II Olimpiada Matemática Alevín en Cantabria

ORGANIZA

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

PATROCINAN / COLABORAN

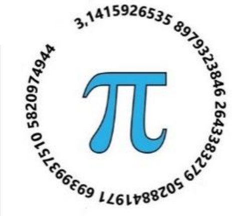
Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas

UC | Facultad de Ciencias

GOBIERNO de CANTABRIA
CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL Y UNIVERSIDADES

GRUPO ANAYA

Santillana
a Sanoma company



El número π se define como la proporción entre la longitud de una circunferencia y su diámetro. Su símbolo (o más bien, su letra) fue tomada de la inicial de la palabra *perímetro* (περιμετρο en griego), en referencia al borde de la circunferencia.

El número π es independiente del tamaño de la circunferencia, es decir, no importa si la circunferencia es pequeña o grande, dicha proporción siempre será igual a π. Por eso decimos que π es una **constante**, cuyo valor aproximado (y el más usado) es 3,14.

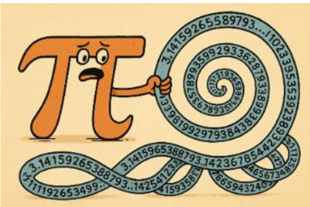
Otros valores que son constantes, en nuestra vida cotidiana, son los prefijos telefónicos. Y de prefijos va, precisamente, el primer ejercicio que te proponemos.

Ejercicio 1: ¿Cuál es tu número de teléfono?

Ana y Alberto se han conocido en la Olimpiada Matemática Nacional. Alberto le propone a Ana que averigüe su número fijo y que le diga en qué provincia vive, a partir de las siguientes pistas y del listado de prefijos. ¿Podrías hallarlo tú?:

- El número de teléfono de Alberto contiene las cifras del 1 al 9 de forma que se alternan números pares e impares.
- Cada tres cifras (las 3 primeras, las 3 del medio y las 3 últimas) forman un número que es múltiplo de 3.
- Las tres primeras cifras corresponden al prefijo de la provincia donde vive Alberto.
- Las cifras 4ª y 5ª forman un múltiplo de cinco.
- Las cifras 6ª y 7ª, así como la 8ª y 9ª, corresponden a sendos números primos mayores de 60.

Cáceres	927
La Rioja	941
Cantabria	942
Guipúzcoa	943
Burgos	947



El número π es un número irracional, es decir, está formado por una cantidad infinita de cifras decimales no periódicas. No se sabe el orden que siguen sus decimales, lo cual hace que π sea impredecible.

Hasta ahora, el récord mundial de decimales descubiertos de π es de… ¡62,8 billones! Aunque este número seguirá creciendo con el paso de los años, al ser infinito. Y hablando del tiempo, veamos si puedes resolver el siguiente ejercicio:

Ejercicio 2: Las cajas

Carla y Tania tienen que mover 10 cajas pequeñas y 10 cajas grandes. Carla tarda 1 minuto en mover una caja pequeña y 6 minutos en mover una caja grande mientras que Tania tarda 3 minutos en mover la caja pequeña y 5 minutos en mover la grande. Entre las dos mueven las 20 cajas y empiezan las dos a la vez a las 9 de la mañana.

a) Si Carla mueve todas las cajas pequeñas y Tania todas las grandes, ¿a qué hora estaría todo acabado?
b) Si Tania mueve 6 cajas pequeñas y 7 grandes, ¿cuánto tiempo tardaría cada una de ellas en hacer la tarea?

c) ¿Hay alguna forma de repartir las cajas de forma que ambas tarden el mismo tiempo? ¿Cuánto y de qué forma lo trasladan? ¿Se puede hacer en menos tiempo?

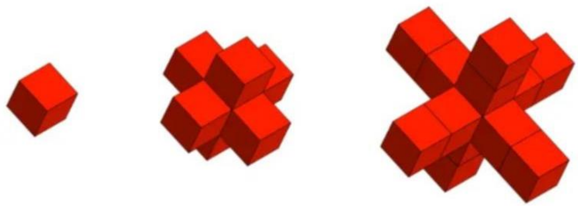
$$\pi = 3 + \cfrac{1^2}{6 + \cfrac{3^2}{6 + \cfrac{5^2}{6 + \cfrac{7^2}{6 + \cfrac{9^2}{6 + \ddots}}}}}$$

A lo largo de la historia, se han descubierto múltiples formas de calcular el número π: a través de aproximaciones geométricas, como suma o producto de infinitos valores, o como una fracción continua, es decir, mediante fracciones dentro de otras fracciones.

Parece increíble que se pueda calcular el número π sin más que ir "apilando" fracciones, como si estuviésemos apilando cubos. Y con esta excusa de los cubos, te planteamos el siguiente ejercicio:

Ejercicio 3: Apilando cubos

A continuación, se muestran una serie de figuras geométricas que forman una sucesión.

