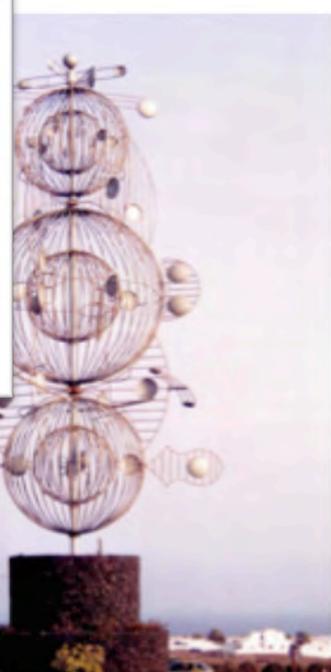
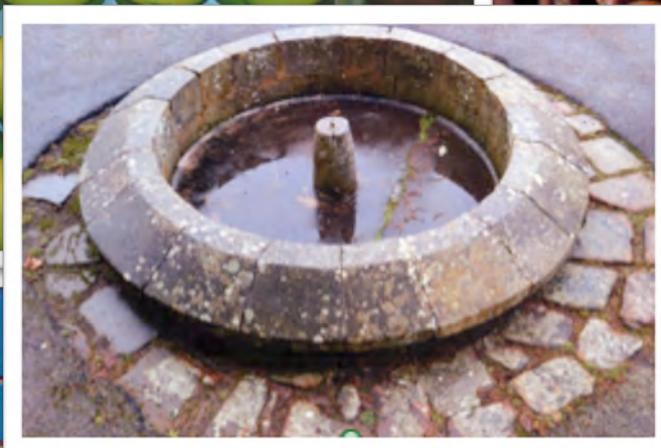




# Boletín Informativo de la SMPC

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria - Curso 2015/2016 - Nº 17



# **Boletín Informativo de la SMPC**

**Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria**

**Curso 2015/2016**

**Nº 17**



# ÍNDICE

---

<b>EDITORIAL</b>	<b>3</b>
<b>IN MEMORIAM</b>	<b>7</b>
<b>EXPERIENCIAS Y PROYECTOS EDUCATIVOS</b>	<b>11</b>
Francisco Santos, Premio Fulkerson 2015	11
Monólogos Científicos LocosxCiencia	15
Trabajo por Proyectos en el IES Vega de Toranzo	21
La Razón Perpleja, una Experiencia Matemático-Filosófica	33
<b>MATERIALES Y RECURSOS</b>	<b>39</b>
Menú de Problemas	39
Libros y Materiales Destacados	47
<b>JORNADAS, TALLERES Y ENCUENTROS</b>	<b>53</b>
Matemáticas en Acción	53
Día Escolar de las Matemáticas	57
<b>CULTURA Y MATEMÁTICAS</b>	<b>59</b>
Efemérides Matemáticas 2015	59
Curiosidades	75
<b>OLIMPIADAS Y OTROS CONCURSOS</b>	<b>85</b>
Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO	85
Olimpiada Matemática Nacional para Estudiantes de 2º de ESO	93
Olimpiada Matemática Española	101
Concurso del Cartel y Concursos de Fotografía Matemática	111
<b>CONVOCATORIAS</b>	<b>117</b>
Convocatorias de la SMPC	117
Otras Convocatorias	125
<b>SOCIEDAD MATEMÁTICA DE PROFESORES DE CANTABRIA (SMPC)</b>	<b>129</b>



**Edita:**

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (**SMPC**)

**Autoría y Maquetación:****María José Fuente Somavilla**

IES Augusto González de Linares  
SANTANDER  
[mj.fuente@yahoo.es](mailto:mj.fuente@yahoo.es)

**Pilar Sabariego Arenas**

IES Vega de Toranzo  
ALCEDA  
[sabariego@gmail.com](mailto:sabariego@gmail.com)

**Cecilia Valero Revenga**

Facultad de Ciencias  
SANTANDER  
[cecilia.valero@unican.es](mailto:cecilia.valero@unican.es)

**Artículos, comunicaciones y correspondencia:*****Por correo electrónico:***

A cualquiera de las tres direcciones anteriores

***Por correo postal o fax:***

Cecilia Valero Revenga  
Facultad de Ciencias  
Avenida Los Castros s/n  
39005 SANTANDER  
Teléfono: 942 20 15 20  
Fax: 942 20 14 02

**Tirada:** 220 ejemplares

**Imprime:**

Copi Centro, teléfono 942 31 00 71  
Compañía de Comunicación Gráfica  
Santander

**Depósito Legal:** SA-160-1998

**ISSN:** 1139-0263

La presente edición del Boletín Informativo de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) es la número diecisiete. El objetivo de esta publicación es transmitir, a través de sus páginas, los acontecimientos que se producirán en los próximos meses y la descripción de aquellos eventos relacionados con las matemáticas que se han desarrollado a lo largo del año 2015. En ambas situaciones, desde la redacción se ha procurado seleccionar aquellos hechos que, a su criterio, son de interés más general.

El Boletín de la SMPC pretende, además, difundir la cultura matemática entre los profesores de tal disciplina de los diferentes niveles educativos, incrementando y fortaleciendo su relación. También desea ser un lugar donde ese colectivo pueda dar a conocer los trabajos más novedosos en los diferentes ámbitos en los que desarrolla su labor profesional.

Como viene siendo habitual, comenzamos este Editorial relacionando las actividades promovidas por la SMPC, entre las que se encuentra la publicación de este Boletín. El Boletín se distribuye en papel entre los socios de la SMPC y en Centros de Educación Secundaria de la Comunidad Autónoma de Cantabria; además, está disponible en formato pdf en la página web de la SMPC:

<http://www.sociedadmatematicacantabria.es>

Asimismo, en dicha página se ofrece información detallada de todas las actividades de la SMPC, así como de otras más generales, tales como congresos o encuentros a nivel nacional cuya celebración se encuentra próxima.

Los Concursos del Cartel y de Fotografía Matemática para el alumnado de Secundaria y la Olimpiada Matemática para Estudiantes de 2º de ESO son algunas de las actividades con más solera de la SMPC. De cada una de ellas se ofrece información pormenorizada en páginas interiores de este Boletín y puede afirmarse que los tres concursos son consustanciales a la SMPC por el elevado número de ediciones celebradas, con una magnífica acogida por parte de los estudiantes a los que van dirigidos. Además, en el curso 2014-2015 se convocó, en primera edición, el Concurso de Fotografía Matemática para Profesores, del que también se da una cumplida reseña más adelante. También para profesores, y con una periodicidad bianual, se



vos. Su genialidad y su locura fueron recogidas en el libro *Una mente maravillosa*, que Sylvia Nasar publicó en 1998 y que fue llevado al cine en 2001. Todos recordamos a Russell Crowe en el papel de Nash.

El 23 de mayo de 2015, a punto de cumplir los 87 años de edad, Nash falleció junto a su esposa Alicia Lardé López-Harrison en un accidente de tráfico en Nueva Jersey. Iban en un taxi. Cuando Nash contaba con una edad propia para morir de muerte natural, lo hizo de forma inesperada y poco convencional, un final acorde con toda su vida.

La que no tenía edad para dejarnos era **Isabel Gómez Velarde**, que murió a los 44 años el 16 de abril de 2015 tras una grave enfermedad.



Isabel fue profesora de matemáticas de varios institutos de Cantabria, el último de ellos el IES Marqués de Santillana, Torrelavega. Isabel fue, además, profesora del proyecto Estalmat - Cantabria desde los inicios del mismo y participó activamente en la SMPC, de la que era vocal. Isabel es autora del admirado blog "Más Mates" y coautora del libro "Santander, mirar y ver... matemáticas, arquitectura e historia".

En este Boletín dedicamos la sección *In Memoriam* a esta queridísima compañera y amiga. Conocerle fue un privilegio.

Pero tras estas manifestaciones luctuosas, podemos reconfortarnos con noticias más amables. Una vez más, hemos de felicitar por sus logros profesionales a **Francisco Santos Leal**, profesor del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación de la Universidad de Cantabria. El pasado 12 de julio, en el transcurso de la ceremonia inaugural del 22º International Symposium on Mathematical Programming (ISMP 2015), celebrado en Pittsburgh, se hizo pública la concesión del Premio Fulkerson al profesor Santos Leal por su resolución en negativo de la Conjetura de Hirsch, resolución que ya le hizo merecedor en 2012 del Premio Humboldt de Investigación en Matemáticas.

El Premio Fulkerson lo conceden, conjuntamente, la Mathematical Optimization Society y la American Mathematical Society, y reconoce resultados sobresalientes en el campo de la matemática discreta. El Premio se concede

cada tres años en el marco del ISMP y, en cada ocasión, se pueden otorgar hasta tres Premios. La singular importancia del resultado de Francisco Santos se pone de manifiesto en el hecho de que, por primera vez en sus 36 años de existencia, el galardón haya recaído en una sola persona. Algunos de los premiados con anterioridad son Kenneth Appel y Wolfgang Haken (por su demostración del teorema de los cuatro colores), Thomas Hales y Samuel Ferguson (por la demostración de la conjetura de Kepler sobre la densidad máxima de empaquetamientos de esferas) o Manindra Agrawal, Neeraj Kayal y Nitin Saxena (por su algoritmo AKS que permite certificar en tiempo polinómico y de manera determinista la primalidad de un entero). En la lista completa, sólo un español, Francisco Santos.



Francisco Santos junto a Michele Conforti, presidente del Jurado del Premio Fulkerson 2015.

Para ampliar la información puede consultarse la página siguiente de la que hemos tomado la fotografía que acompaña estas líneas:

<http://web.unican.es/noticias/Paginas/2015/julio/El-profesor-de-la-UC-Francisco-Santos-recibio-el-premio-Fulkerson-2015.aspx>

Además, en páginas interiores se ofrece una entrevista a Francisco Santos realizada desde esta publicación, donde desgrana algunas de sus impresiones al haber recibido este Premio.

