

Problemas de Fermi:

cómo introducir la modelización
matemática en Educación Secundaria

Lluís Albarracín

lluis.albarracin@uab.cat

Contenidos

01. Problemas de Fermi

Definición i ejemplos

02. Análisis de producciones

Modelos y estrategias generados por alumnos de Secundaria

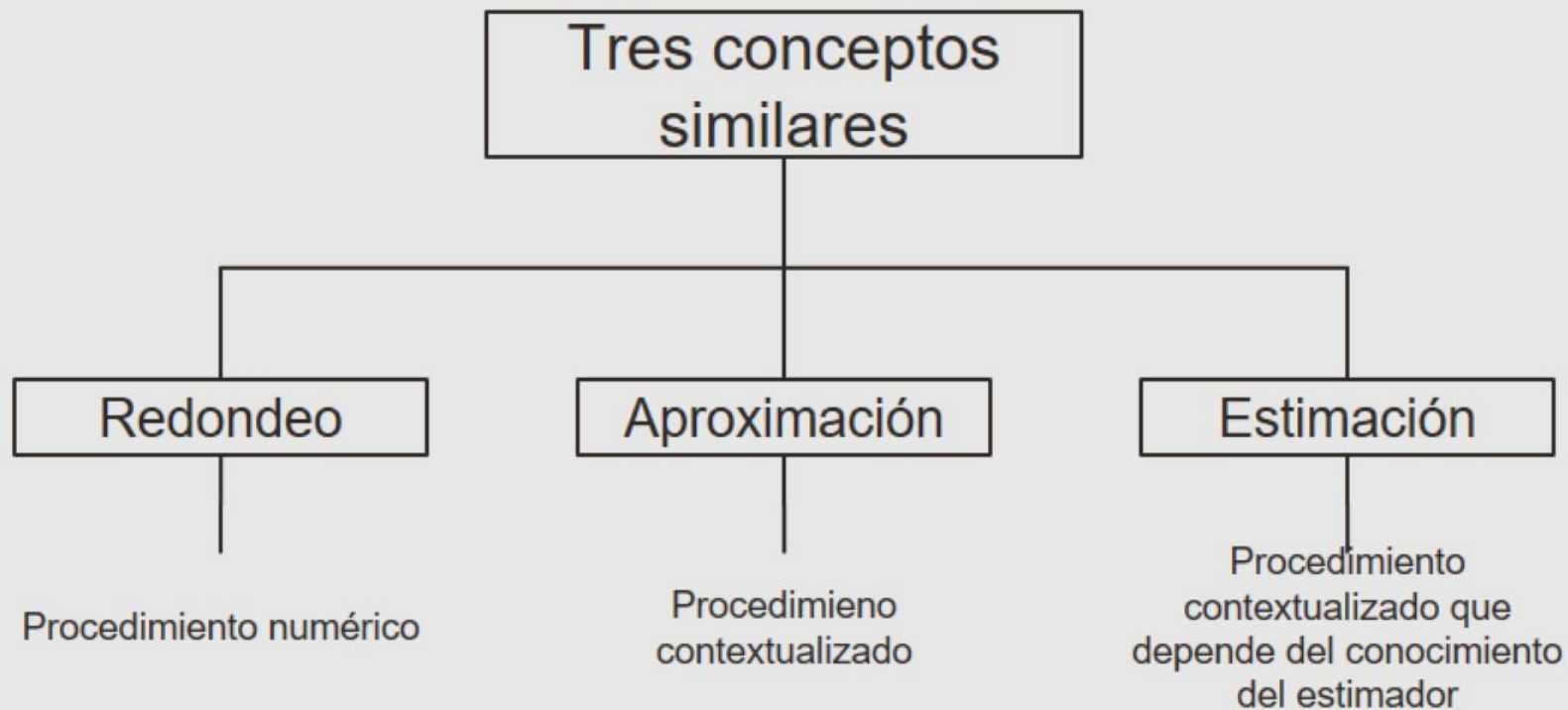
03. Secuencias de problemas

Enlazando problemas para promover aprendizajes

04. Esquemas de resolución

Con el docente de eina

Conceptos previos





01.

Problemas de Fermi

Enrico Fermi



Físico, ganador del Premio Nobel por su trabajo con materiales radiactivos

Participó en el proyecto Manhattan, dirigiendo la creación de la bomba atómica

En sus clases, utilizaba unos problemas muy curiosos...

... enfocados a agilizar el trabajo experimental

Trinity Test



Justo antes del Trinity Test, Fermi decidió que quería una estimación aproximada de la potencia de la explosión.

Antes de que llegaran los datos de diagnóstico utilizó unos papelitos que se puso en la cabeza durante la explosión.

Estimó que la explosión era equivalente a 10 kilotones de TNT

La verdadera respuesta fue de **20 kilotones de TNT**, pero llegó unas semanas después



Mi primer problema de Fermi



Paulos, J. A. (1990). *El hombre anumérico: el analfabetismo matemático y sus consecuencias*. Tusquets.

Una definición de problema de Fermi

“Open, non-standard problems requiring the students to ***make assumptions*** about the problem situation and ***estimate*** relevant quantities before engaging in, often, simple calculations”

—Ärlebäck (2009)

Un ejemplo: el naming de mi casa

Atlético de Madrid vende a Civitas el 'naming' del Metropolitano por cincuenta millones

La compañía inmobiliaria sustituirá a Wanda y pagará diez millones por temporada durante cinco años al club rojiblanco. Además, se asociará con el Atleti para el desarrollo de la nueva ciudad deportiva del club.

Más de 1.600 millones de aficionados forman la audiencia internacional de La Liga

Por **La Redacción** - 23 agosto, 2018

El naming de casa meva

¿Cuándo vale un impacto publicitario?

Un año de naming del Civitas Metropolitano son 10 millones de euros al año

Los partidos de LaLiga los ven unos 1600 millones de personas en el mundo

Esta gente puede tener de media un impacto publicitario del nombre del Civitas Metropolitano cada semana

→ Cada impacto publicitario vale 0,00012 €

¿Cuántos impactos puedo generar en un año?

