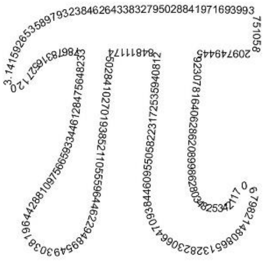
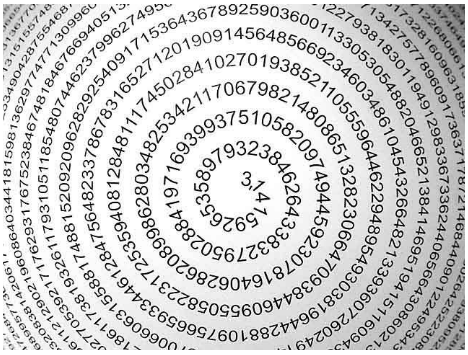
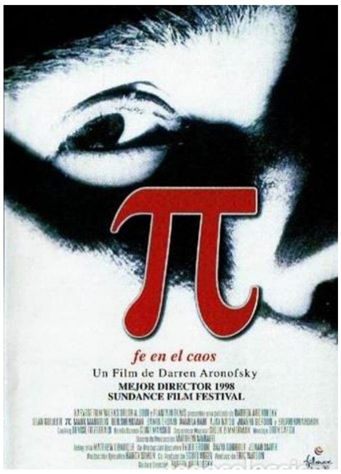


El número $\pi$ es un número de enorme importancia en Matemáticas y en las ciencias en general. Es conocido desde la antigüedad y es la proporción que hay entre la longitud de una circunferencia y su diámetro (o el doble de su radio).



Es un número irracional, lo que conlleva que tiene una cantidad de cifras decimales infinita y no periódica, por lo que es imposible escribir completamente su desarrollo decimal. Por eso y dada la importancia de su uso, los griegos decidieron ponerle un nombre y utilizaron la letra $\pi$ que es la inicial de la palabra perímetro ($\pi\varepsilon\rho\iota\mu\varepsilon\tau\rho o$ en griego), en referencia al borde de la circunferencia.

Además de su constante aparición en cuestiones geométricas, aparece también en numerosas ramas de las Matemáticas muy alejadas de la geometría y también en muchas constantes universales de la Física. Todo esto lo ha llevado a aparecer en muchas manifestaciones culturales y populares como la película de Darren Aronofsky o la serie de televisión *Futurama*

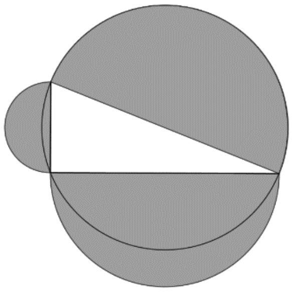



El número $\pi$ es la proporción entre la longitud de una circunferencia y su diámetro. También es la proporción entre el área de un círculo y el cuadrado de su radio, es decir, que el área de un círculo es $\pi$ por el radio al cuadrado.

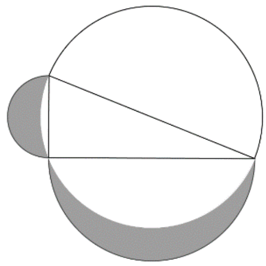
## Ejercicio 1

En una circunferencia de radio 10 cm se inscribe un triángulo rectángulo. Un cateto del triángulo mide 16 cm.

**a)** ¿Cuánto mide el otro cateto?



**b)** Sobre los puntos medios de los lados del triángulo se trazan semicírculos. ¿Cuánto mide el área de cada semicírculo?



**c)** ¿Cuánto mide el área sombreada de la segunda figura?

El número $\pi$ es un número irracional, es decir, que su desarrollo decimal tiene una cantidad ilimitada de cifras no periódicas. A lo largo de la historia, se ha tratado de encontrar cada vez más cifras de $\pi$ utilizando diversos métodos. Recientemente, la programadora japonesa Emma Haruka Iwao ha encontrado más de 3 billones de dígitos de $\pi$. Veamos algunos problemas de dígitos y números

## Ejercicio 2

Dígitos y números

**a)** Hay 24 números de cuatro cifras formados por los dígitos 2, 4, 5 y 7 y sin que se repita ninguno de ellos. De los 24, hay uno que es múltiplo de otro diferente. ¿De qué números se trata?

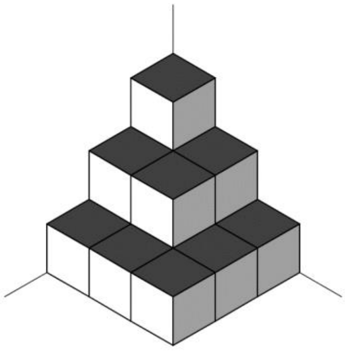
**b)** En una lista de siete números, si tomamos los cuatro primeros resulta que su media es 5 y si tomamos los cuatro últimos su media es 8. Si la media de los siete números es $\frac{46}{7}$, ¿qué número ocupa la posición central?

$$\frac{\pi}{4}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{4}{5+\cfrac{9}{7+\cfrac{16}{9+\cfrac{25}{11+\cfrac{36}{13+\cfrac{49}{\ddots}}}}}}}}$$

Se han descubierto numerosas formas de calcular el número $\pi$: como una suma de infinitos valores, como un producto de infinitos factores, o como ésta de la izquierda, mediante una torre de infinitas fracciones, con los números impares y los cuadrados perfectos.
Esta estructura de torre nos ha inspirado el siguiente ejercicio:

## Ejercicio 3

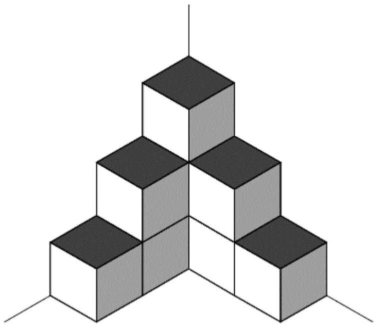
**a)** Apoyada en la esquina de una habitación, queremos levantar una torre de cubos idénticos, formando pisos cuadrados uno sobre otro como aparece en la figura. Las caras superiores de los cubos son negras y las que miran hacia la derecha son grises. Naturalmente, ni todos los cubos se ven ni todas las caras de cada cubo se ven.



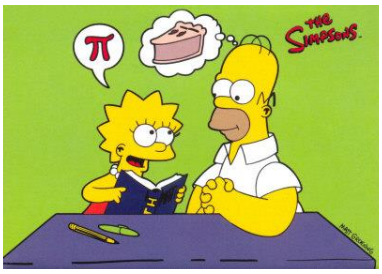
Para torres de distinta cantidad de pisos, debes averiguar cuántos cubos la forman (incluidos los que no se ven) y cuántas caras negras y cuántas caras grises son visibles. Hazlo para 3 pisos (como en la imagen), 5 pisos y 10 pisos.

| Número de pisos | Total de cubos | Caras negras visibles | Caras grises visibles |
|---|---|---|---|
| 3 | | | |
| 5 | | | |
| 10 | | | |

**b)** Ahora decidimos hacer la torre poniendo sólo los cubos que quedan apoyados en las paredes y se tratar de responder a las mismas preguntas:



| Número de pisos | Total de cubos | Caras negras visibles | Caras grises visibles |
|---|---|---|---|
| 3 | | | |
| 5 | | | |
| 10 | | | |




$\pi$ aparece en innumerables contextos. Parece que no tendrá nada que ver con el producto y la división de números. Sin embargo, si escogemos al azar dos números enteros positivos, la probabilidad de que no tengan divisores comunes es $\frac{6}{\pi^2}$

## Ejercicio 4

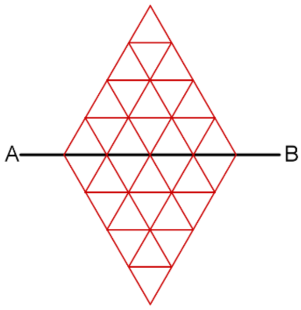
Fíjate en el 2019, el año en el que estamos, que es un número formado por 4 cifras. ¿Puedes imaginarte un número formado por 2019 cifras? Esperemos que sí. Sobre estos números tan largos debes contestar a las siguientes preguntas:

- **a)** ¿Cuántos de ellos hay que cumplen que el producto de todas sus cifras es 1?
- **b)** ¿Cuántos de ellos hay que cumplen que el producto de todas sus cifras es 3?
- **c)** ¿Cuántos de ellos hay que cumplen que el producto de todas sus cifras es 9
- **d)** ¿Cuántos de ellos hay que cumplen que el producto de sus cifras es 2019?

Puesto que la lista de decimales de $\pi$ no termina nunca y no sigue ningún patrón, es posible encontrar cualquier secuencia de dígitos en ella, con sólo avanzar lo suficiente. Por ejemplo, las cifras 13042019 que corresponden a la fecha de hoy, aparecen a partir de la posición $71_1625.402$. En la posición $206_1828.521$ encontramos 419**17320508**791579084, que son las primeras cifras de $\sqrt{3}$, número relacionado con el área de los triángulos equiláteros, como los que aparecen en el siguiente problema.

## Ejercicio 5

Cada una de las dos mitades de esta figura está compuesta por 16 triángulos pequeños, de los cuales hay coloreados 3 de rojo, 5 de azul y 8 de verde. Al doblar la figura por la recta AB resulta que se superponen dos pares de triángulos rojos, tres pares de azules y encontramos dos pares rojo-verde. ¿Cuántos pares de triángulos verdes coinciden?




*Gracias por tu πarticipación*