



XXVI Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO en Cantabria

ORGANIZA



Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

PATROCINAN / COLABORAN



Facultad de **Ciencias**

CASIO



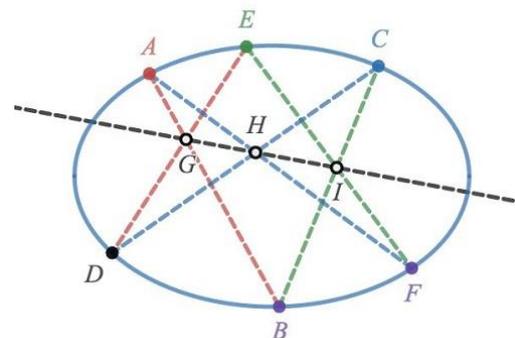
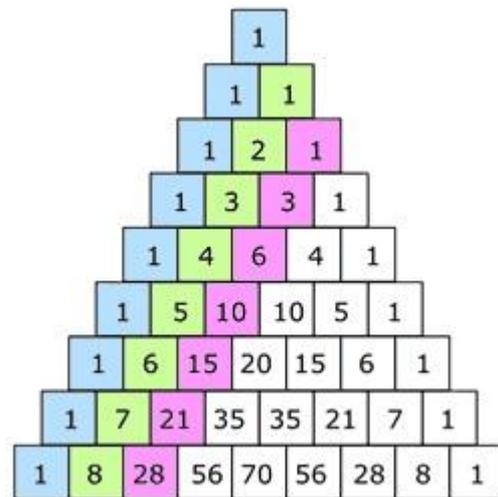
Santillana
a Sanoma company



Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º ESO Cantabria 2023

Sociedad Matemática de profesores de Cantabria

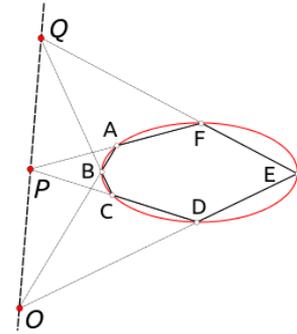
En este año 2023 se cumplen 400 años del nacimiento del matemático, físico y filósofo Blaise Pascal. A este gran científico, que nació en Clermont-Ferrand (Francia) el 19 de junio de 1623, le debemos importantísimas aportaciones como sus estudios sobre las cónicas, la ley de los vasos comunicantes, el diseño de la primera calculadora operativa, sus trabajos sobre el triángulo aritmético, la invención de la prensa hidráulica o sentar los fundamentos de la probabilidad.





En 1639, cuando Pascal tenía sólo 16 años, demuestra el Hexagrammum Mysticum Theorem, hoy en día conocido como *Teorema de Pascal*. Este teorema establece una propiedad sobre los hexágonos inscritos en una sección cónica.

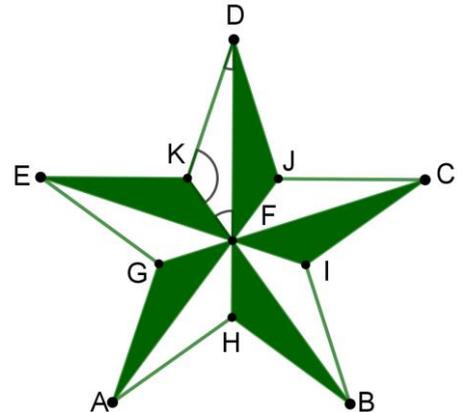
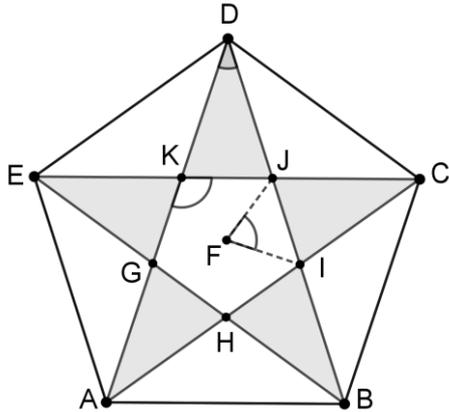
Vamos a fijarnos en el logo de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria, que está inscrito en un hexágono.



Ejercicio 1: El logo de SMPC

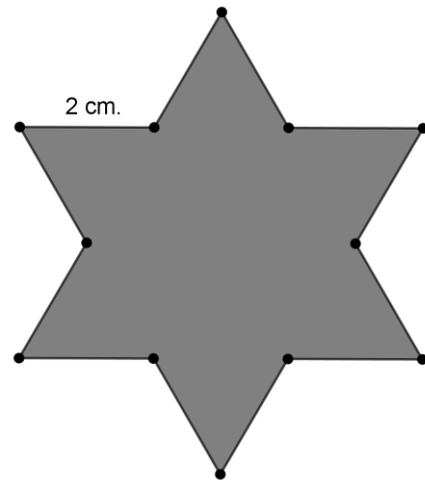
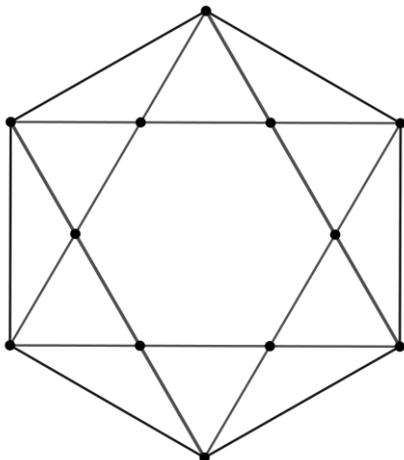
El logo de nuestra Sociedad Matemática SMPC está formado por una estrella de cinco puntas sobre otra estrella de seis puntas, inscrita en un círculo.

