

MATEMÁGICAS: CARTAS Y NÚMEROS REVELAN SUS SECRETOS



Daniel Sadornil

Si esperabas ver un mago haciendo magia...



Te has equivocado de sitio.

Este tipo sólo “sabe” de matemáticas y no muchas.

Trucos de magia vs. Ilusionismo

Realidad vs. Ficción

¡Matemáticas! vs. Habilidad (ingenio)

RESUMEN:

En Matemáticas siempre se tienen las mismas respuestas a las mismas preguntas.

MOTIVACIÓN:

- “¡Las Matemáticas son complicadísimas!”
- “¡Las Matemáticas son aburridas!”
- “¡No puedo aprenderme más fórmulas!”

Ventajas del uso de la magia en la clase de Matemáticas.

- Divertido, juegos.
- El alumno se divierte jugando a las matemáticas.
- Fácil de hacer.
- Sólo se necesita contar y mezclar, barajar (permutar).
- No hay mérito del “mago”.
- Situaciones nuevas que despierten la curiosidad.

Martin Gardner:

El mejor método para mantener despierto a un estudiante es seguramente proponerle un juego matemático intrigante, un pasatiempo, un truco mágico, una chanza, una paradoja, un trabalenguas o cualquiera de esas mil cosas que los profesores aburridos suelen rehuir porque piensan que son frivolidades.

Pero....

Lo que tiene que haber, evidentemente es un juego recíproco entre seriedad y frivolidad. La frivolidad mantiene alerta al lector. La seriedad hace que el juego merezca la pena.

La descripción del primer juego de magia del que se tiene constancia escrita en un texto de Luca Pacioli y Leonardo da Vinci; allí aparecen ya juegos de magia numérica.

Fernando Blasco:

En la mayoría de los casos a los alumnos no les interesa el por qué de un resultado matemático, simplemente se lo creen porque lo dice el profesor, sin embargo, tienen una curiosidad tremenda e intentan descubrir qué hay detrás de las proezas mágicas.

La Matemagia como elemento didáctico es interesante, puesto que permite preguntar el por qué de algunos resultados.

Y ahora.....

a hacer Magia.....

(o matemáticas si te empeñas)

NUMERO MÁGICO

1. Escribe un número de tres cifras.
2. Debajo de el escribe el mismo numero pero con las cifras invertidas
3. Realiza la resta de ambos números.
4. Nuevamente escribe debajo el resultado obtenido pero con las cifras invertidas y suma los dos últimos números.

EL 1089!!!!

Salvo que el numero inicial sea capicúa.

$$abc-cba=(a-c-1)*100+9*10+(10-a+c)$$

Suponemos $a > c$. El caso contrario es igual.

Si le sumamos $(10-a+c)*100+9*10+(a-c-1)$ queda
 $(a-c-1+10-a+c)*100+(9+9)*10+(10-a+c+a-c-1)=$

$$9*100+18*10+9=900+180+9=$$

1089.

CIFRAS PARES E IMPARES

1. Escribe un número arbitrario.
2. Cuenta el número de cifras pares de cifras impares y el total de cifras.
3. Forma un nuevo número con estos valores.
4. Repite las operaciones anteriores con el número obtenido sucesivas veces hasta...

SIEMPRE ES 123!!!!

En primer lugar, es evidente que, si el número inicial es $n > 999$, una iteración conduce a un número menor que n .

Repitiendo el proceso, obtenemos en un número finito de pasos un número menor que 1.000.

En esta situación es fácil tener en cuenta todos los casos posibles:

3 cifras pares y 0 impares,
2 cifras pares y 1 impar,
1 cifra par y 2 impares,
0 cifras pares y 3 impares.

En todos los casos basta una iteración para llegar al número 123.

Y después 1 par 2 impares 3 cifras → 123

EL NUMERO REPETIDO

- Escribe un número (de una cifra),
- multiplica por 3,
- el resultado por 7,
- este último por 11,
- luego por 13
- y, por fin, por 37.

