



## XXIV OLIMPIADA MATEMÁTICA DE CANTABRIA

### PARA ESTUDIANTES DE 2º de ESO

SOCIEDAD MATEMÁTICA DE PROFESORES DE CANTABRIA

## Zurdos y diestros



En una clase de 30 estudiantes hay 6 personas zurdas, de las que 4 son chicas. Si hay 10 chicos diestros, ¿cuántas chicas hay en total?

	Chicos	Chicas	Total
Zurdos	2	4	6
Diestros	10		24
Total			30

	Chicos	Chicas	Total
Zurdos	2	4	6
Diestros	10	14	24
Total	12		30

Así que hay  $30 - 12$  (ó  $4 + 14$ ) 18 chicas.

## Señales kilométricas



Un coche va por una carretera a velocidad constante. En un momento dado pasa por delante de un poste kilométrico que tiene un número de dos cifras. Al cabo de 1 hora pasa por delante de otro poste que curiosamente tiene las mismas dos cifras, pero en orden inverso.

Su sorpresa es enorme cuando al cabo de otra hora pasa por otro poste que lleva las mismas cifras separadas por un cero.

¿A qué velocidad va el coche?

Pongamos que en la primera señal kilométrica, el número que aparece está formado por  $x$  unidades e  $y$  decenas. Entonces la siguiente señal estará formada por  $y$  unidades y  $x$  decenas. Como los números los vamos encontrando de menor a mayor (porque el último es de tres cifras) entonces  $x > y$

El primer número es  $10y + x$ , el segundo número es  $10x + y$  y el tercero es  $100y + x$  y la diferencia entre ellos es la misma: los kilómetros que recorre el coche cada hora.

$$(10x + y) - (10y + x) = (100y + x) - (10x + y) \Rightarrow 9x - 9y = 99y - 9x \Rightarrow 18x = 108y \Rightarrow$$

$x = \frac{108}{18}y \Rightarrow x = 6y$ . Puesto que  $x$  e  $y$  son las **cifras** de las señales kilométricas,

ambos tienen que ser números naturales entre 0 y 9, así que la única posibilidad es que  $y = 1$  y  $x = 6$ . Los hitos kilométricos que hemos ido encontrando son 16 km., 61 km. y 106 km. que están separados 45 km., que es lo que recorre el coche cada hora.

También por tanteo podríamos haber llegado a esta conclusión: De la primera señal a la segunda hay menos de 100 km, pues ambas se escriben con sólo dos cifras. De la segunda a la tercera hay la misma cantidad de km (lo que recorre el coche en una hora) y por tanto, la tercera señal tiene un 1 en las centenas. Así que los números de las señales pueden ser 12, 21 y 102 / 13, 31 y 103 / etc. Y sólo 16, 61 y 106 cumplen que se diferencian en una misma cantidad:  $61 - 16 = 106 - 61 = 45$

## Averigua el número



Averigua una combinación de 6 dígitos sabiendo que

- Hay dos 1 separados por otro dígito (no 1)
- Hay dos 2 separados por dos dígitos (no 2)
- Hay dos 3 separados por tres dígitos (no 3)

Si la primera cifra fuese 1, el otro 1 estaría en la 3ª posición: 1 \* 1 \* \* \*

- Si la 2ª cifra fuese un 2, el otro 2 estaría en la 5ª: 1 2 1 \* 2 \* pero los treses no cumplirían la condición.
- Si la 2ª cifra fuese un 3, el otro 3 estaría en la 6ª: 1 3 1 \* \* 3 pero los doses tampoco cumplirían la condición. Así que la 1ª cifra no puede ser 1

Empezando con el 2 ó con el 3 encontraríamos la solución (la misma, leída de izquierda a derecha o al revés)

312132 ó 231213

## Despedida en la estación



En una estación de trenes hay un grupo de hombres y mujeres despidiéndose.

La diferencia de sexos sigue muy arraigada así que, al saludarse dos varones se dan un apretón de manos, mientras que al saludarse un varón y una mujer, o dos mujeres, se dan un beso.

Un testigo curioso y circunstancial, que nunca falta en estos acertijos, nos informa de que el saldo contable de la despedida totalizó 21 apretones de manos y 34 besos.

¿Cuántos hombres y cuántas mujeres estuvieron allí despidiéndose?

Si llamamos  $H$  al número de hombres, cada uno de estos  $H$  hombres da la mano a los  $H-1$  hombres restantes. Si multiplicamos  $H \cdot (H-1)$  obtendríamos el doble de los apretones de manos, ya que estaríamos contando cada apretón dos veces: contamos que el hombre  $A$  da la mano al  $B$  y también que  $B$  da la mano a  $A$ . Así que  $H \cdot (H-1) = 2 \cdot 21 = 42$ . Como  $7 \cdot 6 = 42$ , encontramos que había 7 hombres.

