



II Olimpiada Matemática Alevín en Cantabria

ORGANIZA



Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

PATROCINAN / COLABORAN



Federación
Española de
Sociedades de
Profesores de
Matemáticas



Facultad de **Ciencias**



GOBIERNO
de
CANTABRIA
CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN,
FORMACIÓN PROFESIONAL
Y UNIVERSIDADES



Santillana

a Sanoma company



Ejercicio 1: ¿Cuál es tu número de teléfono?

Ana y Alberto se han conocido en la Olimpiada Matemática Nacional. Alberto le propone a Ana que averigüe su número fijo y que le diga en qué provincia vive, a partir de las siguientes pistas y del listado de prefijos. ¿Podrías hallarlo tú?:

- El número de teléfono de Alberto contiene las cifras del 1 al 9 de forma que se alternan números pares e impares.
- Cada tres cifras (las 3 primeras, las 3 del medio y las 3 últimas) forman un número que es múltiplo de 3.
- Las tres primeras cifras corresponden al prefijo de la provincia donde vive Alberto.
- Las cifras 4ª y 5ª forman un múltiplo de cinco.
- Las cifras 6ª y 7ª, así como la 8ª y 9ª, corresponden a sendos números primos mayores de 60."

Cáceres	927
La Rioja	941
Cantabria	942
Guipúzcoa	943
Burgos	947

Respuesta:

Sabemos que empieza por 9. Fijémonos en los prefijos:

- Podemos descartar el 942 (Cantabria), porque no alterna pares e impares.
- Descartamos 941 (La Rioja), 943 (Guipúzcoa) y 947 (Burgos) porque no son múltiplos de 3: $9 + 4 + 1 = 14$; $9 + 4 + 3 = 16$; $9 + 4 + 7 = 20$. Ni 14, ni 16 ni 20 son múltiplos de 3.

De este modo, los tres primeros números son 927 que se corresponden con la provincia de Cáceres.

Las cifras 4ª y 5ª forman un múltiplo de 5, luego la 5ª cifra tiene que ser 5. La 4ª tiene que ser par, así que será 4, 6 u 8.

Los dos últimos pares de cifras tienen que ser números primos mayores de 60. En principio podrían ser: 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97. Si descartamos todos los que tienen un 7 o un 9 porque ya están en el prefijo, nos quedan: 61 y 83.

Ahora ya nos queda para la 4ª cifra solo el 4. Para saber el orden de los últimos números, hacemos que las dos ternas que quedan sean múltiplos de 3:

$$456 - 183 \Rightarrow 4 + 5 + 6 = 15; 1 + 8 + 3 = 12 \text{ y } 15 \text{ y } 12 \text{ son múltiplos de } 3$$

$$458 - 361 \Rightarrow 4 + 5 + 8 = 17; 3 + 6 + 1 = 10 \text{ y ni } 17 \text{ ni } 10 \text{ son múltiplos de } 3$$

Por lo tanto, el número fijo de Alberto es **927456183** y vive en la provincia de **Cáceres**.



Ejercicio 2: Las cajas

Carla y Tania tienen que mover 10 cajas pequeñas y 10 cajas grandes. Carla tarda 1 minuto en mover una caja pequeña y 6 minutos en mover una caja grande mientras que Tania tarda 3 minutos en mover la caja pequeña y 5 minutos en mover la grande. Entre las dos mueven las 20 cajas y empiezan las dos a la vez a las 9 de la mañana.

- Si Carla mueve todas las cajas pequeñas y Tania todas las grandes, ¿a qué hora estaría todo acabado?
- Si Tania mueve 6 cajas pequeñas y 7 grandes, ¿cuánto tiempo tardaría cada una de ellas en hacer la tarea?
- ¿Hay alguna forma de repartir las cajas de forma que ambas tarden el mismo tiempo? ¿Cuánto y de qué forma lo trasladan? ¿Se puede hacer en menos tiempo?