Yo hablo de mi casa con unas 1000 personas y puedo impactar unas 10 veces al año

El naming de mi casa valdría 1,20€ al año

Método de resolución de Fermi

Fermi estimates method:

-
- Identificar las variables clave
- Romper el problema en subproblemas más accesibles
- Estimar cada cantidad por separado

Este proceso implica sintetizar un modelo matemático
(Albarracín & Gorgorió, 2014)



02.

Análisis de las producciones de los alumnos

Problemas estudiados(Albarracín, 2011)

A: ¿Cuánta gente cabe en el patio en un concierto?

B: ¿Cuánta gente hay en una manifestación?

C: ¿Cuántos SMS se envían un día a Cataluña?

D: ¿Cuántas gotas son necesarias para llenar un cubo?

E: ¿Cuántos vasos son necesarios para llenar una piscina?

F: ¿Cuántas monedas de euro llenan una caja fuerte cúbica de un metro cúbico?

Cuestionario definitivo

Situació: Organitzem un concert

Pel festival de final de curs, una bona opció seria portar un grup de música ben conegut i organitzar un concert. Podríem aprofitar la pista del pati per encabir a tothom que vulgui venir.

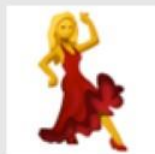
En aquesta situació, una bona pregunta seria:

quantes entrades podríem vendre si omplíssim el pati per fer un concert?

Describeu els passos que seguiríeu per calcular de forma aproximada aquesta quantitat amb els recursos dels que puguis disposar. No cal que donis un resultat, només que expliquis com ho faries.

Estrategia: NS/NC

Depen de lo important que sigui aquesta manifestació hi haurà més gent o menys.

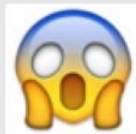


Dependiendo de lo importante que sea esta manifestación habrá más gente o menos

Estrategia: Recuento exhaustivo

Agafaria un forat d'un metre cúbic exacte, i aniria omplir el racó i començaria a l'hora, potser trigaria dies però al final acabaria.

- Agafar un gatz i començar a agafar de aigua de la piscina.
- Si m'és calent mes gatz els agafa així fins agafar l'aigua de la piscina.
- Una vegada acabat de agafar l'aigua començar els gatz omplerts hi així ve quantos gatz necessita.



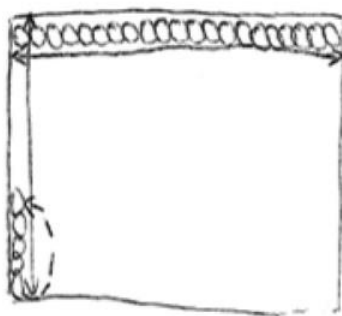
Estrategia: Fuente externa

Grucas a la policia i ho pregunten

Llamas a la policía y lo preguntas

Estrategia: Cuadrícula y regla del producto

Agafem a 4 persones, i les anem col·locant en línia recta de punta a punta del pati horitzontalment i després fem el mateix verticalment. *

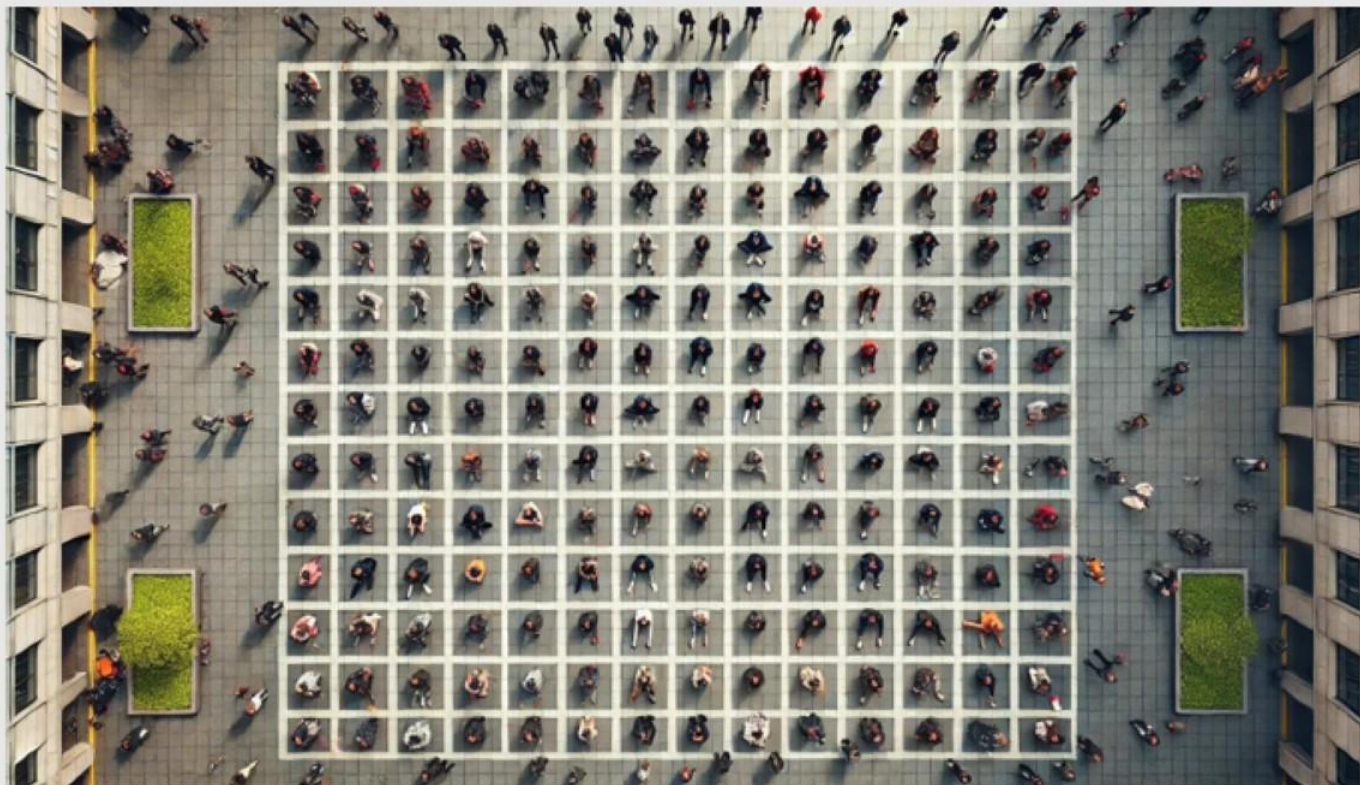


Els dos resultats els multipliquem i ja tindrem el resultat.

