



I Olimpiada Matemática Alevín en Cantabria



ORGANIZA

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

PATROCINAN / COLABORAN



Federación
Española de
Sociedades de
Profesores de
Matemáticas



GOBIERNO
de
CANTABRIA
CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN,
FORMACIÓN PROFESIONAL
Y UNIVERSIDADES



Santillana
a Sanoma company



Ejercicio 1: Números largos

El número 123456789 es un número formado por 9 cifras. ¿Puedes imaginarte un número formado por 231 cifras? Espero que sí. Sobre estos números tan largos debes contestar a las siguientes preguntas:

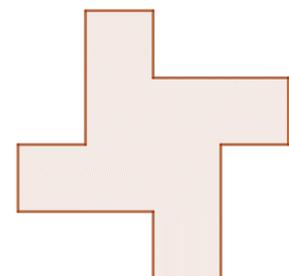
- ¿Cuántos de ellos hay que cumplen que el producto de todas sus cifras es 1?
- ¿Cuántos de ellos hay que cumplen que el producto de todas sus cifras es 2?
- ¿Cuántos de ellos hay que cumplen que el producto de sus cifras es exactamente 231?
- ¿Cuántos de ellos hay que cumplen que el producto de todas sus cifras es 4?

Respuesta:

- Para que el producto sea 1 solo puede haber unos, con lo que solo hay una posibilidad (es decir, un único número, el que tiene 231 unos).
- Para que el producto sea 2 debe haber un único 2 y el resto deben ser unos. Como hay 231 posibilidades para colocar el 2, entonces hay 231 números cuyo producto de cifras es 2.
- No es posible obtener ninguna posibilidad ya que $231=3 \cdot 7 \cdot 11$ y nunca estará el 11 como cifra (por ser precisamente un número de dos cifras).
- Si el producto de las cifras es 4 puede ser que haya un 4 y el resto 1 (es decir, 231 posibilidades, dependiendo de donde se coloque el 4) o dos doses y el resto unos. (de donde obtenemos 26565 posibilidades más, ya que es una combinación de 231 elementos agrupados de 2 en 2). Por lo tanto, en total habrá $231 + 26565 = 26796$ números posibles.

Ejercicio 2: Una figura extraña

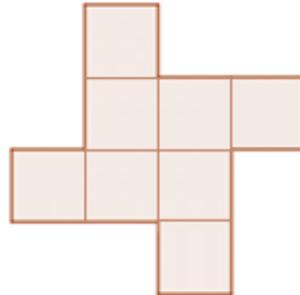
Tenemos la siguiente figura en la que todos los ángulos son rectos y en la que los lados cortos miden todos igual y son la mitad de los largos (que también miden todos igual). Sabiendo que el área (o superficie) de la figura es 200 cm^2 averigua cuánto mide el perímetro (el borde).





Respuesta:

Si nos fijamos, la figura puede descomponerse en ocho cuadrados iguales, tal y como se muestra a continuación:



Como el área total es de 200 cm^2 , el área de cada cuadrado será de $200:8=25 \text{ cm}^2$

Y dado el área de un cuadrado viene dado por la fórmula: $\text{Á}_{\text{cuadrado}} = \text{lado} * \text{lado}$, obtenemos que el lado del cuadrado es 5 cm.

Con este dato, ya podemos calcular el perímetro de la figura (tiene ocho lados cortos, de 5 cm cada uno, y cuatro lados largos, de $5*2=10 \text{ cm}$ cada uno):

$$\text{Perímetro} = 8*5 + 4*10 = 80 \text{ cm}$$

Ejercicio 3: En fila india



Cinco amigos: Ana, Beltrán, Carlota, Darío y Elena, se colocan en fila india (es decir, uno detrás de otro), pero no sabes en qué orden están colocados.

Están contando de 5 en 5, el primero dice 5, el segundo dice 10, el tercero dice 15, el cuarto dice 20, el quinto dice 25, el primero sigue con 30, ... y siguen contando de 5 en 5. Ana ha dicho 140; Beltrán ha dicho 160; Carlota ha dicho 130 y Darío ha dicho 170.

¿En qué orden están colocados los amigos en la fila? ¿Quién de ellos diría 2025?