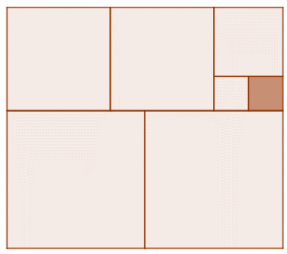


a) Indica por cuántos cubos como el de la primera figura están formadas las figuras 2 y 3.
b) Si siguiéramos construyendo figuras siguiendo el mismo patrón, cuántos cubos necesitaríamos para construir la sexta figura.
c) Intenta encontrar una regla o una fórmula que permita calcular cuántos cubos se necesitan en cualquier figura de esta serie, sin tener que construirla antes.

Como has visto, la lista de decimales de π es infinita y no sigue ningún patrón. De esta forma, es posible encontrar cualquier secuencia de dígitos en ella. Por ejemplo, las cifras 13042026, que corresponden a la fecha de hoy, aparecen a partir de la posición 35.246.237.

En la posición 52.638 encontramos 06812**14142135**0571, que son las primeras cifras de $\sqrt{2}$. Precisamente, este número fue el primer número irracional que se descubrió, y está relacionado con los cuadrados, como los que aparecen en el siguiente ejercicio:

Ejercicio 4: Cuadrados y rectángulos

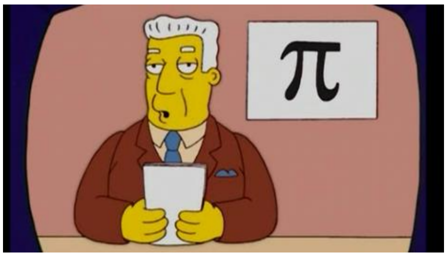


Disponemos de piezas cuadradas cuyos lados son números naturales (cuadrados 1x1, 2x2, 3x3, …). Queremos usarlos para cubrir rectángulos y podemos (y debemos) usar cuadrados de distintas medidas, como se muestra en la figura:

a) Si el cuadrado más pequeño de la figura (el sombreado) mide 1x1, ¿cuánto mide el rectángulo que cubren los 7 cuadrados?

b) ¿Cómo cubrir un rectángulo de 11 cm de largo y 5 cm de ancho utilizando la menor cantidad de cuadrados posible?

c) Indica las dimensiones de un rectángulo cuyos lados midan menos de 10 cm cada uno y que necesite, al menos, 8 cuadrados para cubrirlo por entero.



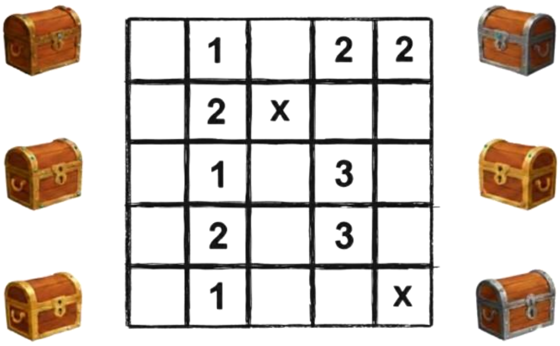
A pesar de que popularmente se conoce el número π por la fórmula del área de un círculo $\left(\pi \cdot r^2\right)$, su importancia va mucho más allá de la geometría básica ya que π aparece en múltiples ecuaciones que gobiernan el mundo que nos rodea.

Gracias al número π, pudimos crear herramientas para trabajar de forma más eficiente; pudimos desarrollar sistemas de localización para encontrar una ubicación de forma precisa; pudimos inventar los coches y viajar al espacio. En resumen, el número π ha sido todo un "tesoro" gracias al cual la sociedad y el mundo científico ha avanzado (y está avanzando) a pasos agigantados.

Y como de tesoros va la cosa, te proponemos el último ejercicio:

Ejercicio 5: La búsqueda del tesoro

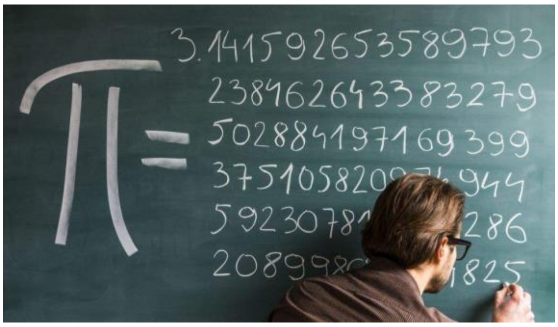
Una isla de los mares del Caribe se ha dividido en 25 cuadrados, tal y como se muestra en la figura, y en ella se han escondido seis tesoros, en seis casillas diferentes.



	1		2	2
	2	X		
	1		3	
	2		3	
	1			X

Tras múltiples investigaciones, hemos podido reducir a 14 el número de casillas donde pueden estar escondidos dichos tesoros, que se corresponden con las casillas en blanco del dibujo.

Si los números indican la cantidad de tesoros que podemos encontrar alrededor de la casilla numerada y las **X** nos indican que en esa casilla no se encuentra el tesoro, coloca cada uno de los seis tesoros en cada una de las casillas donde se encuentran, indicando con una **C** las casillas donde se localizan cada uno de estos tesoros.



Gracias por participar