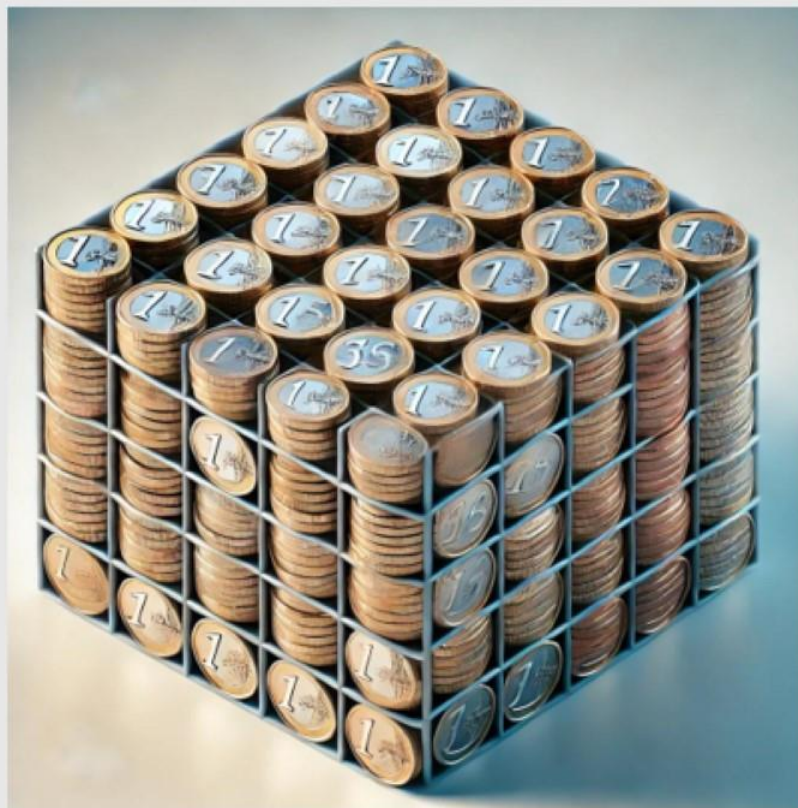
Cogemos a 4 personas y las vamos colocando en línea recta de punta a punta del patio horizontalmente y después hacemos lo mismo verticalmente.

Multiplicamos los resultados (*parciales*) y ya tendríamos el resultado (*final*)

Estrategia: Cuadrícula y regla del producto



Estrategia: Cuadrícula 3D



Estrategia: Iteración de una unidad

Calcular quants ~~metres~~^{cm} cubics té la piscina, i després calcular ~~el resultat~~^{quants} cm cubics té un got. Quan obtenim el resultat de la massa del got, ^{no} multipliquem ~~el~~ fins que el resultat s'aproximi als cm cubics que té la piscina. El número pel qual has multiplicat el resultat dels cm cubics d'un got serà el n° de gotos que utilitzaràs per omplir-la.

Calcular cuántos cm cúbicos tiene la piscina i después calcular cuántos cm cúbicos tiene un vaso. Cuando tenemos el resultado de la masa* del vaso, lo multiplicamos hasta que el resultado se aproxime a los cm cúbicos que tiene la piscina. El numero por el cual has multiplicado (...) será el número de vasos que utilizarás para llenarla.