QUE NUMERO SALE????

$$111111=3*7*11*13*37$$

¿QUÉ ME DICES DE TI?

- Escribe el número de pie que calzas.
- multiplica por 5,
- al resultado suma 50,
- este último multiplícalo por 20,
- suma 1015 (1016 si acabas de cumplir años)
- réstale el año de tu nacimiento.

Cuatro cifras: abcd Que son?

$$(ab*5+50)*20+1015-19xy$$

$$ab00+100+1015-19xy$$

$$ab00+2015-19xy$$

$$abxy$$

CUADRADO MAGICO REVERSIBLE

19	8	11	25	7
12	1	4	18	0
16	5	8	22	4
21	10	13	27	9
14	3	6	20	2

1. En primer lugar, señala un número cualquiera del cuadrado y tacha los demás números que estén en la misma fila y columna.
2. Debe repetir esta operación tres veces más (a la cuarta solo puedes elegir un único número pues los demás están tachados o seleccionados)
3. Finalmente, suma en voz alta esos cuatro números.

57

La tabla es simplemente la tabla de sumar ciertos números

+	12	1	4	18	0
7	19	8	11	25	7
0	12	1	4	18	0
4	16	5	8	22	4
9	21	10	13	27	9
1	14	3	6	20	2

Al elegir uno por fila y columna, se está eligiendo todos los números que se suman, por tanto el número resultante siempre es

$$12+1+4+18+0+7+0+4+9+1=57$$

LA CASA ENCANTADA

7	8	5
2	1	4
9	6	3



1. Colócate en una casilla (la que quieras)
2. Muévete tantas veces como indica su valor.
3. Retira el 3 y muévete 3 veces.
4. Retira el 6 y el 8 y mueve 5 veces
5. Retira el 7 y el 9 y mueve 7 ó 9 veces
6. Retira el 2 y mueve tantas veces como el número que prefieras de los que quedan sobre la mesa.
7. Mueve tantas veces como el numero sobre el que te encuentras y retira el 5 y el 1..
8. Estás en....

Las casillas están colocados alternativamente par-impar. Cada vez que se hace un movimiento cambia la paridad.

Par+par=par impar+impar=par

Le primer movimiento obliga a colocarse en una casilla par (nunca en el 3)

LA DAMA DE LA DERECHA

1. Coloca en una fila sobre la mesa seis cartas caras abajo y una dama cara arriba en cualquier posición dentro del grupo de cartas.
2. Intercambia la posición de la dama con cualquiera de las cartas adyacentes tantas veces como indique el lugar en que se encuentra. En cada movimiento tienes dos posibilidades; cambiarla con la carta de la izquierda o con la de su derecha.
3. Mueve ahora la dama dos veces mas
4.Retira las dos cartas de las esquinas
5. Mueve ahora la dama tres veces más.
6. Retira las dos cartas de las esquinas
7. Mueve la dama una vez más.
8.Retira la carta de la izquierda
9. Mueve para terminar la dama una vez.

LA DAMA ESTA EN.....LA DERECHA

CARAS ARRIBA

1. Separo la baraja en dos montones iguales, vuelvo uno de ellos caras arriba y pido a un espectador que mezcle ambos montones por hojeo.
2. Mezcla las veces que desees hasta que te convenzas de que la distribución de cartas cara arriba y cartas cara abajo sea completamente aleatoria.
3. Reparte ahora 26 cartas (la mitad de la baraja) y entrégame el resto.
4. Cuenta el numero de cartas cara arriba que contiene tu juego de cartas.
5. Y el mío??

LAS MISMAS

Principio de paridad.

Al principio hay siempre 26 cartas cara arriba y 26 cartas cara abajo.

Mezcle las veces que se mezcle, siempre estarán en esta proporción.

Al partir la baraja en dos partes iguales, en la que el se queda supongamos que hay k cartas cara arriba, eso significa que en mi montón hay $26-k$ cartas cara arriba (pues siempre hay 26) y $26-(26-k)=k$ cartas cara abajo. Al dar la vuelta a mi paquete, hay k cartas cara arriba en mi paquete, las mismas que en el suyo.

AL TACTO

Con $2n$ cartas (un número par) muestro un tipo de movimientos permitidos en este juego.

- i. Cortar y completar el corte.
- ii. Dar la vuelta a las dos cartas superiores y dejarlas encima del paquete.

•Después de hacer estas operaciones unas cuantas veces, entrega el paquetito de cartas a un espectador, y le pide que continúe él mismo haciendo estos dos movimientos bajo la mesa (o de espaldas al mago) tantas veces como quiera, hasta que nadie pueda saber cuántas cartas están cara arriba y cuántas están cara abajo.

•Cuando el espectador termina, el mago recoge el paquete de cartas sin mirarlo.

•Empleando el tacto va a ser capaz de averiguar cuántas cartas hay cara arriba.

n y están colocadas todas juntas

Se basa en el principio de Hummer.

Mezcla CATO: Cut and turn over

- Voltrear las dos cartas superiores del paquete.
- Cortar el paquete por cualquier lugar.

Teorema: Sea una baraja de $2n$ cartas tal que al inicio están todas cara abajo. Tras cualquier número de mezclas CATO se cumple que el número de cartas cara arriba en posición par coincide con el número de cartas cara arriba en posición impar

SIMETRIA

- Mezcla la baraja y reparte dos montones iguales (con más de diez cartas cada uno) a otros dos espectadores, que llamaremos A y B. Descarta el resto de la baraja.
- Los espectadores A y B cortan un pequeño grupo de cartas de su paquete, miran la carta inferior del paquete cortado (la que muestra su cara) y colocan su grupo de cartas en el paquete del otro espectador.
- Recojo uno de los paquetes y realizo una mezcla Klondike; con las cartas agarradas en una mano en posición Biddle, arrastro con la otra mano las cartas superior e inferior y las dejo en un montón sobre la mesa; repito el proceso con las cartas restantes, y las dejo juntas sobre la mesa, hasta que se acaben. Si al final queda una única carta la dejo sobre las demás.
- Con el otro montón realizo la misma mezcla. Ahora puedo ir pasando cartas, una de cada montón, pero mostrando las de uno de los montones. Gana el primero que encuentre su carta.

Principio del corte libre.

Dos montones de n cartas, el primer espectador corta por la carta k y el segundo por la carta m .

Al cambiar los paquetes queda

m	k
$n-k$	$n-m$

Supongamos que el primer paquete contiene menos o igual cartas, entonces $m+n-k \leq n-m+k$ y entonces $m \leq k$.

La carta seleccionada en el primer paquete esta en la posición m .

Tras una mezcla Klondike queda en la posición $2m$ por abajo del nuevo paquete, es decir en la posición $m+n-k-2m+l=n-m-k+l$ por arriba.

Al realizar la misma operación en el otro montón, la carta que ocupa la posición k queda en la posición $k+n-m-2k+l=n-m-k+l$ que es la misma posición.

EL PRINCIPIO DEL NUMERO PRIMO

1. Se tiene una baraja con p cartas se da a elegir una de las cartas y se coloca encima.
2. Se elige un numero n menor que p y se realizan las siguientes operaciones:
 - Se pasan una a una n cartas de arriba debajo de la baraja y se gira cara arriba la carta superior en ese momento.
 - Se vuelve a repetir el proceso: Se pasan una a una n cartas de arriba debajo de la baraja y se gira cara arriba la carta superior en ese momento. No importa si la carta esta cara arriba o cara abajo, se gira.
 - Realiza esta operación $p-1$ veces,

LA CARTA CARA ABAJO ES.....

Como p es un número primo, ninguno de los valores

$n, 2n, 3n, \dots (p-1)n$

es múltiplo de p que son precisamente las cartas que se giran.

No es que tengamos $(p-1)n$ cartas pero podemos entenderlo como si tuviéramos otra vez las mismas cartas.

Como el proceso seguido no invierte el orden de las cartas y las cartas correspondientes a dichos valores son las que se colocan cara arriba, la primera no se volverá en todo el proceso.

Solo al realizar el proceso p veces llegamos a la carta superior pues $p*n$ si es múltiplo de p .

BARAJA PROBABILISTA

- Reparte cartas de una en una sobre la mesa hasta la mitad de la baraja.
- A continuación, mezcla por hojear el paquete que queda en la mano con el de la mesa.
- Recojo la baraja y entrego las diez primeras cartas (sin invertir el orden) y a otro espectador las diez siguientes invirtiendo el orden.
- Separad las dos primeras cartas. ¿cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?
- Separad las dos siguientes cartas y repito la pregunta, ¿cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?

BARAJA PROBABILISTA

- Separad cuatro cartas cada uno, ¿cuál es la probabilidad de que haya una de cada palo?
- Cada espectador tiene ahora dos cartas. ¿cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?
- y que incluso, ¿de que las cuatro cartas son de palos distintos?
- Las cuatro cartas del paquete restante ¿serán de distintos palos?
- Las dos siguientes ¿cuál es la probabilidad de que sean de distinto color? a pesar de que el espectador ha mezclado la baraja.

BARAJA PROBABILISTA

- Reparto 13 cartas a cada uno. Pido a uno que en su paquete retire si hay alguna figura y sume las cartas de números.
- Pido que abra el sobre y compruebe que la predicción es correcta.
- Pregunto al segundo espectador ¿cual es la probabilidad de que estén todas las cartas del as al rey?

Corazones	Picas	Diamantes	Tréboles
6	9	Queen	2
5	8	Jack	Ace
4	7	10	King
3	6	9	Queen
2	5	8	Jack
Ace	4	7	10
King	3	6	9
Queen	2	5	8
Jack	Ace	4	7
10	King	3	6
9	Queen	2	5
8	Jack	Ace	4
7	10	King	3

PRINCIPIO DE GILBREATH

Si de un paquete de cartas clasificadas en series de "k" cartas, se dan cartas sobre la mesa una a una hasta que se quiera (invirtiendo su orden), y el paquete de la mesa se mezcla con el de la mano a la americana, en cada serie que cojamos de "k" cartas, se repetirá la serie original (no necesariamente en el mismo orden).

¡¡¡¡ESTO NO ES
MAGIA, ES UN
TEOREMA!!!!

Bibliografía:

- ALEGRÍA, PEDRO y RUÍZ, J.C. (2002): "La matemagia desvelada". Sigma 21, 145-174.
- ALEGRÍA, PEDRO. (2011): "Magia y Matemáticas de la mano de Martin.". Números, 76 19-29.
- ÁLVAREZ, VENANCIO, FERNÁNDEZ, PABLO y MÁRQUEZ, M.A "Cartomagia matemática y cartoteoremas mágicos". Gaceta Matemática Vol. 5.3 http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/gallardo/magia.pdf
- MUÑOZ, JOSÉ (2003) Ernesto el aprendiz de matemago. Nivola, Madrid.
- SERRANO, ANTONIO J., Análisis matemático de algunos juegos de magia <http://olmo.pntic.mec.es/~aserra10/articulos/magia.html>
- VINUESA, CARLOS, Matemáticas, Números, 76 31-46. <http://magiaymatematicas.blogspot.com.es/p/material-didactico.html>
- <https://anagarciaazcarate.files.wordpress.com/2011/11/ejemplopiensaunnumerojejicano.doc>
- y muchos otros más.....

MUCHAS
GRACIAS