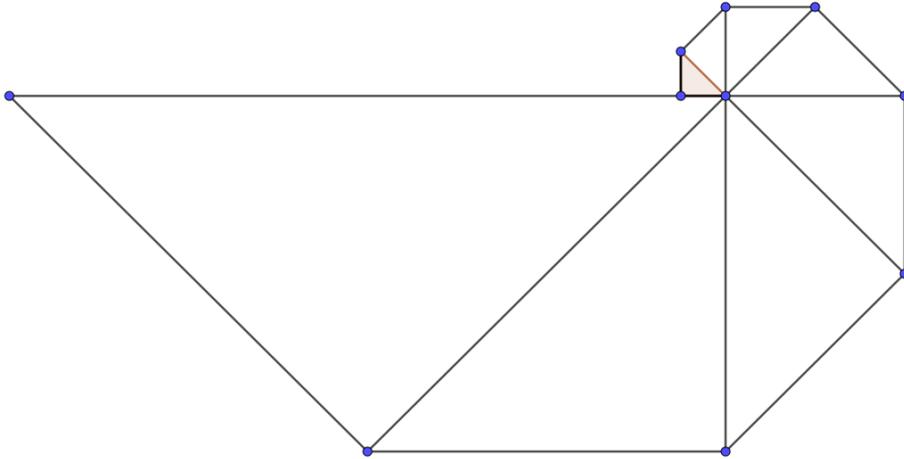




XXIV OLIMPIADA MATEMÁTICA DE CANTABRIA PARA ESTUDIANTES DE 2º de ESO

Triángulos en espiral

Fíjate en la siguiente construcción:



Se ha partido de un triángulo rectángulo (en rojo) de catetos iguales de longitud x . El siguiente paso es construir otro triángulo rectángulo de catetos iguales a la hipotenusa del triángulo anterior. Y así sucesivamente, cada nuevo triángulo es rectángulo con catetos iguales de longitud la hipotenusa anterior.

- Si el primer triángulo tiene catetos de longitud 1, ¿cuál es la longitud de los catetos de los triángulos segundo, tercero, cuarto y séptimo?
- ¿Cuál es el área total de la figura cuando aparecen 8 triángulos rectángulos si $x=1$?
- ¿Si $x=5$, cuántas veces debemos repetir el proceso para que el lado de la hipotenusa del triángulo sea mayor que 2021?

Las canicas de colores

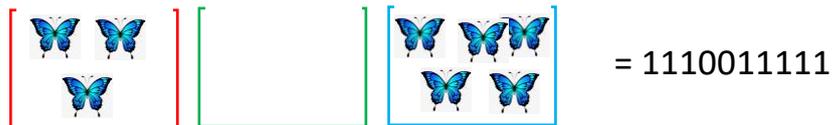
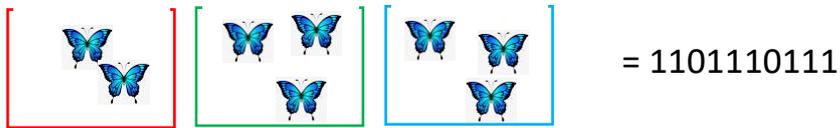
En un recipiente hay canicas de varios colores, rojas, verdes y blancas. Responde a las siguientes preguntas teniendo en cuenta que cada una de las preguntas siguientes es independiente, es decir, los resultados de cada apartado no intervienen en los demás apartados.



- Si hay exactamente las mismas de cada color y es necesario sacar 21 canicas para asegurar que hemos sacado al menos una canica de cada color, ¿Cuántas canicas hay en total? ¿Por qué?
- En esta ocasión, supongamos que hay más del doble de canicas rojas que verdes, el triple de verdes que blancas y blancas hay como mucho tres. ¿Cuántas canicas tengo que sacar para asegurar que tengo dos rojas?

La colección de mariposas

Tenemos tres cajas: una roja, una verde y una azul y 8 mariposas iguales
Fíjate en las siguientes equivalencias entre mariposas y números:



a) ¿Qué número corresponde a la siguiente configuración de mariposas?



b) Teniendo en cuenta cuántos números diferentes se pueden formar, ¿de cuántas maneras se pueden poner 8 mariposas iguales en tres cajas?

Pesando estudiantes

Los pesos de todas las parejas posibles formadas por un determinado número de estudiantes de 2º de ESO son: 90 kg, 92 kg, 93 kg, 94 kg, 95 kg, 96 kg, 97 kg, 98 kg, 100 kg y 101 kg.

- ¿Cuántos estudiantes son?
- ¿Cuánto pesan en total?
- ¿Cuáles son los pesos individuales de cada uno?



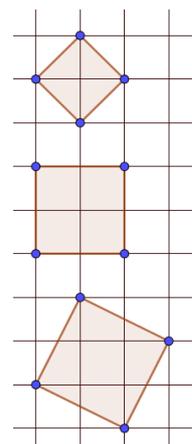
Cuadrados en la cuadrícula

Cada cuadradito de la cuadrícula tiene 1 cm de lado. Fíjate en las distintas formas de construir cuadrados con vértices en puntos de la cuadrícula.

- a) ¿Cuál es el área de cada uno de los tres cuadrados dibujados?

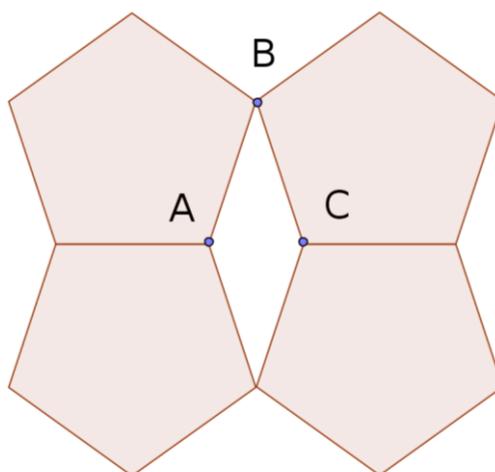
Utilizando solo puntos de la cuadrícula

- b) ¿Podrías dibujar un cuadrado de área 10?
c) ¿Podrías dibujar un cuadrado de área 20?
d) Da un razonamiento de por qué no se pueden construir cuadrados de área 12.



Losetas pentagonales

Calcula el ángulo \widehat{ABC} de la figura, formada por cuatro pentágonos regulares.



Números hemicapicúas

Sea un número cualquiera con un número impar de cifras. Al apartar la cifra del medio queda un número de un número par de cifras. Si en este nuevo número separamos la mitad de las cifras de la derecha y la mitad de las cifras de la izquierda y ambas partes son iguales se dice que el número es hemicapicúa. Si además sólo se repiten las cifras de la primera parte tras la cifra del medio, se llama al número hemicapicúa especial.

Por ejemplo, los números 1234123 y 2320232 son hemicapicúas, porque quedarían separados en 123 4 123 el primero de ellos y en 232 0 232 el segundo. Además, el primero es también especial pues 1,2,3 y 4 son distintas pero el segundo no pues el 2 se repite. El número 4567458 no es hemicapicúa ya que quedaría 456 7 458.

- a) ¿Cuántos números hemicapicúas hay de tres, cinco y siete cifras?
b) ¿Y si los queremos hemicapicúas especiales?
c) Escribir todos los números hemicapicúas especiales de cinco cifras tales que la suma de sus cifras sea 6