Estrategia: Iteración de una unidad



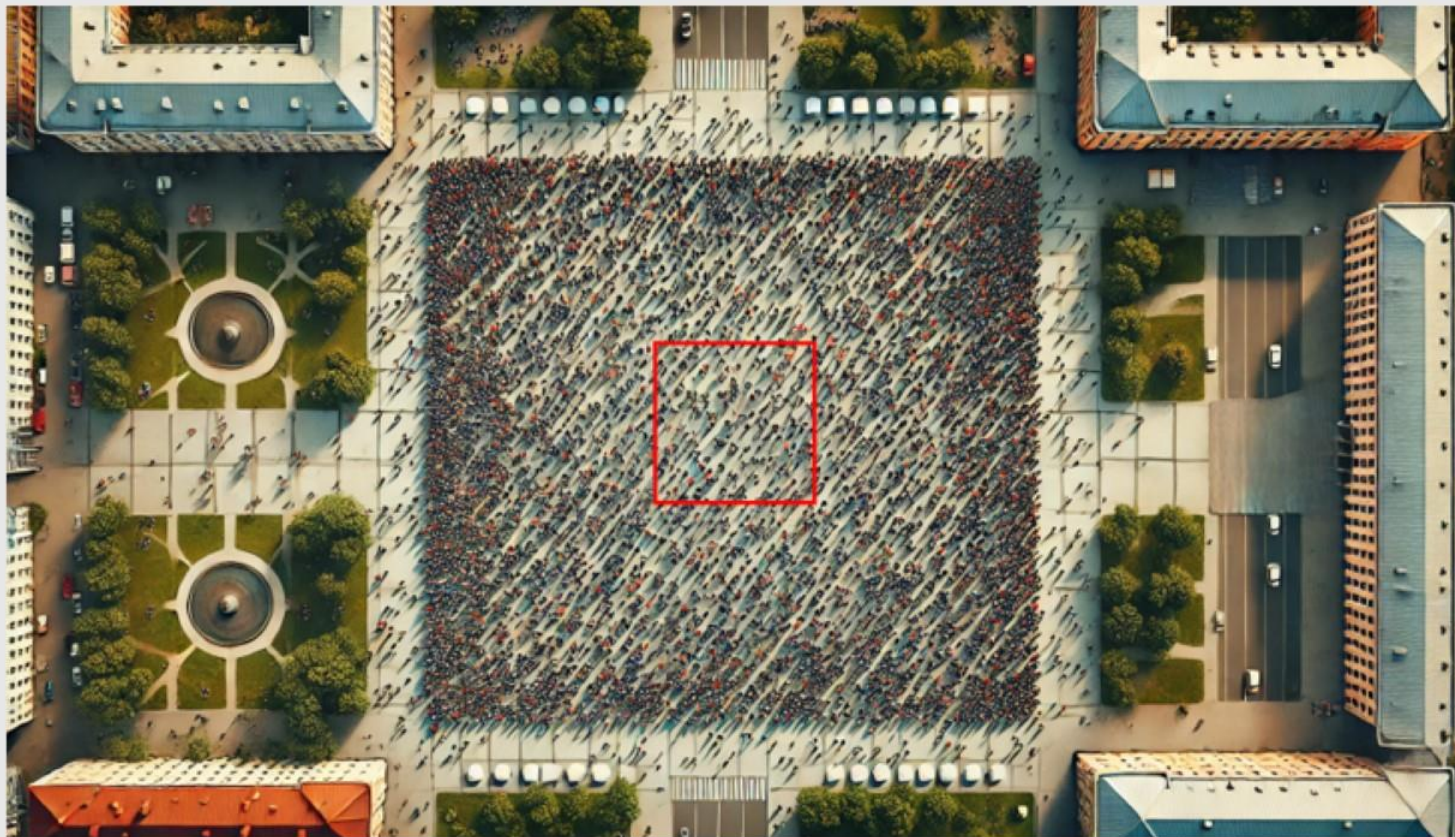
Estrategia: Densidad de població

So agafaria un grup de persones i miraria quantes persones cabrien en un metre quadrat. Després mesuraria quants metres quadrats hi ha en el pati i ho multiplcaria pel nombre de persones que hi cabessin en el metre quadrat. Se tindria el resultat.

Estrategia: Densidad de población



Estrategia: Densidad de población



¿Y qué hacen los alumnos?

Table 4 Number and percentage of the incidence of each type of strategy for each problem

Strategy	PA	PB	PC	PD	PE
Without strategy	37 (38.5 %)	28 (30.4 %)	25 (28.4 %)	17 (19.8 %)	32 (37.2 %)
External source	3 (3.1 %)	4 (4.3 %)	0 (0.0 %)	2 (2.3 %)	0 (0.0 %)
Exhaustive count	16 (16.7 %)	35 (38 %)	9 (10.2 %)	10 (11.6 %)	19 (22.1 %)
Reduction and proportion	3 (3.1 %)	2 (2.2 %)	21 (23.9 %)	2 (2.3 %)	2 (2.3 %)
Concentration measurement	12 (12.5 %)	14 (15.2 %)	9 (10.0 %)	3 (3.5 %)	0 (0.0 %)
Reference point	23 (24.0 %)	4 (4.3 %)	24 (27.3 %)	52 (60.5 %)	25 (29.1 %)
Grid distribution	2 (2.1 %)	5 (5.4 %)	0 (0.0 %)	0 (0.0 %)	8 (9.3 %)
<i>Total</i>	96	92	88	86	86

Albarracín, L., & Gorgorió, N. (2014). Devising a plan to solve Fermi problems involving large numbers. *Educational Studies in Mathematics*, 86(1), 79-96.

Albarracín, L. & Gorgorió, N. (2013). Problemas de estimación de magnitudes no alcanzables: estrategias y éxito en la resolución. *PNA*, 7(3), 103-115.

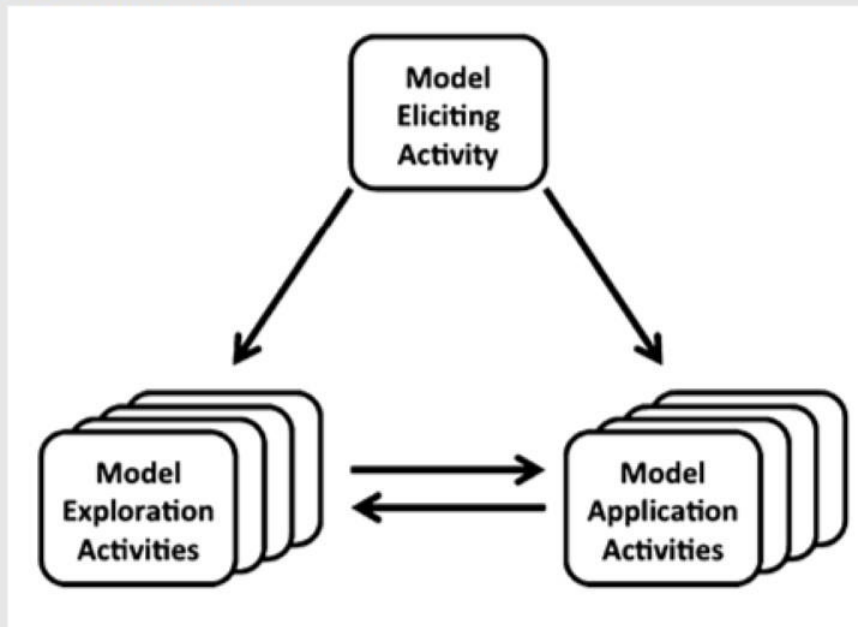


03.

Secuencias de problemas

Secuencias de problemas

Se pueden desarrollar secuencias de problemas donde cada problema tiene un papel concreto en la actividad



Ärlebäck, J. B., & Doerr, H. M. (2015). Moving Beyond a Single Modelling Activity. In *Mathematical Modelling in Education Research and Practice* (pp. 293-303). Springer.

Secuencias de problemas

Los problemas que conforman la secuencia son los siguientes:

- Problema A: ¿Cuánta gente cabe en el patio del instituto?
- Problema B1: ¿Cuánta gente cabe en el Palau St. Jordi¹ en un concierto?
- Problema B2: ¿Cuánta gente cabe en la plaza del ayuntamiento de tu ciudad en una manifestación?
- Problema B3: ¿Cuánta gente cabe en Plaça Catalunya (Barcelona) en una manifestación?
- Problema **B4**: ¿Cuántos árboles hay en Central Park)?

TABLE 3. *Rate of completeness in problem C*

	Experimental sample(N = 55 students in 14 teams)	Control sample(N = 99 students in 27 teams)
Complete resolutions	13 (93%)	19 (70%)
Incomplete resolutions	1 (7%)	8 (30%)

Albarracín, L., Segura, C., Ferrando, I., & Gorgorió, N. (2022). Supporting mathematical modelling by upscaling real context in a sequence of tasks. *Teaching Mathematics and its Applications*, 41(3), 183-197.