Si llamamos  $M$  al número de mujeres, cada una de ellas da un beso a cada uno de los 7 hombres, lo que hace un total de  $7M$  besos. Además, razonando como antes, las mujeres se dan entre ellas  $\frac{M \cdot (M-1)}{2}$  besos. Entonces

$$7M + \frac{M \cdot (M-1)}{2} = 34 \Rightarrow 14M + M^2 - M = 68 \Rightarrow M^2 + 13M - 68 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = \frac{-13 \pm \sqrt{13^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-68)}}{2 \cdot 1} = \frac{-13 \pm \sqrt{169 + 272}}{2} = \frac{-13 \pm \sqrt{441}}{2} = \left\langle \begin{array}{l} \frac{-13 + 21}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\ \frac{-13 - 21}{2} = \frac{-34}{2} = -17 \end{array} \right.$$

Como el número de mujeres no puede ser negativo, la respuesta es que había 4 mujeres.

## Comprando fruta

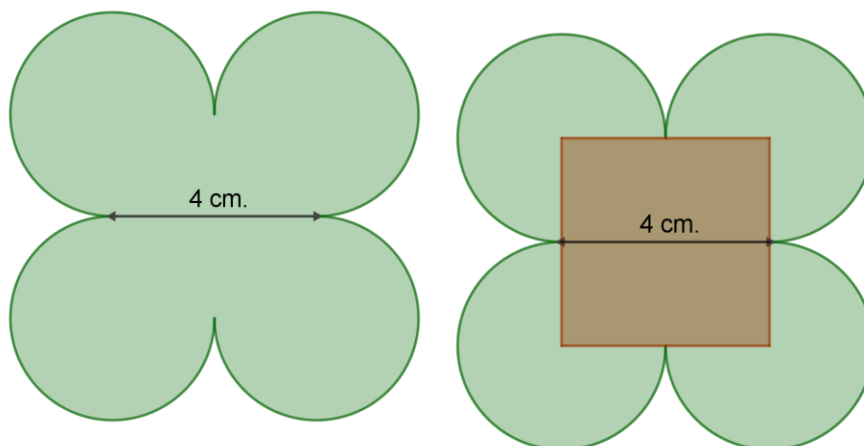


Una persona va al mercado con cierta cantidad de dinero que le daría para comprar, o bien 50 naranjas, o bien 40 manzanas. Reserva un 10% del dinero que llevaba para el taxi de vuelta y compra 20 manzanas. Con el resto del dinero, compra naranjas. ¿Cuántas naranjas pudo comprar?

Si todo el dinero le alcanzaba para comprar 40 manzanas, en las 20 manzanas que compra, se gasta el 50% de su dinero. Además, gasta un 10% en el taxi por lo que le queda un 40%. Si con el 100% podía comprar 50 naranjas, con el 40% comprará el 40% de 50 que son 20 naranjas.

## La superficie del trébol

Calcula la superficie del siguiente trébol de cuatro hojas:



El área se puede calcular como el área de un cuadrado de 4 cm. de lado más las áreas de cuatro figuras que son  $\frac{3}{4}$  partes de un círculo de radio 2 cm.:

$$4^2 + \frac{3}{4}\pi \cdot 2^2 + \frac{3}{4}\pi \cdot 2^2 + \frac{3}{4}\pi \cdot 2^2 + \frac{3}{4}\pi \cdot 2^2 = 16 + 3\pi + 3\pi + 3\pi + 3\pi = 16 + 12\pi \approx 53'699 \text{ cm}^2$$

## El sueldo del carpintero



Una brigada está formada por 6 albañiles y 1 carpintero. Cada albañil gana al mes 2500€ y el carpintero 300€ más que el salario medio de los miembros de la brigada, incluido él mismo. ¿Cuál es el sueldo mensual del carpintero?

Si llamamos  $S$  al sueldo mensual del carpintero, el sueldo medio de la cuadrilla será  $\frac{S + 6 \cdot 2500}{7} = \frac{S + 15000}{7}$  y se nos dice que  $S = 300 + \frac{S + 15000}{7}$  de

manera que  $\frac{7S}{7} = \frac{2100}{7} + \frac{S + 15000}{7} \Rightarrow 7S - S = 2100 + 15000 \Rightarrow 6S = 17100 \Rightarrow$

$\Rightarrow S = \frac{17100}{6}$  y así, el sueldo del carpintero es 2850 € al mes