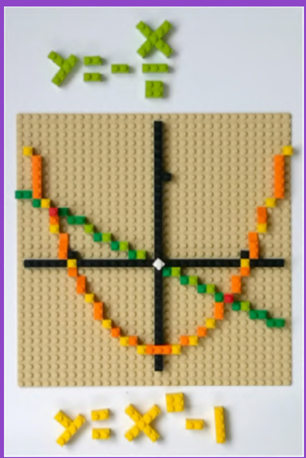
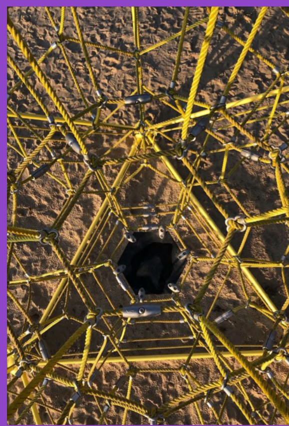
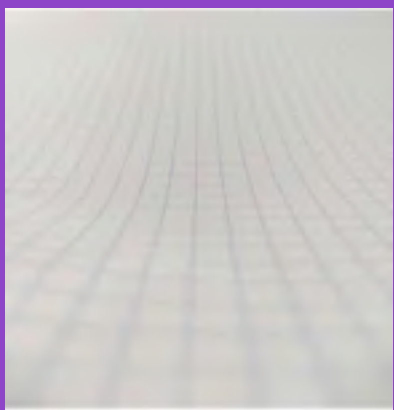
Boletín Informativo de la SMPC

GOBIERNO de CANTABRIA
CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria - Año 2022- Nº 22







Boletín Informativo

de la SMPC

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

Agosto – 2022 **nº 22**

ÍNDICE

EDITORIAL

Edita:

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC)

Autoría y Maquetación:

Ana María López García

IES Peñacastillo
SANTANDER
ana.ma.lopez.garcia@gmail.com

Belén Hallado Arenales

IES Alberto Pico
SANTANDER
belenhallado@gmail.com

Artículos, comunicaciones y correspondencia:

A cualquiera de las dos direcciones anteriores

Tirada: 200 ejemplares

Imprime:
Copi Centro, teléfono 942 31 00 71
Compañía de Comunicación Gráfica
Santander

Depósito Legal: SA-160-1998

ISSN: 1139-0263

Empezamos una nueva edición de nuestro Boletín Informativo de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) con el aviso de que, a partir de ahora, va a tener carácter bienal. Eso sí, mantenemos el espíritu de comunicación y aliento para transmitir conocimientos, actividades, noticias y eventos relacionados con las matemáticas, tanto las realizadas en el último año como las que sucederán en los próximos.

Queremos difundir la cultura matemática entre los profesores de los diferentes niveles educativos y que el Boletín sea un lugar donde se pueda dar a conocer los trabajos más novedosos en los diferentes ámbitos de nuestra labor profesional.

El Boletín se distribuye en papel entre los socios de la SMPC y en Centros de Educación Secundaria de la Comunidad Autónoma de Cantabria; estando disponible también en formato PDF en la página web de la SMPC:

http://www.sociedadmatematicacantabria.es

En dicha página aparece toda la información concerniente a las actividades realizadas por la SMPC, además de la relativa a otras actividades como congresos, encuentros y jornadas a nivel nacional o internacional a realizar próximamente.

Comencemos por indicar las secciones de este Boletín: por un lado, actividades propuestas o puestas en marcha por profesores de la SMPC, colaboradores o de otras entidades en Cantabria: los artículos pedagógicos como *Problemas ambientados. Una propuesta didáctica que puede revolucionar las aulas*; *Actividad cooperativa ABP "La casa de tus sueños"; Cálculo de probabilidades y razonamiento y la paradoja de Monty Hall.*

Por otro lado, están las actividades formativas de los docentes, las *Jornadas para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas (JAEM)* y, para todo el público, *Matemáticas en la calle*.

Contamos con las secciones habituales de *Materiales Destacados*, *Curiosidades* y *Día Escolar de las Matemáticas*, y, además, un artículo sobre el *Museo de las Matemáticas de Huesca* y *Fórmula de Wallis*: *una representación del número pi*.

Finalmente, ofrecemos información detallada de los concursos convocados por la SMPC y las personas premiadas en la última edición: el concurso del Cartel anunciador de la Olimpiada Matemática, la propia Olimpiada Matemática para alumnos de 2º de ESO y los Concursos de Fotografía Matemática, tanto para estudiantes como para profesores, que son actividades que llevan años realizándose y con gran aceptación y participación por parte de todos.

∈∋

CONCURSOS MATEMÁTICOS

Dado que el boletín va a tener carácter bienal, os pedimos que estéis atentos a las distintas webs para próximas convocatorias, tanto nuestras: Cartel Anunciador de la Olimpiada, Olimpiada de 2º ESO, Concurso de Fotografía Matemática para alumnos y para profesores u otros que puedan surgir; así como de otras entidades: Olimpiada Matemática para Bachillerato (Universidad de Cantabria), Concurso de Trabajos Estadísticos del ICANE, Competición Estadística Europea (ESC, a través del INE), Canguro Matemático, Pangea, STEM-Talent-Girl, Wisibilízalas…

∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩

MEDALLAS FIELDS 2022:

Maryna Viazovska (Ucrania), catedrática de la Escuela Politécnica Federal de Lausana (Suiza), resolvió el problema del empaquetamiento de esferas en 8 y en 24 dimensiones.

James Maynard (Inglaterra), de la Universidad de Oxford (Inglaterra), ha demostrado que hay infinitos pares de números primos separados por menos de 246 unidades.

June Huh (Corea - Estados Unidos), de la Universidad de Princeton (EEUU), ha encontrado un puente entre la geometría algebraica y la combinatoria.

Hugo Duminil-Copin (Francia), Universidad de Ginebra (Suiza), ha resuelto problemas de probabilidad en los cambios de fase (física estadística).

+-

Premios de la Real Sociedad Española de Matemáticas y de la Fundación BBVA

Imagen de la ceremonia de entrega de los premios 2020-2021

Medallas que concede la **RSME** a profesionales destacados por sus **relevantes, excepcionales y continuas aportaciones** al campo de las matemáticas.

2020: María Jesús Carro, catedrática de Análisis Matemático de la Universidad Complutense de Madrid (UCM), y Antonio Ros, catedrático de Geometría y Topología de la Universidad de Granada (UGR)

2021: Antonio Córdoba, catedrático emérito de Análisis Matemático de la Universidad Autónoma de Madrid (UAM); Olga Gil, catedrática de Geometría y Topología de la Universidad de Valencia (UV), y **Tomás Recio**, profesor magistral de Matemáticas de la Universidad Nebrija de Madrid y catedrático de Álgebra de la Universidad de Cantabria.

2022: Carlos Andradas, rector de la UIMP y catedrático de Álgebra de la Universidad Complutense de Madrid; Pilar Bayer, catedrática jubilada y profesora emérita del Departamento de Álgebra y Geometría de la Universitat de Barcelona, y Luis Narváez, catedrático de Matemáticas por la Universidad de Sevilla.

∇∆

Tomás Recio, Medalla de la Real Sociedad Española de Matemáticas 2021

Tomás Recio Muñiz ha sido reconocido con la Medalla de la RSME 2021.

Catedrático de Álgebra desde 1981 en Granada y, de 1982 a 2020, en Cantabria, actualmente es profesor magistral de la Universidad Antonio de Nebrija.

Placa de Honor de la Asociación Española de Científicos (2004), Encomienda de la Orden de Alfonso X El Sabio (2008), Medalla de Plata de la Universidad de Cantabria (2020), ha desempeñado diferentes cargos de gestión y ha impartido docencia en cursos de Álgebra, Geometría y Educación Matemática, en grado, máster y doctorado.

Especialmente destacable es su papel en aspectos computacionales y algorítmicos del Álgebra y la Geometría, iniciando la serie de *Encuentros de Álgebra Computacional y Aplicaciones (EACA)*, germen de la red temática del mismo nombre. Ha publicado más de 170 artículos y cuatrocientas cincuenta comunicaciones científicas. Ha formado parte de comités editoriales de revistas internacionales en este campo. Ha dirigido 16 tesis doctorales, que han dado lugar a 55 descendientes científicos.

Destaca también su trabajo en la Comisión de Educación de la RSME y la creación de Escuela de Educación Matemática "Miguel de Guzmán".

<=>⬄<=>⬄<=>⬄<=>⬄<=>⬄<=>⬄<=>⬄<=

Ujué Etayo, Premio José Luis Rubio de Francia 2021

La Real Sociedad Matemática Española ha concedido a Ujué Etayo Rodríguez, profesora de la Universidad de Cantabria, el Premio José Luis Rubio de Francia, la más alta distinción que se otorga a investigadores en matemáticas menores de 32 años, españoles o que hayan realizado su trabajo en España, y a quien la Fundación BBVA concede una ayuda de 35 000 euros para un proyecto de investigación de tres años. En su edición de 2021, el jurado ha elegido por unanimidad esta candidatura como reconocimiento a sus relevantes contribuciones a problemas en las teorías matemáticas de la aproximación, el potencial y la complejidad.

Ujué ya había recibido en 2020 el Premio Vicent Caselles, otorgado por la RSME y la Fundación BBVA, que reconocen cada año la excelencia del trabajo de seis jóvenes investigadores menores de 30 años.

∞ ≈ ∞ ≈ ∞ ≈ ∞ ≈ ∞ ≈ ∞ ≈ ∞ ≈ ∞ ≈ ∞ ≈ ∞

∂∇∂∇∂∇∂∇∂∂∇

Seguimos optando por el uso genérico del masculino, pero esta decisión no debe interpretarse como discriminación alguna.

Se entiende que todos somos capaces de reconocer y valorar la presencia y el trabajo femeninos aun sin la tediosa carga de usar expresiones específicas.

≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡

Desde este Editorial queremos dar las GRACIAS a todas las personas que han colaborado en el presente Boletín, así como animar a socios, compañeros y colegas a que sigan contribuyendo con sus artículos, opiniones y sugerencias en próximos números.

Esperamos que os resulte interesante y que no hayamos cometido muchos errores (¡perdón por ellos!).

ACTIVIDAD COOPERATIVA ABP: "LA CASA DE TUS SUEÑOS"

Inmaculada González González

Uno de los grandes retos hoy en día al que nos enfrentamos los docentes es captar la atención de nuestros alumnos. Afortunadamente, la neurociencia está avanzado mucho en el campo de la educación y nos muestra unas directrices a seguir para trabajar con éxito en las aulas.

Una de las más importantes es despertar su curiosidad, para ello, no nos queda más remedio que "inventar" actividades motivadoras e innovadoras que favorezcan el aprendizaje de los alumnos.

Esto es lo que presento a continuación, un proyecto, en principio, sobre un tema desconocido para ellos, la ingeniería y dentro de ésta, el urbanismo.

Descripción de la actividad

Esta actividad consiste en realizar un PBL (Problema Based Learning) o ABP (Aprendizaje Basado en la resolución de Problemas). Es una estrategia de enseñanza-aprendizaje que se caracteriza porque el alumno trabaja de manera cooperativa con otros alumnos en la resolución de un problema, lo que les va a aportar unos conocimientos y desarrollar unas competencias, como es la de aprender a aprender.

Se ha pensado para el curso 3º de ESO y se desarrollará a lo largo del todo el curso, para trabajar casi todas las unidades didácticas y además de manera transversal, en cooperación con otras materias. Se enmarca dentro de la competencia STEM, que en el currículo español vigente se ha acercado a esta orientación formativa al aunar tres disciplinas en una de las competencias clave, la denominada C2 "Competencia matemática y competencias básicas en ciencias y tecnología", pretendiendo buscar un modelo educativo interdisciplinar.

Metodología

La metodología es activa, lo que facilita el desarrollar habilidades para las relaciones interpersonales. Se estimulará el desarrollo del sentido de cooperación como miembro del equipo para alcanzar una meta común (resolución del problema).

La idea es situar a los alumnos en un escenario real y a través de los diferentes contenidos que vayan apareciendo en las distintas unidades didácticas deberán ser capaces de resolver una serie de problemas que les van a ir surgiendo.

Se ha titulado *"La casa de tus sueños"* y se trata de realizar un recorrido real del proceso desde que un propietario adquiere una parcela de terreno, hasta que construye su vivienda en ella.

Se trabajará en grupos pequeños y heterogéneos. Se insistirá en la motivación personal, pero buscando el éxito de todos los miembros del grupo, haciendo partícipe al alumno de que el beneficio personal beneficia a todos los demás. Se celebrará siempre el éxito compartido.

Los alumnos trabajan juntos durante varias sesiones para lograr objetivos de aprendizaje compartido y completan juntos la tarea propuesta en el ABP.

Durante toda la actividad se hace referencia, se estudia y sirve de inspiración para los problemas el libro *"Santander, mirar y ver…matemáticas, arquitectura e historia".*

Como final de esta actividad y para aunar todo el conocimiento adquirido se propone realizar una actividad extraescolar, "Salida a Santander", que consiste en seguir el recorrido del libro *"Santander, mirar y ver…"* que se ha estudiado durante todo el curso a través de esta actividad cooperativa.

Asimismo, se les va ampliando información sobre las diferentes temáticas a los alumnos mediante las cuestiones del libro *"100 cuestiones matemáticas. Descubre su cara más amable".*

A continuación, se muestra una tabla resumen donde se muestran las unidades que se trabajan, la relación con otras áreas, los objetivos y competencias clave.

ACTIVIDAD ABP Y EXTRAESCOLAR SALIDA A SANTANDER	
Unidades didácticas	
1. Números racionales	Se trabaja con repartos de parcelas y se representan sus proporciones respecto al total.
2. Números reales	Se trabaja con decimales, raíces, la proporción áurea…
3. Sucesiones y progresiones	Se trabaja con relaciones entre áreas, sumas infinitas, proporciones, semejanzas, interés simple y compuesto.
5. Ecuaciones	Se trabaja con rectas aplicadas a perfiles longitudinales y rasantes, con pendientes, cotas, se resuelven problemas planteando ecuaciones de primer grado.
6. Sistemas de ecuaciones	Se trabaja con intersección de rectas aplicadas a perfiles longitudinales, diferentes formas de expresar una recta, pendientes, se plantean problemas que se resuelven con ecuaciones de segundo grado.
7. Geometría plana	Se trabajan con figuras poligonales triángulo, rectángulo, trapecio, círculo… hallando sus áreas, aplicado a perfiles transversales y a canalizaciones.
8. Movimientos en el plano	Se trabajan movimientos de figuras planas: traslación, giro… aplicado a casos reales, también se estudian los mosaicos.
9. Cuerpos geométricos	Se trabajan áreas y volúmenes de prismas de diferentes bases, cilindros… aplicado a casos reales.
10. Funciones	Se trabaja con gráficas reales y se realiza su estudio: dominio, recorrido, crecimiento, máximos y mínimos, puntos de corte… se trabaja con ecuación de la recta a partir de dos puntos, su pendiente y se estudia la parábola.
12. Probabilidad	Se trabaja la Ley de Laplace, sucesos compuestos, árboles, tablas de contingencia.
Relación con otras áreas	
Ciencias sociales, geografía e historia	Porque se estudia la historia de Santander y su urbanismo y arquitectura.
Educación ético-cívica	Porque se conocen otras culturas y su moralidad.
Religión	Porque numerosos matemáticos también eran frailes, sacerdotes, teólogos. También se estudia la arquitectura de diferentes iglesias que plasman la religión católica.
Biología y geología	Porque en la salida en barco por la Bahía de Santander, una de las más bellas del mundo, se estudiará el paisaje, las dunas, la geología, la fauna y la flora. En el proyecto se habla de estudios geológicos, de pluviometría… pudiéndose realizar actividades complementarias.
Física y química	En el proyecto se habla de diferentes materiales como la zahorra, hormigón… se pueden realizar diferentes actividades relacionadas con la densidad de los materiales, las reacciones químicas del fraguado del hormigón, ensayos a compresión de probetas de hormigón o a tracción del acero, analizando los diagramas deformación-tensión…
Educación plástica y visual	Se trabaja la geometría en diferentes formas de expresión artística, tanto en edificaciones como en pinturas. Se utilizará el dibujo técnico para hacer los “planos” de las parcelas y viviendas.
Informática	Porque se buscará información en internet.
Tecnología	Porque se realizará una maqueta de la casa con materiales reciclados y con energías renovables.

Objetivos	
a	Por ser una excursión en grupo
b	Por entregar un trabajo
c	Por la convivencia cordial entre ambos sexos
d	Por la necesidad de socialización durante la excursión
e	Por necesitar recopilar información para la realización del trabajo
f	Por aunar e interrelacionar varias áreas de conocimiento
g	Por requerir autonomía personal y capacidad para aprender solo
h	Por expresarse verbalmente y redactar el trabajo escrito
j	Por conocer el patrimonio artístico y cultural de la región
k	Por conocer hábitos sociales de otras culturas
l	Por comprender representaciones artísticas pasadas
Competencias clave	
1	Porque el arte es una forma de comunicación escrita
2	Por estar relacionado con las unidades didácticas del aula
3	Por utilizar el ordenador para buscar información
4	Por resolver situaciones de forma autónoma
5	Por implicar relacionarse con el resto de los asistentes
6	Por adquirir conocimiento de forma autodidacta
7	Por conocer información artística y cultural

NOTA: las letras y números de la izquierda hacen referencia a los Objetivos y Competencias clave que constan en el *Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria*.

Evaluación

Se propone, por ejemplo, que el trabajo se recoja antes de cada evaluación. Aunque sea un trabajo cooperativo, cada alumno tendrá que entregar las diferentes actividades de las unidades didácticas. Será corregido por el profesor que valorará la correcta resolución, así como la presentación. Contará un determinado porcentaje dentro de la nota global.

A continuación, se muestran varias de las actividades incluidas en el ABP:

ACTIVIDAD UNIDAD DIDÁCTICA 1: “NÚMEROS RACIONALES”

Somos una cooperativa (una asociación de personas que se unen para un fin común) y vamos a construir la urbanización y la casa de nuestros sueños.

Partiremos de un terreno formado por un conjunto de parcelas originales propiedad de diferentes dueños, llamado Unidad de Actuación, y llegaremos a dividirlo y repartirlo tanto en parcelas más adecuadas para poder construir en ellas, como en el vial necesario para su acceso, así como zonas verdes y de juegos (se denomina Ordenación), cumpliendo unos criterios que nos indica un documento que tiene cada municipio llamado Plan General de Ordenación Urbana.

En las figuras adjuntas se muestra la delimitación de una Unidad de Actuación en la que existen cuatro propietarios denominados P1 a P4 (Figura-1: Parcelario original) y la ordenación resultante del Plan General para dicha Unidad (Figura-2: Ordenación) que contempla la ejecución de tres calles de 10 m de anchura (RV) y de una zona verde (ZV), resultando cuatro manzanas edificables para uso residencial, que serán las denominadas R1, R2, R3 y R4.

Se pide:

1) Formar un cuadro de cada parcela original de la Unidad de Actuación indicando la superficie de cada una.

2) Determinar qué proporción de superficie le corresponde a cada propietario respecto del total, expresándolo en forma de fracción.

3) Formar un cuadro de cada parcela resultante en la Ordenación, detallando en el cuadro la superficie que ocupan los viales y la zona verde.

4) Determinar qué proporción de superficie le corresponde a cada parcela resultante R1, R2, R3 y R4 respecto del total, expresándolo en forma de fracción.

5) Al haber cuatro propietarios originales y cuatro parcelas resultantes, suponiendo se le adjudica una parcela a cada uno, ¿cómo harías esa adjudicación o reparto de parcelas?

6) Si ahora partiésemos de una parcela con el doble de sus dimensiones, es decir, de dimensiones totales 220 x 160 metros, ¿cómo variaría las proporciones anteriormente calculadas?

7) Suponemos ahora que el propietario de la parcela P2, se quiere quedar con ella y no entrar en la cooperativa porque es agricultor y en vez de construir prefiere cultivar el campo con diferentes vegetales. Para ello quiere dividir su parcela en cuadrados de iguales dimensiones y plantar en cada uno un vegetal distinto. ¿Puedes ayudarle? Expresa las diferentes soluciones en forma de potencia y selecciona la solución que creas más adecuada.

Figura 1: *Parcelario original*

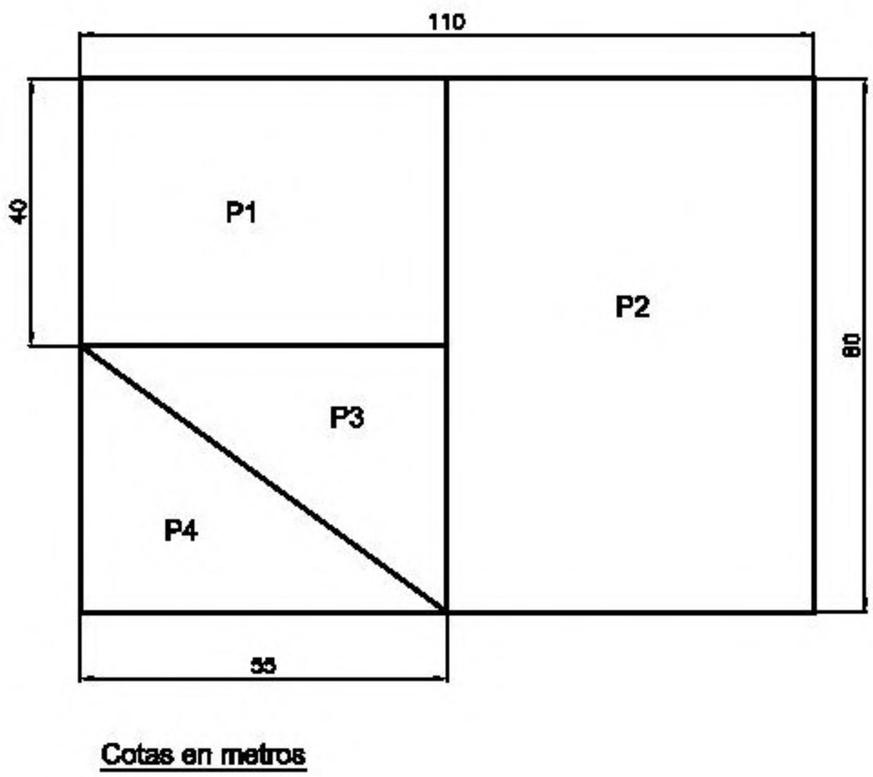
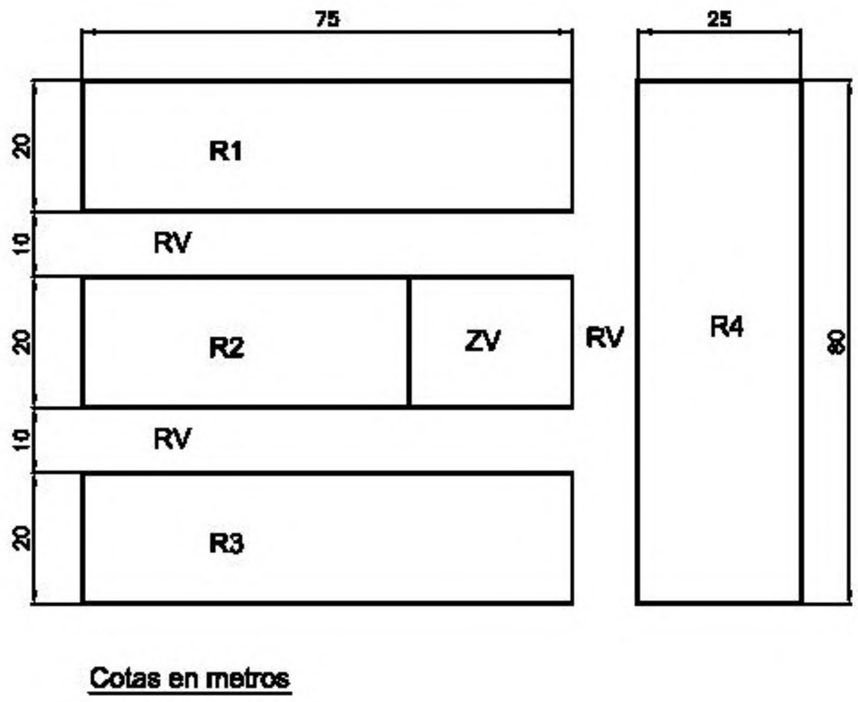
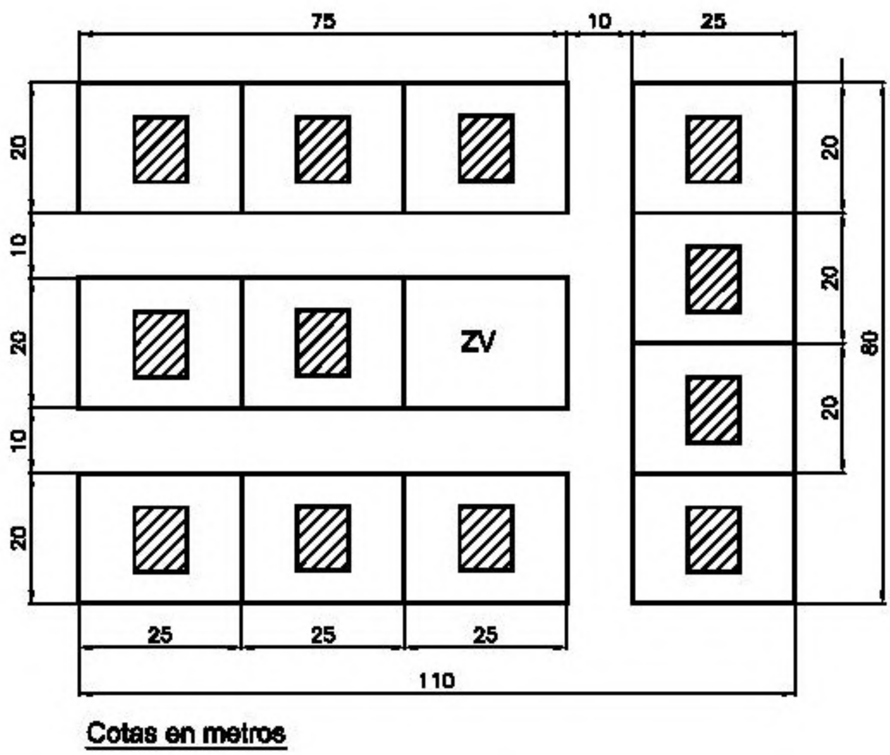


Figura 2: *Ordenación*



ACTIVIDAD UNIDADES DIDÁCTICAS 5 y 6: "ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES"

Figura 1



En la figura 1 se muestra una ordenación de la urbanización, donde está dibujada la planta de las edificaciones que tienen forma rectangular.

Se pide:

1) Hallar las medidas de los lados de ese rectángulo sabiendo que su perímetro mide 36 metros y el área es de 80 metros cuadrados. Una vez que tengas las medidas, acota las distancias a frente y a los linderos sabiendo que la edificación está equidistante a ambos.

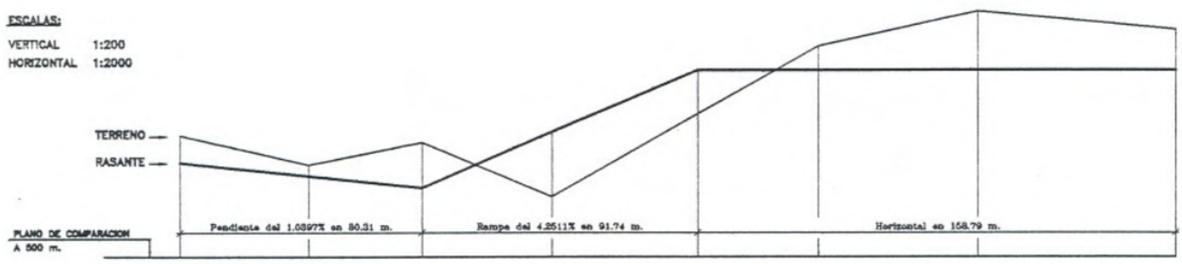
   Nota: se puede comprobar que las medidas y la posición de la edificación cumplen con las condiciones de rectángulo semejante recíproco, tal y como se pedía en la actividad anterior.

2) Uno de los propietarios dice: “si al número de mi casa le sumo el doble, el triple, el cuádruple y el quíntuple de este número obtengo el cuadrado de dicho número”, ¿cuál es el número de su casa?, ¿es posible lo que dice?

3) A uno de los propietarios, que le ha tocado una parcela que se puede dividir en tres (tal y como se muestra en la figura de ordenación) donde se pueden construir tres casas, una en cada parcela, se las quiere regalar a sus hijos. Como no se ponen de acuerdo de cuál elegir, en qué posición, al padre se le ocurre una idea para hacer el reparto y dice: “voy a repartir 40 caramelos entre vosotros tres. A ti Juan que eres el mediano te daré cuatro caramelos más que a Luis, que es el mayor. Y a ti Laura, que eres la pequeña te daré igual que a tus dos hermanos juntos. Haré el reparto de parcelas de la siguiente manera, se repartirán de mayor a menor número de caramelos que os toquen y de Este a Oeste las parcelas”.

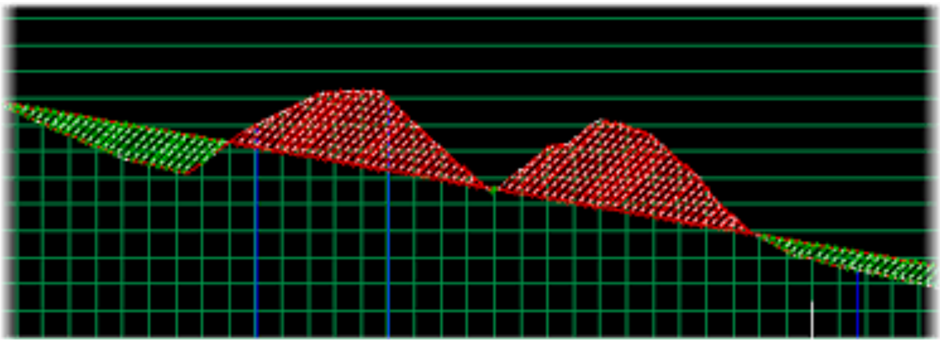
   ¿Puedes hacer el reparto correctamente y asignar la parcela a cada hermano?