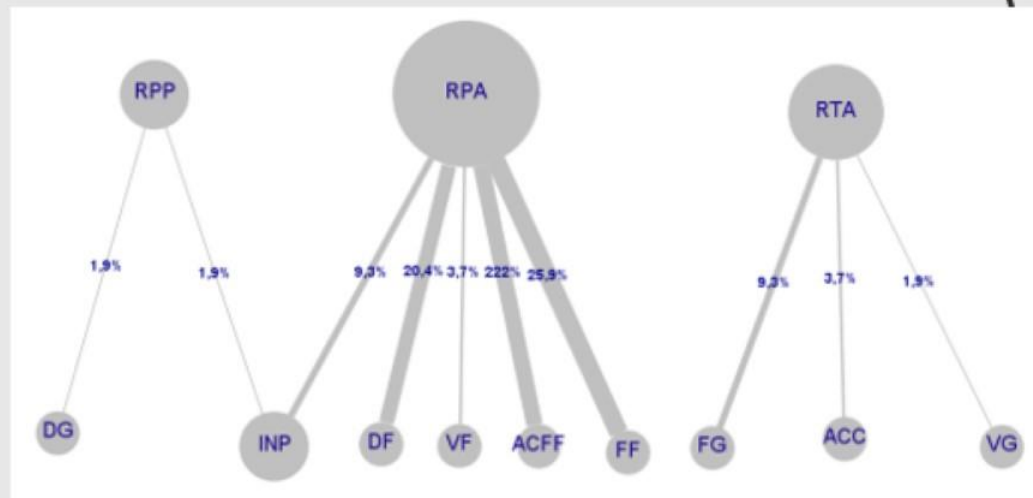
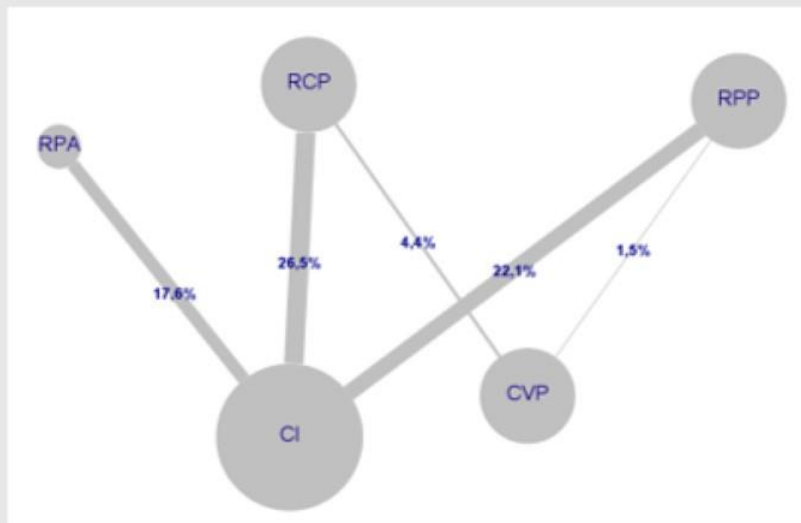
Desarrollo del concepto de densidad de población

Grup	Prop Ind PA	Prop grup PA	PA	PB1	PB2	PB3	PB4
A							
B							
C							
D							
E							
F							

Albarracín, L. & Gorgorió, N. (2018). Students estimating large quantities: From simple strategies to the population density model. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(10), 1–15.

lluis.albarracin@uab.cat

Clase habitual vs Fermi



Guerrero, J., Lermenda, D., Sepúlveda, V., & Chandía, E. (2025). *Esquemas de resolución de problemas de Fermi Asociados a un perfil de contrato didáctico*. Trabajo de final de estudios. Universidad de Concepción, Chile.

Otros ejemplos de secuencias

B. Distribution of objects in a volume:

- B1. How many drops of water would fill a whole bucket?
- B2. How many coins would fit into a cubic safebox of 1 m^3 ?
- B3. How many glasses of water are needed to fill a swimming pool?
- B4. How many oranges would fit in a truck?

C. Population study:

- C1. What is the sum of the ages of all the people in the school?
- C2. How many e-mails are sent in your province every day?
- C3. How much are all the cars of your city worth altogether?
- C4. How many textbooks are sold in your city every academic year?

D. Travelling:

- D1. How long would it take to walk right around your town once?
- D2. How long would it take to cycle from Los Angeles to Toronto?
- D3. How long would a spacecraft take to reach the moon?
- D4. How long would it take to fly around the Earth once by plane?

Albarracín, L., & Gorgorió, N. (2015). A brief guide to modelling in secondary school: estimating big numbers. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 34(4), 223-228.