No sabemos si, en un futuro, las personas que nos releven en este Editorial hablarán de **Jesús Arjona Martínez** en términos similares a los que hoy lo hacemos de Paco Santos, pero, por el momento, su nombre ya es noticia. Muchos de nosotros lo conocemos por ser un alumno aventajado del Programa Estalmat - Cantabria, con el que tuvimos la grata tarea de compartir muchos sábados. Ahora le felicitamos por su éxito en el mundo de la Física. Jesús obtuvo Medalla de

Oro y el quinto puesto de la XXVI Olimpiada Española de la Física, lo que le dio acceso a participar en la Fase Internacional de la Olimpiada de la Física 2015, donde consiguió una Mención de Honor. Dicha competición se celebró en Bombay (India) del 5 a 12 de julio de 2015 y contó con la participación de otros jóvenes españoles, dos de los cuales recogieron Medallas de Bronce. En la Olimpiada Española Jesús estuvo acompañado por otros dos ex alumnos de Estalmat - Cantabria, Ignacio Ruiz García y Jorge Santamaría Pérez, que consiguieron Medalla de Plata y Medalla de Bronce, respectivamente. Nuestra enhorabuena a los tres y, muy especialmente, a Jesús.



Delegación Española en la XXVI Olimpiada Internacional de la Física.



De izquierda a derecha: Jorge Santamaría, Emilio Seoane (profesor acompañante), Jesús Arjona e Ignacio Ruiz.

Otro nombre que podría formar parte de Editoriales futuros es el de **Luis Crespo Ruiz**, que viene apareciendo ya en números anteriores de este Boletín. Este cántabro, durante los últimos cursos, ha sido noticia por ir conquistando premios en diferentes olimpiadas matemáticas a nivel nacional, pero este curso también ha dado el salto a las competiciones de carácter internacional. Luis ha representado a España en la Fase Internacional de la Olimpiada Matemática y en la Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas. De una y otra nos

hacemos eco en la sección correspondiente a Olimpiadas.



La delegación española, casi al completo, en la Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas. De izquierda a derecha: Luis Crespo, Cesc Folch, Damià Torres, David Alfaya (tutor) y Gonzalo Cao. La foto es cortesía de Mercedes Sánchez Benito, que era la sexta persona que integraba la delegación de nuestro país.

Nuestra enhorabuena a Luis, que en la Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas obtuvo Medalla de Plata.

△ ⊕ △ ⊕ △ ⊕ △ ⊕ △ ⊕ △ ⊕ △ ⊕ △ ⊕ △ ⊕ △ ⊕ △ ⊕

Casi por último, informar que en la redacción de esta revista se ha optado por el uso genérico del masculino, pero esta decisión no debe interpretarse como discriminación alguna. Se entiende que todos somos capaces de reconocer y valorar la presencia y el trabajo femeninos aun sin la tediosa carga de usar expresiones específicas.

≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡

Cada número de este Boletín es elaborado desde la ilusión y la esperanza de que sus contenidos sean de interés para los socios de la SMPC. Pero no queremos abandonar este Editorial sin antes agradecer a todas aquellas personas que nos han hecho llegar sus colaboraciones, su esfuerzo y su trabajo, pues con ellas enriquecen el contenido de esta revista. Para terminar, invitamos a socios y compañeros a participar con sus artículos, haciéndonos llegar a nuestra dirección de correo electrónico. Asimismo, se admiten opiniones y sugerencias acerca de secciones nuevas que puedan ser incorporadas a esta publicación.

*Este Boletín tiene como finalidad la divulgación de acontecimientos matemáticos y la publicación de colaboraciones de socios y no socios de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC). No hay contraprestación económica ni de servicios por su edición, ni incluye publicidad comercial. Por ello, entendemos que no se vulneran derechos de imagen o de autor cuando se utilizan algunos materiales. Si se conoce, se cita su procedencia y su autor; pero, en todo caso, si alguien considerase quebrantados sus derechos, se ruega nos lo advierta para proceder a la aclaración o rectificación que proceda.*

# IN MEMORIAM

---

## de Isabel Gómez Velarde

*Isabel Gómez Velarde, profesora de matemáticas especialmente vinculada a la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC), falleció en abril de 2015 tras una larga enfermedad. Todos los que la conocimos lamentamos profundamente su pérdida. Algunas de las personas más allegadas a Isabel han escrito unas líneas en su homenaje y como agradecimiento por su amistad. Queremos hacer partícipes a los lectores de esta publicación de esas palabras, escritas desde la tristeza y con el más profundo respeto.*

### La dicha de conocerla

Para la página web de la SMPC

María José Fuente Somavilla

El pasado 16 de abril de 2015 nos dejó nuestra querida compañera y amiga Isabel Gómez Velarde. Isabel fue profesora de matemáticas de varios institutos, el último de ellos el IES Marqués de Santillana, de Torrelavega, donde formaba parte, además, del equipo de la Biblioteca. Fue profesora del proyecto Estalmat - Cantabria desde los inicios del mismo y participó activamente en la SMPC, de la que era vocal. Isabel es la autora del admirado blog "Más Mates", blog con una cantidad ingente de buenos materiales para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Es, además, coautora del libro "Santander, mirar y ver... matemáticas, arquitectura e historia".



Cuando una persona se enfrenta a un problema matemático suele hacerlo buscando una solución en sentido positivo; pero, si durante el proceso de resolución, la cuestión se revela irresoluble, acepta estoicamente el descubrimiento, llegando a interpretarlo como la solución posible. Lo difícil para la persona es mantener ese comportamiento cuando se enfrenta a un problema vital. Isabel sí pudo hacerlo. Isabel aceptó con entereza las circunstancias más adversas, conservando ante las mismas la dulzura y el ánimo que siempre la caracterizaron. Isabel fue una magnífica profesional, pero su mejor lección no la ha impartido en un aula, sino en la intimidad de los más allegados.

### Sigues presente

Para el acto de clausura del curso Estalmat - Cantabria 2015

María José Señas Pariente

Buenos días a todos. Bienvenidos y gracias por acompañarnos en este acto de clausura del curso Estalmat - Cantabria 2015. Desde hace ya varios años, un día como hoy es, a la vez, un día de alegría y un día de tristeza. Día alegre porque un nuevo curso Estalmat ha llegado a término y sentimos la satisfacción del deber cumplido. Día triste porque llega el momento de despedir a quince estudiantes con quienes hemos compartido muchos sábados un buen número de profesores de la Universidad de Cantabria y de diferentes Centros de Secundaria. Pero este año es especialmente triste para la familia Estalmat.

Hace escasamente mes y medio hemos despedido a una persona con quien hemos trabajado durante muchos años. Profesora de matemáticas y miembro activo de la SMPC, donde colaboraba en distintos ámbitos: Olimpiada de 2º de ESO, Concurso de Fotografía Matemática, Jornadas de Formación...; y parte del grupo de profesores que pusimos en marcha el Proyecto Estalmat - Cantabria. Me refiero a Isabel Gómez Velarde, quien continuó colaborando en todos los proyectos mientras le fue posible y quien durante toda su enfermedad mantuvo esa actitud serena y animosa que la caracterizaba y que, incluso en los peores momentos, era capaz de enviar un mensaje de ánimo a quienes la rodeaban.

Como representante de la SMPC y en nombre de todos los profesores (pertenezcan o no a la Sociedad) quiero que la tengamos presente en un día tan especial y que enviemos a su familia un abrazo de cariño y de ánimo. Pero estoy segura de que ella, con la discreción de la que hacía gala y con su poco afán de protagonismo, no querría centrar el acto de hoy; por eso, teniéndola en nuestro recuerdo, continuaremos con la clausura del curso.

## ¿Por qué?

Ángela Núñez Castaín

Isabel, ¿por qué te has ido? No tiene sentido. Eras la mujer perfecta, lo hacías todo bien, con delicadeza, con extremo cuidado, no dejabas nada al azar. Tengo mi casa llena de detalles tuyos, poliedros hechos con papiroflexia, cajas llenas de bombones, latitas con tés aromáticos, pendientes hechos por ti dentro de un estuche hecho por ti...

No todo el mundo sabe que te conocí en el curso 1999 - 2000, cuando me fui a trabajar a la Consejería de Educación y te tocó sustituirme en el instituto. La mala suerte hizo que ese año el IES Alberto Pico fuese trasladado a la calle Castilla, tras varios años ubicado en un antiguo edificio del Barrio Pesquero. Eso produjo que durante el primer trimestre aún no se contase con los ordenadores y tuvieras que dar clase de informática sin máquinas, todo un reto. Además, la sorpresa fue que me tuve que incorporar al instituto en el mes de mayo, sin terminar el curso, y tú te quedaste sin trabajo. Así, y todo, me recibiste con una sonrisa y una amabilidad que no olvidaré; sobre todo, en el momento en el que me entregaste los materiales que habías estado usando durante el curso. En mi vida he visto unos cuadernos, unas notas de clase, unas calificaciones de alumnos, en fin, todo lo necesario para trabajar como profesora, tan exageradamente ordenado, clasificado y con detalles tan cuidados. Me quedé completamente admirada de tu habilidad y meticulosidad. ¡Excepcional, de verdad!

Los siguientes años coincidimos en las actividades de la SMPC: las Olimpiadas Matemáticas de 2º de ESO, los Concursos de Fotografía Matemática, las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria (JEMC), donde has expuesto tus trabajos; también estuvimos en las Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas (JAEM), en seminarios en el Centro Internacional de Encuentros Matemáticos (CIEM), etc. En fin, que no hemos parado de tener puntos en común.

Pero lo que definitivamente nos unió fue la edición de nuestro libro *Santander, mirar y ver... matemáticas, arquitectura e historia*. Del grupo de autores, cinco somos profesores de matemáticas y pertenecemos a la SMPC, lo que sirvió como nexo de unión en nuestro objetivo. Pero tú colaboraste en que el grupo fuese más completo, trayéndonos a Belén, la arquitecta del grupo. Todos hemos trabajado durante cuatro años formando un grupo sólido y unido, tanto en el ámbito del trabajo como en el de la amistad. Y así, hemos ido confeccionando un trabajo que culminó con la publicación del libro. Aunque el correo electrónico ha sido el medio de comunicación principal del grupo, también hemos hecho alguna que otra reunión presencial. Muchas de esas reuniones las hemos llevado a cabo en tu casa, sobre todo desde que caíste enferma. ¡Vaya meriendas! Todo casero, hecho por ti, por supuesto. Variedad de canapés y pasteles. Pero, ¿es que había algo que se te resistiera?

Cuando llegó el momento de presentar públicamente el libro, todos nos pusimos a pensar y a elaborar la presentación más adecuada posible. Tú creaste una presentación en la que, con toda minuciosidad, describías las distintas partes del libro: sus notas, sus mapas, sus glosarios, etc.; ejemplar, como todo lo que salía de tus manos y de tu mente. En la primera actuación en la que ya no pudiste asistir, porque ya estabas hospitalizada, nos enviaste a todos un sms que decía:

*Mucha suerte esta tarde. Os mando a mi mejor representante de matemáticas (su hermano Luis Alberto), me encantaría estar, pero no me es posible físicamente; sin embargo, allí estaré anímicamente y luego me lo contarán todo. Un fuerte abrazo para vosotros, Ángela, Belén, Elisa, Ezequiel, María José, y para todos los que allí conocemos. Muchos besos y que sea una tarde llena de éxitos, que seguro que así será. Isabel.*



Olimpiada Matemática de 2º de ESO, abril 2009.



JAEM, julio 2011.



CIEM, octubre 2011.



Asamblea de la SMPC, septiembre 2013.



Algunos de los múltiples objetos que salieron de tus manos, Isabel.



Reunión en casa, junio 2014.



IES Santa Clara, diciembre 2014.

## En recuerdo de Isabel

Luis Alberto Gómez Velarde

A lo largo de la vida, y a medida que se van cumpliendo años, se van viviendo experiencias de todo tipo: unas buenas, otras malas, y otras, regulares. Todas estas experiencias nos moldean como personas y nos cambian, en función de ellas mismas y de nuestra propia naturaleza. En los últimos años a mí me ha tocado vivir circunstancias que nunca hubiera escogido, circunstancias que he vivido con la persona que nunca hubiera dejado de escoger como compañera. Aunque muchos de vosotros también la conocíais, ya hace mucho tiempo que para mí era compañera y amiga, y era eso y más, pues hablo de mi hermana.

Nos conocíamos desde pequeñajos, que es lo que suele ocurrir con los hermanos, y teníamos algunos ratos de discutir y muchos ratos de disfrutar. Siempre nos resultó fácil saber lo que pensaba el otro, pues, aunque en algunas cosas fuésemos muy distintos, compartíamos muchos intereses y maneras de pensar, por lo que teníamos una gran complicidad y confianza que fueron aumentando con los años.



Isabel entre sus dos hermanos, siendo niños.

Isabel era un niña tímida y obediente, que se preocupaba de mí por ser su hermano pequeño (aunque para mí siempre será “mi hermanita”) y que, además de ser muy responsable con sus obligaciones, estaba pendiente de todos los detalles en que pudiese ayudar en casa o a cualquiera que fuese (es lo que tiene ser una perfeccionista, que siempre hay algo más).

Desde pequeña siempre le gustaron los niños y la enseñanza y, como buena estudiante que era, se planteó dedicarse a ello. Que fuese a través de las matemáticas surgió más tarde, al final del instituto, donde se forjó su otra pasión que, junto con la de ayudar a aprender, hizo de ella una profesora de matemáticas.

Decidió estudiar Ciencias Exactas (Matemáticas) y cuando le decían que era de números, solía contestar que éstos habían desaparecido al empezar la carrera, donde era más habitual designar con letras a las cantidades tratadas.

Nunca dejó de estudiar y formarse (¡cuántos cursos habrá hecho en su vida!), pues le encantaba aprender y estar a la última en todo lo que le ayudase a enseñar más cosas y de una manera mejor a sus alumnos, para los que no escatimaba tiempo ni esfuerzo, quedándose a explicarles lo que no entendían en ratos de su tiempo libre, o quitándose de descansar para prepararles actividades y materiales que les resultasen más atractivos.

Ella era así, tenía un orden de prioridades en el que ella siempre se colocaba al final, después de los alumnos, la familia, los amigos, los compañeros, alguien a quien pudiese echar una mano,... Era así de generosa y, tan detallista, que siempre te sorprendía con aquello que más podía ayudarte y tú, tal vez, no te habías dado cuenta. A mí me regaló muchas cosas. Muchas de ellas materiales, y otras no, las mejores. De estas últimas: parte de su pasión por las matemáticas, poder compartir sus amistades y, por encima de todo, poder compartir su vida.

No siempre fue fácil compartir su vida, algo que en ocasiones no valoré como debía, y que en los últimos años a veces ella no me dejaba, por no querer hacerme sufrir, sin darse cuenta de que yo sufría más por no poder acompañarla. Ella, algunas veces, se alejó de los que quería, pero no por indiferencia u olvido, sino para protegerles del sufrimiento que sentía.

El último año y medio tuvo que luchar con un cáncer y yo le acompañé en lo que pude, aunque hubiese querido poder hacer más. No estuvimos solos, muchas personas nos animaron y ayudaron: enfermeras que la cuidaban con un cariño enorme, personas que surgieron sin esperarlo para echar una mano y, cómo no, sus amigos y amigas, que siempre habían estado ahí y que se hacían más presentes aún, si es posible, cuando más necesarios eran. Debe de ser que ella se lo había ganado porque es una suerte tener amigos (y más como estos, que son de los buenos), pero es una suerte que hay que ganársela.

Mi hermana era muy modesta y no quería molestar a nadie, sino sólo ayudarles en lo que pudiera; es, por eso, que tardó en decir a muchos que estaba enferma (por no hacerles sufrir), y que cuando llegó el final, tuvo muy presentes a las personas que le importaban, para despedirse en persona (de la familia) o a través de mensajes (que a mí me pidió que enviase) a aquéllos que eran especiales para ella.

No quería molestar a los demás y pasó por la vida de puntillas...tal vez por eso dejó una huella tan profunda.

Isabel, un beso.



Isabel, julio 2013.

Foto cortesía de Margarita González Elorriaga, compañera y amiga de Isabel.

**Isabel, siempre estarás presente en la memoria y en el recuerdo de todos aquellos que tuvimos la suerte de conocerte.**

# EXPERIENCIAS Y PROYECTOS EDUCATIVOS

## FRANCISCO SANTOS, PREMIO FULKERSON 2015

---

*Las líneas de esta sección que, como puede verse, tienen nombre propio, conforman la entrevista que Pilar Sabariego Arenas, profesora del IES Vega de Toranzo, de Alceda, coautora de este Boletín y doctoranda, en su día, del entrevistado, ha realizado a Francisco Santos Leal. Como se recoge en el Editorial de este número, el profesor Santos, cariñosamente, Paco, recibió hace unos meses el Premio Fulkerson y, por ese motivo, hemos querido conocer sus impresiones tras la concesión del galardón y su opinión sobre otras cuestiones más generales, como la política de ayudas a la investigación o la forma en que se instruye en la escuela a los estudiantes en la disciplina matemática. Esta es la primera entrevista que se incluye en el Boletín de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC), seguro que no será la única.*

---

El pasado 12 de julio de 2015, durante la sesión inaugural del 22º International Symposium on Mathematical Programming (ISMP 2015), celebrado en Pittsburg (Pensilvania, EE.UU.), se hizo entrega del Premio Fulkerson a Francisco Santos Leal, catedrático de Geometría y Topología de la Universidad de Cantabria. Este premio es concedido por la Mathematical Optimization Society y la American Mathematical Society.

El Premio Fulkerson se otorga, cada tres años, a un máximo de tres autores (o grupos de autores) de artículos científicos destacados en el área de la matemática discreta. En esta ocasión, y por segunda vez en los treinta y seis años de existencia de este premio (la primera vez fue en 1997), ha habido un único galardonado, lo que demuestra la importancia del resultado de Paco.

El resultado que ha hecho a Paco merecedor de este Premio es su contraejemplo para la conjetura de Hirsch.

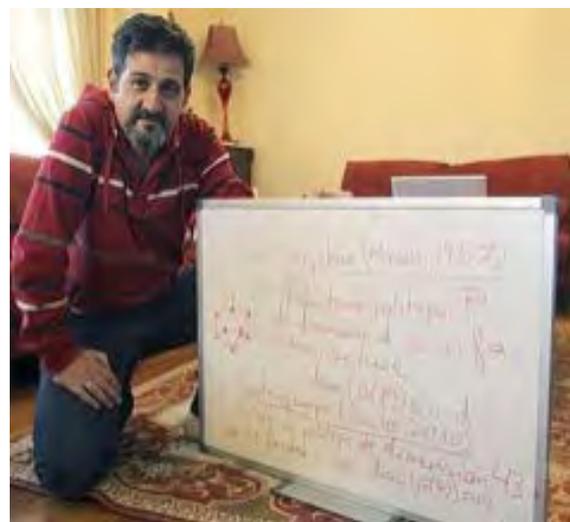
Todos conocemos en qué consiste el Método del Simplex, uno de los diez mejores algoritmos para el desarrollo de la ciencia y la ingeniería del siglo XX, según la revista *Computing in Science and Engineering*. Lo que no todo el mundo sabe es que los polítopos (materia de estudio de Paco, que podemos imaginarlos como poliedros  $n$ -dimensionales) están muy relacionados con el Método del Simplex, puesto que las posibles soluciones del problema son los vértices de un polítopo.

El Método del Simplex comienza en uno de los vértices del polítopo, elegido de manera arbitraria, y se va moviendo por las aristas del mismo pasando de vértice en vértice hasta que llega a la solución óptima. El problema del Método del Simplex es que no se puede

decidir, a priori, cuál será el tiempo máximo necesario para encontrar la solución óptima. Para conocer ese tiempo habría que saber cuál es la máxima distancia (número de aristas) posible entre dos vértices del polítopo. Esta máxima distancia recibe el nombre de *diámetro* del polítopo.

En 1957, Warren M. Hirsch escribió una carta a Dantzig, el creador del Método del Simplex, en la que conjeturaba que ese diámetro estaba acotado. Según Hirsch, el diámetro del polítopo no podía ser mayor que el número de restricciones del problema menos la dimensión del polítopo.

En 2010, más de cincuenta años después, Paco, mientras viajaba en avión entre Bilbao y París, encontró un ejemplo que contradecía la hipótesis de Hirsch: existe un polítopo de dimensión 43 con 86 facetas (las restricciones mencionadas antes) y con diámetro 44.



Paco posa para *El Diario Montañés* mostrando en una pizarra la conjetura de Hirsch.

Desde mayo de 2010, cuando conocimos la noticia de que Paco había refutado la conjetura de Hirsch, hasta ahora, han sido muchos los medios de comunicación que le han hecho entrevistas. Ahora concede una entrevista al Boletín de la SMPC. En las siguientes líneas transcribimos la entrevista. Las preguntas de Pilar se indican con letra normal y las respuestas de Paco en cursiva.



Francisco Santos y Pilar Sabariego, en un momento de su conversación, en el despacho del primero.

Desde que supe que habías ganado el Premio Fulkerson, cada vez que me acuerdo, no puedo evitar sonreír. Supongo que es el orgullo de haber sido tu “hija de tesis”. ¿Qué nos puedes decir de ti? ¿Qué sientes cuando te quedas a solas y piensas en el reconocimiento que has recibido de todos tus compañeros de profesión? No en vano, el Premio Fulkerson viene a ser como el Nobel de la Matemática Discreta.

*Hombre, tanto como el Nobel... En todo caso, podría ser un Óscar en una de las categorías pequeñitas, maquillaje o algo así. O sea, es el premio más importante en el área de la matemática discreta, pero no deja de ser un área muy restringida. ¿Y cómo me siento? Por un lado, orgulloso, y, por otro, un poco abrumado. Pero, desde luego, contento y consciente de que es un reconocimiento que me puede abrir puertas y hace que se me conozca en ambientes más amplios de los que se me conocía.*

Antes de este, has recibido otros premios como el Premio Joven de Ciencia y Tecnología de la Fundación Complutense en 2003, y el Premio Humboldt de Investigación en 2013, como reconocimiento internacional por tu labor científica. Sé que todos son importantes, pero ¿hay alguno que signifique más para ti?

*El Premio Fulkerson es el de más prestigio y a la larga será el más importante, pero el Humboldt venía acompañado de la posibilidad de hacer una estancia de seis meses en Berlín, a donde fui con la familia y de donde trajimos todos muy buenos recuerdos.*

Y a nivel global, ¿qué repercusión tiene internacionalmente el reconocimiento de tu trabajo como matemático? ¿Se mirará de otro modo a los matemáticos españoles o ya se nos mira bien?

*Yo creo que se nos mira muy bien desde hace ya bastantes años. Acuérdate que en 2006 el “International Congress of Mathematicians” se celebró en Madrid. Esa elección de Madrid por parte de la Unión Matemática Internacional llevaba consigo un reconocimiento implícito de lo mucho que ha avanzado la matemática española. Por poner otro ejemplo, de 2010 a 2014 la presidenta de la Sociedad Matemática Europea ha sido una española, Marta Sanz-Solé. Sí que es verdad que en matemática discreta España está quizá menos desarrollada de lo que debería. En mi opinión, esto es debido al sistema de “áreas de conocimiento” en que está dividida la universidad española. Al no haber un área específica en la que encaja la matemática discreta, los que nos dedicamos a ella hemos estado siempre un poco en tierra de nadie.*

Supongo que lo que sí supondrá es un buen empujón a la hora de solicitar ayudas para continuar trabajando en tus proyectos, ¿verdad?

*Por supuesto. Y a la hora de que me lleguen compromisos a los que es difícil decir que no. En este momento estoy preparando dos cosas que me hacen mucha ilusión pero que involucran bastante trabajo y viajes. De 2016 a 2018 tendré estatus de “Einstein Visiting Professor” en la Universidad Libre de Berlín, lo que me permitirá dirigir estudiantes de doctorado “a distancia”, y en 2017 seré uno de los organizadores de un semestre especial en el Mathematical Sciences Research Institute (MSRI) de Berkeley.*

A nivel político, que es lo que, al final, mueve el dinero, ¿crees que las instituciones reconocerán tu valía o piensas que ni siquiera se han enterado de tus logros?

*Uf, no sé. Depende de a qué nivel estemos hablando. Desde luego, en la Universidad de Cantabria se han enterado. El mismo día que me dieron el Fulkerson me llamó el rector para felicitar me personalmente, lo cual le agradezco. Y en los círculos matemáticos españoles tampoco me puedo quejar. Por ejemplo, la Real Sociedad Matemática Española me eligió este año para impartir en Valladolid, el 1 de octubre de 2015, el coloquio inaugural del curso 2015-2016. A nivel de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte no lo sé, pero es que tampoco la Consejería ha hecho mucho caso a la investigación científica, en general, en los últimos años.*

Centrémonos en las matemáticas y en los profesores de matemáticas, que son a quienes está dirigido este Boletín. Muchos de estos profesores lo somos de Educación Primaria o de Educación Secundaria. ¿Qué nos pedirías que hiciéramos, en general, por nuestros alumnos desde un punto de vista matemático o científico?

*No sé si soy quién para dar consejos de este tipo. Os diría lo mismo que me digo a mí mismo, aunque luego no siempre me hago caso. Que intentemos transmitir la belleza y el sentido de las matemáticas y que no nos centremos tanto en los detalles más mecánicos y repetitivos.*



Imagen de una actividad sobre poliedros que Paco impartió en el Proyecto Estalmat - Cantabria y en la que transmite a los jóvenes la belleza por las matemáticas.

Y a los padres, ¿qué podemos hacer desde casa para que nuestros hijos se enfrenten a las matemáticas sin miedo, como si fuesen un juego?

*Aquí sí diría varias cosas. Lo más importante para mí es no mandar mensajes negativos a los niños. Los niños absorben todo y captan muy bien nuestras fobias y frustraciones, hasta el punto de que se puede decir que las heredan. Creo que, no solo con las matemáticas, sino con todas las actividades digamos "intelectuales", hay que incentivarles y motivarles. Hay quien piensa que no es importante desde casa ayudar a sus hijos a aprender a leer, o a sumar, etc. porque, al fin y al cabo, lo van a aprender de todos modos en el cole. Pero sí lo es, y mucho. No sólo porque lo aprenderán mejor, sino sobre todo porque les darán mucha más importancia a esas habilidades, las considerarán una parte integral de sí mismos y no solo "algo del cole". Yo suelo decir que a todos los niños les gustan las matemáticas hasta que alguien les convence de lo contrario. Les gusta contar, les gusta enfrentarse a problemas y resolverlos, les gusta reconocer patrones...*

¿Crees que las matemáticas en España y en Cantabria, en particular, gozan de buena salud o debemos preocuparnos mucho por la fuga de cerebros? Igual a los matemáticos no nos afecta tanto (como hacer matemáticas es barato: lápiz y papel, en pocas palabras).

*Bueno, los últimos cinco años han sido muy difíciles, no tanto para los investigadores que ya estamos "asentados" y a los que la bajada de fondos lo único que nos supone es quizá ir a menos congresos y ralentizar un poco nuestro trabajo, como para la generación que debería estar formándose en este momento y que no ha tenido la oportunidad de hacer una tesis doctoral o de encontrar un puesto de investigador una vez terminada dicha tesis. Es algo que tendremos que pagar en su momento. Pero también hay que decir que en otros países la situación nunca ha sido fácil. En Alemania, por ejemplo, nunca ha sido normal que alguien obtuviera una plaza de investigador permanente antes de cumplir los 35. Aquí nos hemos movido un poco por la ley del péndulo. Ha habido épocas en la que era muy fácil y épocas en las que, por saturación, era muy difícil entrar. Nos falta un poco de visión a largo plazo y estabilidad en el propio sistema. Estabilidad (del sistema) no significa que sea más fácil entrar en él, sino que los mecanismos estén claros y no se cambien las reglas a mitad de la partida.*

Para terminar, una curiosidad. Entre los distintos problemas en los que estás trabajando ahora, ¿hay alguno con el que también nos puedas sorprender algún día por ser un "problema famoso"? Es que, si no es por acontecimientos de estos, parece que no se habla bien de matemáticas fuera de las aulas.

*En realidad, el más famoso de los problemas en los que trabajo sigue siendo el de Hirsch. Los contraejemplos refutan una cota concreta para el diámetro de los polítopos, pero la violan por un margen muy pequeño (del orden del 5%) cuando la pregunta importante de verdad, la que motivó a Hirsch para enunciar su conjetura y a Dantzig a divulgarla, es si el diámetro de un polítopo está acotado por alguna función polinómica en términos de su dimensión y número de facetas. Esto es lo que se viene a llamar la "conjetura de Hirsch polinómica" y su resolución tendría mucha más importancia, desde el punto de vista de la programación lineal y el Método del Simplex, que la conjetura original. Pero vamos, ¡no me atrevo a conjeturar si seré capaz de resolverla!*

¡Seguro que sí, Paco!

Muchas gracias y ¡enhorabuena de nuevo!