Figura 2



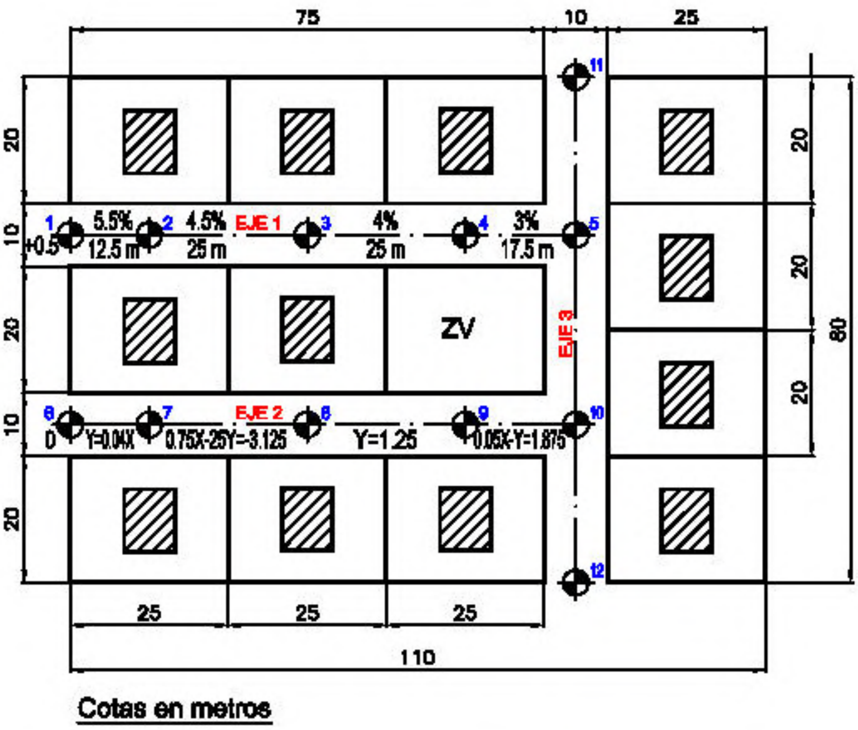
La **rasante** es una línea que define la inclinación o pendiente de una calle, camino, terreno u obra en general, respecto al plano horizontal. En la figura 2 se pueden observar dos líneas, son dos **perfiles longitudinales** (que es cortar el terreno por un plano e ir poniendo distancias en horizontal y cotas o alturas en vertical), que representan por un lado el terreno natural, es decir, cómo está el terreno en la realidad y la rasante, que es como queremos que sea la carretera o vial definitivo, para acceder a las diferentes parcelas. Como se puede ver son segmentos rectos que se definen en el plano con la longitud y la pendiente del tramo, así como con la escala vertical y horizontal utilizada.

Figura 3



Cuando se define un proyecto se estudia la rasante para que haya el menor movimiento de tierras y por lo tanto el menor coste. Minimizar el movimiento de tierras significa que lo mejor es adaptarse a la topografía del terreno, y así tener el menor volumen de desmonte y terraplén. En la figura 3 se observa en rojo el **desmonte** (o volumen de tierra que queda por encima de la rasante de proyecto y, por tanto, hay que excavar) y en verde el **terraplén** (o volumen de tierra que queda por debajo de la rasante y, por tanto, hay que rellenar).

Figura 4: *Ejes y rasantes*



En la figura 4 tenemos definidos los ejes y las rasantes de nuestro proyecto de diferentes maneras; para el Eje-1, se ha definido la rasante de arranque, y las distancias en planta entre una rasante y otra y la pendiente correspondiente a ese tramo.

Para el Eje-2, se definen los tramos mediante sus ecuaciones.

El Eje-3, se deducirá a partir de los otros dos ejes y de alguna condición más que ya veremos.

Se pide:

1) Hacer una tabla de valores, del Eje-1, en la que aparezca la distancia en planta y el valor de la rasante correspondiente, de esta manera:

Punto	1	2	3	4	5
Distancia (m)					
Rasante (m)					

2) Representa los valores obtenidos en la tabla en un sistema de ejes cartesianos y representa de este modo el perfil longitudinal de este Eje-1 definiendo cada tramo con la ecuación de la recta, la puedes hallar de la manera que prefieras (como recta que pasa por dos puntos o con la pendiente y un punto de la recta).

3) Si partimos de una determinada pendiente para el primer tramo, y el segundo tramo tiene el doble de pendiente, el tercer tramo tiene el triple y el cuarto tramo tiene el cuádruple de pendiente que el primero, saliendo del mismo punto a la misma cota y llegando al mismo punto final y a la misma cota, ¿qué pendiente tendrá cada tramo?

4) Ahora nos centramos en el Eje-2. Haz una tabla de valores, en la que aparezca la distancia en planta y el valor de la rasante correspondiente, de esta manera:

Punto	6	7	8	9	10
Distancia (m)					
Rasante (m)					

y dibuja así mismo el perfil longitudinal del Eje-2.

5) ¿Podría la recta 0,03x – y = –0,125 definir el segundo tramo (el que va del punto 7 al 8)? Razona tu respuesta.

¿Ves algo en común en la forma de cómo están expresadas todas las rectas?

6) Vamos con el Eje-3. ¿Tienes algún tramo del eje ya definido? ¿Cuál? ¿Qué pendiente tiene?

Para definir los externos que nos quedan del Eje-3, es decir, los puntos 11 y 12, hay que cumplir lo siguiente:

"La diferencia entre los valores de las pendientes de los tramos es 2. Si al doble del valor menor le resto el mayor se obtiene 3. ¿Cuál es el valor de las pendientes?" Una vez que halles las pendientes puedes calcular el valor de las rasantes en los extremos del eje.

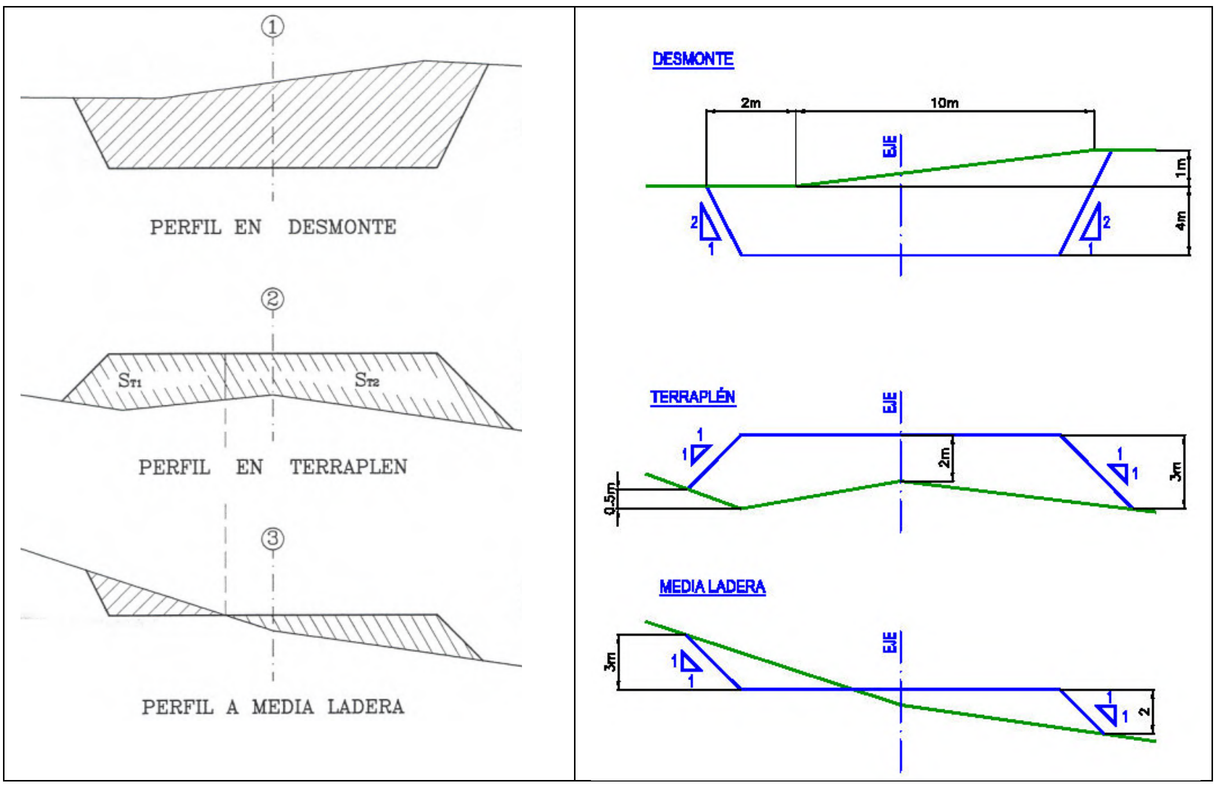
ACTIVIDAD UNIDAD DIDÁCTICA 7: "GEOMETRÍA PLANA"

Los **perfiles transversales** son la representación gráfica de las secciones que resultan en una obra lineal al cortar por planos verticales perpendiculares al eje de dicha obra y que define el trazado en alzado. En ellos aparecen representados la rasante, el terreno, los **taludes** (representan la inclinación del terreno, son los triángulos que se ponen a los lados del perfil, por ejemplo, 2:1, 2 unidades en horizontal y una unidad en vertical), los desmontes y los terraplenes.

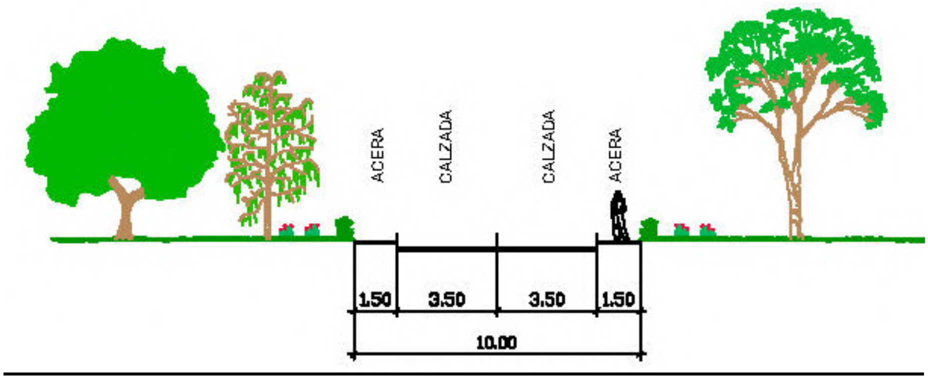
Lo vemos en la figura 1, y los diferentes casos que nos pueden aparecer.

Cubicar o hallar los volúmenes de tierra que se mueven para conseguir la rasante de proyecto, son el resultado de multiplicar la longitud del tramo por el área que resulta de la intersección de la rasante con los taludes correspondientes y con el terreno original. Esta área se puede hallar por descomposición de figuras sencillas como los triángulos, rectángulos o trapecios y aplicando tanto el teorema de Pitágoras, como Thales o semejanza.

Figura 1



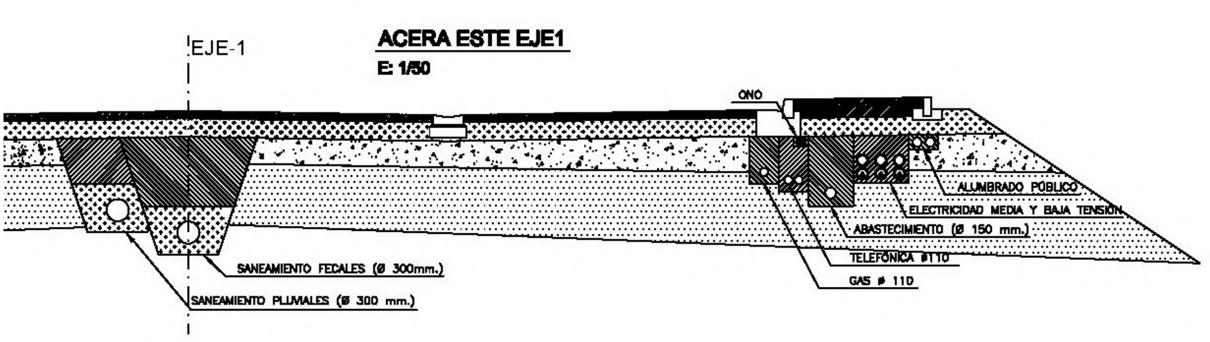
Estos perfiles corresponden con la sección de vial que tendrá nuestra urbanización, se muestran con detalle las medidas en la siguiente figura.



Se pide:

1) Si hacemos coincidir la numeración de las figuras anteriores de perfiles transversales (hemos elegido una sección cualquiera, en un proyecto se realizan muchos cortes transversales para que sea más exacta la medición de los volúmenes) con la numeración de los viales de nuestro proyecto, se pide hallar el volumen de desmonte y de terraplén resultante de cada vial.

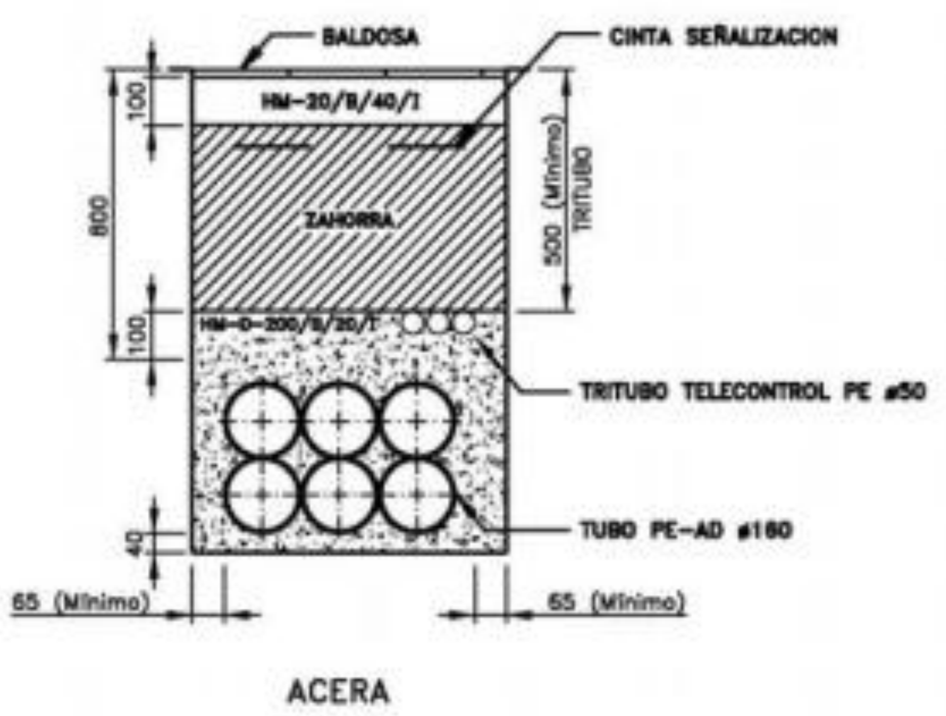
2) Ahora toca llevar los diferentes servicios a las viviendas, que son agua, electricidad, gas, telecomunicaciones y además la red de alumbrado público para las farolas, como se puede ver en la figura. Todas estas canalizaciones van enterradas bajo la acera, hay que tener mucho cuidado en colocarlas porque cada una tiene su zanja especificada por el servicio correspondiente y se ejecuta de una determinada manera, esto se llama coordinación de servicios. Además, hay que dotar de red de saneamiento que siempre discurre bajo calzada y suele ser una red separativa, esto es, que por un lado se recogen las aguas pluviales y por otro las fecales.



Vamos a centrarnos en la zanja de electricidad, como se observa en la figura se necesitarán seis tubos de diámetro 160 mm, los cuales están en un dado de hormigón en masa, encima hay una capa de zahorra (que es un material granular), después otra capa de hormigón y por último la baldosa de la acera), todas las medidas están indicadas.

Debes hallar la cantidad de cada material teniendo en cuenta que esta canalización debe discurrir bajo una de las aceras de los tres ejes de la urbanización.

Asimismo, deberás hallar los metros cuadrados de baldosa necesaria para las aceras de toda la urbanización.



NOTA: *En la página web de la SMPC podrá consultarse el trabajo completo de Inmaculada González González, del que este artículo es un primer contacto.*

PROBLEMAS AMBIENTADOS. UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA QUE PUEDE REVOLUCIONAR LAS AULAS

Juan Lebrija Vega

1. Introducción

En la asignatura de Matemáticas existen dos instrumentos de evaluación que predominan sobre los demás: ejercicios y problemas. No existe una única definición para el concepto de problema que sea aceptada por todos los investigadores. Veamos aquí la de algunos autores:

> "*Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata"* (Polya, 1961, p. 1).

> "*Planteamiento de una situación de respuesta desconocida que no es inmediata, que el alumno tiene que resolver mediante métodos matemáticos y que, además, el alumno debe tener la voluntad de hacerlo*" (Conejo y Ortega, 2013, p. 134).

Después de haber leído numerosas definiciones (que no incluiré en este artículo), para mí, un problema podría definirse como una situación que nos saca de nuestro estado de confort, provocando una sensación de incertidumbre en su primera lectura. Requiere una primera fase de comprensión y una posterior fase de planificación. Hasta que el enunciado no es comprendido, no es posible saber las herramientas matemáticas que van a ser utilizadas para su resolución. E incluso, durante el proceso de resolución, pueden aparecer obstáculos que impiden alcanzar la solución del problema, por lo que puede que sea necesario optar por otro camino que no estaba previsto tomar inicialmente.

Por otro lado, los ejercicios pueden entenderse como tareas mecánicas que se resuelven sin necesitar un proceso de razonamiento. Se conoce de antemano el camino y las herramientas a usar, y sólo hay que aplicarlas para llegar a la solución.

Ahora bien, ¿qué tipo de cuestión suelen preferir los alumnos? Los ejercicios. ¿Por qué? Porque los problemas exigen un profundo razonamiento que no es necesario para resolver ejercicios, y a los estudiantes no les gusta que les hagan pensar. Muchos estudiantes incluso "temen" que les pongan problemas en los exámenes y están predispuestos a ser incapaces de resolverlos. En el Trabajo de Fin de Máster en Formación del Profesorado de Secundaria en la Universidad de Cantabria (véase **https://repositorio.unican.es/xmlui/handle/10902/19987**) que realicé en 2020, supervisado por mi director Daniel Sadornil, realicé un análisis del tipo de preguntas que aparecían en las pruebas de la EBAU desde 2010 hasta 2019, en concreto, del bloque de álgebra, en la Comunidad Autónoma de Cantabria. Como dato a destacar, en la rama de Ciencias, de 40 preguntas sólo aparecieron 5 problemas. Es decir, los problemas son la mejor herramienta para desarrollar la competencia matemática ¿y estamos evitando incluirlas en este tipo de pruebas por miedo a que los alumnos fallen? Nos estamos amoldando a sus intereses, y eso no puede ser. Tenemos que darle una vuelta de tuerca. Tenemos que hacer que los alumnos pierdan la predisposición a fallar y se sientan confiados y motivados cuando se enfrentan a un problema. ¿Cómo conseguir esto? Muy fácil. Dándole una ambientación a los problemas que encaje con los gustos de la clase. A continuación, en la siguiente sección, se muestra un ejemplo de este tipo de problema.

2. Problemas ambientados.

El mayor problema de impartir la asignatura de Matemáticas es que muchos alumnos la conciben como difícil y aburrida. La consideran difícil porque no llegan a entenderla, lo que conlleva que no sepan hacer los problemas y les acabe aburriendo. Pero este hecho es fácil de cambiar. Por ejemplo, puede ser que, a mí, alumno, no me guste la literatura y, por tanto, si un profesor asume que voy a realizar la lectura voluntaria de unos cuantos poemas de Machado, probablemente se equivoque. Sin embargo, sí me gusta el judo y, si me hablan de un poema que verse sobre el judo, sí que lo leería…

Este tipo de problemas no son como los problemas estándar que aparecen en los libros de texto. Como su propio nombre indica, están ambientados en contextos que resultan atractivos para el alumnado, ya sean series de Netflix, películas, videojuegos, personajes famosos, etc. Los problemas van acompañados de dibujos (realizados por mi compañera Miriam Fernández) que sirven como recurso visual para despertar la atención del lector y, una vez conseguido, "engancharle" con la ambientación del enunciado. Considero que el interés y la motivación son los principales motores del aprendizaje y se entiende que esta metodología podría servir para lograrlo, aunque es también evidente que para conseguir un aprendizaje más eficiente es necesaria la concurrencia de diversas metodologías, no únicamente la que aquí se presenta. A continuación, se muestra un ejemplo de problema ambientado en el juego de la saga *Assassin´s Creed* (véase **https://es.wikipedia.org/wiki/Assassin%27s_Creed**).

Assassins Creed: El enigma de Ezio

Ezio está siendo vigilado por los templarios y necesita reunirse con su amigo Leonardo Da Vinci. Para decirle dónde se ubica, le envía un mensaje con un enigma que sólo mentes brillantes como Leonardo podrían resolver.

Resolviendo el enigma conocerás el nombre de la calle. C-13, A-8, C-21; N-5, I-1, F-1, O-3, I-34, B-2. Una vez sabida la calle, el número coincide con el término 11.

Además del contenido matemático, este problema requiere un poco de ingenio. Incita a pensar de otra forma. Sería idóneo para trabajar en la unidad didáctica de sucesiones en 3º ESO.

3. Experiencia en el aula.

Para comprobar si esta metodología funcionaba o no, durante mi estancia en el IES La Marina (Bezana), realicé una experiencia en el aula para dos niveles de los que yo era profesor: para 1ºESO y para 4ºESO de Matemáticas Académicas.

3.1. Experiencia para 1º ESO

La experiencia fue muy sencilla. A los alumnos se les entregó una hoja en la que aparecían dos problemas de dificultad similar, en los que únicamente había que realizar operaciones aritméticas básicas, pero que se diferenciaban en el enunciado. El primero, un problema estándar que puede aparecer en cualquier libro de texto y, el segundo, uno ambientado en la serie de La que se Avecina (véase **https://es.wikipedia.org/wiki/La_que_se_avecina**), de la que yo era consciente de que gustaba mucho a mis alumnos. Posteriormente, se les realizó un breve cuestionario. He aquí la ficha de la experiencia:

PROBLEMA 1

Pedro y Marisa van a hacer una barbacoa por la tarde con sus amigos y van a la carnicería a comprar carne. Compran 4 morcillas, 6 bandejas de hamburguesas, 2 bandejas de pollo y 3 kg de ternera. Si cada morcilla vale 3 €, la bandeja de hamburguesas 4 €, la bandeja de pollo 2,50 € y el kilo de ternera vale 13 €. ¿Cuánto dinero gastan en comida? Si pagan con un billete de 50 € y dos de 20 €. ¿Cuánto dinero les devuelven?

PROBLEMA 2: EL PEDIDO DEL RANCIO

Antonio Recio Mayorista no limpia pescado, tiene que preparar un pedido a su vecino Fermín Trujillo. Fermín quiere comprar 3 kg de langostinos, 5 kg de nécoras y 8 kg de centollo. Si el precio de los langostinos es de 10 euros/kg, el de las nécoras 40 euros/ kg y el de centollo 50 euros/kg.

a) ¿Cuánto tiene que pagar Fermín?

b) Fermín tan solo tiene 544 euros, pero al ser un pícaro de playa, lo que le falta se lo va a robar a su amigo Enrique, concejal de Juventud y Tiempo Libre. ¿Cuánto dinero le tiene que robar?

CUESTIONARIO

1. ¿Te ha gustado el primer problema?

a) Sí, me ha parecido diferente.

b) Sin más, un problema como otro cualquiera.

2. ¿Te ha gustado el segundo problema?

a) Sí, me ha parecido diferente.

b) Sin más, un problema como otro cualquiera.

3. Al ver la hoja con los dos problemas ¿cuál has hecho primero?

a) El 1.

b) El 2, porque me parecía más atractivo.

4. ¿Preferirías que en el aula se trabajaran problemas del tipo 2 o se siguieran trabajando los del tipo 1?

a) Seguir con el tipo 1.

b) Introducir los del tipo 2.

5. ¿Crees que te gustarían más las Matemáticas si se trabajaran este tipo de problemas?

a) Sí, me parecerían más entretenidas.

b) No, seguirían siendo igual de aburridas.

3.2. Experiencia para 4º ESO.

La experiencia fue similar a la anterior, salvo por pequeñas modificaciones. Como no conocía tanto los gustos de mis alumnos, en lugar de dos problemas, tuvieron que realizar tres. El primero fue un problema de libro de texto; el segundo estaba ambientado en la serie "The Big Bang Theory" (véase **https://es.wikipedia.org/wiki/The_Big_Bang_Theory**); el tercero estaba ambientado en la serie "Cómo conocí a vuestra madre" (ver en **https://es.wikipedia.org/wiki/How_I_Met_Your_Mother**). No estaba seguro de que la serie de este último problema fuera conocida por ellos (de hecho, como descubrí posteriormente, sólo la conocían tres), por lo que introduje en el enunciado elementos de la red social "Instagram", de la que estaba 100% seguro de que sí. La unidad trabajada en los problemas fue la de Combinatoria. Además, las preguntas del cuestionario fueron ligeramente distintas a las de la experiencia con 1º ESO. Se presenta a continuación la ficha correspondiente a la experiencia:

PROBLEMA 1: libro de texto SM

En un juego se utilizan dos monedas iguales, pero una de ellas está trucada y sale cara un 75% de las veces. Se escoge una moneda al azar y se lanza. ¿Cuál es la probabilidad de sacar cara?

PROBLEMA 2: The Big Bang Theory

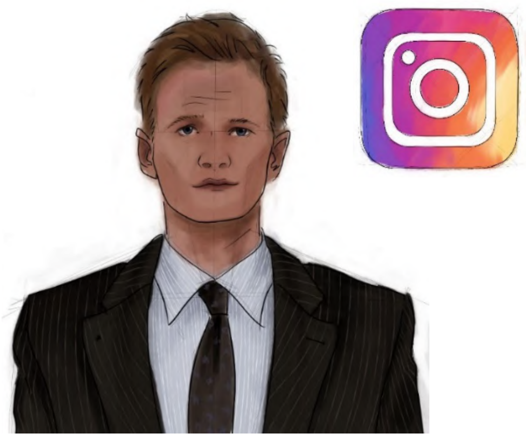
Sheldon y su TOC con el orden

Sheldon quiere ayudar a Stuart a ordenar los comics de su tienda. En un estante hay 15 comics: 8 son de Spiderman, 5 del Capitán

América y 2 de Linterna Verde. Todos los comics son distintos, pero los que son del mismo superhéroe tienen que ir juntos en un bloque. Stuart le pide a Sheldon que los ordene de todas las formas posibles y que, después, elija la forma en que mejor queden. A lo que Sheldon le responde: "Stuart, creo que tienes un parásito cerebral que no te deja pensar con claridad." ¿Por qué le responde esto Sheldon? ¿De cuántas formas es posible ordenar los comics?

<u>PROBLEMA 3: Cómo conocí a vuestra madre</u>

Barney descubre Instagram



Barney Stinson probablemente sea el hombre más mujeriego del planeta, a la par de Fermín Trujillo, con una lista de más de 5200 mujeres. Recientemente, ha añadido entre sus tácticas para ligar el uso de Instagram. Está constantemente reaccionando a historias y, para ello, utiliza solo tres tipos de reacción: las caras con corazones, los cienes y los fueguitos. Si en una tarde reacciona a 100 mujeres.

A) Determinar el número de reacciones distintas que puede hacer si puede repetir los emojis con las 100 mujeres.

B) Si solo le responden 10 mujeres y él pretende quedar con 3 en una misma tarde (a distintas horas obviamente). ¿Cuántas tardes distintas puede tener? ¿Y si no se tiene en cuenta con qué mujer queda a cada hora?

CUESTIONARIO

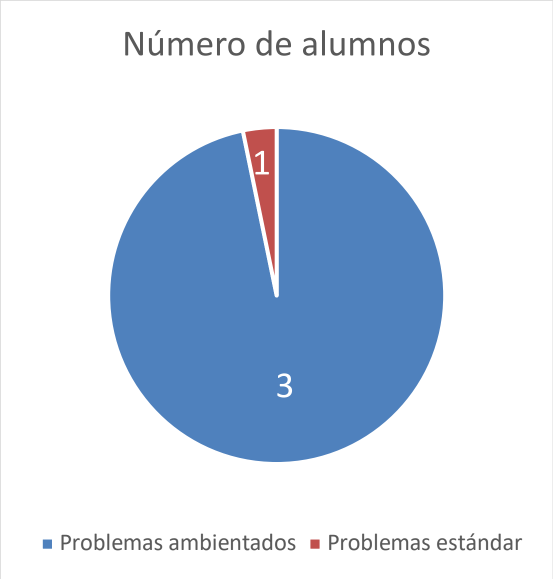
1. **¿Cuál de los 3 problemas te ha gustado más? ¿Por qué?**
2. **¿Preferirías que en el aula se trabajaran problemas del tipo 2 y 3 o se siguieran trabajando los del tipo 1 de los libros de texto?**
3. **¿Te sientes menos nervioso al hacer este tipo de problemas? ¿Por qué?**
4. **¿Crees que te gustarían más las Matemáticas si se trabajaran este tipo de problemas?**

4. Análisis de la experiencia.

La experiencia de 1º ESO fue realizada por 18 alumnos. En cuanto a las respuestas al cuestionario, debo indicar que, en relación con la primera pregunta, únicamente a 3 alumnos les gustó el primer problema. A los 15 restantes les pareció un problema como otro cualquiera. En cuanto al segundo problema, a 15 les gustó porque les resultó diferente y a los 3 restantes les pareció "sin más". Respecto a la tercera pregunta, 9 alumnos realizaron antes el primer problema que el segundo. Este hecho es insignificante ya que, a esta edad, suelen realizar las actividades en el orden en el que aparecen. A las preguntas 4 y 5 respondieron todos lo mismo: el problema ambientado ganó por unanimidad.

Por otra parte, la experiencia de 4º ESO fue realizada por 13 alumnos. De esos 13, a 6 les gustó más el tercer problema y a 7 el segundo, ambos ambientados. Muchos de ellos optaron por cualquiera de los problemas ambientados incluso sin conocer las series que trataban los enunciados. Respecto a la segunda pregunta, 1 alumno dijo que preferiría seguir trabajando los problemas típicos de libro de texto, 9 preferirían que se trabajaran problemas ambientados y 3 opinaban que se deberían intercalar. La pregunta 3 no aporta gran información: a la mayoría de estudiantes le resulta indiferente, sólo se ponen nerviosos en caso de examen. Se puede destacar que 2 estudiantes se sentían menos nerviosos porque lo veían como un juego. Para la última pregunta, 12 alumnos creen que les gustarían más las Matemáticas si se trabajaran este tipo de problemas.

Si consideramos las respuestas de los 31 alumnos a la pregunta acerca de la conveniencia de introducir este tipo de problemas en el aula, el resultado sería el que muestra la figura siguiente:



A más del 96% de los alumnos les gustaría trabajar este tipo de problemas en el aula. La muestra analizada es muy pequeña, pero el porcentaje de éxito es tan alto que es un indicativo de que podría ser una buena estrategia para que los estudiantes muestren interés y quieran hacer problemas.

5. Conclusión.

Muchos alumnos consideran Matemáticas y Física como asignaturas "aburridas" y les resultan muy complicadas. El hecho de verlas como algo complicado les hace sentirse incapaces a la hora de resolver problemas, hasta tal punto que algunos incluso tienen miedo a la hora de afrontarlos ya que lo dan por perdido. El primer paso para resolver un problema es tener la actitud y confianza de que vas a encontrar su solución. Uno no puede ir a la guerra con una pajita y un tenedor de plástico. ¿Cómo se consigue esto? Ahí es donde entra el papel del profesor. El profesor tiene que ser capaz de motivar a los alumnos de forma que vean la ciencia como algo atractivo y aplicable a la vida. Lo que quiero y pretendo conseguir con este tipo de problemas es captar la atención del lector contextualizando el problema en un ambiente atractivo, ya sea con series, películas o personajes famosos conocidos. Obviamente, no es lo mismo un problema en el que Carmen, Felipe y Sara se vayan de compras a que lo hagan Cristiano Ronaldo y Messi, ¡por favor! Con esos nombres captas la atención ya del 90% de la clase. El otro 10 % no, pero son los raritos que ya les gustan las matemáticas y no hace falta engatusarles con el enunciado (¡es broma!).