Respuesta:

En primer lugar, vamos a reproducir algunos términos de la secuencia que se describe en el problema:

$$5, 10, 15, 20, 25 / 30, 35, 40, 45, 50 / 55, 60, 65, 70, 75 / \dots$$

Podemos darnos cuenta que cada amigo añade 25 al número anterior en cada repetición, es decir, que el primero de la fila va diciendo los números $5 + 25N$, el segundo los $10 + 25N$, el tercero los $15 + 25N$, el cuarto los $20 + 25N$, y el quinto los $25*(N+1)$, siendo N el número de repeticiones.



Por tanto, vamos a dividir los números que ha dicho cada uno de los amigos en algún momento entre 25 y nos quedamos con el resto, que nos determinará la posición que ocupa en la fila.

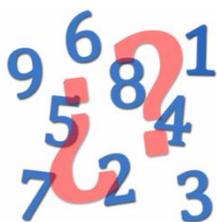
Persona (y número que dice)	Resto al dividir entre 25	Lugar que debe ocupar
Ana (140)	15	3º
Beltrán (160)	10	2º
Carlota (130)	5	1º
Darío (170)	20	4º
Elena (desconocido)	0	5º por descarte

De esta forma, el orden de los amigos es: Carlota, Beltrán, Ana, Darío y Elena.

Para saber quién dijo el número 2025, dividimos 2025 entre 25 y nos quedamos con el resto, que es 0, y éste corresponde, según la tabla anterior, a Elena.

Ejercicio 4: El número oculto

Piensa en un número de tres cifras que cumple ciertas condiciones.



- Si sumamos sus cifras, obtenemos 15. Escribe todos los números que cumplan esta condición.
- Si además la primera cifra es el doble de la última, ¿qué números obtienes?
- Si al número le restamos 198, obtenemos un número capicúa (se lee igual en ambos sentidos). ¿Cuál es el número original?

Respuesta:

- a) Existen las siguientes posibilidades (y sus variaciones) de números de tres cifras cuya suma de cifras es 15:

$$15 = 9 + 5 + 1$$

$$15 = 9 + 4 + 2$$

$$15 = 9 + 3 + 3$$

$$15 = 8 + 6 + 1$$

$$15 = 8 + 5 + 2$$

$$15 = 8 + 4 + 3$$

$$15 = 7 + 7 + 1$$

$$15 = 7 + 6 + 2$$

$$15 = 7 + 5 + 3$$

$$15 = 7 + 4 + 4$$

$$15 = 6 + 6 + 3$$

$$15 = 6 + 5 + 4$$

$$15 = 5 + 5 + 5$$



b) De todas las posibilidades, solo hay tres en las cuales la primera cifra es el doble de la última:

$$15 = 8 + 3 + 4$$

$$15 = 6 + 6 + 3$$

$$15 = 4 + 9 + 2$$

c) Si a cada una de las tres posibilidades anteriores, les restamos 198:

$$834 - 198 = 636$$

$$663 - 198 = 465$$

$$492 - 198 = 294$$

la única opción en la cual el resultado obtenido es capicúa es la primera. Por lo tanto, el número buscado es el 834.

Ejercicio 5: Los especialistas matemáticos

Cinco matemáticos, Aida, Carlos, Gloria, Luis Daniel y María José, se alojan en un hotel, ocupando habitaciones distintas numeradas del 1 al 5. Cada uno de ellos es especialista en una rama diferente de las matemáticas: Álgebra, Estadística, Geometría, Lógica y Teoría de Números. Utiliza las siguientes pistas para determinar quién se aloja en cada habitación y cuál es su especialidad.

- Aida no se aloja ni en la habitación 1 ni en la 5.
- Carlos se aloja en la habitación 2.
- Luis Daniel es especialista en Geometría.
- María José se aloja en la habitación 4 y no es especialista en Álgebra.
- La persona especialista en Estadística se aloja en la habitación 1.
- Las personas especialistas en Álgebra y en Lógica se alojan en habitaciones consecutivas.
- Las personas especialistas en Teoría de Números y en Álgebra se alojan en habitaciones consecutivas.
- Las personas especialistas en Geometría y en Teoría de Números no se alojan en habitaciones consecutivas.

Respuesta:

Siguiendo detalladamente las pistas que nos dan, podemos completar la siguiente tabla:

Nº habitación	Nombre	Especialidad
1	Gloria	Estadística
2	Carlos	Teoría de números
3	Aida	Álgebra
4	María José	Lógica
5	Luis Daniel	Geometría