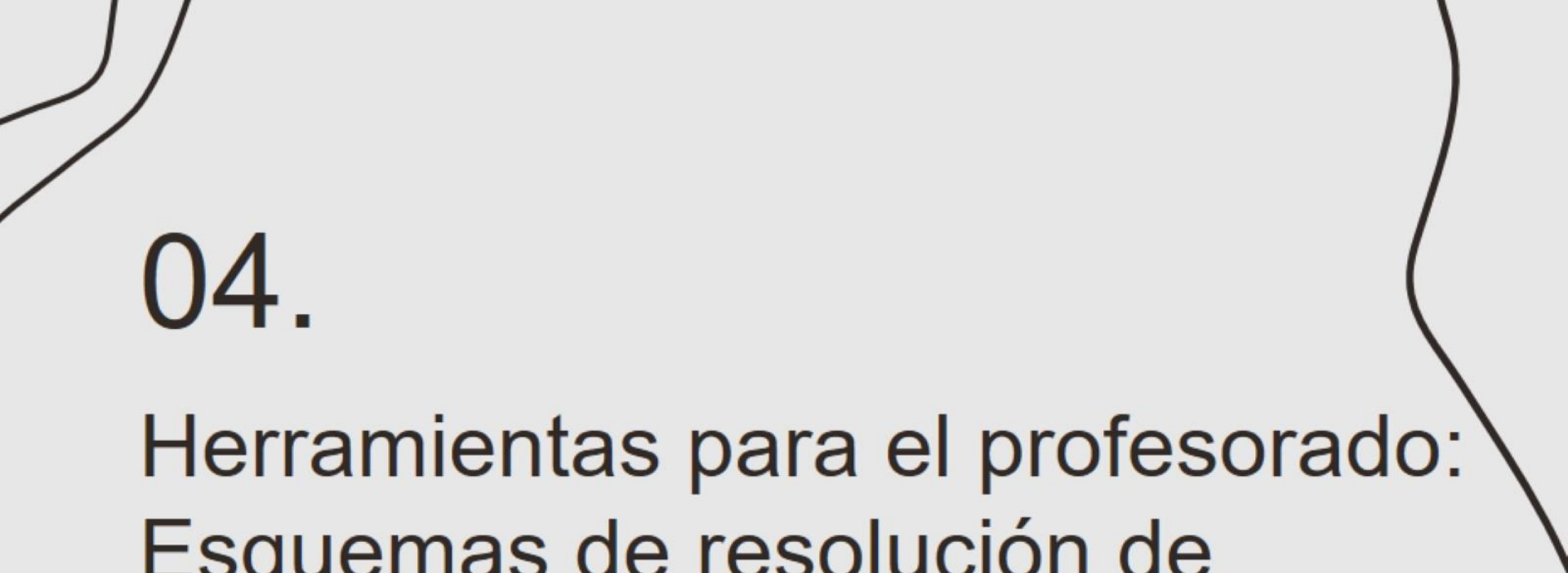
Contextos posibles y ChatGPT

🔥 Tecnología y redes sociales

1. ¿Cuántas fotos se suben a Instagram cada minuto en todo el mundo?
2. ¿Cuántos mensajes de WhatsApp envía una persona promedio en un año?
3. ¿Cuántas horas pasa un adolescente viendo TikTok en un mes?
4. ¿Cuántos kilómetros recorre un dedo al hacer scroll en un año?
5. ¿Cuántos likes se dan en Instagram en un día en tu país?
6. ¿Cuánta memoria se necesitaría para almacenar todas las fotos de un adolescente en su teléfono durante 5 años?
7. ¿Cuántos gigabytes de datos consume un estudiante al mes viendo YouTube y Netflix?
8. ¿Cuántos correos electrónicos se envían en todo el mundo en una hora?
9. ¿Cuántos dispositivos electrónicos tiene una familia promedio en casa?
10. ¿Cuántos kilómetros de cable se necesitan para dar internet a toda una ciudad?

🎵 Música y cultura pop

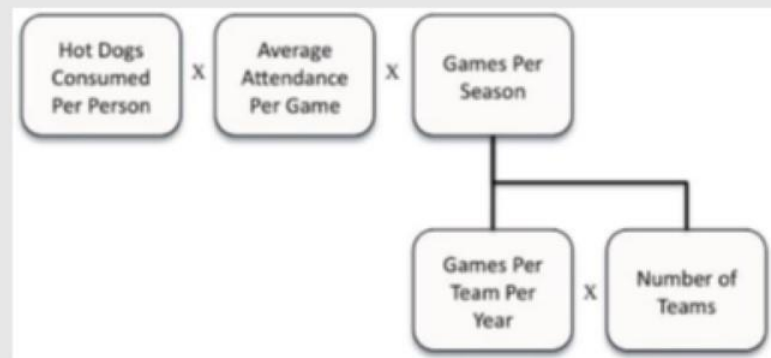
41. ¿Cuántas canciones puede escuchar una persona en toda su vida?
42. ¿Cuántos kilómetros recorrería una aguja de tocadiscos si reproduce todos los discos de los Beatles?
43. ¿Cuántas personas caben en el estadio más grande del mundo para un concierto?
44. ¿Cuánto tiempo tardarías en escuchar todas las canciones de Spotify sin interrupciones?
45. ¿Cuántos conciertos ha dado una banda de rock famosa en toda su carrera?
46. ¿Cuántos vatios de energía se necesitan para un festival de música de 3 días?
47. ¿Cuántos kilómetros viaja un artista de gira mundial en un año?
48. ¿Cuántas veces se ha reproducido la canción más escuchada de YouTube en total?
49. ¿Cuántos instrumentos musicales caben en una sala de conciertos?
50. ¿Cuántos micrófonos usa un cantante profesional a lo largo de su carrera?



04.

Herramientas para el profesorado:
Esquemas de resolución de
problemas de Fermi

Actividades matemáticas que nos proporcionan valores adecuados

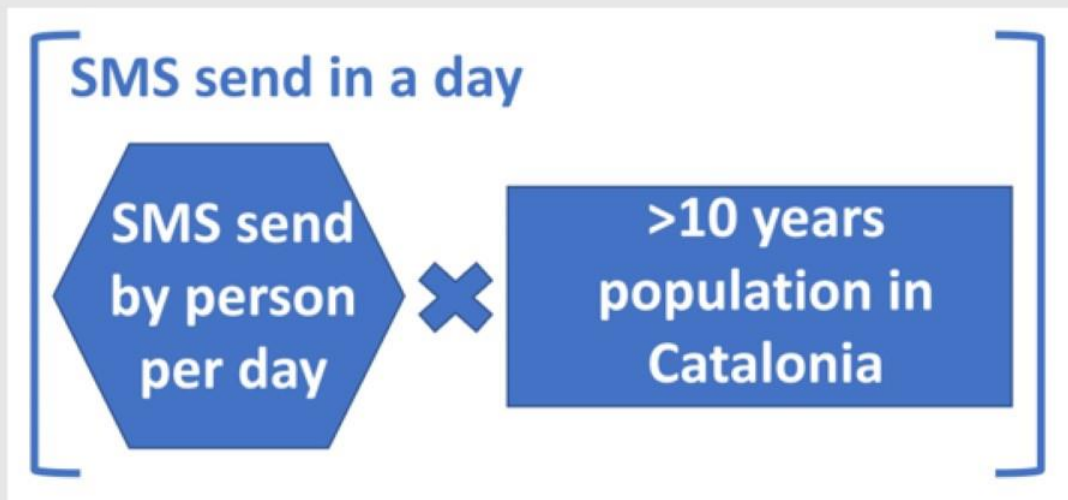


- Anderson, P., & Sherman, C. (2010). Applying the Fermi estimation technique to business problems. *Journal of Applied Business and Economics*, 10(5), 33-42.
- Ärlebäck, J. B., & Albarracín, L. (2019). The use and potential of Fermi problems in the STEM disciplines to support the development of twenty-first century competencies. *ZDM*, 51(6), 979-990.
- Albarracín, L., & Ärlebäck, J. (2019). Characterising mathematical activities promoted by Fermi problems. *For the Learning of Mathematics*, 39(3), 10-13.