Esta estrategia didáctica es una "posible" solución para conseguir que los estudiantes sientan atracción por los problemas y, digo posible porque puede que para algunos no lo sea. En ese caso, el docente tendrá que buscar alternativas para conseguir captar la atención del alumno. No hay cosa más triste que tener alumnos desmotivados en una clase y que no muestren ningún tipo de interés por tu asignatura.

En el cuestionario realizado a los alumnos de 4º ESO, tres estudiantes respondieron que se deberían intercalar este tipo de problemas con los problemas típicos que aparecen en los libros de texto. En estos libros, al final de cada unidad didáctica, suele aparecer una página dedicada a una Autoevaluación. Considero que lo idóneo sería que se incluyera una sección similar a esta. Una página con 2 o 3 *problemas ambientados* (con imágenes/dibujos para hacerlos más atractivos) al final de cada unidad y dedicar una sesión a resolverlos.

Para concluir, he de recordar que el primer paso para resolver un problema es creer que eres capaz de resolverlo y considero que esta metodología es una buena manera de despertar esa confianza en el alumnado.

REFERENCIAS

Polya, G. (1961). *Resolución de problemas en la enseñanza de la matemática.* Universidad de Talca, Chile.

Conejo, L., & Ortega, T. (2013). Clasificación de los problemas propuestos en aulas de Educación Secundaria Obligatoria. *Educación matemática*, *25*(3), 129-158.

AGRADECIMIENTOS

El autor quiere expresar su agradecimiento a la organización de las XX JAEM (Valencia, 2022), por haberle permitido exponer algunos problemas, como los que aparecen en este trabajo, en una de las Mesas de Experiencias (**https://20.jaem.es/programa-detallado/**). Agradecer también a mi compañera y artista Miriam Fernández, que convierte en increíble la ambientación de los problemas (he aquí su contacto: **miriamfdezoses@gmail.com/ Instagram: @chillm8art**). Y por último y no menos importante, al profesor Tomás Recio, quien me ha acompañado desde el inicio de esta idea y espero que me siga acompañando hasta el final.

CÁLCULO DE PROBABILIDADES Y RAZONAMIENTO: LA PARADOJA DE MONTY HALL

Francisco Javier González González
IES Marqués de Santillana, Torrelavega

A la hora de enfrentarse a la toma de decisiones frente a ciertos eventos dependientes del azar, resulta irremediable medir su grado de incertidumbre.

Cuando se conocen plenamente todas las posibilidades en que puede desembocar un acontecimiento no determinista (o sea, aquel cuyo resultado es impredecible) y éstas son igualmente probables, se pueden evaluar las expectativas de ocurrencia de un suceso, haciendo uso de una parte muy simple (no necesariamente sencilla) de la Teoría de la Probabilidad: La Regla de Laplace. En circunstancias muy básicas y alejadas de la Combinatoria (rama imprescindible para trabajar en Matemática Discreta), su aplicación resulta tan banal como el ejercicio de contar con los dedos y expresar la medida con un símbolo fraccionario.

Sin embargo, lo que simplemente constituye la introducción a un área de conocimiento muy complejo, como es el cálculo en espacios probabilísticos, en ciertas ocasiones conduce a la adopción de un punto de vista ingenuo sobre las nociones fundamentales en esta materia; de manera que llevar a cabo malas interpretaciones hace que se establezcan percepciones erróneas y, por ende, malas resoluciones.

Para empezar, se expone una situación que, quien suscribe, pone en liza como docente en sus aulas. Se trata de una pregunta vinculada a la probabilidad condicionada, con un enunciado que, en primera instancia, evoca un ejercicio de iniciación para advenedizos en el estudio del tema. Algo que aparenta tener un carácter rutinario e inocente, se torna en un verdadero problema de raciocinio, alejado de la trivialidad que de entrada supone el común de los mortales.

La explicación a este asunto está basada en un juego azaroso, que además sirve de ejemplo para ilustrar la potencia de los modelos construidos por Thomas Bayes, en aras de cuantificar cuán razonable es optar por una u otras alternativas en un momento determinado:

De entre tres cajas (idénticas) de cerillas, tales que dos de ellas están vacías y la otra contiene una única unidad, se selecciona una aleatoriamente, intentando localizar la cerilla. Acto seguido, el organizador del juego (que hace las veces de árbitro y conoce la colocación de las mismas) procede a abrir una de las dos cajas restantes, que está vacía. En ese momento, se ofrece al participante la posibilidad de cambiar la caja elegida o quedarse con la que posee, tras lo cual se procederá a sus aperturas. ¿Le conviene mantener su elección o debe aceptar la propuesta?

El razonamiento incorrecto de los estudiantes (así como en la inmensa mayoría de quienes hemos escuchado el problema por primera vez) es inmediato y contundente:

"*Da lo mismo ejercer una acción u otra*".

El error cometido, en general, está en considerar que una vez descartada una de las cajas cuyo contenido es vacío, existe equiprobabilidad entre las dos opciones que quedan. Pero este supuesto, por lógico que pueda parecer, se transforma en un controvertido problema así que, no es una cuestión baladí.

Sin entrar en aspectos de tipo filosófico, su solución rompe por completo la forma en la que los individuos tienden a percibir, interpretar y analizar este tipo de fenómenos. Simple y llanamente, la intuición hace caer en un engaño al cerebro humano.

Estas situaciones de manejo tan extraño y antinatural reciben el nombre de paradojas. Concretamente, en el caso mostrado, se presenta una paradoja del tipo "Monty Hall".

Antes de presentar un par de propuestas de resolución al interrogante planteado a mi alumnado, se contextualiza el origen del enunciado y su denominación:

En 1990, se propone un problema análogo al anteriormente mencionado. Fue publicado en uno de los números semanales de la revista *Parade's*, en su sección de preguntas y respuestas. Dicha columna estaba redactada por Marilyn vos Savant, una persona con un elevado cociente intelectual, quedando registrada su puntuación en el Libro Guinness de los Records.

La paradoja recibe su nombre por la analogía establecida con la prueba final del programa de televisión estadounidense '*Let's Make a Deal*' ("*Trato hecho*", traducido a lengua castellana), en el que Monty Hall fue su presentador durante años, y que dio lugar a enunciar lo siguiente:

> *Como premio final, un concurso de televisión ofrece elegir entre tres puertas, dos de las cuales albergan una cabra en su interior y la otra contiene un coche. Una vez escogida, el presentador (conocedor de dónde están distribuidos los elementos), abre una puerta que contiene una cabra y ofrece al concursante la posibilidad de cambiar la puerta que ha seleccionado por la otra, cuyo interior aún no se ha desvelado. ¿Qué decisión del participante le otorga mayores opciones de lograr llevarse el vehículo?*

Se puede observar una identificación plena a la mostrada en el caso de las cajas de cerillas.

La respuesta al problema era favorable al cambio de puerta. Dicha afirmación generó un aluvión de protestas, que rechazaban de plano la solución. El desacuerdo era unánime en la comunidad científica internacional, en la que tanto académicos como doctores en Ciencias Exactas entendían que dicha solución contenía un error supino que contravenía los fundamentos de la probabilidad y, por lo tanto, atentaba contra el rigor de las Matemáticas. No obstante, el hecho de que las opiniones vertidas por eminencias en el campo científico-matemático, no convergiesen en la misma idea, puso de manifiesto que la revista no proponía un problema irrelevante y éste únicamente era trivial en apariencia.

Consecuentemente, la validez otorgada posteriormente al planteamiento mostrado dejó en evidencia a varias personas de reconocido prestigio, que irrespetuosamente habían manifestado "el escaso conocimiento que la señora vos Savant poseía en la materia al aseverar tal barbaridad". Una celebridad con nombre y apellidos, como Paul Erdős (matemático de primer orden mundial durante el siglo XX), solamente concedió su visto bueno a la respuesta una vez que ésta fue avalada mediante simulación computacional.

Toda esa vorágine asociada supuso elevar el enunciado a la categoría de paradoja.

Una vez circunscrita la procedencia de una eventualidad tan sumamente contraria a la naturaleza intuitiva del ser humano, se retoma el dilema esgrimido en la lección planteada en el aula y se procede resolviéndolo pormenorizadamente, haciendo uso de dos vías muy dispares (tan correcta y válida una como otra). En ambas, se etiquetan las cajas con numeración correlativa del 1 al 3. Puesto que las proporciones se mantienen constantes, puede asumirse, sin pérdida de generalidad, que el jugador comienza eligiendo la caja nº1.

SOLUCIÓN 1

Esta primera línea de actuación posee una estructura muy elemental, que se aborda con arreglo a una sucinta disposición tabulada.

Dicho de otro modo, se construye una matriz cuyas entradas recogen completamente la casuística de posibilidades (continentes y contenidos existentes) que pueden presentarse en la realización del evento, supuesto que se juega eligiendo inicialmente la caja 1, a saber:

	1ª fase del juego				2ª fase del juego	
	CAJA 1	CAJA 2	CAJA 3		CON CAMBIO	SIN CAMBIO
Caso 1	**Cerilla**	Vacía	Vacía	→	Vacía	**Cerilla**
Caso 2	Vacía	**Cerilla**	Vacía	→	**Cerilla**	Vacía
Caso 3	Vacía	Vacía	**Cerilla**	→	**Cerilla**	Vacía

A la vista de esta descripción, cabe esperar que una de cada tres ocasiones se acierte en el intento de conseguir la cerilla ejecutando la acción de plantarse en la elección inicial. En otras palabras, es conveniente efectuar el cambio de caja porque permite averiguar dicho cometido en dos de cada tres veces. Por lo tanto, se concluye que esta alternativa es más que razonable.

SOLUCIÓN 2

En esta propuesta adicional se describe un planteamiento más formal, con el análisis bayesano como eje vertebrador (un marco teórico de referencia en el estudio de la probabilidad condicionada).

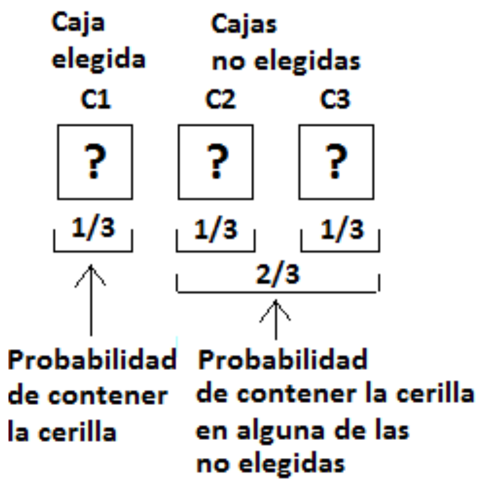
Empleando un repertorio de cálculo perfectamente asumible por un alumnado cursando nociones introductorias a la Estadística, se procede como sigue:

En el inicio del juego, no hay razón para pensar que alguna de las cajas posea mayores opciones de contener la cerilla que en el resto de las mismas. Bajo esta hipótesis y en virtud de la proporción que establece la ley laplaciana, se tiene que:

$$P(G) = \frac{1}{3}$$

donde G representa el evento “Ganar” al tomar uno de los tres recipientes indistinguibles, esto es, averiguar la caja con cerilla. Este valor es de probabilidad “a priori” (previamente, sin informaciones que condicionen su evaluación).

Esta primera parte del problema se resume en:



Entrando en la segunda fase del proceso, aparece el elemento clave de esta historia:

La persona encargada de ejecutar el juego procede a la apertura de una caja. Pero claro, no se trata de una persona dedicada a abrir cajas azarosamente, sino que ésta conoce el interior de todas y cada una de las cajas, en cualquier momento. Es decir, sabe perfectamente lo que está haciendo y tiene claro dónde está metida la cerilla. De manera que siempre podrá presentar una caja vacía, con independencia del contenido en la elección del participante.

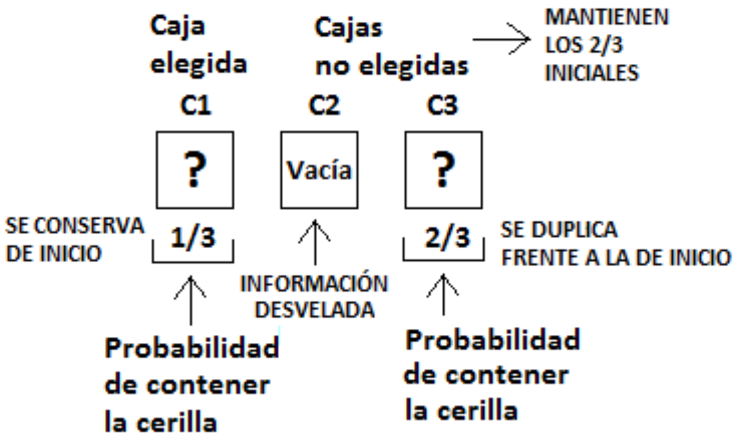
Tras mostrar el contenido de una de las dos cajas no elegidas, pasan a quedar dos opciones, y cuando se ofrece al jugador la opción de cambiar de caja, parece coherente pensar que las masas probabilísticas, tanto para el suceso conducente al éxito como al que se asocia a la derrota, pasarán a repartirse a partes iguales, siendo entonces de 1/2 en ambos.

Esta manera de razonar no es correcta, por no tener en cuenta el poder otorgado por la información que maneja el organizador conociendo el interior existente en cada caja, ya que la elección azarosa del jugador condicionará la apertura no aleatoria de caja por parte del organizador (quien está obligado a dejar la cerilla oculta hasta el paso final).

Una vez desvelado el interior de la caja, se produce una absorción de probabilidad por parte de la otra no elegida que aún sigue sin abrir (y que no modifica las opciones de la que ya está escogida).

En síntesis, quien recibe un aporte extra de datos es el jugador. Sin duda, éste es el pilar básico en la comprensión del problema. Es decir, las alternativas “mantener la caja elegida” y “cambiar por la ofrecida”, presentan probabilidades bien diferenciadas (éstas varían con el flujo de información propinada al descartar la caja) al depender del movimiento de alguien que tiene el control.

En lo sucesivo, tal y como se indica en el esquema, se verá que una es doble que la otra:



La confirmación a través del cálculo se obtiene del modo que sigue:

Si se elige la primera caja, puede asumirse que entre las restantes se abre la segunda (por fijar una de éstas, pues solamente puede hacerlo con la segunda y tercera) que está vacía. Este hecho es indistinto y sea una u otra, no influye en el resultado del experimento.

Téngase en consideración la arbitrariedad existente a nivel de notación en el ámbito del cálculo de probabilidades. Para evitar confusiones de significado con la simbología de la letra "C" (ya que los vocablos "caja" y "cerilla" comparten la misma inicial), se representarán ciertos sucesos aleatorios mediante la letra "R" con su correspondiente subíndice, por aquello del regalo que se obtendría en el juego si está dentro de una determinada caja.

Se definen los sucesos aleatorios:

R_i: Regalo contenido en la i-ésima caja. $i = 1,2,3$
A_j: Abrir la j-ésima caja. $j = 1,2,3$

Puesto que abrió la segunda caja, hay que evaluar $\boldsymbol{P(R_1/A_2)}$ y $\boldsymbol{P(R_3/A_2)}$.

Desde el punto de vista probabilístico, son determinaciones "a posteriori", debido a que si ya fue desvelado el contenido de la 2ª caja (que estaba vacía), el premio solamente puede estar en las cajas 1ª o 3ª.

Por lo que se cumple que:

$$\boldsymbol{P(R_1/A_2) + P(R_3/A_2) = 1} \qquad (*)$$

Utilizando la definición de probabilidad condicionada y aplicando después la regla compuesta (o del producto) para ambos sucesos:

$$\boldsymbol{P(R_1/A_2) = \frac{P(R_1 \cap A_2)}{P(A_2)} = \frac{P(R_1) \cdot P(A_2/R_1)}{P(A_2)}}$$

$$\boldsymbol{P(R_3/A_2) = \frac{P(R_3 \cap A_2)}{P(A_2)} = \frac{P(R_3) \cdot P(A_2/R_3)}{P(A_2)}}$$

Comparando ambas fracciones, se observa que al presentar idénticos denominadores y tener equiprobabilidad "a priori" (por cumplirse $\boldsymbol{P(R_1) = P(R_3)}$), entonces la diferencia entre ambos cocientes viene determinada por los factores $\boldsymbol{P(A_2/R_1)}$ y $\boldsymbol{P(A_2/R_3)}$.

Es evidente que:

$$\boldsymbol{P(A_2/R_1) = \frac{1}{2} \qquad P(A_2/R_3) = 1}$$

habida cuenta de que el organizador podría abrir sin mayores dilemas tanto la segunda como la tercera caja, en el caso de que el participante tenga elegida la cerilla en la primera y, por otro lado, es seguro que el organizador abrirá la segunda caja si la cerilla está en la tercera, ya que la primera la ha elegido el participante.

Claramente, la relación entre las verosimilitudes obtenidas es

$$\boldsymbol{P(A_2/R_3) = 2 \cdot P(A_2/R_1)}$$

De ahí que $\boldsymbol{P(R_3/A_2) = 2 \cdot P(R_1/A_2)}$.

El uso de la relación (*) conduce a que

$$\boldsymbol{P(R_1/A_2) + 2P(R_1/A_2) = 1}$$

cumpliéndose

$$\boldsymbol{P(R_1/A_2) = \frac{1}{3}}$$

por lo que necesariamente ha de ser

$$\boldsymbol{P(R_3/A_2) = \frac{2}{3}}$$

En consecuencia, lo más inteligente (matemáticamente hablando) es el cambio de caja ofertado, puesto que duplica las opciones de localizar la cerilla.

UN EJEMPLO MÁS ASEQUIBLE

Si la paradoja resulta algo enrevesada de entrada, quizá convenga sobredimensionar el problema con objeto de simplificar su comprensión:

> *Se dispone de cinco sobres de correo postal, tales que uno de ellos contiene una carta en su interior, mientras que el resto están vacíos. Una persona toma aleatoriamente uno de los sobres. Seguidamente, el regidor del juego, que tiene toda la información relativa a los contenidos, desvela el interior de tres de los sobres no elegidos, estando todos vacíos. En ese instante se ofrece al concursante un cambio, consistente en descartar su elección y quedarse con el único sobre no elegido que aún estaba precintado.*

Esta situación (sobres) es esencialmente igual a la que podría representarse para cinco cajas o cinco puertas, en paralelismo a los ejemplos mostrados con anterioridad, respectivamente.

No cabe duda de que el sobre elegido tiene una probabilidad a priori, p = 1/5, de tener carta. Pero cuando se abren tres sobres vacíos y entonces el sobre elegido se queda solo frente al único que no fue desvelado, se tiene que éste último ha absorbido/acumulado las probabilidades de los tres que fueron abiertos.

Por lo que, en esta segunda fase:

El sobre elegido → sigue teniendo p = 1/5 de poseer la carta en su interior.

El único sobre no abierto de los no elegidos → tiene p’ = 1/5 + 3/5 = 4/5 de tener carta incluida.

Nótese que 4/5 coincide numéricamente con la probabilidad que había inicialmente de que el jugador no escogiera el sobre con carta. Por lo que la acción de realizar el cambio de sobre, para acertar con la carta, tiene su lógica y justificación en el hecho de ser cuádruple su opción de salida respecto al hecho de mantener la elección indicada al comienzo de jugar.

La inferencia estadística apoyada en la corriente bayesana juega un papel importante en la toma de decisiones dependientes de la ejecución de procesos estocásticos. Es una herramienta absolutamente imprescindible en parcelas como la medicina, economía, procesos industriales e ingeniería, etcétera. Los datos e informaciones adicionales derivadas de la observación permiten redefinir la medición de ocurrencia de un evento.

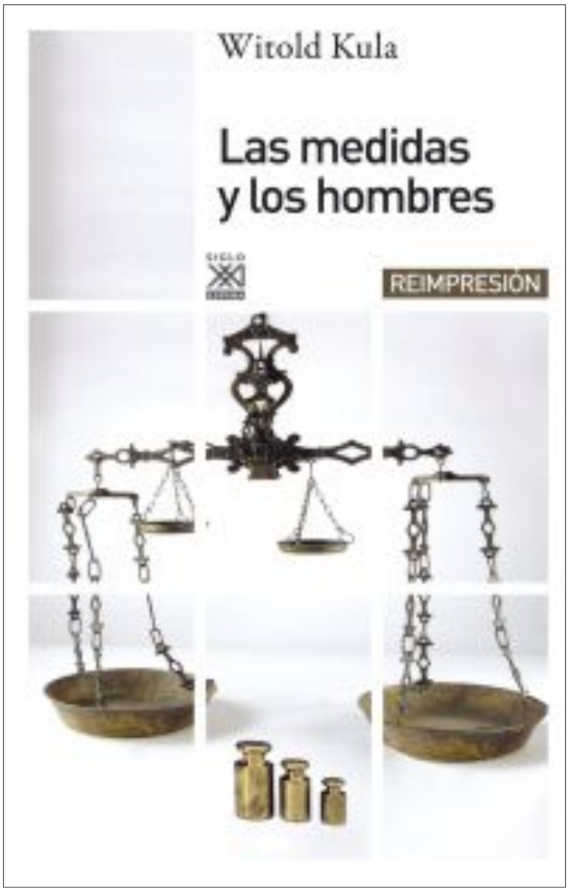
Sirva el presente escrito, como ilustración de en qué manera afecta la psicología, cuando el cerebro se enfrenta al proceso de establecer probabilidades, en unas determinadas condiciones. Se concluye que hacer comprensible la resolución de un problema cuyo enunciado es sencillo puede convertirse en una tarea ardua.

MATERIALES DIDÁCTICOS DESTACADOS

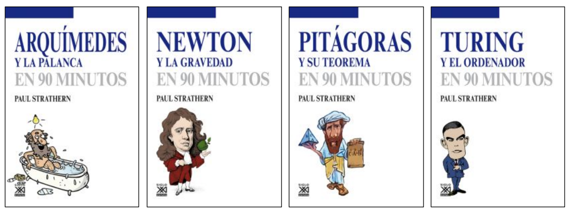
María José Fuente Somavilla
IES Zapatón, Torrelavega

Esta sección ofrece referencias de libros y materiales seleccionados de cuantos se han publicado o editado a lo largo del año 2022, además de otros que, a nuestro criterio, son merecedores de su inclusión en esta lista. La relación ha sido confeccionada pensando en el interés general de los lectores del Boletín. Es nuestro deseo que la selección de libros y materiales incluidos, que cubre un amplio abanico de temas y, por tanto, de preferencias, sea de utilidad. Creemos, y ese ha sido el espíritu que hemos empleado al efectuar la recopilación de los materiales expuestos, que cualquier lector encontrará algún texto o material desconocido para él y que lo conducirá hacia su lectura o experimentación. Con el objetivo de que sirva de orientación, siempre para cada libro se incluye algún fragmento o resumen de su contraportada.

LIBROS



***Las medidas y los hombres.* Witold Kula. Siglo XXI de España Editores. ISBN: 978-84-323-0368-5. 482 páginas.** Durante el periodo jacobino, el sistema métrico se convirtió en objeto de orgullo nacional para la Francia revolucionaria, por constituir un don perfecto ofrecido a «todos los pueblos y todas las épocas». Hasta entonces, cualquier medida, incluso las que tenían la misma denominación -pie, arroba, codo…-, refería a distintos tamaños según el lugar y objeto de medición. El metro debía ser universal, el patrón con el que cualquier cosa debía ser medida, y, al igual que la libertad, fue llevado a todo el mundo en las puntas de las bayonetas, ya que la capacidad de conferir obligatoriedad a las medidas está ligada al poder. *Las medidas y los hombres* marca los hitos de la historia de los sistemas de medición, de los vínculos de estos con el todo social del que surgen -y en cuyo marco adquieren sentido-. Toda medida, en tanto convención, ha de ser contemplada como expresión de las relaciones entre los hombres y, por ello, es fuente de conocimiento del campo de batalla donde se dirime la lucha entre los intereses de los campesinos y los señores, y de las asociaciones entre países y civilizaciones. La progresiva unificación metrológica a lo largo de los tiempos es indicativa de uno de los procesos históricos más importantes: el proceso de unificación de la humanidad bajo un mismo patrón.



***Arquímedes y la palanca.* Paul Strathern. Colección 90 minutos. Siglo XXI de España Editores. ISBN: 978-84-323-1674-6. 108 páginas.** Arquímedes es uno de los tres matemáticos más grandes de todos los tiempos. Revolucionó la mecánica con su descubrimiento del punto de apoyo y la palanca, y también inventó, entre otros, la bomba de agua y la polea. La exclamación “Eureka” es de todos conocida, pero ¿por qué dijo que era capaz de mover el mundo? ¿Y qué hay de sus obras perdidas? *Arquímedes y la palanca* nos presenta un brillante retrato de este genial científico y matemático. Nos muestra sus conocimientos y sus increíbles inventos enmarcados en su contexto histórico y científico. El libro también demuestra cómo la obra de Arquímedes ha cambiado nuestra percepción del mundo y conducido a progresos tecnológicos o lo largo de la historia.

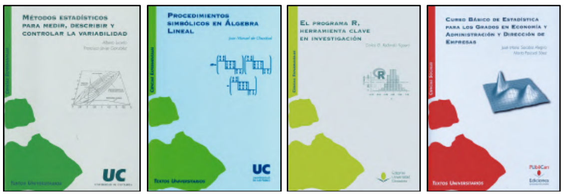
***Newton y la gravedad.* Paul Strathern. Colección 90 minutos. Siglo XXI de España Editores. ISBN: 978-84-323-1658-6. 118 páginas.** Newton es uno de los científicos más influyentes de la historia. No solo desarrolló y formuló la teoría de la gravedad, proporcionando a la humanidad un primer atisbo del funcionamiento del universo, sino que, además, descubrió el concepto de fuerza, la naturaleza de la luz y cambió nuestra manera de calcular. Los descubrimientos de Newton transformarían para siempre la forma en que percibimos el mundo. *Newton y la gravedad* resume brillantemente su vida y obra, y explica, de un modo claro y conciso, el significado y la importancia de los descubrimientos que realizó, así como la manera en que estos han transformado nuestra vida diaria.

***Pitágoras y su teorema.* Paul Strathern. Colección 90 minutos. Siglo XXI de España Editores. ISBN: 978-84-323-1659-3. 108 páginas.** Es posible que Pitágoras fuese el primer matemático y filósofo del mundo occidental. Su obra cambió la visión contemporánea del mundo, pues estableció conceptos tales como el razonamiento abstracto o la prueba deductiva. *Pitágoras y su teorema* resume brillantemente su vida y su obra, presentadas dentro de su contexto histórico y científico, y, además, proporciona una explicación clara y concisa del significado y la importancia que tuvieron para el mundo en que vivimos actualmente.

***Turing y el ordenador.* Paul Strathern. Colección 90 minutos. Siglo XXI España Editores. ISBN: 978-84-323-1677-7. 112 páginas.** El ordenador ha revolucionado a escala mundial las comunicaciones y la información, y su desarrollo, al que contribuyó de forma fundamental Alan Turing, supone uno de los mayores logros de nuestra época. Sin embargo, ¿cuántos de nosotros sabemos cómo funciona realmente, y qué sabemos de Turing, un hombre cuya aportación fue fundamental para descifrar los códigos criptográficos alemanes durante la Segunda Guerra Mundial, pero que fue olvidado por todos tras su temprana muerte? *Turing y el ordenador* es un retrato brillante de la vida y obra de Turing, y ofrece una explicación clara y comprensible de la importancia y el significado del ordenador, y la forma en que ha cambiado y moldeado nuestras vidas.

* “90 minutos” es una colección compuesta por breves e iluminadoras introducciones a los más destacados filósofos, científicos y pensadores de todos los tiempos. De lectura amena y accesible, permiten a cualquier lector interesado adentrarse tanto en el pensamiento y los descubrimientos de cada figura analizada como en su influencia posterior en el curso de la historia. Más información sobre los títulos publicados de esta colección, y sobre otros libros, puede obtenerse en la siguiente dirección: **www.sigloxxieditores.com**

***Mujeres en la sombra.* Lucía Montojo. The Galobart Books. ISBN: 978-84-947068-9-9. 194 páginas.** La discriminación de género, el ego de gigantes con pies de barro, el respeto a una absurda jerarquía social o, sencillamente, la bruta ignorancia, cortaron las alas de grandes mujeres que fueron pioneras en la aventura del saber, iconos del progreso, musas de las artes. La autora del libro hace cuentas con la historia y libera de las garras del olvido a 48 mujeres formidables. Muchas vivieron a la sombra sumisa de sus parejas, despojadas injustamente de sus méritos; otras chocaron frontalmente con una sociedad patriarcal encorsetada hasta el ahogamiento por el dominante canon masculino, que no las permitía desarrollar su genio al máximo y, mucho menos, ser protagonistas de sus logros. En este libro los lectores encontrarán mujeres muy conocidas que consiguieron rasgar el velo y alcanzar la luz; y otras que permanecieron ocultas, caminando a la sombra de la luna, en espera de que alguien rescatara su cálida luz del gélido olvido. Mujeres geniales llenas de amor que tejieron con hilos dorados el camino a la libertad. Chien-Shiung Wu, Émilie du Châtelet, Esther Lederberg, Henrietta Swan Leavitt, Jocelyn Bell Burnell, María Winkelmann, Marianne Grunberg-Manago, Mileva Maric, entre otras. Más información sobre este libro puede obtenerse en **http://thegalobart.com**



***Métodos estadísticos para medir, describir y controlar la variabilidad*. Alberto Luceño, Francisco Javier González. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria. ISBN: 978-84-8102-375-2. 388 páginas.** Dirigido a estudiantes de ciencias experimentales e ingenierías, este manual aporta un enfoque moderno de la estadística aplicada. Con más de un centenar de ejercicios resueltos, abarca las disciplinas de estadística descriptiva, modelos de probabilidad, variables aleatorias, ajuste de distribuciones, control estadístico de procesos e inferencia.

***Procedimientos simbólicos en álgebra lineal.* Juan Manuel de Olazábal. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria. ISBN: 978-84-8102-508-8. 304 páginas.** Fruto de la experiencia docente, con alumnos universitarios de matemáticas e ingeniería informática, esta obra ofrece un texto de calidad orientado al lector experimentado y, a la vez, introduciendo pequeñas modificaciones al fondo y forma de lo que fue la primera edición, asequible al estudiante novel, perdiendo para ellos en lenguaje computacional, pero ganando en comprensión del procedimiento que ejecuta el algoritmo. Cada sección incluye una amplia lista de ejercicios. Temas de los cuatro capítulos: matrices y sistemas, semejanza de matrices, espacios vectoriales y espacios métricos.

***El programa R, herramienta clave en investigación*. Carlos G. Redondo Figuero. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria. ISBN: 978-84-8102-797-6. 412 páginas.** La investigación, como uno de los principales motores del desarrollo de un país, solo tiene éxito cuando se hace adecuadamente, es decir, cuando prosigue los pasos del método científico, ya que si sigue un camino confundido no llegará a alcanzar el fin deseado. Por tanto, se necesita formación en metodología de investigación. Además, precisa de unas herramientas adecuadas, siendo una de ellas un programa que permita el análisis estadístico de los datos: el programa R. El investigador debe tener soltura en el manejo de la informática, para lo cual es fundamental conocer el programa R, que destaca por sus excelentes capacidades estadísticas y gráficas. Sin lugar a dudas, R es el mejor y más completo programa estadístico. Además de ser totalmente gratuito, sobrepasa en capacidades a cualquier otro programa, comercial o no, por lo que es deseable que todo investigador se vaya introduciendo en el manejo de este programa. Su conocimiento permitirá al investigador realizar cualquier técnica estadística que necesite para analizar los datos de su estudio.

***Curso básico de estadística para Economía y Administración de Empresas.* José María Sarabia Alegría, Marta Pascual Sáez. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria. ISBN: 978-84-8102-537-8. 380 páginas.** Libro especialmente dirigido a universitarios y pensado como curso introductorio de estadística para los alumnos de los grados en Economía y Administración y Dirección de Empresas. Su estructura le convierte en un manual básico e imprescindible donde el estudiante encontrará en cada capítulo una cuidada y rigurosa presentación de la teoría, además de múltiples ejercicios (ejemplos, secciones específicas de problemas resueltos, problemas propuestos y cuestiones tipo test), que le permitirán ejercitarse y profundizar tanto en la teoría como en la práctica estadística.

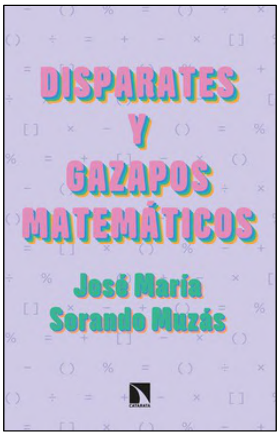
***Hasta el infinito y más allá.* Miguel Etayo Gordejuela, Fernando Etayo Gordejuela. Colección Divulgación Científica, 3. Ediciones Universidad Cantabria. ISBN: 978-84-8102-618-4. 240 páginas.** Con la pretensión de divulgar de forma amena, entre un público general, temas de gran interés, tratados por especialistas, se presenta esta obra donde se muestra cómo la Humanidad, a lo largo de los siglos, se ha planteado el problema de hacer representaciones planas de la realidad tridimensional que nos rodea. El Arte planteó el problema, las Matemáticas dieron con el modelo subyacente y la Técnica ha usado estas nociones para abordar muchas otras cuestiones. Con la perspectiva se logró representar los puntos de fuga, pero al final se ha conseguido llegar "Hasta el infinito y más allá".

***Santander, mirar y ver… matemáticas, arquitectura e historia.* Segunda edición, revisada y aumentada. Elisa Abad Palazuelos, Belén Barandica Romo, María José Fuente Somavilla, María Isabel Gómez Velarde, Ezequiel Martínez Rosales, Ángela Núñez Castaín. Colección Divulgación Científica, 5. Ediciones Universidad Cantabria. ISBN: 978-84-8102-853-9. 368 páginas.** Mirar, ver y estudiar la ciudad de Santander desde un punto de vista matemático. Este ha sido el objetivo básico de este trabajo y, para ello, hemos observado la geometría de la arquitectura de sus edificios y monumentos, sus formas, sus detalles y ornamentos, por un lado, y la historia o anécdotas de esos lugares, por otro. En su segunda edición se ha vuelto a utilizar la fotografía como herramienta fundamental, ayudada por el software GeoGebra, los applets Descartes y la tecnología Flash.

***Estadística para todo(s)*. Luis Alberto Fernández, Fernando Etayo Gordejuela. Colección Divulgación Científica, 6. Ediciones Universidad Cantabria. ISBN: 978-84-8102-721-1. 332 páginas.** *Estadística para todo(s)* es un volumen recopilatorio de las contribuciones más interesantes programadas en el ciclo de talleres divulgativos "Matemáticas en acción" que la Universidad de Cantabria ha venido organizando desde el curso 2004/05. Los autores de cada capítulo son reconocidos especialistas en el ámbito de la Estadística, aunque el libro está escrito en un tono esencialmente divulgativo, asequible a los lectores con curiosidad en temas científicos. Además, se han buscado especiales relaciones con otras ramas del saber que demuestran la universalidad de la estadística como disciplina: desde la medicina y la ciencia de los materiales, hasta la literatura pasando por los juegos de azar, la política y la economía, entre otros.

***Tomando medidas. Aproximación matemática a la idea de medir.* Fernando Etayo Gordejuela. Ediciones Universidad Cantabria. ISBN: 978-84-8102-793-8. 98 páginas.** La idea de medir longitudes y áreas es capital en la historia de las matemáticas, siendo así la que da nombre a una de sus ramas más antiguas: la geometría. La noción de medir, que es muy intuitiva en su origen, se ha desarrollado gracias a los distintos métodos introducidos a lo largo del tiempo, desde el clásico de Arquímedes hasta el cálculo integral y la teoría de la medida. La aparición de estas técnicas cada vez más complejas va ligada a la de objetos matemáticos cada vez más extraños, como los fractales. En este libro, de un modo totalmente divulgativo, se exponen estos hitos, sirviendo de modo de exponer cómo y por qué se hacen las matemáticas.

* Más información sobre estos libros puede obtenerse en **www.editorialuc.es**

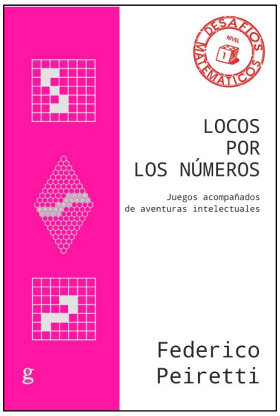


***Disparates y gazapos matemáticos.* José María Sorando Muzás. Los Libros de la Catarata. ISBN: 978-84-1352-249-4. 224 páginas.** El error matemático atraviesa fronteras, ideologías y actividades: lo cometen tanto personajes célebres como Donald Trump, Cristiano Ronaldo o Enrique Iglesias como periodistas, publicistas y otros profesionales de la comunicación, al igual que una gran parte de la población. Con frecuencia, la ignorancia matemática, conocida como *anumerismo*, campa a sus anchas y se exhibe sin complejos. Es incluso motivo de broma y de disculpa social. Ni su rectificación siempre llega ni se la espera, ni su persistencia es solo fruto del desconocimiento, también puede denotar voluntad de engaño. El cliché tan extendido de que las matemáticas son difíciles e inútiles para la vida cotidiana parece exculparnos de su ignorancia y servirnos para ocultar una acomplejada incompetencia. Los disparates, gazapos y pifias matemáticos abundan en el cálculo aritmético —hasta el punto de que las matemáticas se identifican con él— y la geometría, pero sin duda también en los gráficos, la probabilidad o la estadística. Sin perder el humor ni el sentido de la crítica mordaz, este libro recopila algunos de los numerosos y sonados errores y equívocos que proliferan en televisión, radio, prensa, publicidad, comercios o redes sociales. Señalar y esclarecer dichos errores es lo que pretende su autor, "al menos para reír tales disparates y ojalá también para revertir la indiferencia social".

***Cómo nace un teorema. Una aventura matemática.* Cédric Villani. Los Libros de la Catarata. ISBN: 978-84-1352-258-6. 238 páginas.** ¿Cómo trabaja un matemático? ¿Cuáles son sus modos de invención? ¿Qué vida late tras las fórmulas y demostraciones matemáticas? En 2010, y con 37 años, Cédric Villani gana la Medalla Fields, considerada como el Premio Nobel de las matemáticas, por sus contribuciones a la física estadística y, en particular, por su formulación del teorema sobre el amortiguamiento de Landau. Este libro es un trepidante y apasionado relato en el que Villani, con su mezcla de carisma y excentricidad, de precisión y entusiasmo, da cuenta de su hazaña, desde la idea germinal hasta su resolución final como publicación. A lo largo de dos años de trabajo febril, fruto también de la colaboración de su ayudante Clément Mouhot, asistimos al desarrollo de su investigación –hecha de tanteos, dudas, rectificaciones y logros– de Lyon a Hyderabad, pasando por Kioto, París o Princeton. Un relato en forma de diario, en el que se intercalan emails y los retratos de algunos de los grandes nombres de la matemática y la ciencia –Boltzmann, Newton, Euler, Gauss, Fourier, Kolmogórov, Nash…–, donde el lenguaje matemático más sofisticado convive con canciones, mangas y duermevelas… *Cómo nace un teorema* es, así, el testimonio apasionado y riguroso del pensamiento vivo que anima la creación matemática.

***La lengua de las matemáticas y otros relatos exactos.* Fernando Álvarez, Óscar Martín, Cristobal Pareja. Los Libros de la Catarata. ISBN: 978-84-9097-001-0. 128 páginas.** El lector conoce, sin duda, que en el Egipto faraónico de los ptolomeos, Eratóstenes halló la longitud de la circunferencia de la Tierra, asomándose a un pozo que reflejaba los rayos del Sol. Pero quizá le sorprenda saber que, de todo el antiguo mundo occidental, solo allí podía hacerse ese descubrimiento. Otra historia mil veces repetida cuenta que Tales de Mileto, con la sola ayuda de un palo, pudo determinar la altura de la Gran Pirámide, pero un poco de astronomía plantea hoy serias dudas sobre la versión popular. En esta obra se recogen muchas historias antiguas, porque es probable que la invención de las matemáticas –pues invención fue– viniese impulsada en su origen por el deseo de medir el mundo. No en vano Aristarco, utilizando sus eclipses como una regla graduada, fue capaz de decir a sus coetáneos cuán lejos estaba el Sol y cuán cerca la Luna. Así, de la mano de personajes como Tales de Mileto, Eratóstenes, Al-Juarismi, Arquímedes, Bach y Beethoven, este libro nos pasea por estos y otros relatos –relatos exactos, al decir de los autores– para desvelarnos la belleza de las matemáticas.

* Más información sobre estos libros puede obtenerse en **www.catarata.org**



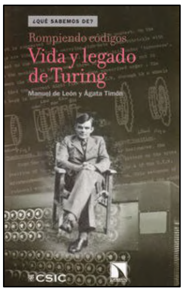
***Más allá de lo creíble. Paradojas enigmáticas y figuras imposibles*. Nicholas Falletta. Colección Desafíos Matemáticos. Editorial Gedisa. ISBN: 978-84-18193-39-2. 158 páginas.** ¿Te atraen las paradojas y las ilusiones ópticas, pero no has cursado estudios superiores de matemática, lógica o filosofía? Con este fascinante libro, repleto de magníficas ilustraciones, te invitamos a entrar en un laberinto de curiosidades mentales y contradicciones increíbles que han marcado la historia y la cultura universales. Podrás sumergirte en un mundo de razón donde nada es lo que parece y encontrar soluciones a dilemas o figuras que te parecerán imposibles. ¿Te gustan las escaleras de Escher? Descubre aquí cómo serían factibles en el espacio exterior. ¿Conoces el célebre dilema del prisionero? Aquí lo encontrarás explicado al detalle. Asimismo, con la ayuda del autor podrás resolver paradojas de la probabilidad, del tiempo o de inversión estadística, entre otras. No tengas miedo, aunque muchas hablen de conceptos sofisticados y razonamiento lógico, ninguna de ellas necesita un conocimiento profundo de la materia.

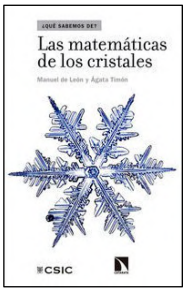
***Locos por los números. Juegos acompañados de aventuras intelectuales*. Federico Peiretti. Colección Desafíos Matemáticos. Editorial Gedisa. ISBN: 978-84-18525-51-3. 190 páginas.** Edouard Lucas fue un excelente matemático, bien conocido por sus estudios en el campo de la teoría de números, por haber descubierto el mayor número primo antes de la invención de los ordenadores y por haber concebido la Torre de Hanoi, uno de los juegos que aún hoy figura entre los más populares, y que los estudiantes de informática utilizan como ejercicio de programación. Peiretti te explica aquí los trucos para entenderlo y recupera otros juegos sencillos e intrigantes, como el dodecaedro de Hamilton, el testamento del pachá y el vuelo de las grullas. *Locos por los números* es una verdadera mina de oro, pues el autor te introduce la biografía y los problemas matemáticos de los máximos expertos en materia del siglo XX: Walter Rouse Ball, Henry Ernest Dudeney, Piet Hein, Martin Gardner, Richard Phillips Feynman, Roger Penrose, Solomon Wolf Golomb y John Horton Conway. Una extraordinaria antología de juegos de sorprendentes propiedades matemáticas que, junto con las historias de sus inventores, te enganchará durante mucho tiempo.

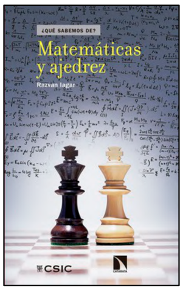
***Caballeros, bribones y pájaros egocéntricos. Ejercicios de lógica combinatoria. Raymond Smullyan*. Colección Desafíos Matemáticos. Editorial Gedisa. ISBN: 978-84-18525-53-7. 158 páginas.** El matemático y lógico combinatorio Haskell Curry, además de ser un especialista en la teoría de sistemas y procesos formales, fue un ávido observador de pájaros. Motivado por la memoria del difunto profesor Curry, Raymond Smullyan eligió pájaros como objetos combinadores de algunas adivinanzas que aparecen en esta obra singular. La razón por la que el autor escogió la lógica combinatoria como tema central de su libro no fue la existencia de múltiples aplicaciones prácticas, sino su gran potencial de entretenimiento. Si bien es una ciencia abstracta considerada altamente técnica, los objetos llamados combinadores presentados por Smullyan bajo la apariencia de caballeros veraces, bribones mentirosos o pájaros parlantes permiten introducir teorías fundamentales de la lógica moderna de forma muy accesible para el público en general. ¿Qué mejor para un libro de misterios y acertijos?

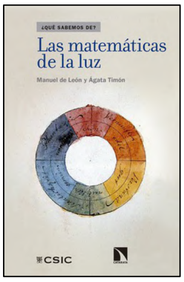
***Un elefante y un mosquito. Más enigmas de Moscú.* Boris Kordemsky. Colección Desafíos Matemáticos. Editorial Gedisa. ISBN: 978-84-9784-949-4. 188 páginas.** He aquí la segunda parte del clásico de Boris Kordemsky que se publicó en 1954 y que tuvo un gran impacto en las sucesivas generaciones de divulgadores y amantes del juego lógico de todo el mundo. El mismísimo Martin Gardner se encargó de traducirlo y adaptarlo para los lectores occidentales. Hoy en día, sigue siendo considerada una compilación de culto, un libro de los que duran toda la vida. Lujosamente ilustrada con más de 200 diagramas y divertidos bocetos de Yevgeni Kostantinovich Argutinsky, esta segunda entrega te ofrecerá semanas de estimulante entretenimiento. Kordemsky nos presenta retos como el siguiente: *Dos motociclistas empiezan a la vez, cubriendo la misma distancia y vuelven a casa al mismo tiempo. Pero uno viaja el doble de lo que el otro descansa durante el viaje, y el otro viaja tres veces más de lo que el primero descansa en el viaje. ¿Quién viaja más rápido?* Ejercicios de álgebra, trucos de aritmética, cuadrados mágicos, curiosidades sobre números y cálculos geométricos te permitirán hacer gimnasia cerebral a la vez que enriquecer tu cultura general.

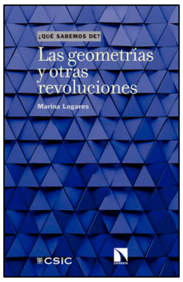
* Más información sobre estos libros puede obtenerse en la página **www.gedisa.com**

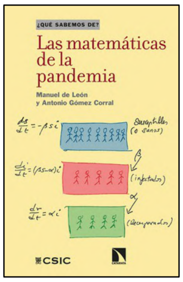












***Rompiendo códigos. Vida y legado de Turing.* Manuel de León, Ágata Timón. Colección ¿Qué sabemos de?, nº48. CSIC, Los Libros de la Catarata. ISBN: 978-84-8319-885-8. 94 páginas.** Alan Turing es uno de los grandes nombres de la ciencia del siglo XX. Sus aportaciones fundacionales a la computación –su famosa máquina de Turing– determinaron el desarrollo de la sociedad en la que vivimos. Junto al ejército aliado, participó en las labores de desencriptación de las comunicaciones nazis, sus ideas pioneras sentaron las bases de la inteligencia artificial, trabajó en la construcción de los primeros ordenadores e, incluso, con unas investigaciones inconclusas, contribuyó a crear una nueva rama del conocimiento: la biología matemática. Pero, tal y como se resalta en este libro, detrás de esta carrera multidisciplinar encontramos una mente matemática, quizás una de las más brillantes del siglo pasado. Turing fue, ante todo, un matemático que supo aplicar algunas de las cuestiones más fundamentales de la disciplina al avance del mundo moderno y cuya temprana muerte, trágica e injusta, nos privó de saber hasta dónde hubiera podido llegar su genio.

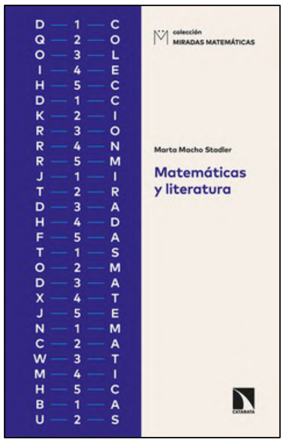
***Las matemáticas de los cristales.* Manuel de León, Ágata Timón. Colección ¿Qué sabemos de?, nº66. CSIC, Los Libros de la Catarata. ISBN: 978-84-9097-065-2. 110 páginas.** La relación entre la cristalografía y las matemáticas se remonta a los inicios del estudio de los cristales: podemos ver a Kepler, sobre el puente de Viena, observando los copos de nieve que se depositan en su abrigo. Las matemáticas le permitieron descifrar las simetrías en la singular disposición de su estructura. También en la cristalografía moderna encontramos otra relación entre las dos disciplinas: la difracción, que es el fenómeno que permitió estudiar de manera rigurosa los cristales, se asienta teóricamente en la transformada de Fourier, un desarrollo muy importante del análisis matemático del siglo XIX. El objetivo de este libro es resaltar esta hermandad y presentar los puntos básicos de encuentro, como la simetría y los grupos (cristalográficos y algebraicos), siguiendo la historia de su descubrimiento y mostrando la profundidad de estos conceptos, con aplicaciones al estudio de la vida, los virus, las proteínas, etc.

***Matemáticas y ajedrez.* Razvan Iagar. Colección ¿Qué sabemos de?, nº84. CSIC, Los Libros de la Catarata. ISBN: 978-84-9097-321-9. 126 páginas.** El juego del ajedrez ha fascinado durante siglos: su complejidad, su profundidad e incluso su belleza nos siguen atrayendo como el mejor de los retos. La inserción de las matemáticas en el estudio del juego ha supuesto, desde hace ya más de un siglo, una simbiosis perfecta que alimenta, por un lado, el avance hacia la partida de ajedrez perfecta y, por otro, el desarrollo de nuevas mejoras en campos como el de la programación informática o la inteligencia artificial. Grandes matemáticos como Claude Shannon o Alan Turing, que contribuyeron sobremanera a los avances de la ciencia de la computación, volcaron parte de sus ideas en la aplicación al juego del ajedrez como forma de perfeccionamiento. Hoy, gracias a su trabajo, vemos ordenadores capaces de batir a los más grandes maestros mundiales del juego. ¿Es el fin del ajedrez? ¿El cerebro humano ha sido superado por las máquinas?

***Las matemáticas de la luz.* Manuel de León, Ágata Timón. Colección ¿Qué sabemos de?, nº88. CSIC, Los Libros de la Catarata. ISBN: 978-84-9097-358-5. 126 páginas.** Pocas cosas hay en nuestro universo más fascinantes que la luz. La naturaleza de la luz y de la visión ha sido siempre uno de los temas más apasionantes en la historia de la humanidad. La luz es, además, uno de los principales motores del desarrollo tecnológico en el siglo XXI: con solo mirar a nuestro alrededor podemos darnos cuenta de este hecho en campos como la medicina, las comunicaciones o el negocio del entretenimiento y la cultura. Este libro trata de hacer un recorrido histórico de cómo las matemáticas (y muy especialmente la geometría) han estado siempre detrás de las diferentes teorías que la humanidad ha desarrollado para entender no solo lo que es la luz, sino también cómo se produce la visión.

***Las geometrías y otras revoluciones.* Marina Logares. Colección ¿Qué sabemos de?, nº97. CSIC, Los Libros de la Catarata. ISBN: 978-84-9097-555-8. 118 páginas.** El estudio del espacio y las formas que lo habitan se remonta al inicio de las matemáticas conocidas, desde las crecidas del Nilo y el intento de medir las tierras que quedarían cubiertas por sus aguas al portentoso cálculo del radio de la Tierra. Y este estudio del espacio llega a impregnar nuestra forma de entender físicamente el universo. Pero contrariamente a lo que estamos acostumbrados, la geometría no es una, sino muchas, dependiendo tanto de lo que se observa como de las herramientas de las que se sirve para construir su razonamiento. Es más, el hallazgo y desarrollo de estas diversas manifestaciones de la geometría ha impulsado descubrimientos en ciencias como la física. Parafraseando a Poincaré, si "todo saber tiene de ciencia lo que tiene de matemáticas" podríamos decir que toda observación de la naturaleza tiene de teoría lo que tiene de geometría. El hombre distingue formas, y en el estudio de estas descubre la geometría de lo que observa. En este libro iniciaremos un viaje sobre las distintas geometrías que conocemos actualmente, cómo surgen y la revolución en el pensamiento que implican o que les precede.

***Las matemáticas de la pandemia.* Manuel de León, Antonio Gómez Corral. Colección ¿Qué sabemos de?, nº118. CSIC, Los Libros de la Catarata. ISBN: 978-84-1352-102-2. 142 páginas.** Las matemáticas juegan un papel destacado en la comprensión de las pandemias y en cómo combatirlas; nos ayudan a prevenirlas, a predecirlas y a controlarlas. De hecho, la emergencia de SARS-CoV-2 ha llenado los medios de términos técnicos cuyo origen y correcta interpretación están ligados a conceptos matemáticos; por ejemplo, el modelo SIR, surgido de la lucha contra la malaria, predice la evolución de los contagios mediante ecuaciones diferenciales. Por su parte, las series temporales apuntalan la predicción, así como los procesos de Markov que, desde la actualidad, anticipan el futuro. Estos instrumentos nos hacen saber en la práctica cuándo se producirá el número máximo de contagios para alertar a los hospitales o evitar desplazamientos y reuniones, decidir si una vacuna será útil o no, o conocer las reglas del contagio y la construcción de cortafuegos para proteger a la ciudadanía.



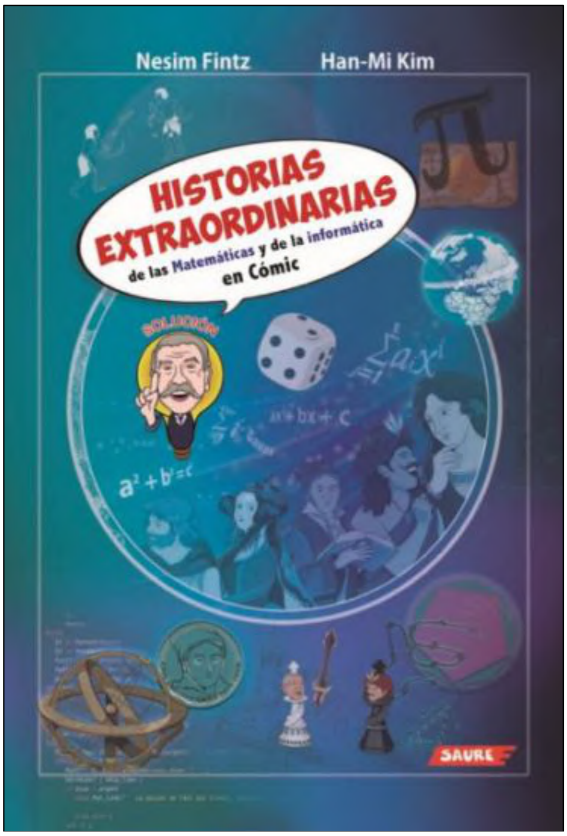
***Azar y probabilidad en matemáticas.* Santiago Fernández Fernández. Colección Miradas Matemáticas, nº17. FESPM, ICMAT, Los Libros de la Catarata. ISBN: 978-84-1352-274-6. 128 páginas.** Las situaciones azarosas atraviesan la vida cotidiana y de su experiencia podemos obtener una idea intuitiva y básica de la probabilidad de ocurrencia de los fenómenos aleatorios. Formalmente, la probabilidad es el cálculo matemático que evalúa las posibilidades de que un suceso ocurra cuando interviene el azar. La variación de los precios de materias primas, los tratamientos médicos, los juegos de azar, las previsiones meteorológicas, el análisis de riesgos o la estimación de la esperanza de vida son solo algunos de los contextos, vinculados a la toma de decisiones, que requieren del cálculo de probabilidades y de la estadística. Este libro nos introduce en la probabilidad como teoría matemática, presentando distintos tópicos y situaciones en los que intervienen argumentos y métodos probabilísticos. Siendo hoy uno de los campos de la matemática con más aplicaciones, repasa su historia y la formulación de sus principales leyes, teoremas y paradojas, vinculados a los nombres, entre otros, de Cardano, Galileo, Fermat, Pascal, Huygens, Bernoulli o Gauss, y especialmente de Laplace y Kolmogórov.

Ofrece, además, una reflexión y una propuesta didáctica orientada al profesorado y alumnado de secundaria y bachillerato para una mejor enseñanza y adquisición de la teoría de la probabilidad.

***Matemáticas y literatura.* Marta Macho Stadler. Colección Miradas Matemáticas, nº18. FESPM, ICMAT, Los Libros de la Catarata. ISBN: 978-84-1352-301-9. 112 páginas.** Cuando se habla de matemáticas y literatura, la primera reacción puede ser de sorpresa o incredulidad. ¿Cómo puede haber relación entre dos disciplinas tan alejadas? La percepción mayoritaria es que las matemáticas son frías, se deducen a partir de reglas establecidas y dejan poco espacio para la imaginación. También se piensa que la literatura surge exclusivamente de la creatividad, de la inspiración y de la emoción. Sin embargo, las matemáticas requieren de grandes dosis de ingenio y de intuición. Y las obras literarias no surgen únicamente por impulsos creativos; es necesario planificar y estructurar para que una buena historia se traduzca en un buen texto. En este libro se aportan ejemplos de cómo las matemáticas aparecen en textos literarios de cualquier género, sea novela, relato, poesía o cómic. Los fragmentos elegidos pueden ayudar a reconocer conceptos matemáticos mientras leemos una novela de aventuras o un poema. También pueden proporcionar herramientas para el aula a través de una muy necesaria labor de mestizaje: uniendo matemáticas y textos literarios se puede leer para disfrutar y aprender.

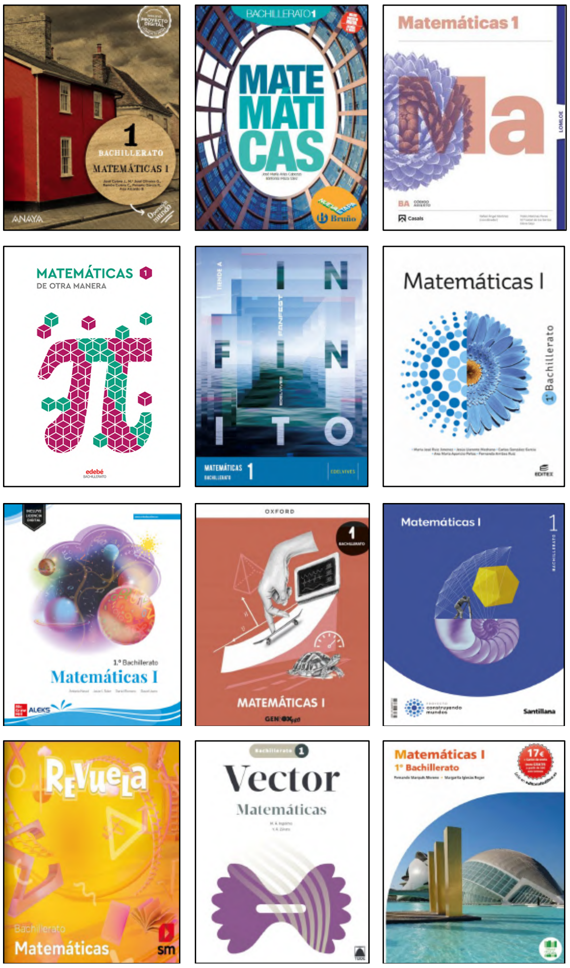
* El Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT), la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) y Los Libros de la Catarata auspician la colección *Miradas Matemáticas*. Dirigida principalmente a docentes y estudiantes de secundaria y bachillerato, su propósito es ofrecer contenidos de divulgación que aporten nuevas ideas y que permitan desarrollar materiales que acerquen las matemáticas al aula de una forma interesante y atractiva. Se busca así aproximar el mundo de la investigación y de la didáctica de las matemáticas, con una perspectiva histórica, relacionando sus aportaciones con otras ciencias y con los desarrollos tecnológicos. Con ello, se pretende contribuir a mejorar la educación de las matemáticas en el aula, fomentar las vocaciones científicas y abrir un diálogo entre los diferentes actores involucrados en la educación y divulgación de esta disciplina. Sin embargo, todas las obras pueden ser disfrutadas por un público más amplio como un texto de divulgación, en el que los ejercicios propuestos se convierten en retos para todas las edades, de forma que el libro ofrece una experiencia participativa, más allá de la lectura pasiva.

* Más información sobre estos libros puede obtenerse en **www.catarata.org**



***Historias extraordinarias de las matemáticas y de la informática en cómic.* Nesim Fintz, Han-Mi Kim. Editorial Saure. ISBN: 978-84-17486-12-9. 48 páginas.** En este libro Fintz reúne diez de los matemáticos más relevantes, como pueden ser Arquímedes, Carl Friedrich Gauss, Ada Lovelace o Dido Elisa, y muestra y contextualiza los instantes en los que estos científicos hicieron su aportación. El cómic trata de despertar la curiosidad y la reflexión en los jóvenes a través de una narración acompañada con las ilustraciones de Han-Mi. Más información sobre el libro puede obtenerse en **www.luckybooks.es**

***25 años Concurso de Primavera.* Asociación Matemática Concurso de Primavera.** En este libro están resueltos una selección de problemas de los 25 Concursos de Primavera de Matemáticas que se han celebrado hasta el momento. Más información puede obtenerse en **www.concursoprimavera.es**



Este curso 2022-2023 entra en vigor la **LOMLOE**. Los libros de texto de ESO y de Bachillerato de las diferentes editoriales incluyen todas las novedades de la nueva ley educativa.

- ✓ **Anaya** - *Operación Mundo*
  www.anayaeducacion.es
- ✓ **Bruño** - *Nueva Etapa*
  www.editorial-bruno.es
- ✓ **Casals** - *Código Abierto*
  www.ecasals.net
- ✓ **Edebé** - *De Otra Manera*
  http://deotramanera.edebe.com
- ✓ **Edelvives** - *FanFest*
  www.edelvives.com
- ✓ **Editex**
  www.editex.es
- ✓ **McGraw Hill** - *ALEKS*
  www.mheducation.es
- ✓ **Oxford University Press** - *GENiOX*
  www.oup.es/es/Geniox
- ✓ **Santillana** - *Construyendo Mundos*
  http://construyendomundos.santillana.es
- ✓ **SM** - *Revuela*
  www.grupo-sm.com/es
- ✓ **Teide**
  http://prodigi.digital/es
- ✓ **TuLibro**
  www.editorialtulibro.es

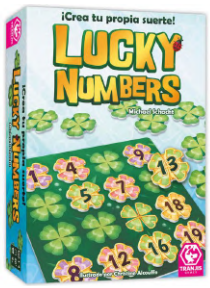
JUEGOS

***LAYERS*. Mercurio Distribuciones.** Gira, voltea y vuelve a girar hasta encajar las capas, con formas y colores exactamente como aparece en la lámina de reto. Con varios niveles de dificultad, y con distintas formas de puntuar en cada ronda, *Layers* es todo un desafío, ya sea en solitario o contra otros jugadores. Este juego fomenta la visión espacial, el reconocimiento de patrones y la rapidez. Material: 4 sets de 5 capas, 55 cartas de misión, 4 tableros de orden, 12 fichas de ronda, 1 reloj de arena, fichas de puntos y 1 reglamento.

***ALTO VOLTAJE EXTREME*. Mercurio Distribuciones.** ¡Adrenalina y emoción a granel! Hay una carta con un valor en la mesa con unos números que tienes que multiplicar. ¡Rápido! Tienes que encontrar una de tus cartas que sea el resultado de esa multiplicación. Todo depende de las cartas en tu mano y de si eres más rápido que el resto de jugadores. El primer jugador que se quede sin cartas gana la partida. Si os gustan los juegos rápidos, ¡este es vuestro juego! Material: 61 cartas y 1 reglamento.

MATICO. **Mercurio Distribuciones.** En este juego de cartas de rapidez mental deberás ser el primero en resolver la operación matemática, uniendo los números con el símbolo del mismo color. Pero, ¡cuidado!, solo podrás decir una respuesta. ¿Serás más rápido que el resto de los jugadores? Cálculo y percepción visual a contrarreloj. *Matico* es un juego ideal para practicar las matemáticas y el cálculo rápido. El juego contiene 56 cartas y 1 reglamento.

* Más información sobre estos juegos puede obtenerse en **www.mercurio.com.es**



LUCKY NUMBERS. **Tranjis Games.** ¡Completa tu jardín de tréboles en orden ascendente antes que nadie para ganar! ¿Estás buscando un poco de suerte? ¡Con *Lucky Numbers* la has encontrado! Tienta la suerte y gestiona las filas y columnas, intentando optimizar la posición y el orden de los números en la cuadrícula y completar el jardín para hacerte con la victoria. *Lucky Numbers* es un *filler* para toda la familia en el que cada jugador tiene como objetivo completar antes que los demás una cuadrícula de dieciséis casillas con unas fichas de trébol que tienen valores comprendidos entre el 1 y el 20. El juego incluye un modo solitario con 40 retos a superar. Contenido: 80 fichas de trébol, 4 tableros, 1 reglamento para 2 a 4 personas, 1 reglamento para el modo solitario.

RED7*,* de **Tranjis Games**, es un juego pequeño pero ingenioso y muy sencillo: 7 números, 7 colores y 7 reglas diferentes. Puedes jugar una carta, cambiar las reglas o ambas. Pero, cuidado: ¡si no vas ganando al final de tu turno, estás fuera! *Red7* es un filler de cartas en el que cada persona deberá, en su turno, realizar una jugada que le haga ir ganando. Para ello podrá jugar una carta en su zona de juego (paleta) o sobre la pila central (lienzo) que indica la condición de victoria. Si no puede realizar una jugada que le ponga en cabeza, ¡perderá! El juego cuenta con 3 niveles de dificultad: básico, avanzado y experto. El juego contiene 49 cartas numeradas del 1 al 7, de cada uno de los 7 colores del arco iris.

FÓRMULA**,** de **Tranjis Games**, es un juego educativo en el que tendrás que utilizar los números de tu mano junto con los signos de operaciones para crear una nueva igualdad correcta. El juego base está indicado para un nivel de primaria (7 a 12 años) y permite formar las igualdades con sumas, restas, multiplicaciones y divisiones. Contiene 50 cartas de número, 2 comodines y 5 signos de operación. El juego incluye también la expansión "Más Fórmula", pensada para un nivel de secundaria (12 a 16 años) y que añade números negativos, fracciones, raíces cuadradas y cuadrados. Contiene 41 cartas de número y 16 cartas de operación.

¡MÍA!**,** de **Tranjis Games**, es un juego frenético en el que tendrás que demostrar que eres la persona más rápida sumando y restando números. Consigue puntos resolviendo operaciones antes que el resto de personas de la mesa. Al final del juego, quien tenga más puntos ganará. Una persona asume el rol de "jugador inicial" y voltea la primera carta del mazo. Juega dos cartas que, a través de una operación matemática, den el resultado de la carta mostrada. Sé la primera persona en gritar ¡MÍA! y gana los puntos de la carta. El juego contiene 55 cartas de operación y 69 cartas de número.

***MONSTER KIT*. *El juego de los monstruos*. Tranjis Games.** Crea el monstruo más poderoso, más simpático, raro o cuyo nombre sea Mocodicaca. Demuestra el gran hechicero que puedes llegar a ser con la ayuda de las cartas de conjuro *Monster Kit*. En este juego se mejora la identificación de formas geométricas y los colores, la destreza óculo-manual, la iniciación a la lectura y la escritura, se potencia las operaciones matemáticas simples y se favorece la socialización y la adquisición de normas. *Monster Kit* incluye 8 modos de juego diferentes y 1 juego de rol.

* Más información sobre estos juegos puede obtenerse en: **http://tranjisgames.com**

***MATHSUMO. El arte de dominar la multiplicación.* Mattika Editions.** La mecánica del juego es simple: la carta representa el producto y los sumos en el tablero indican los factores. El juego consiste en quedarse sin cartas moviendo un solo sumo cada vez. Según la carta extraída, se mueve uno de los dos factores, que, por lo tanto, será común al producto que ya está en el tablero y a la carta extraída. Con este juego educativo, los niños trabajan el aprendizaje sistemático de las tablas de multiplicar, pero también trabajan los múltiplos y, por tanto, dan sentido a la multiplicación. El juego ayuda a adquirir los mecanismos de cálculo mental más que a memorizar tablas. Concreta la operación de multiplicación y se abre a otras nociones. De hecho, permite comprender cómo obtener el resultado de la multiplicación. Es un proceso activo de encontrar los números a multiplicar para obtener el resultado que indica la carta. En las tarjetas, los números se expresan en dígitos y cuadrados de colores, para que cada niño manipule el cálculo a su manera.

ADDIGOLO, de **Mattika Editions**, es un juego de cartas para aprender los complementos a 10. Los jugadores recogen cartas por parejas del mismo color cuando su suma es igual a 10, 20 o 30. El objetivo es obtener tantas tarjetas con números rojos como sea posible. El juego se puede jugar en una o más rondas. Una ronda termina cuando los jugadores no tienen más cartas. El juego contiene 52 cartas.

* Más información sobre estos juegos puede obtenerse en **www.mattika.com**

***MISIÓN CUMPLIDA. El juego cooperativo.* Zacatrus!** *Misión Cumplida* es un juego de cartas cooperativo, marcado por los números y los colores. Nos ponemos a las órdenes del robot BZ1, un superrobot de última generación. Este nos encargará diferentes misiones, a menudo incompatibles entre sí. Deberemos trabajar en equipo para superar el mayor número posible de retos, para alcanzar distintos niveles, antes de que se acabe el mazo de cartas. Perdemos todos o ganamos todos. El juego cuenta con 4 niveles de dificultad y con distintas variantes. Juego muy divertido, familiar y para todas las edades. Contenido: 54 cartas de misión y 56 cartas numeradas del 1 al 7 en 4 colores (cada carta numerada aparece dos veces).

MISIÓN SECRETA. Descubre al impostor. **Zacatrus!** *Misión Secreta* es un juego semicooperativo, de roles ocultos, muy entretenido, donde el simple objetivo de construir un robot puede implicar toda una auténtica trama de engaños y sabotajes. Contenido: 54 cartas y 5 tableros.

PICNIC, de **Zacatrus!**, es un juego en el que tendrás que apilar, girar e intercalar tus cartas para unir el máximo número de alimentos y manteles iguales. Cuanto más grandes sean los grupos de alimentos y manteles, más puntos conseguirás. Contenido: 80 cartas, 9 fichas de puntuación, 1 reglamento.

ANTARCTICA, de **Zacatrus!**, es más que un juego, es una historia basada en la exploración de la Antártida a principios del siglo XX. Sus personajes ficticios nos transportan hacia una aventura gélida, con momentos de terror y fantasía. *Antarctica* no te dejará indiferente, su historia te atrapará y no pensarás en otra cosa más que en solucionar sus enigmas. Juega en solitario o comparte la experiencia de juego con tus amigos y familiares. *Antarctica* es un juego de cartas narrativo en el que deberás interactuar con tu correo electrónico para resolver los enigmas que se irán planteando a lo largo del juego. Contiene 24 cartas de enigma y 1 carta de instrucciones.

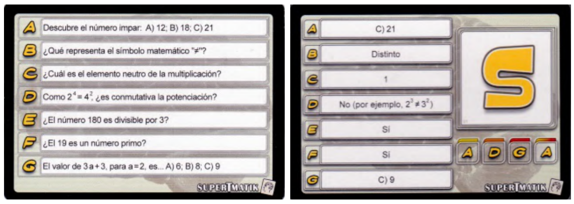
EN LA MENTE DE SHERLOCK, de **Zacatrus!**, nos traslada al universo Sherlock donde tendremos que resolver enigmas de matemáticas y de lógica. Descubre todo lo que se esconde en este juego, conoce más a Sherlock y pasa horas resolviendo los retos que se plantean. Juega en solitario, con amigos o familiares y descubre la historia que te atrapará paso a paso. *En la mente de Sherlock* es un juego de cartas narrativo en el que deberás interactuar con tu correo electrónico para resolver los enigmas que se irán planteando a lo largo del juego. Contiene 24 cartas de enigma.

PLATA. **Zacatrus!** En *Plata* estarás a punto de adentrarte en la mina abandonada de Silver City. No será fácil alcanzar la anhelada fortuna. Debes jugar bien tus cartas, anticiparte a tus rivales y evitar la terrible maldición que cae siempre sobre la última persona en abandonar la mina. Juega tus cartas de la mejor manera, consigue empezar ronda, marca jugada e intenta salir de la mina y llevarte la mayor puntuación. Si quedas en último lugar te caerá la maldición y tus cartas no valdrán nada. El juego contiene: 60 cartas, 10 losetas y 1 reglamento.

24H, de **Zacatrus!**, es un juego asimétrico de deducción. A través de cuatro escenarios los jugadores podrán ponerse en el papel de un legendario ladrón de guante blanco, un capitán de U-Boot, un joven aprendiz de mafioso o del poderoso Minotauro del rey Minos. Cada uno de los escenarios nos ofrece una ambientación propia, con diferentes mecánicas y objetivos en los que poner a prueba nuestras capacidades deductivas. Además, gracias a las dos pantallas que trae el juego, se pueden jugar simultáneamente dos partidas diferentes a la vez. El juego contiene: 2 tableros reversibles, 24 cartas de objetivo, 1 lámina de troqueles, 1 cuaderno de hojas de ruta, 9 peones de madera personalizados, 16 fichas de rastro, 2 pantallas de jugador, 1 lápiz, 1 dado de 10 caras.

* Más información de estos juegos puede obtenerse en **http://zacatrus.es**

SuperTmatik – QUIZ MATEMÁTICAS, de **EUDACTICA**, es un juego de cartas que fomenta la adquisición, la ampliación y la consolidación de una amplia gama de conocimientos matemáticos (fracciones, números romanos, geometría, símbolos y lenguaje matemático, problemas y mucho más).



Cada juego incluye 54 cartas, con 378 cuestiones y sus respectivas respuestas, y tiene 4 niveles de dificultad. Para proclamarse ganador del juego debe completarse la palabra "superT". La forma de conseguir cada una de sus letras está detallada en las instrucciones.

PEGO-PEGO, de **EUDACTICA,** son puzzles inspirados en el tangram. Los niños intentarán copiar los animales usando las pegatinas de diferentes formas geométricas. *PEGO-PEGO* ayuda a los niños a desarrollar conciencia espacial y habilidades de lógica y razonamiento, mediante formas y colores.

* La editorial EUDACTICA está dedicada especialmente al desarrollo de materiales didácticos destinados a la estimulación de la agilidad mental. EUDACTICA es la representante exclusiva de la marca portuguesa *SuperTmatik.* Además, la empresa concentra también su actividad en la creación de otros productos que facilitan el desarrollo cognitivo y en la organización de campeonatos escolares, en donde la afluencia de alumnos refleja la excelencia de sus publicaciones.

* Más información sobre estos y otros juegos se encuentra en **www.eudactica.com.**

CURIOSIDADES

Belén Hallado Arenales

ETIMOLOGÍA MATEMÁTICA

Măthēmătĭca proviene del griego antiguo *μάθημάτικός* (*mathematikos*), que significa “el que ama el aprendizaje”; de *μάθημα* (mathema), con el significado de “ciencia, lo que se aprende”, “una lección”, del verbo que significa “aprender, en especial, preguntando”, “entender”, “saber”. Según los indoeuropeístas, estos términos parecen estar vinculados a la raíz indoeuropea *menth-* “aprender, poner atención, estar alerta”, de donde se derivaron vocablos en diferentes lenguas, siempre con un significado semejante: *mundon*, “poner atención”, en gótico; *medha*, “inteligencia”, en sánscrito; *munter*, “alegre, animado, dispuesto”, en germano; *mazda*, “sabio”, en avéstico.

Pocos matemáticos están tan presentes en el lenguaje corriente como el persa Mohamed ben Musa al-Jwarizmi. De la corrupción de su nombre provienen las palabras “algoritmo” y “guarismo”. Del título de su obra Kitab al-jabr wa al-muqabalah (“Libro de la integración y de las ecuaciones”) nació la palabra “álgebra” (al-jabr).

A escala más modesta, el matemático francés Bertrand-François de Barrême también prestó su apellido al vocabulario cotidiano: el término baremo, del francés barème, hace honor a sus habilidades en aritmética, geometría y, por supuesto, contabilidad.

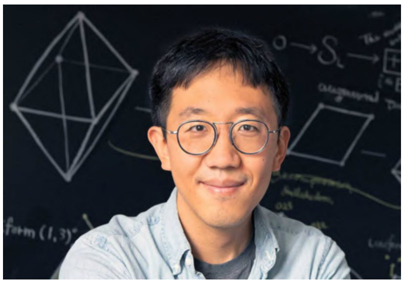
http://etimologias.dechile.net/?matema.tica
https://www.acta.es/recursos/baul-de-ciencias-y-tecnologia/datos-anecdotas-y-curiosidades/3-matematicas

PEARSON vs ESTADÍSTICA

Se cuenta que, en el cambio del siglo XIX al XX, el inglés Karl Pearson se empecinó en una singular carrera contra la estadística: lanzó al aire una moneda 24 000 veces. Por el resultado, la que ganó fue la estadística: salieron 12 012 caras.

https://www.acta.es/recursos/baul-de-ciencias-y-tecnologia/datos-anecdotas-y-curiosidades/3-matematicas

JUNE HUH, DE POETA A MATEMÁTICO



June Huh, Medalla Fields 2022 por “aportar las ideas de la teoría de Hodge (una rama de la geometría algebraica) a la combinatoria”, no mostró interés por las matemáticas durante su infancia y primera juventud. Su padre intentó enseñarle matemáticas con un libro de ejercicios, pero Huh se limitaba a copiar las soluciones que se encontraban al final del texto. Durante el bachillerato, su sueño era convertirse en un gran poeta. Al no llegar el reconocimiento que esperaba en este campo, comenzó sus estudios universitarios en Seúl (Corea del Sur) con la intención de convertirse en periodista científico, especializado en física y astronomía.

Tardó seis años en finalizar la carrera, afortunadamente, pues en su último curso, Heisuke Hironaka (quien obtuvo la Medalla Fields en 1970) fue invitado a dar un curso de geometría algebraica en la Universidad Nacional de Seúl. El curso levantó una gran expectación en la universidad y más de 200 estudiantes se inscribieron. Sin embargo, Hironaka, en vez de dar un curso convencional —donde todos los detalles están trabajados y encajan a la perfección—, un producto ya empaquetado —y, podríamos decir, un producto que ya está *muerto*—, dio un curso *vivo* sobre la investigación que estaba llevando a cabo en este momento, con todas las inconsistencias, reveses, giros y dificultades que esto conlleva. Al cabo de una semana, de los 200 inscritos solo quedaban cinco. Uno de ellos, Huh, quedó fascinado por la libertad y el misterio de las auténticas matemáticas, en las que descubrió la poesía absoluta, liberada del ego, que tanto había buscado.

https://elpais.com/ciencia/cafe-y-teoremas/2022-07-15/de-poeta-a-matematico-el-viaje-en-busca-de-la-belleza-de-june-huh.html

CURIOSIDADES CON NÚMEROS

¿Cuál es el número menor de 1000 con más letras? El 454. Cuatrocientos cincuenta y cuatro… ¡29 letras nada más y nada menos!

El número 2520 es el número más pequeño que puede ser dividido en forma exacta por los números del 1 al 10.

El número π surge, como es sabido, como la relación entre la longitud de la circunferencia y el diámetro del círculo. Pero también aparece en multitud de relaciones físicas y matemáticas. Baste una muestra: en muchos ríos, la relación entre la longitud real del curso (con sus curvas y meandros) y la distancia en línea recta entre las fuentes y la desembocadura es aproximadamente igual a π.

https://academianuevofuturo.com/blog/curiosidades-matematicas/

https://www.acta.es/recursos/baul-de-ciencias-y-tecnologia/datos-anecdotas-y-curiosidades/3-matematicas

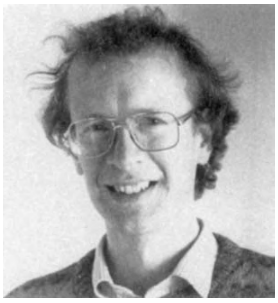
DE CIGARRAS Y HORMIGAS

Las cigarras del género *Magicicada* pasan la mayor parte de su vida bajo tierra, donde se alimentan de jugos de raíces antes de emerger, aparearse y morir. Salen a la luz al cabo de un ciclo periódico que suele ser de 13 o 17 años: dos números primos. Se cree que la razón es para que estas cigarras tengan más posibilidades de supervivencia, al escapar de depredadores y parásitos cuyos ciclos vitales son más cortos y, para que coincidan, el mínimo común múltiplo sería el producto de los ciclos de ambos. *Si, por ejemplo, el parásito tiene un ciclo de 2 años, y la cigarra de 17 años, solo se encontrarán cada 34 años, y si tiene un ciclo vital de 10 años, sólo se encontrarán cada 170 (10 x 17) años.*

La hormiga del desierto del Sáhara, *Cataglyphis fortis,* atraviesa enormes extensiones de terreno arenoso en busca de alimentos, muchas veces sin ningún punto de referencia. Estas criaturas son capaces de regresar a su nido utilizando una ruta directa, sin necesidad de rehacer el camino del que se sirvieron a la ida. No solo pueden orientarse gracias a la luz, sino que poseen una especie de podómetro que cuenta sus pasos y les permite medir distancias con enorme precisión. Una hormiga puede recorrer cincuenta metros hasta encontrar un insecto muerto, arranca un trozo y lo lleva sin dudar al hormiguero, al que accede por un agujero a menudo de menos de un milímetro de diámetro.

(*EL LIBRO DE LAS MATEMÁTICAS De Pitágoras a la 57ª dimensión. 250 hitos de la historia de las matemáticas*, Clifford A. Pickover).

¡DEMASIADO VIEJO!



Los galardones más apreciados del mundo en el campo de las matemáticas son las Medallas Fields. Aunque el derecho a recibir estas medallas tiene un límite un tanto controvertido: por una regla no escrita no pueden otorgarse a personas de más de 40 años. Así, el británico Andrew Wiles no recibió el premio cuando desentrañó en 1995 el Último Teorema de Fermat, durante tres siglos uno de los grandes retos pendientes de las matemáticas. ¡Wiles tenía 41 años!

https://www.acta.es/recursos/baul-de-ciencias-y-tecnologia/datos-anecdotas-y-curiosidades/3-matematicas

LA PARADOJA DE PARRONDO

A finales de la década de 1990 el físico español Juan Parrondo mostró cómo dos juegos que aseguran la pérdida de todo el dinero de un jugador pueden jugarse alternativamente y hacer rico al jugador. Esta paradoja presenta aplicaciones que van desde la dinámica de población hasta la evaluación del riesgo financiero.

(*EL LIBRO DE LAS MATEMÁTICAS De Pitágoras a la 57ª dimensión. 250 hitos de la historia de las matemáticas*, Clifford A. Pickover).

VISITA AL MUSEO DE LAS MATEMÁTICAS DE HUESCA

Belén Hallado Arenales
IES Alberto Pico, SANTANDER

El Museo de las Matemáticas de Huesca está adscrito y prácticamente adjunto al Centro Astronómico y está situado en el edificio Mª Josefa Izuel del Parque Tecnológico Walqa, a las afueras de la ciudad de Huesca (Walqa es un antiguo nombre de la ciudad de Huesca).

Esta iniciativa recoge la buena acogida que tuvo el espacio expositivo, promovido por el Instituto de Matemáticas y Aplicaciones de la Universidad de Zaragoza (IUMA), la Sociedad Aragonesa de Profesores de Matemáticas (SAPM) y el Planetario de Aragón, que durante varios meses de 2019 se alojó en el Monasterio de Casbas de Huesca.

Se trata del sexto museo dedicado a las matemáticas en Europa y es un minimuseo similar al MMACA en Cornellá de Llobregat, con la idea principal de "tocar las matemáticas", hacerlas visuales, prácticas y fácilmente entendibles al público general. En el resto de Europa, solo existen cuatro más con dedicación exclusiva situados en Quaregnon (Bélgica), Beaumont de Lomagne (Francia), Giessen (Alemania) y Florencia (Italia).

Nos recibe Jesús Pérez Navasa, director del Planetario de Aragón, muy involucrado e ilusionado con la iniciativa, quien nos hace de guía, permitiéndonos jugar y participar en las diversas actividades. Le agradecemos mucho toda su generosa colaboración.

Jesús Pérez Navasa y yo tras construir un puente de Leonardo.

El museo se puede visitar de manera particular o en grupos escolares y es muy recomendable a partir de los 8 años. Se puede realizar la visita al Museo juntamente con la visita al Planetario de Aragón. "Queremos que la gente, especialmente los niños, salgan con preguntas. Preferimos que salgan con preguntas a respuestas, es la forma de fomentar la curiosidad y hacer que la ciencia evolucione", comenta su director.

El museo consta de cinco espacios interiores más uno exterior, 350 m^2 en total, y adaptado a personas con movilidad reducida y cuenta con audioguías. Las tres salas interactivas tienen nombres de científicos de la zona para, en palabras de Jesús Pérez, "aproximar también de esa manera la ciencia a los visitantes, verla como algo cercano, natural y real". Además de estas tres salas, el museo cuenta con una sala de talleres y otra para exposiciones temporales.

Las salas están decoradas con imágenes matemáticas de gran tamaño y cuerpos geométricos colgados del techo.

Describimos las diferentes actividades que hay en la actualidad en las diferentes salas, donde el visitante, a través de juegos y sencillas explicaciones, podrá "tocar" las matemáticas y entenderlas de una manera diferente y divertida:

SALA MARÍA ANDRESA CASAMAYOR

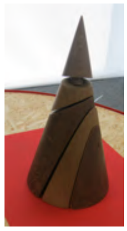
Esta sala contiene las siguientes actividades:

- juegos de estadística y probabilidad, con cajas con bolas de colores (inferencia estadística)
- juegos de Nim (estrategia ganadora)
- rascacielos: consiste en colocar todos los edificios en una plantilla siguiendo las pistas y sin que se repitan las alturas en cada fila o columna (similar al sudoku)
- mosaicos (periódicos y aperiódicos)

- nudos y enlaces (juegos con cuerdas, acercamiento a la topología)
- una cicloide
- rep-tiles o repíteselas (formar figuras a partir de piezas pequeñas)

SALA MARÍA TERESA LOZANO IMÍZCOZ

En esta sala se puede *jugar* con:



- cónicas (cono de Apolonio)
- cúpulas de Leonardo
- péndulo de longitud variable (ejemplo de sistema caótico)
- sólidos de anchura constante
- superficies
- NameSurfer: programa informático que transforma un nombre en una ecuación y ésta aparece representada como una superficie. Emula al descubrimiento de Descartes de describir objetos geométricos mediante ecuaciones.
- el teorema de los 4 colores (probado sobre la superficie de un balón)

- Tribar: figuras imposibles y una figura de metacrilato que permite crear ilusiones.

SALA FRANCISCO JOSEPH DE ARTIGA

En esta sala podemos tocar las matemáticas con:

- una máquina de Galton (probabilidad)
- Cubo Soma: consiste en encadenar siete piezas para formar un cubo 3x3x3. (Similar a un tangram en 3 dimensiones)

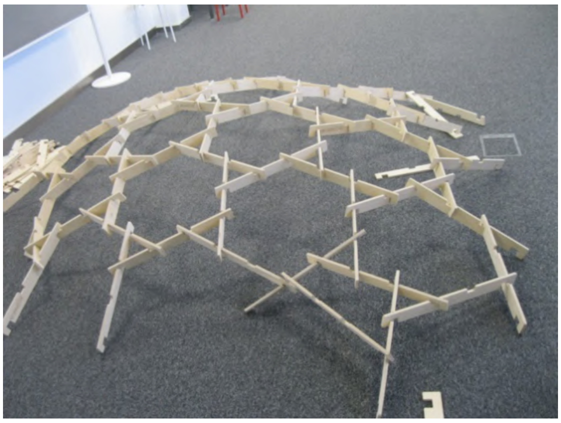
- las torres de Hanoi (ejemplo de bucle)
- los puentes de Köenigsberg (maqueta con los 7 puentes, introducción a la teoría de grafos)

- Matemagia: aprender trucos para ¡aprender matemáticas!

ESPACIO EXTERIOR

Algunas de las actividades mencionadas se pueden realizar, si el tiempo lo permite, en el exterior:

- las cúpulas de Leonardo
- los puentes de Leonardo



Además, hay otras actividades exteriores:

- doble dominó, colocando una serie de ladrillos seguidos, se puede formar un doble dominó (aplicación del teorema de Tales)
- medir alturas, con ayuda de un espejo se puede calcular la altura de un edificio (teorema de Tales)
- espejo parabólico, cómo quemar un papel con la ayuda del sol y un espejo parabólico.

El museo cuenta también con una sala polivalente para exposiciones temporales, recibir grupos o montar las cúpulas y puentes de Leonardo, si el tiempo no acompaña en el exterior. Asimismo, dicha sala tiene una pantalla grande donde se emiten vídeos matemáticos divulgativos y muy interesantes.

CIENTÍFICOS QUE DAN NOMBRE A LAS SALAS

María Juana Rosa Andresa Casamayor de la Coma (Zaragoza, 1720 - 1780). Fue una matemática, escritora y maestra de niñas española, que destacó en el manejo de los números y en la aritmética, áreas que en aquella época eran habituales de hombres y no de mujeres. Escribió el ***Tyrocinio** aritmético, instrucción de las quatro reglas llanas*, que es el primer manual científico escrito por una mujer en España del que se tiene constancia, y lo publicó bajo el pseudónimo *Casandro Mamés de la Marca y Araioa* (anagrama de su nombre), *discípulo de la Escuela Pía de Santo Thomàs de Zaragoza*. Se trata de un sencillo manual en el que además de las reglas básicas de la aritmética (suma, resta, multiplicación y división), se proporcionan equivalencias de unidades de longitud, peso, monedas… que se utilizaban a diario en los intercambios comerciales en Aragón. Escribió un segundo libro, *Parasi solo*, manuscrito sobre aritmética avanzada, que no se publicó ni se conserva.

María Teresa Lozano Imízcoz (Pamplona, 1946). Matemática española, pionera en investigación en Topología y Geometría. Su carrera abarca más de cuarenta años de dedicación al ámbito de la teoría de variedades de dimensión 3, de la que es referente internacional. En 1990 se convirtió en catedrática de Geometría y Topología, la primera catedrática de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza. Desde 2006 pertenece a la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Primera profesora emérita de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza. Desde 2015 forma parte de Comité Asesor Internacional de la Red Española de Topología. En 2016 recibió la Medalla de la Real Sociedad Matemática Española (RSME) por haber abarcado "durante más de 40 años de manera excelente todas las facetas de la profesión matemática: investigación, docencia, gestión, divulgación y servicio a la comunidad".

Francisco Joseph de Artiga y Orús (Huesca, 1645 – 1711). Hombre polifacético: Matemático, profesor, astrónomo, poeta, tratadista, escritor de los más variados temas, pintor, grabador, ingeniero y arquitecto. Escribió quince libros de temática diversa, tanto de matemáticas y ciencia como de astronomía y gramática, destacando el *Epitome de la Elocuencia Española* (1692), retórica en verso que tuvo seis reimpresiones a lo largo del siglo XVII. Francisco José de Artiga se movió en el círculo oscense de Vincencio Juan de Lastanosa e hizo los grabados de su *Tratado de la moneda jaquesa* (Zaragoza, 1681). También en 1692 obtuvo la cátedra de matemáticas de la Universidad de Huesca y diseñó su fachada y desde 1690 supervisó su construcción (hoy Museo Provincial de Huesca). Diseñó el patio del antiguo palacio de los reyes de Aragón. Compuso un tratado inédito de poliorcética, *Fortificación elemental*, que él mismo ilustró. Según Ceán Bermúdez fue pintor de perspectivas y grabador a buril y aguafuerte. Escribió el *Discurso de la naturaleza… de los cometas* y, de sus escritos matemáticos, principalmente de geometría aplicada, no han llegado a nuestros días. Construyó uno de los primeros pantanos de España, el de Arguis, en el río Isuela (Huesca).

FUTURO DEL MUSEO

El Museo de Matemáticas es una sección del Planetario de Aragón que depende de la Fundación Centro Astronómico Aragonés, fundación tutelada por el IAF (Instituto Aragonés de Fomento) que es un organismo del Gobierno de Aragón. Su financiación está incluida en el presupuesto del Patronato, pero para poder crearlo y ponerlo en marcha (el presupuesto de la Fundación es muy pequeño) se ha contado con dos apoyos importantes:

- Por un lado, ayuda de la FECYT que, tanto el pasado año como este, han aportado 25 000 euros destinados íntegramente al pago de personal.

- Por otro lado, la aportación de material ha sido del IUMA (instituto universitario de matemáticas y aplicaciones de la Universidad de Zaragoza). La inversión de las obras ha corrido completamente a cargo de la Fundación Centro Astronómico Aragonés, que también sufraga el alquiler, limpieza y resto de gastos, así como la aportación de monitores propios para las visitas.

Las visitas son de pago, por lo que las aportaciones de los visitantes son una parte importante de los ingresos del museo. En lo que llevamos de año han pasado más de 7000 personas (se abrió en octubre de 2021)

En definitiva, la ayuda de la FECYT ha sido decisiva porque sin monitores no se puede tener el modelo de visita programado (1 monitor cada 15 alumnos). No olvidemos que la gran mayoría de visitantes son grupos escolares por lo que un autobús de unos 50 chavales necesita tres monitores. Si son dos autobuses hacen falta 5-6 monitores.

El Centro Astronómico se está ampliando con actividades relacionadas con la luz y la robótica, ambas relacionadas con la investigación del universo. De seguir así, podría llegar a convertirse en algo así como el "Museo de Matemáticas, Física, Tecnología y Universo" (es mi opinión).

Dado al interés hoy en día (afortunadamente) porque se avance en las STEAM, sería bueno que alguna otra entidad y/o mecenas se animara a colaborar, porque es un buen recurso para acercar la ciencia y hacerla comprensible, a la par que interesante y descubrir algunas aplicaciones y su belleza, animando a jugar, investigar y cuestionarse (¡justo lo que pretende!).

LAS VISITAS

Horario de verano:

Todas las mañanas: 11:00 y 12:30h; sábados tarde: 18:30 y 20:00h.

Horario de invierno:

Sábados y domingo por la mañana: 11:00 y 12:30h; sábados por la tarde: 18:30 y 20:00h.

Grupos: de lunes a viernes por la mañana (contactar). Planetario + Museo Matemáticas, de 10:00 a 14:00h; museo solo: 10:00 y 12:00h.

SUGERENCIA de Jesús para GRUPOS ESCOLARES de otras Comunidades: visita al Planetario y Museo de las Matemáticas en Huesca + Acuario fluvial de Zaragoza (el mayor de Europa) + paseo en camello y dormir en una jaima en los Monegros. De hecho, hay un acuerdo con el Acuario de Zaragoza

Por supuesto, a nivel individual, familiar o de grupo, la visita se puede completar con arte: Museos (de Huesca, de arte y naturaleza de Huesca, de dinosaurios, de Goya, de Zaragoza, de origami, del fuego, de Ciencias Naturales, de Tapices…), iglesias (Basílica del Pilar, catedral de Huesca, iglesias románicas), Castillos (Montearagón, Loarre, Sábada, Monzón entre otros), etc.; y con un montón de actividades lúdico-deportivas en medio de la naturaleza, principalmente en los Pirineos: paseos, esquí, bicicleta de montaña, barranquismo, rafting…

INFORMACIÓN Y CONTACTO:

974 23 45 93 (mañanas)
https://planetariomat.planetariodearagon.com

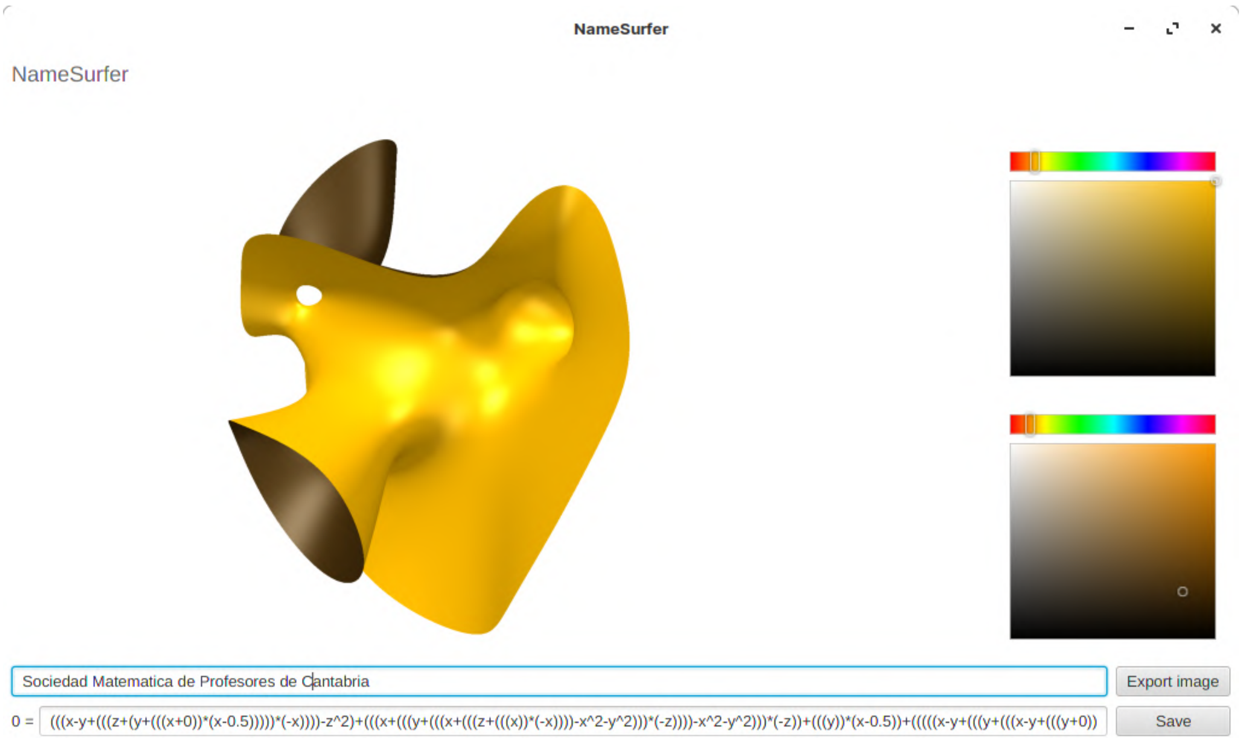


Imagen de la “Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria”,
generada por el programa *NameSurfer.* Cortesía del Museo de las Matemáticas de Huesca.

DÍA ESCOLAR DE LAS MATEMÁTICAS

En el año 2000, declarado por la UNESCO Año Mundial de las Matemáticas, se instituyó la celebración del día 12 de mayo como Día Escolar de las Matemáticas por la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM). La fecha elegida para esta celebración, 12 de mayo, coincide con la del nacimiento del insigne matemático Pedro Puig Adam, que fue el iniciador de la didáctica de las matemáticas en nuestro país, y que nació en 12 de mayo de 1900. Con él se inició la renovación de enseñanza de las matemáticas en España, en la década de los cincuenta, movimiento del que la FESPM se siente heredera. Desde entonces, cada año ha tenido lugar esta celebración centrándola en un tema que relaciona las matemáticas con algún otro ámbito del conocimiento.

En 2021 el tema fue *Las matemáticas y la sanidad vegetal*, mientras que en 2022 el tema ha sido *Matemáticas en los caminos de Santiago*. Vamos a mostrar un extracto de las actividades propuestas en ambas ocasiones, si bien se pueden obtener al completo, incluyendo sendas charlas, a través de la página web de la FESPM:

https://fespm.es/index.php/category/actividades/dia-escolar-de-las-matematicas/

SANIDAD VEGETAL

La FAO, Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Pesca, propuso el año 2020 como el año para concienciar a gobiernos, científicos, empresas y toda la población en general, de la necesidad de proteger el mundo vegetal de las invasiones de plagas, así como la necesidad de un uso sostenible de los productos fitosanitarios para el control y eliminación de las mismas. Esta es la razón de este trabajo, aportar desde la educación, campo de cultivo de un futuro mejor, una reflexión sobre la necesidad de un uso controlado de los productos fitosanitarios y su sustitución por otras técnicas de control más sostenibles con un grado mínimo de alteración de las aguas subterráneas y superficiales del planeta.

Actividad 1:

Lee el artículo introductorio de la FAO para este año 2020, disponible en este enlace:

https://fespm.es/wp-content/uploads/2020/09/Art%c3%adculo-introductorio-de-Sanidad-Vegetal.pdf

A continuación, y trabajando en equipos de tres o cuatro estudiantes, elabora un listado de, al menos, cinco acciones contaminantes e indica el medio sobre el que actúa (aire, tierra, o agua), que pueden afectar a la salud de las plantas. De igual manera, escribe alguna propuesta de reducción de dicha contaminación.

Una vez elaborado el listado, se propone una puesta en común dirigida por el profesor. Se reflexionará sobre aquellas acciones contaminantes que más se han repetido. Tras la puesta en común, representa un diagrama de barras y un diagrama de sectores que indique la frecuencia del medio sobre el que actúa.

Herbicidas

Un herbicida es un producto químico diseñado para eliminar las hierbas que crecen en un determinado terreno perjudicando el normal desarrollo de la cosecha o de las plantaciones. Actualmente en España hay más de 300 marcas comerciales de productos autorizados.

Figura 1. Dos tipos de herbicidas

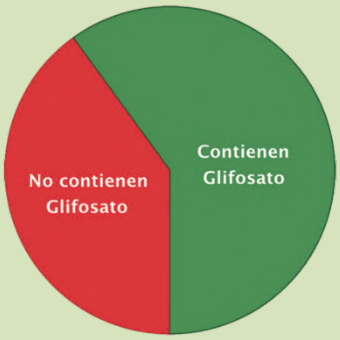
Para la clasificación de los herbicidas se pueden utilizar varios criterios: toxicidad, modo de acción, campo de acción del herbicida (general o específico), uso, campo de aplicación (suelo u hojas), o sus propiedades químicas, entre otras formas de clasificación.

La primera clasificación, más genérica, que se hace de los herbicidas afecta a su modo de acción. Según esta, distinguimos dos grupos de herbicidas: herbicidas de contacto y herbicidas sistémicos o residuales. Los primeros actúan sobre la parte de la planta con la que contactan, eliminando las hojas sobre las que el producto cae al fumigarse; los segundos, sobre las hojas y tallos, pero con la diferencia que estos son absorbidos y la savia los traslada hasta la raíz para que la totalidad de la planta muera. El efecto del herbicida se aprecia pasados unos días.

Los herbicidas residuales o sistémicos son los más utilizados en la actualidad, y el componente más usado es el glifosato, comercialmente conocido como Roundup, cuya fórmula química es: $C_3H_8NO_5P$.

Actividad 2

La siguiente gráfica muestra el porcentaje, en general, de herbicidas que tienen glifosato entre sus componentes.



En un almacén de productos fitosanitarios nos ofrecen una variedad de 35 herbicidas diferentes. ¿Cuántos cabe esperar que contengan glifosato?

Tras una campaña de publicidad, el almacén adquiere 5 nuevos herbicidas, de los cuales dos no contienen glifosato y los otros tres sí. Construye una gráfica similar a la que se ha proporcionado para esta nueva situación del almacén de productos fitosanitarios.

Control de plagas

Se entiende por plaga a la irrupción masiva de seres vivos en una plantación que afecta directamente a esta, causando grandes daños y disminuyendo la producción o incluso matando las plantas del cultivo.

Dependiendo del tipo de ser vivo que afecte a la plantación, las plagas se combatirán de diferentes maneras. Uno de los métodos de combate de las plagas es el uso de plaguicidas, que son productos fitosanitarios específicos para combatir la invasión de estos seres vivos. Según el tipo de seres vivos que invadan a las plantas se pueden clasificar entre otros, en dos grandes grupos: insecticidas y fungicidas. Los primeros actuarán sobre todo tipo de insectos que puedan afectar y el segundo gran grupo actuará sobre los hongos que puedan invadir las plantaciones.

Figura 11. Plaga de gusanos

La detección de una plaga en una plantación se hará tomando una muestra de algunos de los cultivos de la plantación. Para tomar la muestra se pueden seguir diferentes tipos de muestreo, siendo los más frecuentes el muestreo visual, el muestreo tomado con un aspirador portátil, el muestreo tomado con una trampa, ya sea de suelo o de árbol, y algunas otras formas.

En cualquier muestreo es muy importante seguir unas normas básicas, como es que la muestra debe ser representativa de la población que se desee analizar. Para la realización de un muestreo se pueden seguir varios modelos, siendo válido cualquiera que haga que la muestra sea significativa y represente a toda la plantación (figura 13). Por lo general, los terrenos no suelen estar distribuidos de forma regular y la elección puede no llegar a ser lineal como muestran la figura 14.

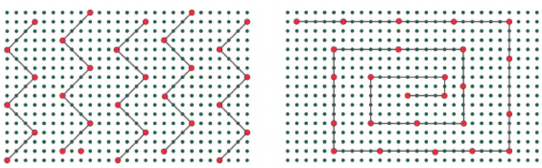


Figura 13. Muestras en zigzag y en espiral

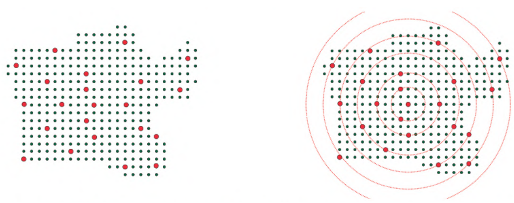


Figura 14. Muestra en circunferencia para un terreno irregular

Actividad 10

En un campo de 300 olivos se desea realizar una muestra para detectar una posible plaga. Para ello se van a seleccionar 25 olivos. Realiza tres diseños para la obtención de una muestra representativa en cada uno de los casos. En la figura 15 hay una plantilla para que la uses en el diseño de cada una de tus muestras.

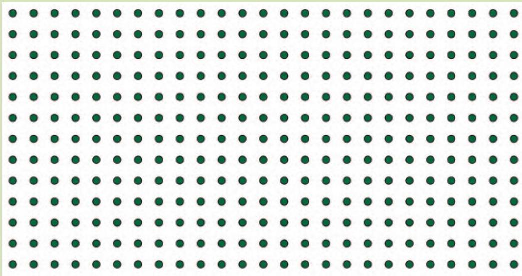


Figura 15. Plantilla para ejercicio de muestreo

Controles biológicos

Cuando hablamos de controles biológicos, hablamos de controles que no usan productos químicos como son los productos fitosanitarios. En este campo vamos a destacar dos tipos de control que se están usando con mayor regularidad como son el uso de feromonas y el uso de otros seres vivos.

Las feromonas son productos orgánicos que emiten los insectos y que provocan en otros individuos de su misma especie respuestas que los llevan a un comportamiento determinado. A pesar de que hay diferentes tipos de feromonas, son las sexuales, producidas por las hembras de la especie, las que se usan para atraer a los machos, a veces desde grandes distancias. Las trampas que se utilizan son para una captura masiva de insectos, atraídos por las feromonas.

Figura 16. Trampa de feromonas

A pesar de que el radio de acción de las feromonas puede llegar a ser muy amplio, en las plantaciones se suele colocar varias trampas que provocarán una confusión sexual mediante una nube de feromonas que harán que sea muy difícil que macho y hembra se encuentren, evitando así el apareamiento. Por otro lado, las trampas de captura masiva se encargarán de reducir la plaga que se esté tratando.

Actividad 11

En un campo de 750 olivos plantados a 8 metros de distancia unos de otros, se va a controlar una plaga de euzophera pinguis, y para ello se van a utilizar dos tipos de feromonas. Las trampas de feromonas de tipo A tienen un radio de acción de 40 m, y las de tipo B abarcan 32 m de radio de acción. Además, cada trampa de tipo A se comercializa a 17,90 euros mientras que las de tipo B se venden a 15,50 euros. Por motivos comerciales se deberán adquirir al menos el doble de feromonas de tipo B que de tipo A.

a) Define una función de dos variables que dé el valor de la compra de los dos tipos de feromonas en función del número de trampas de cada tipo que deseemos comprar.

b) ¿Cuántas trampas podrías colocar si disponemos de 200 euros de presupuesto? Encuentra todas las soluciones posibles teniendo en cuenta los motivos comerciales expuestos anteriormente, es decir, que las trampas de tipo B deben ser al menos el doble de las de tipo A.

c) En las condiciones del problema, y calculando previamente los olivos que cubriría cada planta, ¿será posible adquirir las trampas necesarias para que puedan cubrir los 750 olivos?

d) Abrir el archivo de GeoGebra, que se encuentra en el siguiente enlace: **https://www.geogebra.org/m/jbjncxbz**.

El trabajo se va a hacer sobre un campo rectangular de 30x25 olivos. Coloca las trampas necesarias para cubrir la mayor parte de olivos y así confundir y atraer a los machos del insecto.

Investigaciones Científicas

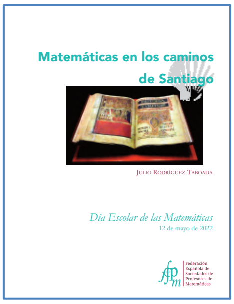
Son muchísimas las investigaciones que se están llevando a cabo en el campo de la sanidad vegetal. La ciencia está en continuo movimiento y las investigaciones que se llevan a cabo tienen el objetivo de mejorar la calidad de vida, no solo del ser humano o del mundo animal, sino también del mundo vegetal.

Conclusión

Hay mucho camino por recorrer y las investigaciones científicas no cesan. Las escuelas de ingeniería agraria, los laboratorios biológicos, los estudios genéticos... todo se encamina a un control sostenible del planeta. El papel de las matemáticas en la lucha contra el cambio climático es indiscutible, es el lenguaje en el que se desarrollan todas las investigaciones que se han hecho y las muchísimas que quedan por hacer. Miles de puertas cerradas que con la llave maestra de las matemáticas harán posible su apertura para un mundo mejor.

Figura 18. Musgo en tronco de árbol

MATEMÁTICAS EN LOS CAMINOS DE SANTIAGO



Introducción. Un poco de historia

Para comprender la magnitud del Camino de Santiago es necesario remontarse a la tercera década del siglo VIII, cuando el eremita Paio encuentra la supuesta tumba del apóstol Santiago y dos de sus discípulos en tierras gallegas. A través de Teodomiro, obispo de Flavia, la noticia llega a la corte de Alfonso II, rey de Asturias, quien decide viajar hasta Compostela, convirtiéndose en el primer peregrino. El rey promovió además la construcción del templo que habría de albergar los restos del apóstol, germen de la actual catedral de Santiago de Compostela, cuyas obras comenzaron en el año 1075.

El crecimiento del número de peregrinos, motivado por la implicación de diversas órdenes religiosas, motivó el desarrollo de una gran actividad cultural y económica alrededor de la ruta jacobea. El año 1179 el papa Alejandro III decreta que serán años santos compostelanos (años jacobeos) todos aquellos en los que el 25 de julio (día del apóstol Santiago) coincida en domingo.

La UNESCO, en 1993, declaró Patrimonio de la Humanidad al conjunto de rutas de peregrinación que van desde los Pirineos hasta Santiago de Compostela, lo que hoy conocemos como *Camino Francés*. Este reconocimiento fue ampliado en dos ocasiones: en 1998, incluyendo los tramos del camino que recorren territorio francés, y en 2015, incluyendo en la distinción los *Caminos de Santiago de Norte de la Península*.

<u>Actividad 1. Años santos</u>

Se considera que un año es año jacobeo o año santo compostelano cuando el día 25 de julio es domingo.

a) ¿Cuántos años han de pasar entre dos años jacobeos consecutivos? ¿Es ese periodo siempre el mismo? Explica la serie que seguirán los años santos compostelanos.

b) Sabiendo que el último año jacobeo del siglo XX fue el 1999, calcula la probabilidad de que un año del siglo XXI elegido al azar sea santo.

c) El año santo romano se celebra cada 25 años desde 1450. ¿Cuál será el próximo año santo romano y compostelano al mismo tiempo?

Conocer la longitud real del conjunto de rutas que componen la red del camino es muy difícil, pues continuamente se van uniendo nuevas ramificaciones o extensiones a las vías existentes. Baste decir que solo en la península ibérica existen más de diez mil kilómetros de caminos de Santiago señalizados como tales. Sin embargo, es posible conocer con detalle las características de las principales rutas: Camino Francés, Camino de Invierno, Camino Inglés, Vía de la Plata, Camino del Norte, Camino Primitivo, Camino Portugués y Camino de Fisterra.

<u>Actividad 2. Tu propio camino</u> (en grupo)

En la presente actividad deberéis diseñar el camino jacobeo desde vuestra localidad hasta Compostela, dividido en etapas y diferenciando entre dos posibilidades: una ruta a pie y otra en bicicleta. Para ello habréis de tener en cuenta los siguientes datos:

— Distancia total hasta Compostela.

— Distancia recomendable para cada etapa (atendiendo a cada modalidad).

— Orografía de las etapas. Pendiente, desnivel total.

— Poblaciones de salida y llegada para cada etapa (las personas que peregrinen han de tener lugares donde reponer fuerzas y descansar).

— Monumentos y lugares de interés.

Como recurso podéis emplear la herramienta Google Maps y tomar como ejemplo la planificación de las rutas que hacen en la web <**www.pilgrim.es**>. El trabajo deberá incluir una breve descripción de cada etapa y el perfil de la misma.

Arte, patrimonio y matemáticas

Si hay alguna característica que hace del camino de Santiago una ruta cultural inigualable, esta reside en el patrimonio artístico que jalona todas y cada una de las etapas de las distintas rutas jacobeas. A lo largo de los años, los peregrinos fueron testigos de la construcción de las primeras iglesias románicas, a las que siguieron catedrales góticas, palacios, monasterios, universidades, hospitales, albergues..., todo tipo de construcciones religiosas y civiles que hoy en día constituyen una parte fundamental del patrimonio artístico español y europeo.

Actividad 7. Geometría 3D en Frómista

La iglesia de San Martín de Tours fue construida en la localidad palentina de Frómista en el siglo XI, y está considerada como uno de los principales prototipos del románico europeo. Sus formas simples y bien definidas la convierten en el ejemplo ideal para trabajar la búsqueda de elementos geométricos en el arte.

Las siguientes fotografías muestran las vistas frontal y posterior de la iglesia de San Martín.


a) Describe y clasifica los elementos geométricos (líneas, ángulos, polígonos, superficies, planos, figuras tridimensionales...) que puedas ver en esta construcción.

b) Encuentra las relaciones existentes entre dichos elementos: semejanza, simetría, paralelismo, perpendicularidad, cortes, tangencias, etc.).

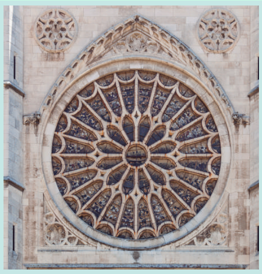
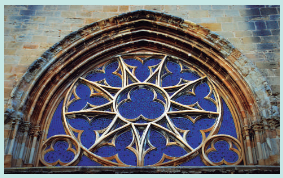
c) Construye, con ayuda del software GeoGebra3D o de algún material manipulativo, los principales elementos tridimensionales que componen esta iglesia. Intenta reproducir alguna parte o la totalidad de la misma.

d) Elige un edificio representativo de tu localidad y realiza las actividades anteriores sobre el mismo. ¿Encuentras grandes diferencias en los elementos protagonistas?

La conexión de la arquitectura con las matemáticas está presente en todos los monumentos que podemos encontrar a lo largo de la ruta jacobea; además de los arcos, la incorporación de la luz como un ornamento más en la decoración de los edificios góticos trajo consigo el protagonismo de otro elemento arquitectónico con gran contenido geométrico: las vidrieras y, en particular, los rosetones. Las amplias aberturas que permitían los arcos apuntados invitaban a los maestros vidrieros a incorporar el color y la luz al interior de los templos, creando conjuntos maravillosos como los que podemos ver en las catedrales góticas de Burgos o León.

Actividad 11. Geometría y luz

Los rosetones son elementos arquitectónicos creados a partir de una ventana circular que se adorna con distintos elementos geométricos. En las siguientes imágenes podemos ver los de la catedral de León y de la iglesia de Santa María de Olite.

a) Identifica los elementos geométricos que puedes ver en cada uno de ellos, indicando las relaciones entre los mismos (posiciones relativas, semejanza, tangencia, etc.).

b) Indica cuántos ejes de simetría tiene cada uno de los rosetones. ¿Tienen ambos simetría de giro? ¿De qué ángulo?

c) Muchos de los rosetones que podemos observar a lo largo del camino están creados a partir de un elemento generador, sobre el que se aplican giros y simetrías sucesivas hasta completar toda la figura. ¿Cuál sería este elemento en el rosetón de la catedral leonesa?

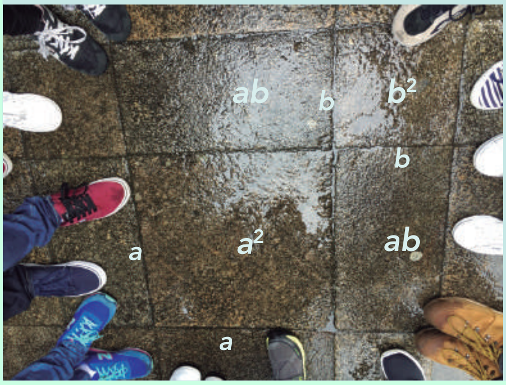
d) Construye tu propio rosetón gótico a partir de un elemento generador, con ayuda del software GeoGebra.

Compostela, matemática al final del camino

Tras nuestra peregrinación por la red de rutas jacobeas, llegamos a nuestro objetivo, Santiago de Compostela, ciudad llena de arte, historia, encanto y con alguna que otra sorpresa matemática. Comenzaremos visitando el lugar en el que confluyen la mayoría de las personas que peregrinan a Santiago: la catedral. Dado que nos encontramos en un año santo, podremos ingresar a ella por la Puerta Santa, a la que se accede desde la Praza da Quintana, la cual solo permanece abierta en cada año jacobeo.

Actividad 13. Haciendo cola con productos notables

La cantidad de peregrinos que acuden cada año a Compostela hace que sean habituales las colas en la Praza da Quintana, esperando el turno para acceder a la catedral. Mientras esperamos podemos observar bajo nuestros pies una curiosidad matemática, en el enlosado de piedra de la plaza: una demostración geométrica.



a) ¿Qué propiedad algebraica se demuestra en esta imagen? Diseña demostraciones geométricas para los otros productos notables que conoces. ¿Podrías crear una demostración semejante para el cubo de un binomio?

b) Esta plaza también es famosa porque en ella se celebran numerosos conciertos dentro del programa de fiestas del Apóstol. Si tuvieses que organizar un concierto de tu artista favorito en la Quintana, ¿cuántas entradas estimas que podrías poner a la venta?

Actividad 16. El botafumeiro

El funcionamiento de este artefacto no es sencillo y se basa en un método conocido como «de bombeo paramétrico», que fue estudiado por Galileo cuando el incensario compostelano llevaba ya varios siglos en activo. Se cree que los compostelanos llegaron a las conclusiones que más tarde respaldaría la física sin otro método que el de ensayo-error. Esta actividad consistirá en ver el vídeo **https://www.youtube.com/watch?v=uk6F0SH2QQM**, con el que entenderás la complejidad del problema y la sencillez de la solución.

Conclusión: algo de *mates* en la mochila

Este documento nace sin otro objetivo más que mostrar que nuestro entorno es el principal recurso que tenemos para enseñar y aprender matemáticas. No se busca reducir el disfrute de la visita a una catedral o un monumento a una búsqueda de elementos y propiedades geométricas o numéricas, sino de complementar la mirada tradicional con otra hecha a través de *gafas matemáticas*. Estas *gafas* nos darán una perspectiva más completa, más amplia, ayudándonos a disfrutar de una manera diferente nuestro paso por el camino.

Somos conscientes de que solo mostramos unas pocas pinceladas de todo lo que el Camino de Santiago podría aportar; pero esa es precisamente nuestra intención, que este cuaderno sean los primeros pasos de un camino en el que cada persona podrá decidir sus etapas, sus paradas e incluso su destino.

FÓRMULA DE WALLIS: UNA REPRESENTACIÓN DEL NÚMERO PI

Francisco Javier González González
IES Marqués de Santillana, Torrelavega

Sobradamente conocido en el universo matemático, por su naturaleza irracional y carácter trascendente, el número π emerge por sorpresa en modelos científicos de lo más variopintos.

Mediante un breve repaso al trabajo de John Wallis (matemático inglés del siglo XVII, imagen: **lifeder.com**), se analizará detalladamente cómo se dedujo una sucesión de productos parciales, cuya convergencia tiende a la mitad del número pi.

Dicho límite constituye, por definición, un producto infinito que pone de manifiesto uno de los varios desarrollos que representan a π, tanto en serie como en producto infinito. La expresión matemática así hallada, se denomina Fórmula o Producto de Wallis.

Comenzando por los fundamentos teóricos necesarios (definiciones, propiedades, notaciones…), podrá recorrerse fácilmente el camino que muestra el horizonte marcado:

Se considera la sucesión de funciones $f_n(x) = sen^n x$. Para cada $n \in \mathrm{N} \cup \{0\}$, se obtiene la integral definida en $[0, \pi/2]$, dada por:

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^n x \, dx$$

que es integrable, por ser el integrando una función continua en un intervalo compacto (cerrado y acotado), cualquiera que sea el grado de su exponente.

Los términos descritos por dicha sucesión de integrales definidas reciben el nombre de Integrales de Wallis. En dicho intervalo de integración, nótese que es indistinto el hecho de que la función subintegral esté constituida por potencias de la función seno o de coseno. Es posible transformar la una en la otra (y viceversa), preservando su valor. Esto se debe a propiedades de trigonometría básica y al factor de distorsión que subyace tras efectuar la integración mediante un cambio de variable. Ese factor de compensación al que trabajando en espacios de dimensión superior, llamaríamos “Jacobiano”.

En efecto, basta realizar el cambio $t = \frac{\pi}{2} - x$ y utilizar que $sen\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ dando lugar a

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^n x \, dx = -\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} sen^n\left(\frac{\pi}{2} - t\right) dt =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^n t \, dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^n x \, dx$$

cuyo último paso queda justificado porque la penúltima integral puede renombrarse con la misma variable de partida, debido a que se trata de una variable muda.

Por simplicidad expositiva, de ahora en adelante se asumirá la escritura tomando la función seno.

En el haber teórico de Wallis en materia de cálculo integral, viene recogido que las integrales que responden al formato que se ha descrito con anterioridad, pueden formularse con un cálculo numérico directo, a saber:

$$\boxed{\int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{2k} x \, dx = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{(2k-1)!!}{(2k)!!} \qquad \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{2k+1} x \, dx = \frac{(2k)!!}{(2k+1)!!}}$$

Distinguiendo según la paridad del exponente de la función seno/coseno del integrando. Si bien esta eventualidad no es extremadamente importante ya que podría generalizarse a cualquier exponente natural, si se tiene en cuenta cómo obtener los elementos de una sucesión de números reales (los valores de las integrales definidas) que viene dada por una ley de recurrencia. No obstante, para una presentación introductoria a esta temática y en aras de una mejor comprensión, puede ser útil la casuística considerada.

Cabe resaltar la simbología dada por el doble signo de admiración "!!", que corresponde a la notación vinculada a la función semifactorial (también conocida como "doble factorial", según el texto en que se estudie). Su cálculo, como se verá más adelante, es simplemente un producto (finito) de factores alternados con la misma paridad. No confundir con la función factorial iterada dos veces.

En el escrito que realicé en el Boletín nº21 de esta sociedad matemática, en el cual se mostró una cierta integral mediante diferentes vías de resolución, puede observarse que ésta se corresponde con el segundo término de la subsucesión de exponentes pares.

Usando Wallis (para exponente de grado 2, obtenido para k=1), se tiene que:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^2 x\, dx = I_2 = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1!!}{2!!} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4}$$

siendo una nueva alternativa a la colección de soluciones presentada en la mencionada publicación.