**Galardonados con el PREMIO FULKERSON desde el año 2000**

(para conocer el resto de premiados ir a <http://www.mathopt.org/?nav=fulkerson-winners>)

- 2000** Michel X. Goemans, David P. Williamson,  
"Improved approximation algorithms for maximum cut and satisfiability problems using semidefinite programming", Journal of the ACM 42 (1995), 1115-1145.
- Michele Conforti, Gérard Cornuéjols, M. R. Rao,  
"Decomposition of balanced matrices", Journal of Combinatorial Theory B 77 (1999), 292-406.
- 2003** Jim F. Geelen, A. M. H. Gerards, Ajai Kapoor,  
"The Excluded Minors for GF(4)-Representable Matroids", Journal of Combinatorial Theory B 79 (2000), 247-299.
- Bertrand Guenin,  
"A characterization of weakly bipartite graphs", Journal of Combinatorial Theory B 83 (2001), 112-168.
- Premio compartido:
- Satoru Iwata, Lisa Fleischer, Satoru Fujishige,  
"A combinatorial, strongly polynomial-time algorithm for minimizing submodular functions", Journal of the ACM 48 (2001), 761-777.
- Alexander Schrijver,  
"A combinatorial algorithm minimizing submodular functions in strongly polynomial time", Journal of Combinatorial Theory B 80 (2000), 346-355.
- 2006** Manindra Agrawal, Neeraj Kayal, Nitin Saxena,  
"PRIMES is in P", Annals of Mathematics 160, nº 2 (2004), 781-793.
- Mark Jerrum, Alistair Sinclair, Eric Vigoda,  
"A polynomial-time approximation algorithm for the permanent of a matrix with nonnegative entries", Journal of the ACM 51, nº 4 (2004), 671-697.
- Neil Robertson, Paul D. Seymour,  
"Graph Minors XX. Wagner's conjecture", Journal of Combinatorial Theory Series B 92, nº 2 (2004), 325-357.
- 2009** Maria Chudnovsky, Neil Robertson, Paul Seymour, Robin Thomas,  
"The strong perfect graph theorem", Annals of Mathematics 164 (2006), 51-229.
- Premio compartido:
- Thomas C. Hales,  
"A proof of the Kepler conjecture", Annals of Mathematics 162 (2005), 1063-1183.
- Samuel P. Ferguson,  
"Sphere Packings, V. Pentahedral Prisms", Discrete and Computational Geometry 36 (2006), 167-204.
- Daniel Spielman and Shang-Hua Teng,  
"Smoothed analysis of algorithms: Why the simplex algorithm usually takes polynomial time", Journal of the ACM 51 (2004), 385-463.
- 2012** Sanjeev Arora, Satish Rao, Umesh Vazirani,  
"Expander flows, geometric embeddings and graph partitioning", Journal of the ACM 56 (2009), 1-37.
- Anders Johansson, Jeff Kahn, Van Vu,  
"Factors in random graphs", Random Structures and Algorithms 33 (2008), 1-28.
- Lászlo Lovász and Balázs Szegedy,  
"Limits of dense graph sequences", Journal of Combinatorial Theory Series B 96 (2006), 933-957.
- 2015** Francisco Santos,  
"A counterexample to the Hirsch Conjecture", Annals of Mathematics, 2012.

# MONÓLOGOS CIENTÍFICOS LOCOSXCIENCIA

María José Fuente Somavilla  
IES Augusto González de Linares, PEÑACASTILLO- SANTANDER

Daniel Sadornil Renedo  
Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación. Facultad de Ciencias, SANTANDER

La ciencia no es aburrida, todo lo contrario, puede ser divertida e incluso puede hacernos reír. Desde hace años existen concursos de monólogos científicos en los que investigadores, profesores y estudiantes presentan sus actividades, de manera distinta y amena, al público en general. Durante los meses de marzo, abril y mayo de 2015, profesores y estudiantes de diferentes Comunidades Autónomas, con la colaboración de Fundación Telefónica y el grupo de monologuistas científicos *The Big Van Theory*, han participado en **LOCOSXCIENCIA**, un programa de monólogos científicos cuyo objetivo es formar a estudiantes de 3º y 4º de ESO y a profesores de Secundaria en cómo combinar el humor con la divulgación y que demuestra que se puede enseñar ciencia de una manera atractiva y lúdica.

## CONTEXTO

Las empresas cada vez requieren más profesionales STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics), pero los jóvenes cada vez se decantan menos por este ámbito, cerrándose así a múltiples oportunidades de desarrollo profesional. Esta brecha entre oferta y demanda de profesionales constituye un ámbito de interés prioritario para Fundación Telefónica como Telco Digital. El ámbito STEM es el área de conocimiento clave para el desarrollo socioeconómico en los países avanzados y el único eje que nos permitirá competir en igualdad de condiciones en un mundo altamente tecnificado y digital.

## PROGRAMA

Con el fin de continuar fomentando las vocaciones STEM entre los más jóvenes, Fundación Telefónica ha decidido desarrollar el programa **LOCOSXCIENCIA** en el que se llevan a cabo tres tipos diferentes de actividades.

### 1. SESIONES DE MONÓLOGOS

Se organizan sesiones de monólogos de ciencia y/o tecnología para estudiantes de 3º y 4º de ESO en seis ciudades de España. Los monólogos los realiza *The Big Van Theory* (TBVT), un grupo de científicos monologuistas que divulga la ciencia de una forma amena y asequible en centros educativos, teatros y otros lugares en los que la ciencia y la tecnología no son habituales. TBVT cuenta con 16 investigadores y profesionales de diversos ámbitos: biología, química, matemáticas, física, geología, ingeniería, etc. Las sesiones tienen una duración total aproximada de hora

y media y consisten en la interpretación de tres o cuatro monólogos de 10-12 minutos de duración cada uno. Posteriormente, los monologuistas hablan de la realidad de las profesiones relacionadas con la ciencia y/o la tecnología, y de sus salidas profesionales. Tras esta exposición, los jóvenes plantean sus dudas y preguntas.

Con esta actividad se busca acercar profesionales STEM a los centros educativos, de manera que los estudiantes de secundaria puedan verlos como modelos inspiradores. Las sesiones permiten, además, acercar conceptos científico-tecnológicos utilizando el formato monólogo de humor como herramienta.

### 2. FORMACIÓN PARA PROFESORES

Se imparten sesiones formativas que permiten a los docentes incrementar sus capacidades de comunicación e incorporar el humor para la divulgación de la ciencia. Asimismo, empleando el "kit para docentes" y la formación recibida, los profesores ayudan a sus alumnos a crear sus monólogos de ciencia y/o tecnología.

[http://www.fundaciontelefonica.com/educacion\\_innovacion/formacion-ciencia-stem/locosxciencia-kit-para-docentes](http://www.fundaciontelefonica.com/educacion_innovacion/formacion-ciencia-stem/locosxciencia-kit-para-docentes)

1. *Estudio: Si dominas los conceptos, los contarás mejor.* Para poder explicar bien un concepto es importante conocerlo a fondo, dominarlo. Estudia y profundiza en la materia. Analiza bien los conceptos científicos que quieres explicar y busca formas en las que otros divulgadores los han explicado previamente. Una buena preparación es clave para poder comunicar con claridad.

2. **Rigor:** *Usa adecuadamente términos científicos.* Los términos científicos pueden suponer una barrera para la audiencia no especializada. Hacen que tu discurso sea difícil de seguir, alejan al espectador y oscurecen el contenido si no se usan de la forma apropiada. Sin embargo, un buen uso puede dar valor a tu monólogo. Utilizar términos científicos para producir humor (como retahíla) o acompañados de una explicación del concepto son dos ejemplos de un uso correcto.
3. **Historia:** *Construye un relato.* Las ideas científicas que uno quiere expresar sirven como puntos de paso que conectan el inicio y el final. Úsalos como guías que apoyen tu historia. Concreta los conceptos científicos que te gustaría explicar, ten clara la estructura que le quieres dar a tu monólogo y utilízalos como apoyo.
4. **Actuación:** *Cuida la puesta en escena, encuentra tu tono personal.* Busca tu identidad sobre el escenario: el tono y el registro con el que te identificas más, con el que más cómodo te sientas. No es aconsejable imitar cuando no se use como recurso cómico. Es importante que en el escenario, más allá de un actor, se vea a un divulgador. Esto da robustez al contenido científico y permite que la audiencia confíe más en el rigor de los conceptos.
5. **Recursos:** *Apóyate en objetos para ser más gráfico.* Los objetos son un arma de doble filo: bien usados dan valor a tu discurso, pero un mal uso puede ensombrecerlo, confundir o distraer. Pueden servir para aclarar, refrescar, enriquecer escénicamente o crear sorpresa. No dudes en usarlos siempre que consideres que pueden aportar algo positivo.
6. **Idea:** *Menos es más, céntrate en 1 o 2 ideas.* Una audiencia no experta tiene una capacidad limitada de asimilar conceptos científicos. Evita cargar el monólogo con excesiva información, busca los conceptos clave y céntrate en clarificarlos. En este formato de divulgación muchas veces menos es más.
7. **Gesticulación:** *Cuida la expresión corporal.* El cuerpo es un instrumento de comunicación muy potente. De hecho, cuando la expresión oral y la corporal entran en conflicto (por ejemplo, expresar alegría con palabras y tristeza con gestos o muecas) está demostrado que es el lenguaje corporal el que tiene más peso para la audiencia. Usa tu cuerpo para apoyar tu discurso: evita quedarte clavado en el sitio, usa todo el espacio disponible... siempre sin abusar, ya que gestos demasiado repetitivos o bruscos pueden cansar o aburrir. Mira al público y no al suelo o al techo (a no ser que lo hagas de forma intencionada por guion). Antes de salir al escenario, realiza un calentamiento tanto de cuerpo como de voz. Al igual que con el discurso, trabaja el lenguaje gestual para que apoye al texto y le dé riqueza.
8. **Voz:** *Trabaja tu voz, la entonación también cuenta.* Una voz monótona hace que el discurso pierda intensidad. Modula la voz, trabájala. Es importante tener una buena dicción y controlar la respiración. Proyecta bien la voz para que se te oiga perfectamente sin forzarla y sin cansarte. Una correcta modulación puede servir también para generar comicidad: imitar voces, poner voz diferente a personajes en tu monólogo, etc. De igual manera, contribuye a reforzar y refrescar el discurso.
9. **Emoción:** *El entusiasmo entusiasma.* El entusiasmo es contagioso. Muestra pasión por lo que haces y el público lo notará. La emoción y el sentimiento son importantes para conectar con tu público. Si te gusta lo que haces, lo harás mejor.
10. **Ensayo:** *Ante el espejo o grabándote en vídeo.* El ensayo es básico para que en el escenario las cosas salgan como uno tiene previsto. Repasa tu discurso, el lenguaje corporal y el uso de la voz. Repite en frente del espejo, grábate en vídeo, usa a tus amigos y familia de público... No dejes nada al azar, las dudas en el escenario se notan y empobrecen tu mensaje.
11. **Diversión:** *Ponle humor y sorpresas.* El humor es un buen vehículo para transmitir conceptos, pero no es indispensable. Úsalo de forma adecuada y sin abusar. Evita bromas ofensivas o fuera de lugar. Ten en cuenta que no es obligatorio emplear el humor: los monólogos también pueden ser dramáticos, narrativos,... Utiliza ganchos como los sentimientos, las emociones, la sorpresa,...
12. **Guion:** *Diseña un inicio que atrape y un cierre que deje pensativos.* Tanto el inicio como el final del monólogo son muy importantes. Un inicio impactante engancha a la audiencia. El final debe cerrar el monólogo y debe servir para afianzar el contenido. Un monólogo perfecto engancha y hace pensar. Usar historias o hechos cotidianos como vínculo para la explicación del concepto científico ayuda a conectar con la audiencia.