La estrella de cinco puntas se dibuja a partir de un pentagrama (la estrella pitagórica) que se obtiene al trazar las diagonales de un pentágono regular. Después obtenemos nuestra estrella, uniendo los puntos correspondientes.



- Calcula la medida de los ángulos IFJ, GKJ y KDJ de la primera figura.
- En la estrella de cinco puntas (la figura de la derecha), calcula también la medida de los ángulos señalados de cada uno de los triángulos blancos (iguales que los verdes).

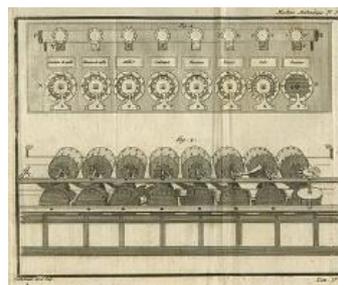
La estrella de seis puntas se dibuja trazando las diagonales de un hexágono regular



- Si cada uno de los lados de la estrella de seis puntas mide 2 cm, ¿cuál es el área de toda la estrella?



En 1641 Blaise Pascal comienza el diseño de la que se considera la primera calculadora: la Pascalina. En 1642 consiguió construir la primera de ellas, que sólo hacía sumas y en los años siguientes, amplió sus mecanismos para que hiciera también restas.



Sin embargo, la Pascalina no te ayudará a resolver el siguiente ejercicio:

Ejercicio 2: Últimas cifras

- a) ¿En qué cifra acaban los números 2^{2023} , 4^{2023} , 8^{2023} y 16^{2023} ?

Un número que acaba en 0 es múltiplo de 2 y de 5, un número que acaba en dos ceros (00) es múltiplo de 4 y de $5^2=25$. Y si acaba en tres ceros (000) es múltiplo de 8 y de $5^3=125$.

- b) Sin hacer la multiplicación, ¿sabrías decirnos en cuántos ceros acaba el número que resulta de multiplicar todos los números del 1 al 200 (ambos incluidos)?

A partir de 1953, sus discusiones con el caballero de Méré sobre los dados y otros juegos de azar, le llevaron a iniciar sus estudios sobre lo que posteriormente se conocería como *Teoría de la Probabilidad*. Las cartas que intercambiaron en 1654 Pascal y Pierre de Fermat sobre el tema, se consideran el inicio de esta disciplina.



Ejercicio 3: Las tres amigas

María, Clara y Lucía son tres amigas. Una es Matemática, otra médico y la tercera ingeniera y sus edades son 31, 35 y 36 (no necesariamente en ese orden).

- a) Averigua el trabajo y la edad de cada una de ellas sabiendo que:
1. Clara es la matemática.
 2. María es más joven que Lucía.
 3. La ingeniera no es la mayor.
 4. María no es ingeniera.
- b) Si hubiéramos asignado al azar a cada nombre una de las edades y uno de los trabajos, la probabilidad de acertar sería 1 dividido entre la cantidad de respuestas posibles. ¿De cuántas maneras distintas podríamos haber contestado, si lo hubiéramos hecho al azar?



El triángulo aritmético que contiene los coeficientes binomiales (los números combinatorios) era conocido en diversas culturas desde los siglos X y XI. Pero hoy en día lo conocemos como triángulo de Pascal porque fue este matemático quien propuso la actual notación en su *Traité du triangle arithmétique* (Tratado sobre el triángulo aritmético) de 1653.

La combinatoria y en particular, el triángulo de Pascal, nos ayudan a contar. Aunque no vayamos a utilizar los números combinatorio, te proponemos el siguiente ejercicio:

Ejercicio 4: Las fichas

Disponemos de unas fichas cuadradas. Cada una tiene dibujada una flecha de un color diferente.

- a) Cogemos dos fichas. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden colocar una a la derecha de la otra?

Ten en cuenta que hay que escoger en qué orden y con qué orientación las colocamos. Es decir, que la disposición   es diferente de

  pero también de  

- b) Ahora hacemos lo mismo poniendo en línea tres fichas de colores distintos. ¿De cuántas maneras diferentes podemos hacerlo?
c) Pasamos ahora a hacerlo con cuatro fichas distintas, pero las disponemos

formando un cuadrado de 2x2. Por ejemplo



¿Cuántas disposiciones diferentes son posibles?



- d) Terminamos poniendo 9 fichas (cada una con su flecha de color diferente y apuntando hacia algún lado) formando un cuadrado de tres filas y tres columnas. Calcula las diferentes maneras de conseguirlo.

El apellido Pascal proviene del nombre de la festividad de Pascua. En diversos países, se celebra la Pascua con un intercambio de huevos decorados. Con esta excusa, te proponemos el último ejercicio.

Ejercicio 5: La cesta de huevos



Un granjero tiene seis cestas de huevos. Cada una de ellas tiene huevos de una clase: de gallina o de pata. Además, cada cesta tiene el número de huevos que se indican: 6, 12, 14, 15, 23 y 29.

El granjero dice, señalando una cesta: "Si vendo esta cesta, me quedarán el doble de huevos de gallina que de pata". ¿A qué cesta se refiere? Justifica tu respuesta.