Todo matemático que se precie no admitirá la mera aplicación de una propiedad (cual recetario de cocina) sin mostrar ni comprender su demostración, puesto que los hechos son más elocuentes que las palabras. La prueba de un teorema/proposición hace que su enunciado adquiera alma y vida eterna.

En la constatación de la veracidad de esta regla de cálculo, basta utilizar inicialmente la integración por partes y después la relación fundamental trigonométrica, unido a que la integral es un operador lineal:

DEMOSTRACIÓN

Los dos primeros términos de esta sucesión de números reales son triviales:

$$I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx = \frac{\pi}{2} \qquad I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen\, x\, dx = 1$$

Para $n \geq 2$

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^n x\, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \underbrace{sen^{n-1} x}_{u} \cdot \underbrace{sen\, x\, dx}_{dv} =$$

$$= (n-1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{n-2} x \cdot cos^2 x\ dx =$$

$$= (n-1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{n-2} x \cdot (1 - sen^2 x)\ dx =$$

$$= (n-1) \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{n-2} x\, dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^n x\, dx \right]$$

Clarmente,

$$I_n = (n-1) \cdot [I_{n-2} - I_n]$$

y operando:

$$n\, I_n = (n-1)\, I_{n-2}$$

de donde

$$I_n = \frac{n-1}{n}\, I_{n-2} \qquad \textit{ley de recurrencia}$$

Los resultados de dichas integrales pueden obtenerse mediante una sucesión recurrente, cuyos elementos iniciales (de arranque) son los términos de subíndices cero y uno.

Y ahora se distinguen dos subsucesiones (con subíndices vinculados a la paridad de los exponentes de la función integrando):

n par ($n = 2k$).

$$I_{2k} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{2k} x\, dx = \frac{2k-1}{2k}\, I_{2k-2} =$$

$$= \frac{2k-1}{2k} \cdot \frac{2k-3}{2k-2}\, I_{2k-4} =$$

$$= \frac{2k-1}{2k} \cdot \frac{2k-3}{2k-2} \cdot \frac{2k-5}{2k-4}\, I_{2k-6} = \cdots =$$

$$= \frac{2k-1}{2k} \cdot \frac{2k-3}{2k-2} \cdot \frac{2k-5}{2k-4} \cdots \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{I_{2k} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{(2k-1)!!}{(2k)!!}}$$

n impar ($n = 2k + 1$).

$$I_{2k+1} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{2k+1}x\,dx = \frac{2k}{2k+1}\,I_{2k-1} =$$

$$= \frac{2k}{2k+1} \cdot \frac{2k-2}{2k-1}\,I_{2k-3} =$$

$$= \frac{2k}{2k+1} \cdot \frac{2k-2}{2k-1} \cdot \frac{2k-4}{2k-3}\,I_{2k-5} = \cdots =$$

$$= \frac{2k}{2k+1} \cdot \frac{2k-2}{2k-1} \cdot \frac{2k-4}{2k-3} \cdots \frac{6}{7} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1$$

$$\boxed{I_{2k+1} = \frac{(2k)!!}{(2k+1)!!}}$$

Consecuentemente, se llega a las expresiones que se pretendían probar.

FÓRMULA DE WALLIS

Un proceso natural en Matemáticas es, bajo ciertas hipótesis, aplicar resultados conocidos, así como operar con lógica y estrategias, e ir estableciendo conexiones que derivan en la deducción de una proposición o teorema, cuya validez está garantizada por una argumentación inapelable. Llegado ese momento, es cuando pueden detallarse todas las hipótesis que han sido necesarias para avanzar sólidamente en la consecución de propiedades. En síntesis, las demostraciones se efectúan antes de redactar los enunciados. Todo lo demás se convertiría en conjeturar, sin quedar exento de posibles contraejemplos en el caso de que no se llegue a culminar una prueba.

En la situación que ocupa este apartado, el procedimiento hasta obtener la fórmula es el siguiente:

Partiendo de las integrales de Wallis y concatenando unos razonamientos muy elementales, se demuestra una propiedad interesante, que vincula al número pi, como ya se mencionó al comienzo de este texto.

Puesto que $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, se tiene $0 \leq sen\ x \leq 1$, de ahí que

$$sen^{2n+1}x \leq sen^{2n}x \leq sen^{2n-1}x$$

Por lo tanto, integrando dentro del citado intervalo:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{2n+1}x\,dx \leq \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{2n}x\,dx \leq$$

$$\leq \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{2n-1}x\,dx$$

Dado que

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{2n+1}x\,dx \neq 0$$

dividiendo miembro a miembro en la desigualdad doble:

$$1 \leq \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{2n}x\,dx}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{2n+1}x\,dx} \leq \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{2n-1}x\,dx}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{2n+1}x\,dx}$$

Que se puede escribir utilizando la notación del término general de la subsucesión correspondiente y aprovechando la relación entre las integrales de exponentes impares consecutivos, como sigue:

$$1 \leq \frac{I_{2n}}{I_{2n+1}} \leq \frac{I_{2n-1}}{I_{2n+1}} = \frac{I_{2n-1}}{\frac{2n}{2n+1}\,I_{2n-1}} = \frac{2n+1}{2n}$$

Tomando límites en el infinito:

$$\lim_{n\to\infty} 1 \leq \lim_{n\to\infty} \frac{I_{2n}}{I_{2n+1}} \leq \lim_{n\to\infty} \frac{2n+1}{2n}$$

Por consiguiente, en virtud de la Regla del Sandwich, se tiene que:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{I_{2n}}{I_{2n+1}} = 1$$

Finalmente, mediante simples cálculos en la expresión (donde lo más importante es el empleo de semifactoriales, unido a la reescritura equivalente de los factores), ésta se transforma en un producto infinito, que converge al número pi:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{I_{2n}}{I_{2n+1}}=1 \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{\pi}{2}\cdot\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!}}{\frac{(2n)!!}{(2n+1)!!}}=1 \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \lim_{n\to\infty}\frac{\prod_{k=1}^{n}\frac{2k-1}{2k}}{\prod_{k=1}^{n}\frac{2k}{2k+1}}=\frac{2}{\pi}$$

$$\lim_{n\to\infty}\prod_{k=1}^{n}\left[\frac{2k-1}{2k}\cdot\frac{2k+1}{2k}\right]=\frac{2}{\pi} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \lim_{n\to\infty}\prod_{k=1}^{n}\left[\frac{2k}{2k-1}\cdot\frac{2k}{2k+1}\right]=\frac{\pi}{2}$$

Se concluye que:

$$\pi=2\cdot\prod_{k=1}^{\infty}\frac{4k^2}{4k^2-1}$$

El valor de dicho producto infinito, en el que su término general (racional) se ha indicado totalmente operado (condensado) es convergente a π. Así, a partir de argumentos y herramientas matemáticas muy asequibles, el número pi se representa como un producto infinito de números reales.

No obstante, la Fórmula de Wallis suele indicarse en este formato (más sencillo de recordar):

$$\frac{\pi}{2}=\frac{2\cdot2\cdot4\cdot4\cdot6\cdot6\cdot8\cdot8\cdots}{1\cdot3\cdot3\cdot5\cdot5\cdot7\cdot7\cdot9\cdots}$$

<u>APLICACIÓN</u>

A pesar de la potencia de ejecución automatizada que tiene el software científico actual sobre rutinas de cálculo como las expuestas, no por ello deben dejarse aparcados en el estudio del Análisis Matemático. Aunando la capacidad de abstracción al razonamiento y los saberes de base, se contribuye a la adquisición de conocimientos más complejos. Una ejecución constructiva que no está al alcance de las máquinas (al menos de momento).

Para concluir, se proponen varios ejemplos. Algunos de uso directo y otros reducibles a integrales de Wallis con pequeños exponentes, sin más que realizar una transformación de cambio de variable (no se ahondará en los detalles evidentes).

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{14}x\,dx=I_{14}=\frac{\pi}{2}\cdot\frac{13!!}{14!!}=\frac{\pi}{2}\cdot\frac{13\cdot11\cdot9\cdot7\cdot5\cdot3\cdot1}{14\cdot12\cdot10\cdot8\cdot6\cdot4\cdot2}=\frac{429\pi}{4096}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^{11}x\,dx=I_{11}=\frac{10!!}{11!!}=\frac{10\cdot8\cdot6\cdot4\cdot2}{11\cdot9\cdot7\cdot5\cdot3\cdot1}=\frac{256}{693}$$

$$\int_{\frac{-1}{8}}^{\frac{\pi-2}{16}} cos^{12}(8x+1)\,dx=\frac{1}{8}\int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^{12}t\,dt=\frac{1}{8}\cdot I_{12}=\frac{1}{8}\cdot\frac{\pi}{2}\cdot\frac{11!!}{12!!}=\frac{231\pi}{16384}$$

$$\int_{6\pi}^{9\pi} sen^{15}\left(\frac{x}{6}-\pi\right)dx=6\int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^{15}t\,dt=6\cdot I_{15}=6\cdot\frac{14!!}{15!!}=\frac{4096}{2145}$$

20 JAEM: "MATEMÁTICAS PARA CONSTRUIR EL MUNDO"

Carmen Espeso Ortiz

Las 20 JAEM (Jornadas de aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas) han reunido en Valencia a seiscientos docentes de todos los niveles educativos, desde Educación Infantil a enseñanzas universitarias. Estas jornadas constituyen un referente para quienes nos dedicamos a la docencia y han contado con participación de docentes de la Sociedad matemática de profesores de Cantabria.

Las 20 JAEM arrancaron la tarde del domingo 3 de julio en el salón de actos de las Escuelas San José, con el acto inaugural, al que siguió la conferencia plenaria de Lluís Bonet titulada "*2022 La odisea de las matemáticas*".

A continuación, el cocktail de bienvenida permitió compartir momentos distendidos, saludarnos y disfrutar de un espectáculo de pirotecnia.

La mañana de lunes asistimos a ponencias y comunicaciones enclavadas en alguno de los siete núcleos temáticos: procesos, conexiones, evaluación, recursos en el aula, formación del profesorado, comunicación y divulgación e inclusión.

A las 12:30 tuvo lugar la segunda conferencia plenaria "*No hagas cuentas, haz matemáticas*" impartida por M. Angels Portilla, Magdalena Martí y Susanna Morell; por la tarde asistimos a talleres, enclavados también en alguno de los núcleos temáticos y en los que nos habíamos inscrito previamente.

El martes comenzamos la mañana con ponencias de los diferentes núcleos temáticos y después asistimos a comunicaciones; Ana Pilar Martín y Gema R. Quintana presentaron su comunicación "*Una aproximación metodológica a la enseñanza de las Matemáticas a través de canciones*"; en ese mismo tramo horario, Pilar Sabariego y Juncal Goñi presentaron "*Un acercamiento al pensamiento probabilístico en alumnado con trastorno del espectro autista*".

Ana Pilar Martín y Gema R. Quintana

Pilar Sabariego

A las 11:30, tuvo lugar la conferencia plenaria, a cargo de Charlie Gilderdale, de Nrich, titulada "*Enriquecer las matemáticas: ¿qué podemos ofrecer a nuestros alumnos si queremos que se conviertan en personas seguras de sí mismas y con recursos para resolver problemas?". A* continuación, se procedió a la entrega del premio *Gonzalo Sánchez Vázquez*, que otorga FESPM y que ha recaído en Serapio García Cuesta, actual presidente de la sociedad castellano - manchega de profesores de matemáticas, por su dilatada labor en pro de la educación matemática.

La tarde del martes se dedicó a excursiones por La Albufera, el Centro de Valencia, Xátiva o Sagunto. Por la noche se celebró la cena del congreso.

El miércoles, Claudia Lázaro participó en la mesa redonda "*El currículo de matemáticas en la nueva ley de Educación (LOMLOE)*". El resto del día asistimos a comunicaciones y talleres, y a las 17:30 tuvo lugar la cuarta y última conferencia plenaria a cargo de Anabel Forte: "*Bayes: un teorema para abordarlo todo*".

Durante estas jornadas, Juan Lebrija presentó una mesa de experiencias y Ana Pilar Martín y Gema Quintana presentaron pósteres.

Las 20 JAEM terminaron con la presentación de la sede de 2024 y parte del equipo que organizará las 21 JAEM en Santander presentó un vídeo, con muy buena acogida por parte de los asistentes

MATEMÁTICAS EN LA CALLE

Con motivo del **Día Internacional de las Matemáticas**, que se celebra el día 14 de marzo (anteriormente “Día de pi”), la Sociedad Matemática de profesores de Cantabria, en colaboración con el Ayuntamiento de Santander, organizó, el sábado 12 de marzo, la actividad ***Matemáticas en la calle***.

En los últimos años, las matemáticas han ido demostrando su importancia a la sociedad, que se percibe por sus resultados y es relevante a nivel académico. Por ello, desde la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria organizamos diferentes actividades para acercar las Matemáticas de una forma diferente, bajo un contexto lúdico que facilite su comprensión y active la curiosidad.

Para *Matemáticas en la calle* realizamos unas rutas matemáticas guiadas por Santander y una gymkhana matemática con la App Mathcitymap para teléfonos móviles, que se realizó tanto de manera individual como por grupos. También disfrutamos de dos sesiones de *matemagia*, construimos un mural con un mosaico e hicimos matemáticas manipulativas.

Estas actividades estuvieron dirigidas al público general (de cualquier edad), para que quien quisiera pudiese disfrutar un rato con las Matemáticas.

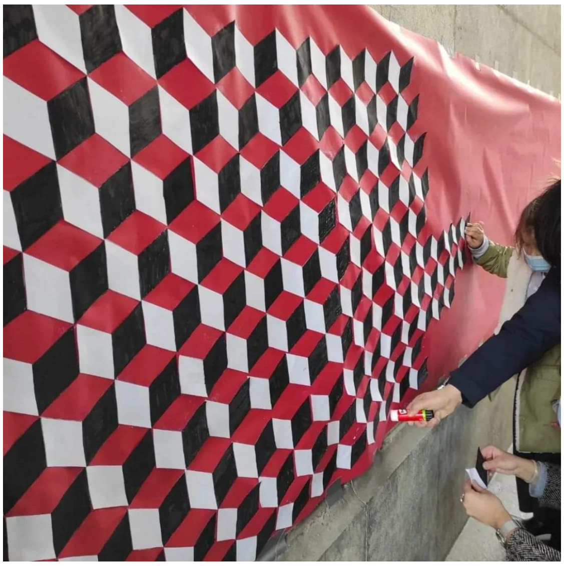
Entre los juegos manipulativos están los juegos de estrategia, juegos con mosaicos, puzles, tangrams, juegos de lógica para desenredar “nudos”, montaje de cuerpos…

La ruta matemática se realizó por el centro de la ciudad y entorno de la bahía, con explicaciones sobre la arquitectura, historia y matemáticas de algunos edificios emblemáticos como el edificio de Correos, Centro Botín o la Catedral.

Los juegos de matemagia utilizan números o cartas en los que se consiguen diferentes resultados que parecen magia, pero que tienen una lógica matemática. Algunos trucos (no todos) fueron explicados para que se vieran las matemáticas que hay detrás.

La gymkhana con la aplicación para móvil Mathcitymap consiste en realizar estimaciones, pequeños cálculos, medidas y observaciones para resolver correctamente las distintas pruebas que se desarrollan en varias zonas de la ciudad.

El público se mostró muy participativo en todas las actividades y contribuyeron generosamente a poner piezas del mosaico para ir completando el mural.



Además del público, los profesores que participamos en este evento, aunque trabajando, también nos divertimos y disfrutamos de una agradable mañana matemática. ¡Esperamos repetir!

Agradecemos al Ayuntamiento de Santander su colaboración para poder llevar a cabo esta actividad en la Plaza de Velarde ("La Porticada"), que además de los pertinentes permisos, aportó la megafonía, mesas y sillas. ¡Muchas gracias!

Cartel anunciador de la actividad

OLIMPIADAS Y OTROS CONCURSOS

OLIMPIADA MATEMÁTICA JÚNIOR

- **CURSO 2020-21**

Este curso 2021-22 hemos podido volver a tener Olimpiada Matemática en las condiciones habituales: El confinamiento de 2020 obligó a suspender la Olimpiada del curso 2019-20, a pesar de que ya estaba bastante avanzada su organización; el curso 2020-21, no quisimos quedarnos sin Olimpiada y, aunque la situación sanitaria no permitía una organización como la de todos los años, tuvimos tiempo suficiente para buscar una alternativa. Se hizo una primera fase online el día 24 de abril, para seleccionar a los 30 con mejores resultados, y éstos hicieron una segunda fase de manera presencial, con 5 problemas como es habitual. A pesar de esta modalidad mixta tan extraña, hubo un nivel de participación muy alto, similar al de otros años.

En la primera fase, los participantes, cada uno desde su casa, resolvieron 7 cuestiones de respuesta cerrada en un cuestionario Moodle y resolvieron también dos problemas que debían entregar a través de la misma plataforma. Desgraciadamente, nos falló la tecnología y sólo unos pocos lograron acceder al Moodle. Al resto, se les indicó que entregaran todo por email: una locura la improvisación, una locura para los participantes por el cambio sobre la marcha y una locura para la corrección. Pero todo salió razonablemente bien y hay que agradecer el temple de los estudiantes y, en muchos casos, de sus profesores que les ayudaron a salir del paso.

Olimpiada local - Prueba individual

- **Enunciados de la fase online: ejercicios de respuesta cerrada**

Zurdos y diestros

En una clase de 30 estudiantes hay 6 personas zurdas, de las que 4 son chicas. Si hay 10 chicos diestros, ¿cuántas chicas hay en total?

Señales kilométricas

Un coche va por una carretera a velocidad constante. En un momento dado pasa por delante de un poste kilométrico que tiene un número de dos cifras. Al cabo de 1 hora pasa por delante de otro poste que curiosamente tiene las mismas dos cifras, pero en orden inverso.

Su sorpresa es enorme cuando al cabo de otra hora pasa por otro poste que lleva las mismas cifras separadas por un cero.

¿A qué velocidad va el coche?

Averigua el número

Averigua una combinación de 6 dígitos sabiendo que

a. Hay dos 1 separados por otro dígito (no 1)
b. Hay dos 2 separados por dos dígitos (no 2)
c. Hay dos 3 separados por tres dígitos (no 3)

Despedida en la estación

En una estación de trenes hay un grupo de hombres y mujeres despidiéndose.

La diferencia de sexos sigue muy arraigada así que, al saludarse dos varones se dan un apretón de manos, mientras que, al saludarse un varón y una mujer, o dos mujeres, se dan un beso.

Un testigo curioso y circunstancial, que nunca falta en estos acertijos, nos informa de que el saldo contable de la despedida totalizó 21 apretones de manos y 34 besos.

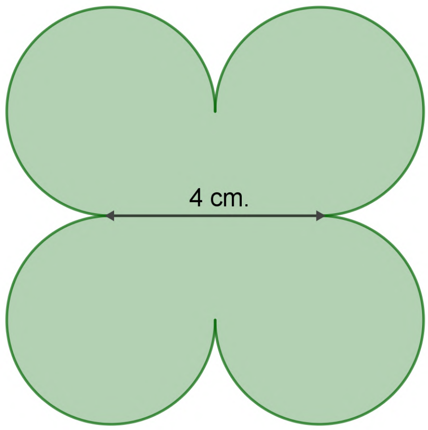
¿Cuántos hombres y cuántas mujeres estuvieron allí despidiéndose?

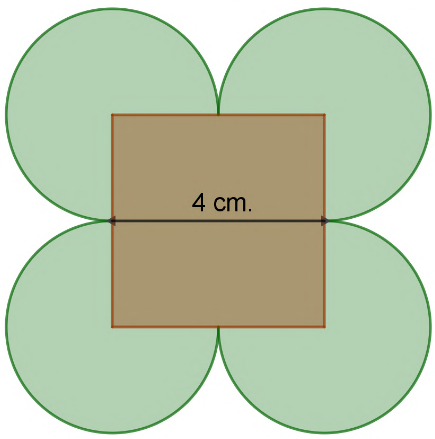
Comprando fruta

Una persona va al mercado con cierta cantidad de dinero que le daría para comprar, o bien 50 naranjas, o bien 40 manzanas. Reserva un 10% del dinero que llevaba para el taxi de vuelta y compra 20 manzanas. Con el resto del dinero, compra naranjas. ¿Cuántas naranjas pudo comprar?

La superficie del trébol

Calcula la superficie del siguiente trébol de cuatro hojas:





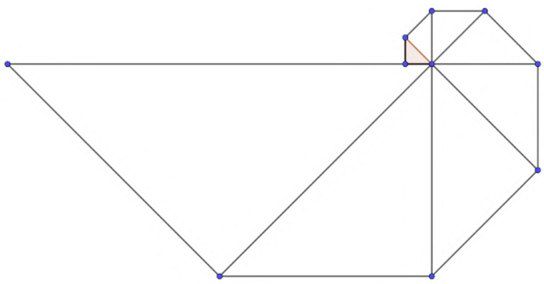
El sueldo del carpintero

Una brigada está formada por 6 albañiles y 1 carpintero. Cada albañil gana al mes 2500 € y el carpintero 300 € más que el salario medio de los miembros de la brigada, incluido él mismo. ¿Cuál es el sueldo mensual del carpintero?

- **Enunciados de la fase online: ejercicios a desarrollar**

Triángulos en espiral

Fíjate en la siguiente construcción:



Se ha partido de un triángulo rectángulo (en rojo) de catetos iguales de longitud *x*. El siguiente paso es construir otro triángulo rectángulo de catetos iguales a la hipotenusa del triángulo anterior. Y así sucesivamente, cada nuevo triangulo es rectángulo con catetos iguales de longitud la hipotenusa anterior.

a) Si el primer triangulo tiene catetos de longitud 1, ¿cuál es la longitud de los catetos de los triángulos segundo, tercero, cuarto y séptimo?

b) ¿Cuál es el área total de la figura cuando aparecen 8 triángulos rectángulos si x=1?

c) ¿Si x=5, cuántas veces debemos repetir el proceso para que el lado de la hipotenusa del triángulo sea mayor que 2021?

Las canicas de colores

En un recipiente hay canicas de varios colores, rojas, verdes y blancas. Responde a las siguientes preguntas teniendo en cuenta que cada una de las preguntas siguientes es independiente, es decir, los resultados de cada apartado no intervienen en los demás apartados.

a) Si hay exactamente las mismas de cada color y es necesario sacar 21 canicas para asegurar que hemos sacado al menos una canica de cada color, ¿cuántas canicas hay en total? ¿Por qué?

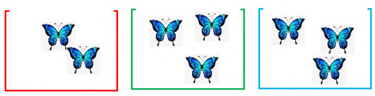
b) En esta ocasión, supongamos que hay más del doble de canicas rojas que verdes, el triple de verdes que blancas y blancas hay como mucho tres. ¿Cuántas canicas tengo que sacar para asegurar que tengo dos rojas?

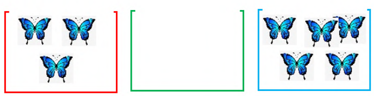
La segunda fase, se realizó presencialmente en el IES María Telo el día 14 de mayo y en esa fase se seleccionaron los 10 primeros clasificados.

- **Enunciados de la fase presencial**

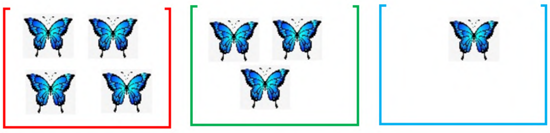
Ejercicio 1: La colección de mariposas

Tenemos tres cajas: una roja (la primera), una verde (la segunda) y una azul (la tercera). Y tenemos 8 mariposas iguales. Fíjate en las siguientes equivalencias entre colocación de mariposas y números:

 = 1101110111

 = 1110011111

a) ¿Qué número corresponde a la siguiente configuración de mariposas?



b) Teniendo en cuenta los números diferentes se pueden formar, ¿de cuántas maneras se pueden poner 8 mariposas iguales en las tres cajas?

Ejercicio 2: Pesando estudiantes

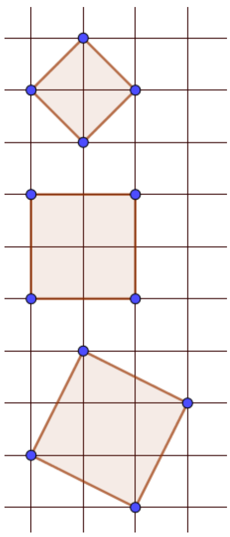
Los pesos de todas las parejas posibles formadas por un determinado número de estudiantes de 2º de ESO son: 90 kg, 92 kg, 93 kg, 94 kg, 95 kg, 96 kg, 97 kg, 98 kg, 100 kg y 101 kg.

a) ¿Cuántos estudiantes son?

b) ¿Cuánto pesan en total?

c) ¿Cuáles son los pesos individuales de cada uno?

Ejercicio 3: Cuadrados en la cuadrícula



Cada cuadradito de la cuadrícula tiene 1 cm de lado. Fíjate en las distintas formas de construir cuadrados con vértices en puntos de la cuadrícula.

a) ¿Cuál es el área de los tres cuadrados dibujados?

Utilizando **solo puntos** de la cuadrícula:

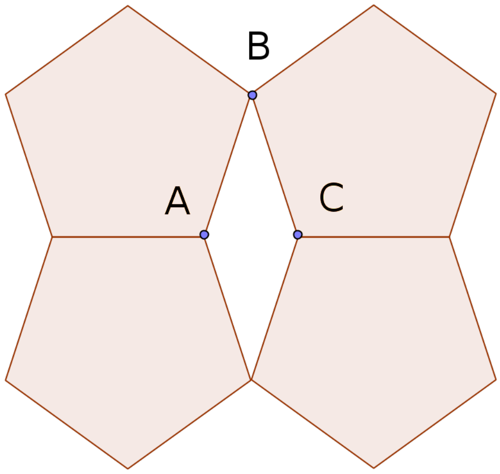
b) ¿podrías dibujar un cuadrado de área 10?

c) ¿podrías dibujar un cuadrado de área 20?

d) Da un razonamiento de por qué no se pueden construir cuadrados de área 12.

Ejercicio 4: Losetas pentagonales

Calcula el ángulo $\widehat{ABC}$ de la figura, formada por cuatro pentágonos regulares.



Ejercicio 5: Números hemicapicúas

Sea un número cualquiera con un número impar de cifras. Al apartar la cifra del medio queda un número de un número par de cifras. Si en este nuevo número separamos la mitad cifras de la derecha y la mitad de las cifras de la izquierda y ambas partes son iguales se dice que el número es hemicapicúa. Si además sólo se repiten las cifras de la primera parte tras la cifra del medio, se llama al número hemicapicúa especial.

Por ejemplo, los números 1234123 y 2320232 son hemicapicúas, porque quedarían separados en 123 4 123 el primero de ellos y en 232 0 232 el segundo. Además, el primero es también especial pues 1,2,3 y 4 son distintas pero el segundo no pues el 2 se repite. El número 4567458 no es hemicapicúa ya que quedaría 456 7 458.

a) ¿Cuántos números hemicapicúas hay de tres, cinco y siete cifras?

b) ¿Y si los queremos hemicapicúas especiales?

c) Escribir todos los números hemicapicúas especiales de cinco cifras tales que la suma de sus cifras sea 6

La entrega de premios a los ganadores de la Olimpiada tuvo lugar el día 5 de junio en el salón de actos de la Biblioteca Central de Cantabria, en Santander, con un aforo muy reducido. A la presidenta de SMPC Carmen Espeso, le acompañó Mercedes García, la directora general de Innovación Educativa de la Consejería de Educación y Formación Profesional. En ese acto, quedaron seleccionados los tres primeros clasificados que participarían en la fase nacional y que fueron Marco Martín Ortega, Neco Pelayo Calva y Álvaro Sañudo Canal.

Olimpiada local - Entrega de premios

El día 26 de junio, los tres ganadores acudieron junto con la profesora Mª José Fuente a un salón del Ayuntamiento de Santander, en el que durante todo el día se celebró, de manera online, la fase nacional de la Olimpiada. Las delegaciones de cada una de las Comunidades Autónomas se conectaron telemáticamente para asistir a una conferencia a cargo de Antonio Pérez Sanz, realizar la prueba individual y por la tarde, la prueba por equipos. El acto de clausura tuvo lugar el día 1 de julio y fue también telemático, para que cada participante se conectase desde su casa. El acto se transmitió desde el aula magna del edificio histórico de la Universidad de Oviedo.

Olimpiada nacional online

- **Curso 2021-22**

Este curso, la Olimpiada se pudo realizar de la manera habitual, tanto la fase local como la nacional. El día 30 de abril tuvo lugar en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria la prueba individual de la XXV Olimpiada Matemática en Cantabria. Consistió, como había sido antes, en la resolución de cinco ejercicios, que trataban de valorar la capacidad matemática de los participantes. Se presentaron 167 chicos y chicas de 31 centros de toda la región.

Olimpiada local - Prueba individual

Enunciados de la prueba individual

El pasado mes de marzo se cumplió el 140º aniversario del nacimiento de E. Noether, una de las más importantes figuras de la Matemática del siglo XX. Entre sus muchos logros, destacan el concepto de anillo noetheriano, de gran importancia en el desarrollo del Álgebra abstracta, y el teorema de Noether, que resultó clave en muchos campos de la Física teórica.

Aprovechando el aniversario de Emmy Noether, queremos hacer en esta prueba un pequeño homenaje a ella y a otras mujeres que han sido también cruciales en el desarrollo de las Matemáticas.

Emmy Noether

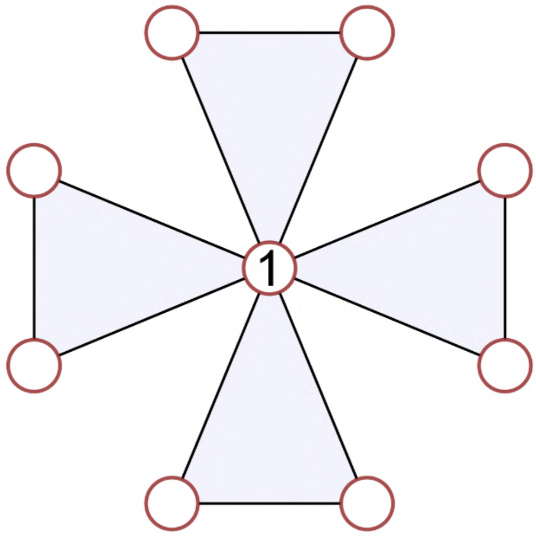
Sofía Kovalevskaya

Sophie Germain

Sophie Germain fue una matemática francesa nacida en 1776. Llamó la atención de otros grandes matemáticos contemporáneos suyos como Lagrange y Gauss. En particular, en 1830 Gauss la propuso para el Doctorado Honoris Causa por la Universidad de Gotinga, aunque no logró que se lo otorgaran hasta un año después, cuando Sophie ya había fallecido.

Es especialmente importante su trabajo en teoría de números, donde hizo importantes avances en la conjetura de Fermat. Aquí tenemos un ejercicio sobre números.

Ejercicio 1



Se trata de colocar todos los números del 1 al 9 de manera que, en cada uno de los 4 triángulos, los tres números de los vértices sumen lo mismo.

a) Complétalo con el número 1 en la posición central

b) ¿Se puede completar con otro número distinto en la posición central? ¿Qué números permiten completarlo y cuáles no?

Sophie Germain hizo grandes aportaciones a la teoría de elasticidad. Un trabajo en esta área le hizo ganar en 1816 un premio de la Academia Francesa de las Ciencias.

Germaine obtuvo interesantes propiedades de los llamados en su honor “números primos de Sophie Germain”. Los primeros de estos números son 2, 3, 5, 11, 23, 29 y 41. Proponemos este ejercicio relacionado con los dos primeros primos de Germain.

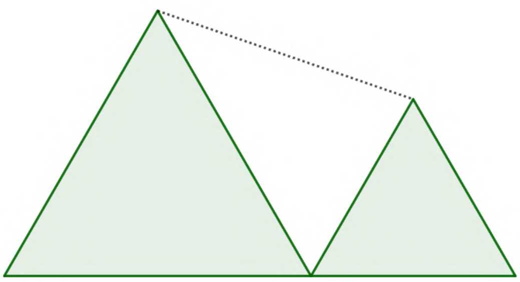
Ejercicio 2

Sophie Germaine decide guardar el dinero del premio de la Academia de las Ciencias en siete cofres. Empieza guardando 2/3 del total en el primer cofre; en el segundo cofre guarda 2/3 del resto y así sucesivamente hasta el séptimo cofre. Hecho esto descubre que le sobra un franco, que guarda en su faltriquera. ¿A cuántos francos ascendía el premio? ¿Cuántos guardó en cada cofre?

Otra muy destacada figura, esta vez del siglo XIX, es Sofía Kovalevskaya. Sus importantes aportaciones al Análisis y, en particular a las ecuaciones en derivadas parciales, le llevaron a ser la primera mujer en el mundo en doctorarse suma cum laude (en 1874 por la Universidad de Gotinga) y una de las primeras en obtener una plaza como profesora universitaria (Universidad de Estocolmo 1884).

Ya de muy joven, Sofía sorprendió a uno de sus profesores cuando éste descubrió que ella había aprendido de forma autodidacta las bases de la trigonometría. La palabra trigonometría proviene del griego (trigon: triángulo y metron: medida) y significa medir los triángulos. Pues pasemos a un problema con triángulos:

Ejercicio 3



Tenemos dos triángulos equiláteros dispuestos uno a continuación del otro, unidos por un vértice, tal y como indica la figura.

Calcula la distancia entre los vértices superiores

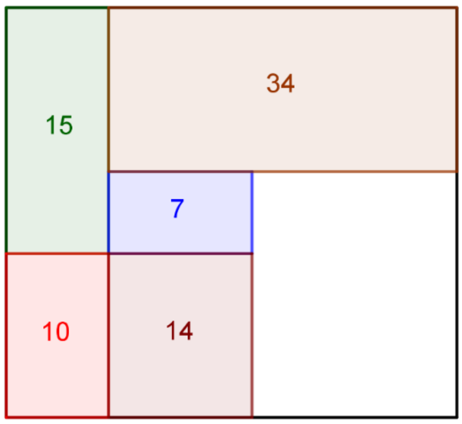
a) Si los lados de los triángulos miden 2 cm y 1 cm respectivamente.

b) Si los lados de los triángulos miden 3 cm y 2 cm respectivamente.

c) Si los lados de los triángulos miden 3 cm y 1 cm respectivamente.

Sofía Kovalevskaya publicó sus primeros resultados con la versión masculina de su apellido (Kovalevsky). Sólo cuando quedó patente su gran capacidad y colegas del renombre de Mittagg-Leffler o Weierstrass reconocieron su valía, se permitió mostrar que era una mujer. Situación parecida le ocurrió a Sophie Germain que se carteaba con Lagrange y con Gauss con el nombre de Sr. Le Blanc, hasta que la insistencia de cada uno de ellos por conocerla, le hizo confesarles la verdad.

Ejercicio 4



En la biblioteca de Sofía Kovalevskaya hay una librería rectangular dividida en seis baldas, tal y como indica la figura.

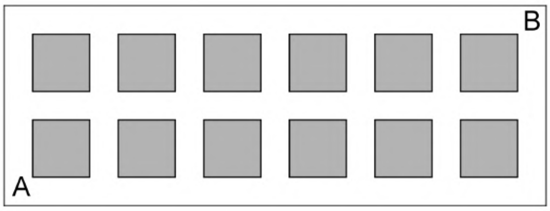
Conocemos el área de cinco de las baldas (según se indica en la imagen).

Calcula el área de la balda que queda sin sombrear.

Emmy Noether se doctoró en la Universidad de Erlagen. En 1923 fue nombrada Catedrática de Álgebra en la Universidad de Gotinga, donde llevaba ya años impartiendo clases. Cuando en 1933, el gobierno nazi prohibió impartir clase a los profesores de ascendencia judía (como era el caso de Noether), aceptó un trabajo en el Bryn Mawr College de Pensilvania (Estados Unidos) y más tarde comenzó a dar clases en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton.

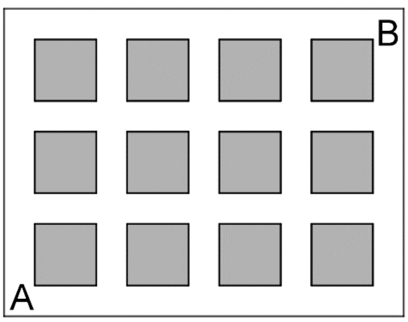
Ejercicio 5

Desde el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Gotinga (B) al apartamento de Emmy Noether (A) hay 3 calles horizontales y 7 calles verticales, tal y como indica el siguiente dibujo.



Noether decide hacer cada día un recorrido distinto, sin retroceder nunca (sólo hacia arriba y hacia a la derecha, según el dibujo y nunca bajar o retroceder). ¿De cuántas formas distintas puede ir desde su casa a la Universidad?

Durante su estancia en Princeton, Noether decidió continuar con el mismo pasatiempo. En esta ocasión, las calles entre su lugar de residencia (A) y el Instituto de Estudios Avanzados (B) eran 4 calles horizontales y 5 calles verticales, tal y como indica este otro dibujo.



¿De cuántas maneras distintas puede llegar, sin retroceder en ningún momento?

El día 28 de mayo tuvo lugar la entrega de premios a los ganadores de todos los concursos convocados por SMPC. En este acto quedaron seleccionados los tres primeros clasificados en la Olimpiada, para que representasen a Cantabria en la XXXII Olimpiada Matemática Nacional Junior que tuvo lugar en Albacete y Cuenca del 23 al 26 de junio. Fueron Inés Blanco Émbil, Álvaro Díaz González y Nicolás Lastra Dudagoitia. La fase nacional, convocada como siempre por la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM), fue organizada por la Sociedad Castellano Manchega de Profesores de Matemáticas. Acudieron delegaciones de todas las comunidades autónomas, con la excepción de Baleares, que no pudo hacerlo. También acudió, como en años anteriores, una delegación de Andorra y este año, por primera vez, también acudieron estudiantes de dos centros españoles en Marruecos.

Delegación de Cantabria

El día 23 de junio, los tres clasificados de Cantabria salieron en tren hacia Albacete, acompañados por el profesor Luis Ceballos. Una avería en el tren los tuvo retenidos más de cuatro horas, lo que provocó que perdieran el siguiente tren. Hubo que improvisar cómo continuar el viaje y así, en lugar de llegar a las 18:30 h de la tarde como estaba previsto, llegaron a la 1:00 h de la madrugada. Un viaje agotador y se perdieron las actividades de conocimiento de sus compañeros de Olimpiada, pero todavía les esperaban 3 días intensos de actividades todos juntos. Al día siguiente, después del desayuno en el comedor del IES Universidad Laboral de Albacete, salieron todos en autobús hacia la ciudad de Cuenca. Al llegar, dos guías les dieron un paseo por el casco histórico, hablando de arquitectura de arte y contando algunas curiosidades. A continuación, el alcalde de Cuenca les dio la bienvenida en el salón de actos del museo de la ciencia y tuvo lugar la visita guiada al museo y el planetario. Después de la comida tuvo lugar la prueba por equipos que se desarrolló con la aplicación MapCityMap para dispositivos móviles. Acabada la prueba, se realizó una breve visita al museo paleontológico y a continuación, el regreso a Albacete.

Visita a Cuenca

El sábado 25 tuvo lugar una estupenda sesión de *Matemagia* a cargo del profesor Óscar Martín. Se dedicó el resto de la mañana a la visita a Albacete: un paseo guiado por sus calles, el museo de la cuchillería y la visita al Ayuntamiento. De regreso a la Universidad Laboral y después de la comida, tuvo lugar la prueba individual. Al terminar, los distintos equipos seleccionaron las tres fotos con las que querían participar en el concurso de fotografía matemática; se imprimieron y se pegaron en paneles para que quedaran bien expuestas y estudiantes y profesores votaron las que más les gustaron.

Olimpiada nacional - Prueba individual

El domingo fue el acto de clausura en la Diputación de Albacete. Tras la conferencia a cargo del profesor Rafael Pérez Gómez y las palabras de las autoridades y de los responsables de la organización de la Olimpiada, se hizo entrega de las menciones especiales y de algunos obsequios a los mejores clasificados en las distintas pruebas. Nuestra estudiante Inés Blanco formaba parte del equipo ganador del concurso de fotografía matemática y Álvaro Díaz de uno de los dos equipos ganadores en la prueba por equipos. Tras las despedidas entre los estudiantes (con unas cuantas lágrimas) la delegación de Cantabria, junto con las de otras comunidades, se dirigió a la estación de tren, sin tiempo para la última comida en la Universidad Laboral. En la estación, dieron buena cuenta de los bocadillos que se les habían preparado y emprendieron el viaje de regreso, esta vez, sin mayores contratiempos. A las 11 de la noche, les esperaban sus familias y se despidieron con un buen recuerdo de la interesante experiencia que habían vivido en Albacete y de las amistades que habían hecho.

XXIII CONCURSO CARTEL ANUNCIADOR DE LA OLIMPIADA MATEMÁTICA DE CANTABRIA DE 2º ESO

El cartel anunciador de la Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º ESO aúna la visión de las matemáticas con la creatividad y las artes plásticas y se emplea para difundir la convocatoria de dicha competición. Este año el concurso del cartel anunciador, en su vigésimo tercera edición, lo ha ganado Anna Gabriell Porcelli.

XXV OLIMPIADA MATEMÁTICA PARA ESTUDIANTES DE 2º DE ESO

La XXV Olimpiada Matemática regional para estudiantes de 2º de ESO tuvo lugar el sábado 30 de abril de 2022 en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria.

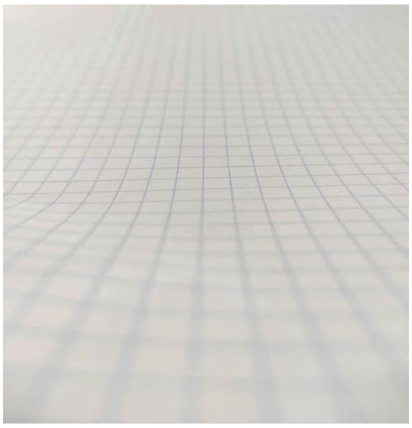
Los tres primeros clasificados fueron (por orden alfabético) Inés Blanco Émbil, Álvaro Díaz González y Nicolás Jeremías Lastra Dudagoitia, que representaron a Cantabria en la Olimpiada Matemática Nacional Junior, convocada por la Federación de Asociaciones de profesores de Matemáticas y celebrada en Albacete y Cuenca en junio.

Los restantes siete ganadores, también en orden alfabético, fueron: Martín Delgado Lanza, Paola Yaanua Nicolai Mojena, David Orizaola Pérez, Luna Pisabarro Sierra, Miguel Reus Ruiz, Alejandro Rojo Pila, Fernando Ruiz Gutiérrez.

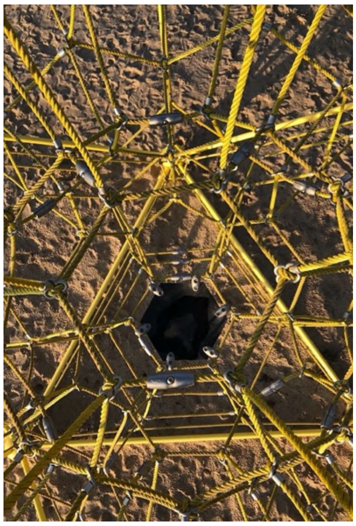
XIX CONCURSO DE FOTOGRAFÍA PARA ESTUDIANTES

Exponemos a continuación las fotografías ganadoras con sus títulos y los nombres de sus respectivos fotógrafos, en cada categoría:

NIVEL 1: 1º y 2º ESO

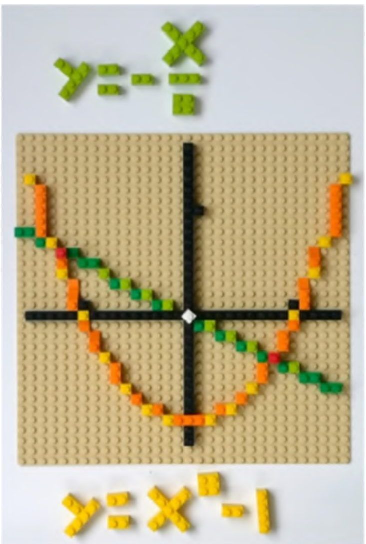


Primer premio
"Líneas rectas o líneas curvas"
Paola Yaanua Nicolai

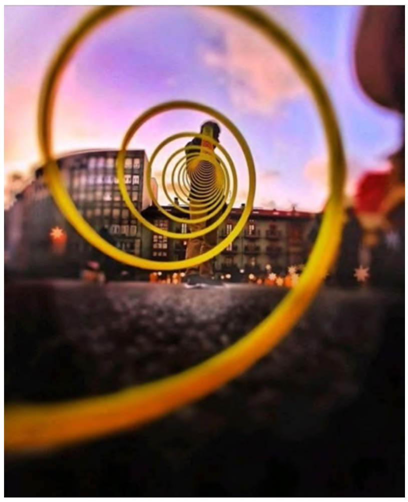


Segundo premio
"Jugando con las Matemáticas"
Saray López Mostazo

NIVEL 2: 3º y 4º ESO



Primer premio
"Sistemas de ecuaciones con LEGO"
Marco Gómez



Segundo premio
"El círculo de la amistad"
Yohelis Rodríguez

NIVEL 3: Bachillerato y Ciclos Formativos

Primer premio
"Pintando triángulos"
Inés Diego

Segundo premio
"Todo es número"
Patricia del Rivero Gómez

VII CONCURSO DE FOTOGRAFÍA PARA PROFESORES

En esta edición la fotografía ganadora, "Simetría especular espectacular", ha sido realizada por Juan José Jiménez Ruiz.

OTRAS OLIMPIADAS MATEMÁTICAS

LVIII OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

El 21 de enero de 2022 tuvo lugar la fase local de la LVIII Olimpiada Matemática española (OME), en esta ocasión de manera presencial en la Facultad de Ciencias como venía siendo habitual antes de la pandemia. La fase local en Cantabria está organizada por el Departamento de Matemáticas Estadística y Computación de la Universidad de Cantabria.

La web de la OME en su fase local en Cantabria es:

https://www.olimpiadamatematica.unican.es/olimpiada.html.

Los clasificados en la fase local fueron:

1º. Hugo Fernández Becerro (Colegio La Salle Santander)

2º. Alejandro Higuera Platas (IES Ricardo Bernardo)

3º. Guillermo Barquín de la Riva (Colegio Castroverde)

4º. Iago Marrón Castro (Colegio La Salle Santander)

5º. Daniel Miller Albaina (IES 8 de Marzo)

6º. Pablo Palomino Sánchez (IES Leonardo Torres Quevedo)

Los tres primeros clasificados de esta fase representaron a Cantabria en la fase nacional que tuvo lugar entre los días 31 de marzo y 3 de abril de 2022 en La Rábida (Huelva). En esta fase, el cántabro Hugo Fernández Becerro obtuvo Medalla de Bronce.

Fueron 77 estudiantes (66 chicos y 11 chicas) los seleccionados para la fase nacional a partir de las fases locales del concurso, al que se presentaron unos 5000 participantes.

La información sobre el desarrollo de esta fase en La Rábida puede consultarse en la web:

https://www.usc.es/olympia/ome2022/index.html

Además, la información completa sobre la OME (qué es, problemas y resultados de las últimas Olimpiadas, materiales para su preparación…), se puede encontrar en la web:

http://www.olimpiadamatematica.es/platea.pntic.mec.es/_csanchez/olimmain.html

Por otro lado, los 6 primeros clasificados de la fase nacional fueron a la Olimpiada Internacional de Matemáticas (IMO por sus siglas en inglés), que tuvo lugar en Oslo en julio. La web de la 63ª IMO es:

https://www.imo2022.org/imo/Home.

Cabe destacar que se cumplen 40 años de participación española en esta competición mundial y que los 6 seleccionados constituían el equipo más joven que ha representado a España en esta competición hasta el momento (solo dos de los seis alumnos tienen 17 años y los otros cuatro, 16). Este equipo, formado por Roger Lidón (1º Bach. Badalona, Cataluña), Javier Badesa (4º ESO Calatayud, Aragón), Álvaro Gamboa (2º Bach. Madrid), Jordi Ferré (1º Bach. L'Ametlla del Vallès, Cataluña), Darío Martínez (1º Bach. Valencia) y Martín Padrón (2º Bach. Ourense, Galicia), logró 139 puntos en las pruebas, dejando a España en la posición número 42 de los 104 países que participaron. A título individual, cosecharon 4 bronces y dos menciones de honor.

China, con seis medallas de oro y 252 puntos; la República de Corea, con tres oros, tres platas y 208 puntos; y Estados Unidos, con cuatro oros, dos platas y 207 puntos, han acabado, por ese orden, en las tres primeras posiciones.

En estos 40 años de competición española en la IMO se han logrado un total de 7 medallas de plata, 60 de bronce y 61 menciones de honor.

La Real Sociedad Matemática Española (RSME) organiza la Olimpiada Matemática Española desde su creación en 1964 y participa desde 1983 en la IMO, competición de carácter anual para estudiantes preuniversitarios y la más antigua y prestigiosa de las olimpiadas internacionales de ciencias.

El detalle de los resultados de la IMO puede consultarse aquí:

http://www.imo-official.org/year_country_r.aspx?year=2022

XI OLIMPIADA FEMENINA EUROPEA (EGMO)

European Girls' Mathematical Olympiad

La undécima edición de la Olimpiada Femenina Europea (EGMO: *European Girls' Mathematical Olympiad*) tuvo lugar del 12 al 16 de abril en la ciudad de Eger (Hungría). En esta edición participaron 57 países, de los que 31 eran europeos, y 17 lo hicieron de modo virtual. Se trata de una competición internacional de matemáticas similar a la Olimpiada Internacional de Matemáticas en la que se realizan dos pruebas en días consecutivos. La primera edición se celebró en Cambridge (Reino Unido) en 2012 y España participa desde 2016.

Fue una gran actuación la de nuestras representantes olímpicas en esta edición al obtener la mejor puntuación total de equipo en los 7 años que lleva España de participación, quedando además en la 22ª posición de la clasificación por países, la mejor hasta el momento. El equipo ganador de la olimpiada fue Rumanía.

Las integrantes de este equipo fueron: Marta Cano Cagigas, que obtuvo una medalla de bronce, a sólo un punto de la medalla de plata; Raquel Trull Baguena y Mencía Díaz de Cerio Ruiz de Lobera, que obtuvieron sendas menciones de honor por sus soluciones al problema 4, y Daminika Sobal.

La página web de la competición de este año es:

https://egmo2022.hu/

Asimismo, para más información sobre la EGMO, la página web a consultar es:

https://www.egmo.org/

En esta última se puede encontrar no sólo completa información sobre pasadas ediciones sino incluso un avance de futuras (EGMO 2023 en Portorož, Slovenia y EGMO 2024 en Georgia).

SOCIEDAD MATEMÁTICA DE PROFESORES DE CANTABRIA (SMPC)

En abril de 1996, en un acto que contó con la presencia de Miguel de Guzmán Ozámiz (1936-2004), presidente de las Sociedades Matemáticas a nivel internacional, eminente matemático, humanista y persona de bien, comenzó su andadura la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC). El objetivo fundacional de la SMPC es el de ser un punto de confluencia y de intercambio de experiencias entre los profesores de matemáticas de Cantabria, de todos los niveles educativos, Primaria, Secundaria y Universidad, tanto de enseñanza pública como privada, pero la SMPC también da la oportunidad de exponer sus ideas a todas aquellas personas interesadas por las matemáticas, en su vertiente didáctica o científica. El fundamento de la SMPC es colaborar en la mejora de la calidad de la enseñanza de las matemáticas y tener una proyección pública, mediante la cual dar a conocer su postura en todos los asuntos relacionados con la educación matemática.

La SMPC forma parte de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM), que está integrada por colectivos de profesorado que trabajan con propósitos análogos a los que tiene la SMPC, a la cual pertenecen sociedades de todas las Comunidades Autónomas.

En el Boletín número 13, la persona que en aquel momento ocupaba el cargo de presidenta de la SMPC, María José Señas Pariente, escribió unas palabras que dan una magnífica idea del cometido de la SMPC. Es, por esa razón, que desde entonces las mantenemos en esta sección.

> *[…] La SMPC viene organizando desde hace años diferentes actividades para alumnos y profesores de Cantabria con el fin de divulgar el conocimiento matemático en nuestra Comunidad Autónoma y mejorar los correspondientes procesos de enseñanza y aprendizaje. Es necesario emplear todos los recursos que existen en nuestra Sociedad para mejorar el nivel de educación matemática de los jóvenes, ya que de él, entre otros, dependerá el futuro y nuestra posición en el mundo actual.*
>
> *Difundir la cultura matemática entre los estudiantes y profesores de Cantabria y que éstos sirvan de vía de transmisión para que la sociedad alcance mayores niveles de conocimiento matemático; descubrir a los jóvenes un mundo de posibilidades por medio del saber matemático; ampliar sus perspectivas de futuro y formarles para una sociedad en continuo cambio; fomentar el interés por las matemáticas mediante la organización de actividades motivadoras e innovadoras fuera del aula; e incluso fomentar la detección temprana y el estímulo de talentos matemáticos, son algunos de los objetivos que la SMPC establece como base para el desarrollo de su programación anual. […]*

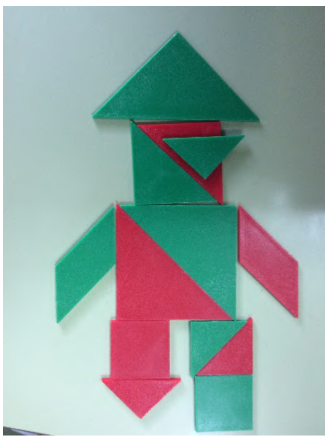
A lo largo de los años de existencia de la SMPC se han organizado numerosas actividades destinadas al profesorado de matemáticas, algunas dentro del Convenio de Colaboración con la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria. Ciñéndonos a las actividades desarrolladas a lo largo de los últimos años, indicar que entre ellas están dos cursos de formación para profesores del Proyecto Estalmat, uno a nivel regional y otro a nivel nacional; ediciones bianuales de las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria; cursos acerca del uso de *GeoGebra*, tanto a nivel de secundaria como de primaria; un curso a distancia acerca del sotfware *TutorMates* (con la colaboración de Addlink Research, empresa que ha desarrollado dicho software); varios cursos de sobre el *Uso de las Calculadoras en el Aula*, con la colaboración de la empresa CASIO,… La mayoría de los cursos mencionados se han celebrado bien en el Centro Internacional de Encuentros Matemáticos (CIEM) de Castro Urdiales, bien en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria. Alguno de ellos incluso ha sido semipresencial, utilizándose la plataforma Moodle.

Gracias al esfuerzo y a la generosidad de un pequeño grupo de profesores que, de forma desinteresada, ponen parte de su tiempo libre a disposición de la SMPC, pueden llevarse a cabo las diversas actividades que se vienen realizando. La gestión de los no muy abundantes recursos es tarea también de este reducido colectivo. Queremos aprovechar este espacio para hacer un llamamiento al resto de socios y a otras personas que estén interesadas en colaborar, para que se incorporen y comiencen a hacerlo, enriqueciendo la SMPC y garantizando su continuidad. Para mostrar su interés en colaborar con esta entidad, basta escribir un mensaje a la siguiente dirección, señalando aquellos apartados en los que se desearía colaborar: organizar y/o impartir algún curso de formación, cooperar en la puesta en marcha de alguna de las actividades de la SMPC, dirigir algún taller, ayudar en el desarrollo de alguna actividad ya planteada, etc.: **sociedad@sociedadmatematicacantabria.es**

Os informamos también de que el pasado 5 de octubre de 2021 celebramos la Asamblea General Anual de la SMPC en la que, además de aprobar el acta de la sesión anterior, se tomaron acuerdos sobre las fechas realización de actividades a desarrollar durante el curso 2021-2022 tanto para estudiantes como profesores. Además, se acordó que el boletín saliera de ahora en adelante cada 2 años, lo que afecta a la sección de *Convocatorias* pues, dado que la periodicidad de las habituales convocatorias, tanto de la SMPC como externas, es anual, no parece acertado incluirlas en un boletín que se publicará con carácter bienal. En cualquier caso, como siempre se ha hecho, se informará puntualmente a los centros de las convocatorias de la SMPC y, en caso de tener interés en participar en algún otro concurso (en boletines anteriores se pueden consultar varios y aparecen junto a sus respectivas páginas web), emplazamos a los interesados a consultar las páginas web de los mismos.

En la Asamblea también se informó de las últimas novedades de interés para los socios de la SMPC.

Junta Directiva	
Presidenta	Carmen Espeso Ortiz
Vicepresidente	Mario Fioravanti Villanueva
Secretario	Luis Ceballos Barón
Tesoreros	Emilio Seoane de la Losa Paz Valle López-Dóriga
Vocales	María José Fuente Somavilla Sandra Pana Tanasescu César Llata Peña



Responsables de las Actividades	
Boletín Informativo	Belén Hallado Arenales Ana María López García
Página Web	Neila Emma Campos González
Redes Sociales	Carmen Espeso Ortiz
Olimpiada Matemática para Estudiantes de 2º de ESO	Luis Ceballos Barón
Concurso del Cartel Anunciador de la Olimpiada Matemática para Estudiantes de 2º de ESO	Julia Blanco Garaizábal
Concurso de Fotografía Matemática para estudiantes	María Antonia Cuevas Maestro
Concurso de Fotografía Matemática para profesores	Jaime Juan Suárez Martínez
Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas	Mario Fioravanti Villanueva Emilio Seoane de la Losa
Proyecto Estalmat	Carmen Espeso Ortiz

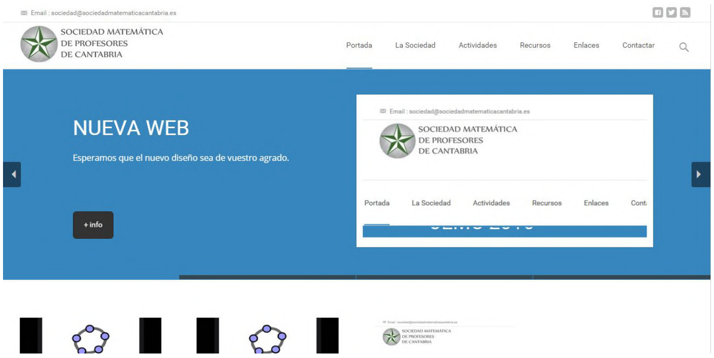
CÓMO CONTACTAR CON LA SOCIEDAD MATEMÁTICA DE PROFESORES DE CANTABRIA

Para recibir información puntual se puede contactar con la SMPC a través de:

<table>
<tr><td>Correo Postal:</td><td>

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC)
Centro de Profesorado de Cantabria
Avenida del Deporte s/n, 39011 Santander
Tel.: 942 35 40 15 - Fax: 942 32 38 27

</td></tr>
<tr><td>Correo Electrónico:</td><td>sociedad@sociedadmatematicacantabria.es</td></tr>
<tr><td>Página Web:</td><td>



http://www.sociedadmatematicacantabria.es

</td></tr>
<tr><td>Twitter:</td><td>

@SMatematicaPC

</td></tr>
<tr><td>FaceBook:</td><td>

http://www.facebook.com/pages/Sociedad-Matem%C3%A1tica-de-Profesores-de-Cantabria/1436138723279107

</td></tr>
</table>

Los socios son la parte fundamental de la SMPC. Asociarse da derecho a participar activamente en la vida de la Sociedad, a tener puntual información de ella y a obtener descuentos en las actividades que se organicen. Además, reciben cada año el *Boletín Informativo de la SMPC*, así como *SUMA*$^{+}$, revista de didáctica de las matemáticas de periodicidad cuatrimestral (marzo, julio y noviembre) y que es publicada por la FESPM. Los socios abonan una cuota anual de 40 euros, que se cobra por domiciliación bancaria.

Para hacerse socio de la SMPC basta con rellenar las fichas de inscripción y de domiciliación bancaria para el pago de las cuotas. Una vez cumplimentados ambos impresos, deben ser entregados a alguno de los miembros de la Junta Directiva o enviados a la SMPC por alguna de las vías de contacto citadas anteriormente.

D/Dª ……………………………………………………………................., DNI ……………………………………

con domicilio en ……………………………, CP: ……………., calle: ………………………………… nº.: ……,

teléfono: ……………………………………….. y e-mail: …………………………………………………………..

solicita ser dado de alta como miembro de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria.

Centro de trabajo: …………………………………………, localidad: …………………… CP: ……………

calle: …………………………………………, nº.: ……, teléfono: ……………………, fax: ………………………

y e-mail: ……………………………………………………

Nombre y apellidos: …………………………………………………………………………………………………..

IBAN:

País	DC	Entidad	Oficina	DC	Cuenta

Banco/Caja: ………………………………………………, agencia: ………………………………………………..

localidad: …………………………………, CP: ……………, calle: …………………………………………………

Sr/Sra Director/a del Banco/Caja:
Le ruego atiendan, con cargo a mi cuenta y hasta nueva orden, los recibos que periódicamente les presentará la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria para el pago de mi cuota de afiliación.

Atentamente (fecha y firma):

Anotaciones

SOCIEDAD MATEMÁTICA de PROFESORES de CANTABRIA

SMPC

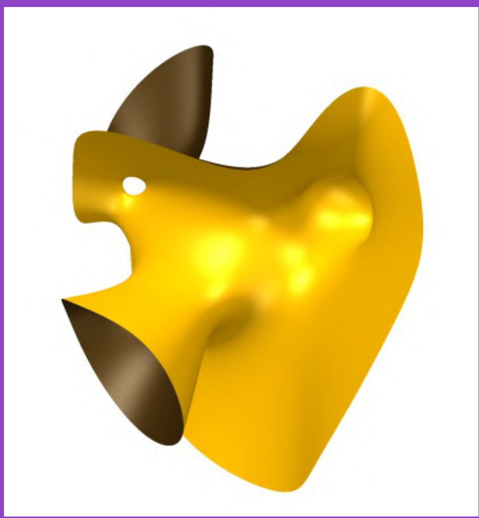


Imagen de la “Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria”,
cortesía del **Museo de las Matemáticas de Huesca**.

Boletín patrocinado por:

GOBIERNO de CANTABRIA
CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL

Santillana