### 3. CONCURSO DE MONÓLOGOS PARA ESTUDIANTES

Los estudiantes preparan sus propios monólogos sobre ciencia y/o tecnología, lo que les permite aprender de manera motivadora y desarrollar competencias blandas (habilidades comunicativas, trabajo en equipo, etc.). El profesor ayuda a sus alumnos a grabar el monólogo en un vídeo de 3 a 5 minutos y lo sube a la página web de Fundación Telefónica.

Los monólogos preseleccionados por Fundación Telefónica son convocados a una semifinial por ciudad participante, existiendo un total de seis semifinales. En cada una de las seis ciudades se selecciona al mejor monólogo para acudir a la final a nivel nacional que se celebra en el Espacio Fundación Telefónica en Madrid.

Se buscan los mejores monólogos que expliquen, de manera entretenida, conceptos de ciencia y/o tecnología. Para ello, se tienen en cuenta los siguientes aspectos:

- Contenido: tanto el interés de la materia científica explicada, como su dificultad y profundidad de exposición.
- Claridad: la habilidad del participante a la hora de comunicar el contenido científico con precisión y de forma comprensible y entretenida.
- Carisma: la presencia escénica, el uso correcto de registros de voz o gestuales para complementar la explicación.
- También se valora el uso de objetos, del humor y de otras herramientas de comunicación.

Todos los finalistas (tanto estudiantes como docentes) obtienen como premio un viaje al CERN en Suiza, para visitar el Gran Colisionador de Hadrones.

Más información sobre **LOCOSXCIENCIA** de Fundación Telefónica puede encontrarse en:

<http://locosxciencia.fundaciontelefonica.com>

#### Santander, MONÓLOGOS Y FORMACIÓN

Durante las mañanas de la semana del 13 al 17 de abril de 2015 tuvieron lugar en Santander las sesiones de monólogos científicos a cargo de TBVT. El lugar elegido fue el Conservatorio Jesús de Monasterio, de Santander. Más de 800 estudiantes de 3º y 4º de ESO y profesores de 15 colegios e institutos de Cantabria participaron en el programa de monólogos científicos **LOCOSXCIENCIA**, iniciativa de la

Fundación Telefónica que contó con el apoyo de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria.



El físico Javier Santaolalla, la astrofísica Irene Puerto y el biotecnólogo Alberto Vivó posan en el Conservatorio Jesús de Monasterio, Santander. También estuvo allí el matemático Aitor Menta. Todos ellos integrantes del grupo de monologuistas científicos TBVT.

Las tardes del 14 de abril y del 16 de abril de 2015, durante cerca de dos horas, los profesores aprendieron las técnicas escénicas para mejorar sus habilidades a la hora de comunicar y divulgar ciencia y/o tecnología en el aula. Los docentes participaron en dinámicas interactivas de mejora de estas habilidades y aprendieron a utilizar el kit de divulgación para poder guiar a sus alumnos a la hora de preparar sus propios monólogos.

#### Santander, SEMIFINAL DEL CONCURSO

La semifinial del Concurso de Monólogos Científicos en Santander tuvo lugar el 20 de mayo de 2015 en el Salón de Actos del Centro de Profesorado de Cantabria. Los cuatro monólogos seleccionados fueron los siguientes:

**“Potato Power”**

**Íñigo Aramburu Valdepeñas**

IES Villajunco  
Santander

**“Enigmático Pez... el Caballito de Mar”**

**Daniel Gómez Fernández**

IES Augusto González de Linares  
Peñacastillo - Santander

**“Mujer al Borde de un Ataque de Nervios”**

**Lucía Rueda Gutiérrez**

IES Vega de Toranzo  
Alceda

**“Dorada Proporción”**

**Cristina Valle de Vicente**

IES Villajunco  
Santander



Íñigo Aramburu y su monólogo "Potato Power".



Daniel Gómez interpretando su divertido monólogo "Enigmático Pez... el Caballito de Mar".



Lucía Rueda en un momento de su monólogo "Mujer al Borde de un Ataque de Nervios".



Cristina Valle y su monólogo "Dorada Proporción".

La semifinal en Santander fue a puertas abiertas, por lo que contó con la asistencia de familiares, amigos, compañeros y profesores que disfrutaron enormemente de las actuaciones de los cuatro estudiantes participantes.

El Jurado que hubo de decidir quién de los semifinalistas cántabros iba a ser el ganador estuvo compuesto por Pablo Gonzalo Gómez, jefe de proyectos en el área de Educación y Conocimiento en Red de Fundación Telefónica; Joaquín González Ruiz, director de Telefónica en Cantabria; Miguel Abril Martí, miembro de TBVT; y María Eugenia Hernández Gutiérrez, asesora técnico docente de la Unidad Técnica de Innovación Educativa de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria y responsable de la organización del evento en Santander.

Tras las actuaciones de los cuatro semifinalistas y una difícil deliberación, el Jurado proclamó vencedor el monólogo de Cristina Valle, pasando a convertirse, de esta manera, en uno de los seis monólogos finalistas en Madrid.



Los cuatro estudiantes semifinalistas de Cantabria posan con el Jurado en el Centro de Profesorado de Cantabria.

Desde aquí queremos agradecer la participación de los estudiantes en el Concurso y, en particular, a los semifinalistas que, como ya se ha apuntado, sorprendieron con sus actuaciones en directo a todos los asistentes a la semifinal. A todos ellos les animamos a preparar nuevos monólogos que les permitirán aprender y divertirse, y ser así jóvenes divulgadores del conocimiento científico básico, que empieza a ser considerado parte de la cultura, antes integrada casi exclusivamente por las humanidades. Solo uno de los participantes podía ser finalista, pero los tres que no consiguieron esa nominación tienen el premio de haber disfrutado y hecho disfrutar con la preparación y puesta en escena de su trabajo y de haber sentido la necesidad de superarse en próximas ocasiones.

Deseamos agradecer asimismo la profesionalidad de las personas que han estado detrás de la realización de este Concurso: monologuistas, patrocinadores y responsables educativos; pues sin su buen hacer esta propuesta no hubiera podido llevarse a cabo.

## Madrid, FINAL DEL CONCURSO

Tras las correspondientes fases locales en Barcelona, Cádiz, Madrid, Málaga, Santander y Valladolid, los monólogos seleccionados de cada ciudad se presentaron en la final que tuvo lugar el 29 de mayo de 2015 en el Espacio Fundación Telefónica de Madrid. Se concedieron los siguientes seis premios: "Mejor Monólogo", "Mejor Contenido Científico", "Más Divertido", "Mejor Puesta en Escena", "Más Original y Sorprendente", "Guión y Relato Mejor Construido". Los monólogos finalistas pueden verse en la página del Concurso:

[http://www.fundaciontelefonica.com/educacion\\_innovacion/formacion-ciencia-stem/locosxciencia-concurso](http://www.fundaciontelefonica.com/educacion_innovacion/formacion-ciencia-stem/locosxciencia-concurso)

## Lausana, VIAJE A CERN

El premio del Concurso para todos los finalistas (tanto estudiantes como docentes) fue viajar, de la mano de Fundación Telefónica y TBVT, a la Organización Europea para la Investigación Nuclear, comúnmente conocida por la sigla CERN, el mayor laboratorio de investigación en física de partículas del mundo. El 24 de julio de 2015 los seis finalistas viajaron a Lausana, cerca de Ginebra, en la frontera franco-suiza, para visitar en las instalaciones del CERN tanto el Gran Colisionador de Hadrones como uno de los detectores que se usan para analizar las colisiones.



## MONÓLOGO "DORADA PROPORCIÓN"

El monólogo seleccionado en Cantabria, "Divina Proporción", fue creado e interpretado por Cristina Valle de Vicente. En la fase final en Madrid su monólogo obtuvo el premio al monólogo científico "Más Original y Sorprendente".



Cristina en dos momentos de su actuación en Madrid.  
Fotos de esta página: Fundación Telefónica.

Cristina tiene 15 años y estudia 4º de ESO en el IES Villajunco, Santander. Desde hace cuatro años participa en el proyecto Estalmat-Cantabria, que organiza el Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación de la Universidad de Cantabria y la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria. Durante estos años ha acudido los sábados por la mañana a la Facultad de Ciencias a aprender matemáticas de otra forma, a disfrutar del descubrimiento y la investigación en matemáticas. Apasionada de la ciencia, en general, y de la lectura, le encanta el teatro y no para de sonreír cuando le preguntan por estas cosas.

A continuación, transcribimos en su totalidad el monólogo “Dorada Proporción” para que el lector pueda descubrir, en clave de humor, lo que el número de oro le puede deparar.



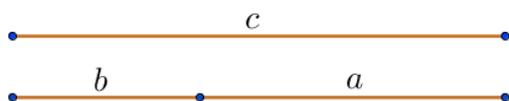
Foto: Fundación Telefónica.

¿Qué es esto?

Sí, os preguntaréis: Es una hoja de papel. ¿A qué ha venido esta loca a hablarme sobre las hojas de papel? Sé perfectamente lo que es.

Sí, pero en esta hoja se esconde un número muy especial. Y no, no es ese examen de matemáticas que hiciste el otro día y que probablemente suspenderás. Es el número áureo.

El número áureo es un número, como su nombre indica, que es 1,618, más o menos (es un número irracional, como el pi, por lo que tiene infinitos decimales). ¿Cómo se halla? Si tenemos un segmento  $c$ , nos preguntamos... ¿Por qué punto tenemos que dividir  $c$  para hallar dos segmentos  $a$  y  $b$  en los que se cumpla la siguiente proporción: que  $c$  entre  $a$  siempre sea lo mismo que  $a$  entre  $b$ ? Y esto siempre dará 1,618..., el número áureo.



$$\frac{c}{a} = \frac{a}{b} = \Phi = 1,618\dots$$

Los matemáticos tenemos mucho tiempo libre. ¡Ya lo veis!

El número áureo fue descubierto en la antigüedad por los griegos y romanos, que ya lo usaban en sus edificios y esculturas, algunos tan famosos como el Partenón. Si dividimos el largo del Partenón entre el ancho, nos da el número de oro. Ellos vieron que era un número bello y lo aprovecharon. (Aunque no entiendo qué puede tener de

belleza un número; pero mira, los matemáticos somos así de raros). También está en la pintura y en la escultura, a lo largo de la historia: el David, la Mona Lisa,...

También se halla en la naturaleza. Sí, aunque parezca difícil de creer. Por ejemplo: yo soy una planta. Sí, ahora soy una planta. Y... ¿cuál es mi objetivo en la vida plantil? Y no, no es hacer una carrera ni tener un doctorado. Es sobrevivir. Tan simple como eso. ¿Y cómo sobrevivo? Haciendo la fotosíntesis. ¿Y qué necesito para hacer la fotosíntesis? Luz solar. Pues bien, la manera más eficiente de conseguir luz solar y, por lo tanto, sobrevivir, es colocando mis hojas en un ángulo que se halla mediante una fórmula que involucra el número de oro. Y las plantas no piensan como los humanos y dicen: ¡Oye, pues este número es bonito! Lo que demuestra que este número es importantísimo.

Pero no solo eso, tu DNI o tus tarjetas de crédito (algo tan común) tienen la forma de un rectángulo áureo. Si divides el largo por el ancho... ¡¡tachán!! te da 1,618, más o menos. En las cajetillas de tabaco (fumar es malo), en la cama,...

Y dices: Vale, y ¿toda esta chapa que me has soltado... para qué me sirve? Puedo ponerla en un examen y pretender que soy más inteligente, pero no me sirve para nada más. Pues no, incorrecto. Vamos a ver, esto es la solución a todos tus problemas. ¿Te has preguntado alguna vez si eres perfecto? Venga, todos nos lo hemos preguntado alguna vez. ¿Quieres saber si eres perfecto? ¿Eres perfecto? Dicen que la perfección no existe, pero eso es mentira. Si divides tu altura total entre la distancia de tu ombligo a tus pies y te da el número de oro, ¡eres perfecto! Proporcionalmente hablando, la belleza es muy subjetiva. Proporcionalmente, eres perfecto. Y ya está. Y esto puedes fardarlo con tus amigos: Pues sí, tú habrás sacado un 10 en el examen, pero yo soy perfecto. Y depende de si ese número se acerca más o menos al número de oro, eres más o menos perfecto. Y puedes hablar de esto con tus colegas como si hablaras de un partido de fútbol: Pues sí, mi perfección es una décima más alta que la tuya.

Como veis, el número áureo es un número que se halla en todas partes. Desde la naturaleza, hasta la pintura, hasta objetos del día cotidiano. Así que os reto a buscar el número en cualquier lugar de vuestra vida diaria. Cuando lo hagáis, avisadme, pero... ¡yo ahora me tengo que ir a buscar uno!



# TRABAJO POR PROYECTOS EN EL IES VEGA DE TORANZO

Pilar Sabariego Arenas  
IES Vega de Toranzo, ALCEDA

El *trabajo por proyectos* es una de las herramientas para el desarrollo del currículum que más interés está despertando últimamente, ya que, a lo largo de los años, se le han atribuido muchos beneficios en relación a la motivación de los alumnos y la mejora de las, ahora llamadas, competencias clave. No obstante, fuera de trabajos de investigación, ha sido poco estudiada.

Podemos decir que el *trabajo por proyectos* es un plan de trabajo que un grupo de estudiantes y su profesor se proponen a sí mismos con la intención de conseguir un resultado. Sus elementos están coordinados de forma natural y tienen un sentido orientado a la investigación sobre un tema.

Según Legutke y Thomas (1991), el *trabajo por proyectos* tiene las siguientes características:

- a. El tema de un proyecto no viene predeterminado por el currículo, ni está basado en aspectos abstractos de una disciplina académica. Dicho tema es determinado en relación con aspectos de la vida real.
- b. El tema de un proyecto en sí mismo no representa el valor del llamado aprendizaje por proyectos. Este surge de la implicación de los alumnos en el mismo, a través de procesos de reflexión, negociación, experimentación, etc. que conducen al aprendizaje experimental.
- c. Estos procesos se manifiestan en el plan del proyecto, fruto del trabajo negociado y elaborado por el grupo, que desarrolla la idea inicial del proyecto en más detalle, incluyendo las actividades, tareas intermedias, áreas problemáticas, etc. Este plan está en constante evolución.
- d. El aprendizaje por proyectos es investigativo y sigue un modelo cíclico que progresa, a partir de ideas, a experiencias concretas, reflexión y nuevas ideas.
- e. El aprendizaje por proyectos se centra en los alumnos, permitiendo un alto grado de participación y ayudando a los estudiantes a descubrir sus propios talentos, intereses y limitaciones.
- f. La superación de las tareas que componen un proyecto depende de las habilidades cooperativas de sus participantes, que organizan su trabajo, siguen su progreso, se responsabilizan y resuelven los problemas que van surgiendo.
- g. El trabajo por proyectos asume una habilidad, por parte de los alumnos, de trabajar de forma autónoma en el proceso de aprendizaje. Esto significa que los estudiantes participan activamente en el proceso de planificación de su aprendizaje y actúan a menudo fuera del control del docente.
- h. Se presta tanta atención al proceso como al producto del aprendizaje. Los productos se consideran como elementos que aportan un valor en uso, a diferencia de la concepción del aprendizaje tradicional, que definía el producto del aprendizaje como un cambio en el inventario del saber del alumno. Por otra parte, los productos en la enseñanza por proyectos son propiedad de los estudiantes y requieren, para su producción, capacidades que, más allá de las intelectuales, integran a la persona en su totalidad.
- i. El aprendizaje por proyectos trasciende las materias o asignaturas y requiere un enfoque interdisciplinario.
- j. El aprendizaje por proyectos, en contraste con el de tipo tradicional, ha modificado (cualitativa y cuantitativamente) sensiblemente los papeles del profesor y el alumno. Por tanto, las competencias y habilidades necesarias para ambos deben ser redefinidas.
- k. El aprendizaje por proyectos considera a los estudiantes como “socios” del aprendizaje, haciendo posible su contribución a los contenidos y los procesos de aprendizaje. Esto hace posible la puesta en práctica de un currículo abierto, orientado al proceso, que se opone al currículo de la enseñanza tradicional.

Desde el curso 2012-2013, el departamento de matemáticas del IES Vega de Toranzo, de Alceda, formado por Inmaculada Payo Pila y Pilar Sabariego Arenas, viene trabajando con los alumnos aplicando metodologías diferentes a las tradicionales, aunque sin dejar estas de lado.

## PRESENTACIÓN

Sus métodos de trabajo consisten en involucrar el máximo número de alumnos en trabajos de investigación en los que tengan que resolver un problema del que, a priori, ni siquiera las profesoras conocen la solución. Para ello, aplican el método científico seguido por cualquier investigador.

En primer lugar se plantean un problema del que quieren conocer la solución y que sea del interés de los alumnos (siempre intentan que el problema lo planteen ellos). Después buscan información sobre ese problema: definiciones de los conceptos implicados, la historia del problema, resultados previos, si los hay,...

En segundo lugar, usando toda la información recopilada, tratan de resolver su problema. En ocasiones tienen que usar herramientas (algoritmos, software,...) que no conocían con anterioridad, lo que supone el grueso del trabajo y los mayores esfuerzos tanto de las profesoras como de los alumnos, puesto que unas deben preparar materiales para que los alumnos aprendan a usar esas herramientas y demuestren que han aprendido a hacerlo y que lo hacen bien, y otros deben hacer el esfuerzo por entender el funcionamiento de las herramientas y demostrar que las saben utilizar. Aquí es donde se halla la mayor parte del aprendizaje matemático.

En tercer lugar, resuelven su problema. Si la fase dos se ha llevado a cabo correctamente, esta fase es un mero trámite: un ejercicio más similar a los ejemplos propuestos en la fase dos.

En cuarto lugar deben extraer conclusiones basándose en las soluciones obtenidas y, por último, han de recopilar toda esta información en un trabajo escrito, plasmando todas las fases de la investigación. Además, se les pide que hagan un póster (que después se expone en los pasillos del centro), una presentación digital y una exposición del trabajo (apoyándose en esa presentación) ante sus compañeros, que es grabada en vídeo y colgada en el blog del departamento: <http://maticasdesdealceda.blogspot.com.es>

Como todos sabemos, hacer esto y a la vez cumplir con el currículum es imposible. ¿Cómo lo hacen ellas? Haciendo que los alumnos realicen estos proyectos en casa. La mayor parte del trabajo se realiza fuera del centro y con comunicaciones online vía correo electrónico. Muchos recreos son utilizados para explicar ideas, corregir errores y aclarar dudas. Las exposiciones orales son preparadas en los recreos antes de realizarse ante los compañeros. Esto supone un trabajo extra, tanto para las profesoras como para los alumnos, pero los resultados están mereciendo la pena, puesto que, según ellas, cada vez son más los alumnos que piden trabajar en un proyecto de investigación de este tipo. Este año, sin ir más lejos, se han sumado los estudiantes de Taller de Matemáticas de 2º de ESO, aunque estos, por la edad, han trabajado tanto en clase como en casa. Ha sido un trabajo más dirigido.

En el Boletín anterior ya nos hicimos eco de algunos de los premios que han recibido y en este que-remos hacer lo mismo puesto que acaba de otorgárseles el Primer Premio y el Segundo Premio del IV Concurso de Investigación en ESO de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria, por los trabajos:

**“Cálculo de las mejores rutas de evacuación en Corvera de Toranzo”** y

**“Aplicación de un modelo matemático para entregar la Bota de Oro en los Mundiales de Fútbol”**, respectivamente; ambos dirigidos por la profesora Pilar Sabariego Arenas.

### **Proyecto “CÁLCULO DE LAS MEJORES RUTAS DE EVACUACIÓN EN CORVERA DE TORANZO”**

Este trabajo ha obtenido el Primer Premio del IV Concurso de Investigación en ESO de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria. Ha sido realizado por los siguientes estudiantes de Taller de Matemáticas de 2º de ESO: Clara Fernández Castañeda, Ángela López Arroyo, Joseba Manteca Villegas, Marco Pérez Carrera y Andrés Sainz Pelayo.