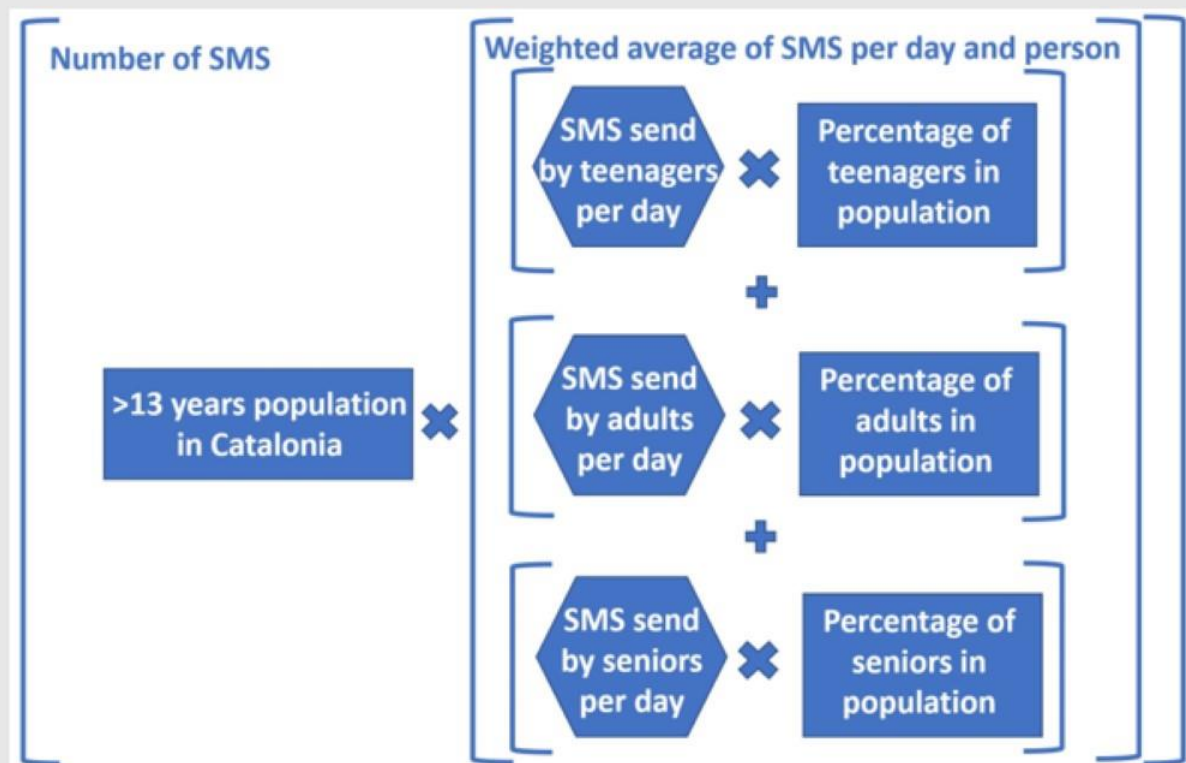
Actividades matemáticas que nos proporcionan valores adecuados

Activity / representation	Students obtain the quantity by engaging in...
 Guess-timation	...a mental process giving a rough solution through guessing and making comparisons based on previous experiences and intuition.
 Experi-mentation	...in-and-out-of-school experimentations and investigations, including making measurements.
 Looking for data	... searching for numerical information in external sources.
 Statistical data collection	...suitable ways of selecting, collecting and analysing statistical data.

Esquema de resolución simple



Esquema de resolución avanzado

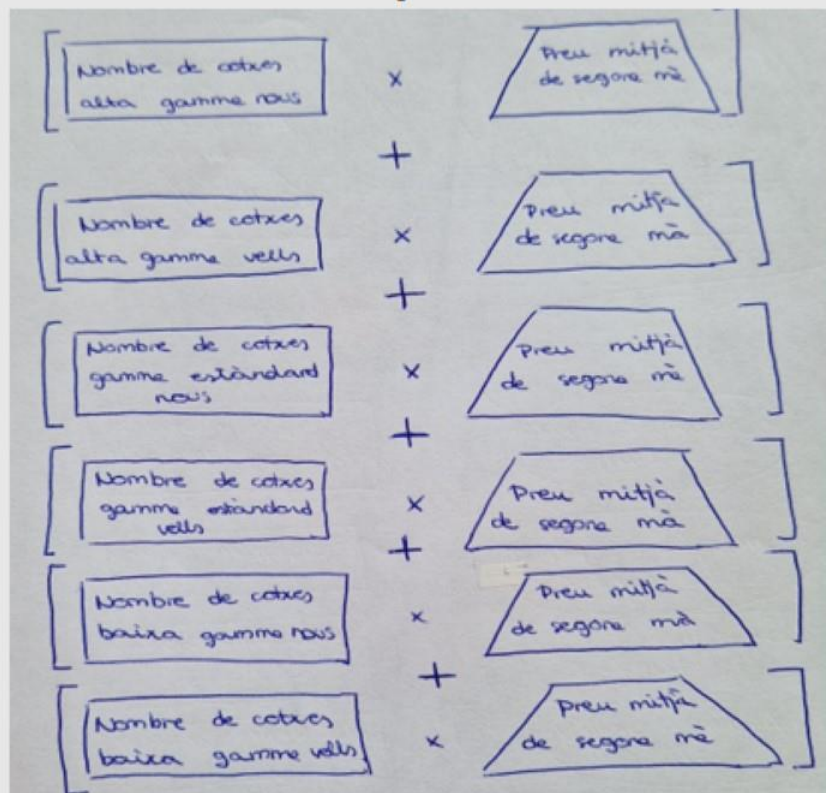
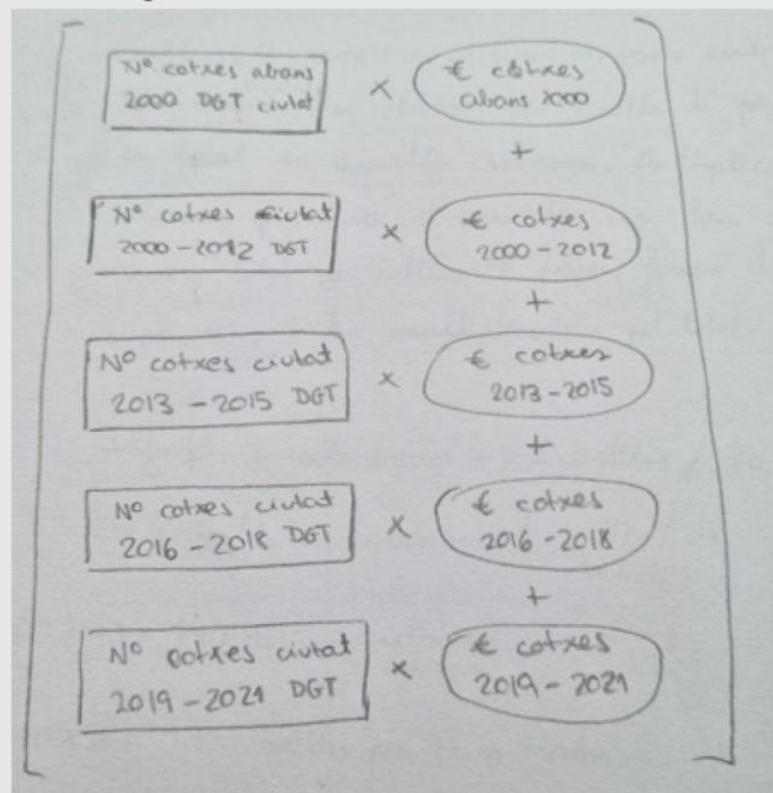