Respuesta:

- Carla va a tardar 10 minutos y Tania 50 con lo que **acabaran a las 9:50**
- En mover las cajas, Tania tarda $6 \cdot 3 + 7 \cdot 5 = 43$ minutos; y Carla mueve lo que queda, que son 4 cajas pequeñas y 3 grandes, para lo cual tardaría $4 \cdot 1 + 3 \cdot 6 = 22$ minutos.
- Si llamamos “x” al número de cajas pequeñas e “y” al número de cajas grandes, los tiempos que tardan cada una en mover las cajas viene dado por:
 - Carla $\rightarrow x + 6y$
 - Tania $\rightarrow 3 \cdot (10 - x) + 5 \cdot (10 - y) = 80 - 3x - 5y$

Como deben terminar al mismo tiempo, tiene que darse que:

$$x + 6y = 80 - 3x - 5y$$

o lo que es lo mismo $4x + 11y = 80$

La única solución de esta ecuación (con soluciones naturales, la cual puede obtenerse mediante tanteo) es $x=9$, $y=4$. Es decir, **Carla mueve 9 cajas pequeñas y 4 grandes**, mientras que **Tania mueve 1 caja pequeña y 6 grandes**; y el tiempo que tardan es de **33 minutos**.

Este tiempo no puede ser menor. Supongamos que cada una puede tardar como máximo 32 minutos, entonces se tiene que:

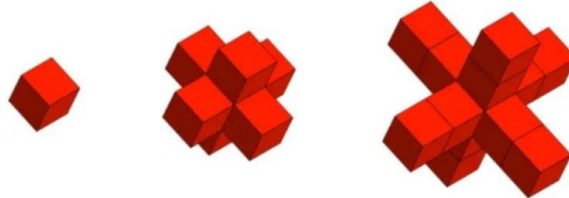
- Carla: $x + 6y \leq 32$
- Tania: $80 - 3x - 5y \leq 32 \rightarrow 48 \leq 3x + 5y$

y esto no se cumple nunca.



Ejercicio 3: Apilando cubos

A continuación, se muestran una serie de figuras geométricas que forman una sucesión.



- Indica por cuántos cubos como el de la primera figura están formadas las figuras 2 y 3.
- Si siguiéramos construyendo figuras siguiendo el mismo patrón, cuántos cubos necesitaríamos para construir la sexta figura.
- Intenta encontrar una regla o una fórmula que permita calcular cuántos cubos se necesitan en cualquier figura de esta serie, sin tener que construirla antes.

Respuesta:

- El número de cubos es:
 - Figura 2 \rightarrow 7 cubos
 - Figura 3 \rightarrow 13 cubos
- Cada figura tiene seis cubos más que la anterior. Así pues, la sexta figura tendrá **31 cubos**.
- Si pensamos en la sucesión de figuras, se tiene lo siguiente:
 - Figura 1: 1 cubo
 - Figura 2: 7 cubos (1 cubo en el centro y 1 cubo en cada uno de los 6 brazos que rodean el cubo central)
 - Figura 3: 13 cubos (1 cubo en el centro y 2 cubos en cada uno de los 6 brazos que rodean el cubo central)
 - Figura 4: 19 cubos (1 cubo en el centro y 3 cubos en cada uno de los 6 brazos que rodean el cubo central)

De este modo, si el número de la figura es n , en cada uno de los 6 brazos hay $(n - 1)$ cubos.

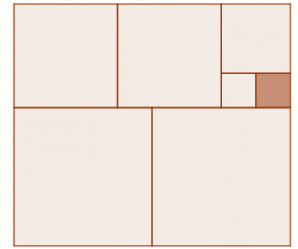
Como hay 6 brazos y, además, debemos considerar el cubo central, el número de cubos que forman la figura n viene dada por:

$$\text{Número de cubos de la figura } n = 1 + 6 \cdot (n - 1)$$



Ejercicio 4: Cuadrados y rectángulos

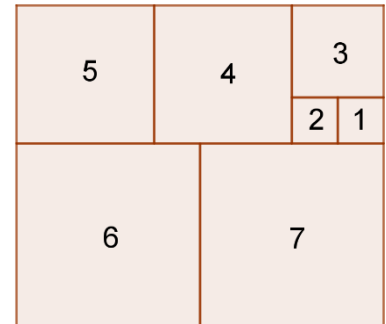
Disponemos de piezas cuadradas cuyos lados son números naturales (cuadrados 1×1 , 2×2 , 3×3 , ...). Queremos usarlos para cubrir rectángulos y podemos (y debemos) usar cuadrados de distintas medidas, como se muestra en la figura:



- Si el cuadrado más pequeño de la figura (el sombreado) mide 1×1 , ¿cuánto mide el rectángulo que cubren los 7 cuadrados?
- ¿Cómo cubrir un rectángulo de 11 cm de largo y 5 cm de ancho utilizando la menor cantidad de cuadrados posible?
- Indica las dimensiones de un rectángulo cuyos lados midan menos de 10 cm cada uno y que necesite, al menos, 8 cuadrados para cubrirlo por entero.

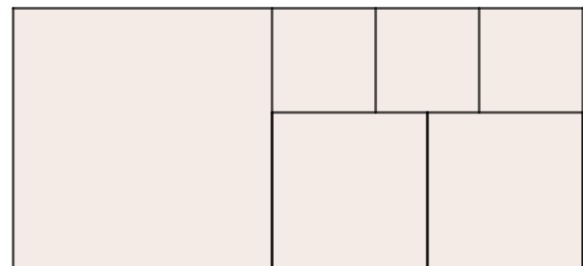
Respuesta:

- a) Puesto que el cuadrado 2 tiene un lado en común con el 1, sus lados medirán lo mismo, es decir 1×1 . De ahí deducimos que el cuadrado 3 mide 2×2 y que el cuadrado 4 mide 3×3 . El cuadrado 5 mide igual que el 4 porque comparten un lado. De esta manera, la longitud del rectángulo completo es $3 + 3 + 2 = 8$.



Los cuadrados 6 y 7 miden igual así que dividen el largo del rectángulo completo en dos partes iguales, así que ambos miden 4×4 y el alto del rectángulo completo es 3 (el lado de 5) más 4 (el lado de 6). **Las dimensiones del rectángulo son 8×7**

- b) Con cuadrados 5×5 cubriríamos la mayor superficie posible pero luego harían falta otros 5 cuadrados 1×1 : en total 7 cuadrados.



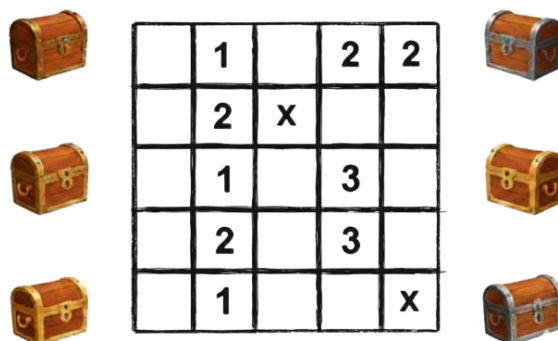
En cambio, si en lugar de usar un segundo cuadrado 5×5 , usamos dos cuadrados 3×3 , sólo necesitamos otros tres cuadrados 2×2 . **En total 6 cuadrados.**

- c) La opción más sencilla es tomar un rectángulo de dimensiones 9×1 , que sólo se puede cubrir con 9 rectángulos de dimensión 1×1



Ejercicio 5: La búsqueda del tesoro

Una isla de los mares del Caribe se ha dividido en 25 cuadrados, tal y como se muestra en la figura, y en ella se han escondido seis tesoros, en seis cuadrículas diferentes.



Tras múltiples investigaciones, hemos podido reducir a 14 el número de casillas donde pueden estar escondidos dichos tesoros, que se corresponden con las casillas en blanco del dibujo.

Si los números indican la cantidad de tesoros que podemos encontrar alrededor de la casilla numerada y las **X** nos indican que en esa casilla no se encuentra el tesoro, coloca cada uno de los seis tesoros en cada una de las casillas donde se encuentran, indicando con una **C** las casillas donde se localizan cada uno de los seis tesoros.

Respuesta:

Teniendo en cuenta los números y **X** que ya vienen indicados en el mapa, los cofres, señalados con una **C**, se sitúan en las siguientes casillas de la cuadrícula:

