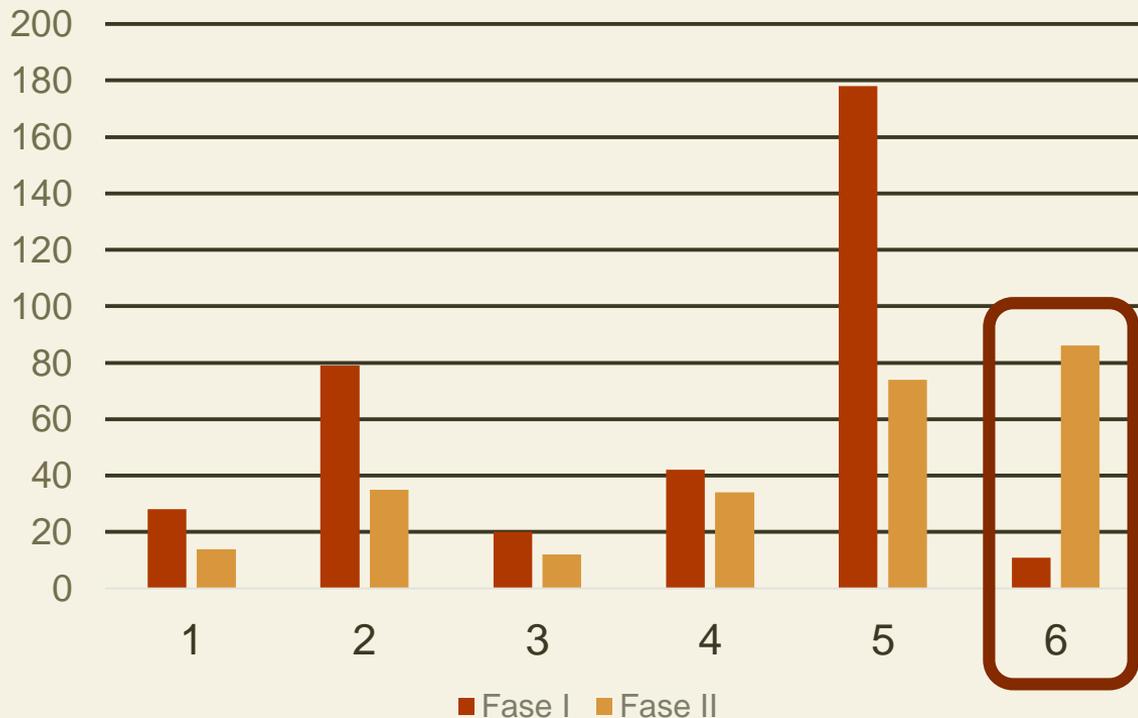
$$x = \frac{a}{b}$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

$$x = -\frac{a}{b}$$



Nuestro estudio - resultados



Denominador común

“¿Otra vez lo del mínimo común múltiplo? Uffff...”

“Yo sé resolver ecuaciones de las de siempre, pero no éstas.”

$$\frac{7}{2}x = 14 \quad \left| \quad \frac{x}{3} + 2x = 7$$

Thanks!

Do you have any questions?

youremail@freepik.com

+91 620 421 838

yourcompany.com



CREDITS: This presentation template was created by Slidesgo,
including icons by Flaticon, and infographics & images by Freepik

Please keep this slide for attribution