Esquemas incorrectos que contenen idees interessants

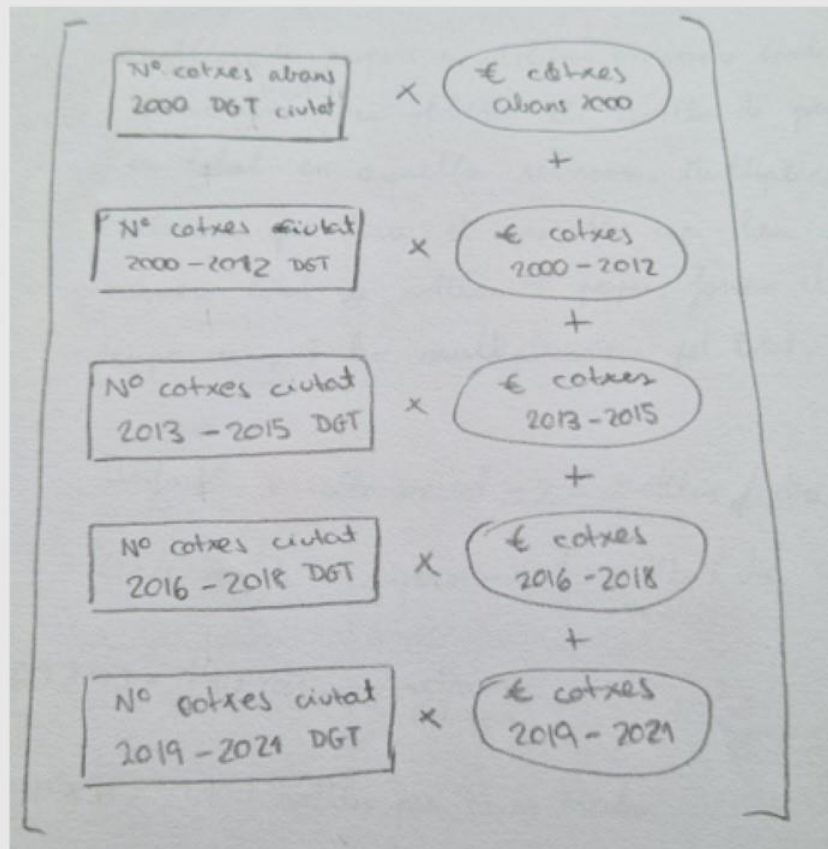
Elaboreu el FpAT per a la resolució que heu proposat en l'activitat anterior.

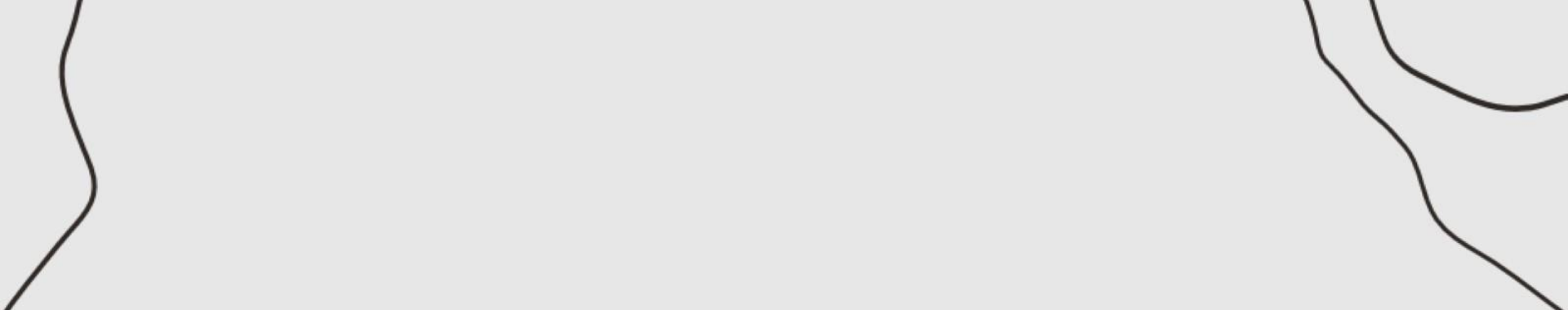
$$\left[\begin{array}{c} \boxed{\text{Gent del municipi}} \\ \times \\ \text{(total cotxes municipi)} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{c} \text{\% que tenen cotxe propi} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{c} \text{valoració cotxe} \times \begin{array}{l} [\text{cotxes} < 2 \text{ anys}] \\ [\text{cotxes } 2-10 \text{ anys}] \\ [\text{cotxes } > 10 \text{ anys}] \end{array} \end{array} \right]$$

Comparando soluciones mediante esquemas: estratificación de una población



Otro esquema de resolución avanzado





Problemas de Fermi:

cómo introducir la modelización
matemática en Educación Secundaria

Lluís Albarracín

lluis.albarracin@uab.cat