El objetivo principal del trabajo es usar las herramientas que facilita la teoría de grafos para dar respuesta a la pregunta: *¿cuáles son las rutas óptimas de evacuación de Corvera de Toranzo?* Se trata de encontrar los caminos más cortos entre las viviendas de este pueblo y la plaza del mismo para, una vez allí, recibir la información necesaria y poder abandonarlo.

El interés de este estudio no es sólo el cálculo de los caminos de longitud mínima, sino también el demostrar a los estudiantes de 2º de ESO que son capaces de resolver problemas de la vida real usando matemáticas (aunque sean de niveles superiores a las de 2º de ESO) y otras herramientas que no sabían ni que existían cuando comenzaron a trabajar en el proyecto.

## Puesta en marcha

Como el proyecto consiste en calcular rutas de longitud mínima usando un grafo, el trabajo comenzó por intentar hallar las distancias necesarias para calcular las rutas. La primera idea que surge es usar un mapa para poder calcular las longitudes de los caminos que unen las diferentes casas con los puntos de encuentro fijados. Esta idea no es buena puesto que es difícil encontrar un mapa de Corvera de Toranzo en el que aparezcan todas las callejas del pueblo. La mejor herramienta para poder abordar el problema es una fotografía aérea. La dificultad está ahora en que no es tan fácil tomar medidas sobre una fotografía como lo es sobre un mapa, así que la profesora recomendó a los alumnos usar *Iberpix* y les enseñó a manejarlo. *Iberpix* es una aplicación que se encuentra en la página del Instituto Geográfico Nacional, que nos permite manejar fotografías aéreas y calcular distancias sobre ellas. Justo lo que buscaban.

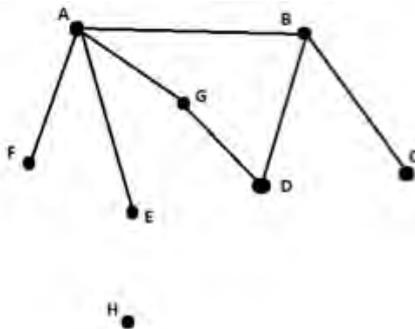
## Trabajo de los alumnos

Con las fotografías aéreas y las longitudes de los caminos calculadas, los alumnos tenían que construir el grafo que representase la situación que encontramos en Corvera de Toranzo. Entonces surgió un nuevo problema: ¿cómo dibujarían el grafo? Lo primero que se les ocurrió fue usar *Paint*, pensaron poner la foto de fondo y sobre ella dibujar el grafo, pero la profesora, que ya tenía experiencia en el manejo de grafos, les dijo que con *Paint* resultaría muy difícil y que no quedaría bien, que necesitaban otro software llamado *Grafos*, para la construcción, edición y análisis de grafos, desarrollado por Alejandro Rodríguez Villalobos, profesor de la Universidad Politécnica de Valencia. Este programa les permitió poner las fotografías aéreas como “tapiz” y, con ellas de fondo, construir el grafo sobre el que realizar los cálculos. También les permitió asignar a cada arista del grafo un peso que mostrara la distancia calculada previamente con *Iberpix*.

Los alumnos iban a usar teoría de grafos así que tuvieron que buscar información sobre ella, algunas definiciones y algoritmos que les iban a hacer falta. Además, tuvieron que realizar dibujos (esta vez con *Paint*), que apoyaran sus explicaciones. Lo que sigue es una transcripción literal de su trabajo.

*La teoría de grafos es una rama de la matemática discreta y de las ciencias de la computación que usa diferentes conceptos de diversas áreas como el análisis combinatorio, el álgebra abstracta, la probabilidad, la geometría de polígonos, la aritmética y la topología, para estudiar las propiedades de los grafos.*

*Los grafos son estructuras que constan de dos partes: el conjunto de vértices, nodos o puntos; y el conjunto de aristas, líneas o lados.*

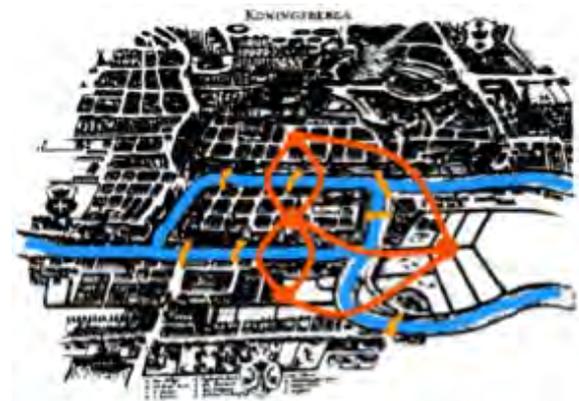


Representación gráfica de un grafo.

## Origen

*El origen de la teoría de grafos se remonta al siglo XVIII con el problema de los puentes de Königsberg (actualmente Kaliningrado). Este consistía en encontrar un camino por los siete*

*puentes del río Pregel de modo que se recorrieran todos los puentes pasando una sola vez por cada uno de ellos. Este tipo de caminos reciben el nombre de caminos eulerianos (en honor a Leonhard Euler).*



Grafo que sirvió para resolver el problema de los puentes de Königsberg, dibujado sobre un mapa de la ciudad en 1736.

*Luego, en 1847, Gustav Kirchhoff utilizó la teoría de grafos para el análisis de redes eléctricas publicando sus leyes de los circuitos para calcular el voltaje y la corriente en los circuitos eléctricos, conocidas como leyes de Kirchhoff. Este trabajo de Kirchhoff es considerado la primera aplicación de la teoría de grafos a un problema de ingeniería.*

En 1852 Francis Guthrie planteó el problema de los cuatro colores, el cual afirma que es posible, utilizando solamente cuatro colores, colorear cualquier mapa de países de tal forma que dos países vecinos nunca tengan el mismo color. Este problema, que no fue resuelto hasta un siglo después por Kenneth Appel y Wolfgang Haken, en 1976, puede ser considerado el nacimiento de la teoría de grafos puesto que, al tratar de resolverlo, los matemáticos definieron términos y conceptos teóricos fundamentales de los grafos.

### Caminos de longitud mínima

Dos aristas adyacentes son aquellas que inciden en un mismo nodo.

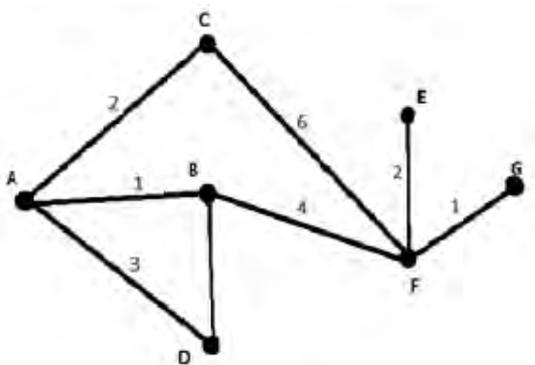
Un camino, dentro de un grafo, es una sucesión de aristas adyacentes.

Además de los caminos eulerianos, mencionados antes, existen otro tipo de caminos llamados caminos hamiltonianos. Estos se llaman así en honor de William Rowan Hamilton, inventor de un juego que consistía en encontrar un ciclo hamiltoniano en las aristas de un grafo de un dodecaedro.

Un camino hamiltoniano es un camino de un grafo que visita todos los vértices del grafo una sola vez. Si, además, el último vértice visitado es adyacente al primero, el camino es un ciclo hamiltoniano.

Un grafo se dice conexo si para cualquier par de vértices del grafo existe, al menos, un camino de un vértice al otro.

Cuando a cada arista de un grafo se le asigna un número específico, llamado peso, ponderación o coste, según el contexto, se obtiene un grafo ponderado.



Grafo ponderado.

Dado un grafo ponderado, se define el camino de coste mínimo de un nodo  $u$  a un nodo  $v$  como el camino donde la suma de los pesos de las aristas que lo forman es la más baja entre las de todos los caminos posibles de  $u$  a  $v$ .

### Problema del camino más corto

Este problema consiste en encontrar un camino entre dos vértices de tal manera que la suma de los pesos de las aristas que lo constituyen es mínima. Un ejemplo es encontrar el camino más rápido para ir de una ciudad a otra en un mapa. En este caso, los vértices representan las ciudades y las aristas las carreteras que las unen, cuya ponderación viene dada por el tiempo que se emplea en atravesarlas. En nuestro caso, en lugar de asignarle un tiempo, a cada arista le asignaremos como peso la longitud del camino que representa.

Para resolver este problema, los algoritmos más usados son los de Dijkstra, Floyd y Warshall. Nosotros usaremos el de Dijkstra.

El algoritmo de Dijkstra es un algoritmo eficiente de complejidad  $O(n^2)$ , donde  $n$  es el número de vértices del grafo, que sirve para encontrar el camino de coste mínimo desde un nodo origen a todos los demás nodos del grafo. Su nombre se refiere a Edsger Wybe Dijkstra, quien lo describió por primera vez en 1959. Este algoritmo es un típico ejemplo de algoritmo ávido, que resuelve los problemas en pasos sucesivos, seleccionando en cada paso la solución más óptima con el objeto de resolver el problema.

El fundamento sobre el que se basa este algoritmo es el principio de optimizar: si el camino más corto entre los nodos  $u$  y  $v$  pasa por el nodo  $w$ , entonces la parte de camino que va de  $w$  a  $v$  debe ser el camino más corto entre todos los caminos que van de  $w$  a  $v$ . De esta manera, se van construyendo sucesivamente los caminos de coste mínimo desde un nodo inicial hasta cada uno de los vértices del grafo y se utilizan los caminos conseguidos como parte de los nuevos caminos.

El algoritmo de Dijkstra en cada paso selecciona un nodo  $u$  cuya distancia es desconocida, entre los que tiene la distancia más corta al nodo origen  $s$ , entonces el camino más corto de  $s$  a  $u$  ya es conocido y marca el nodo  $u$  como ya conocido. Así, sucesivamente se van marcando nuevos nodos hasta que estén todos marcados; en ese momento, es conocida la distancia mínima del origen  $s$  al resto de los nodos.

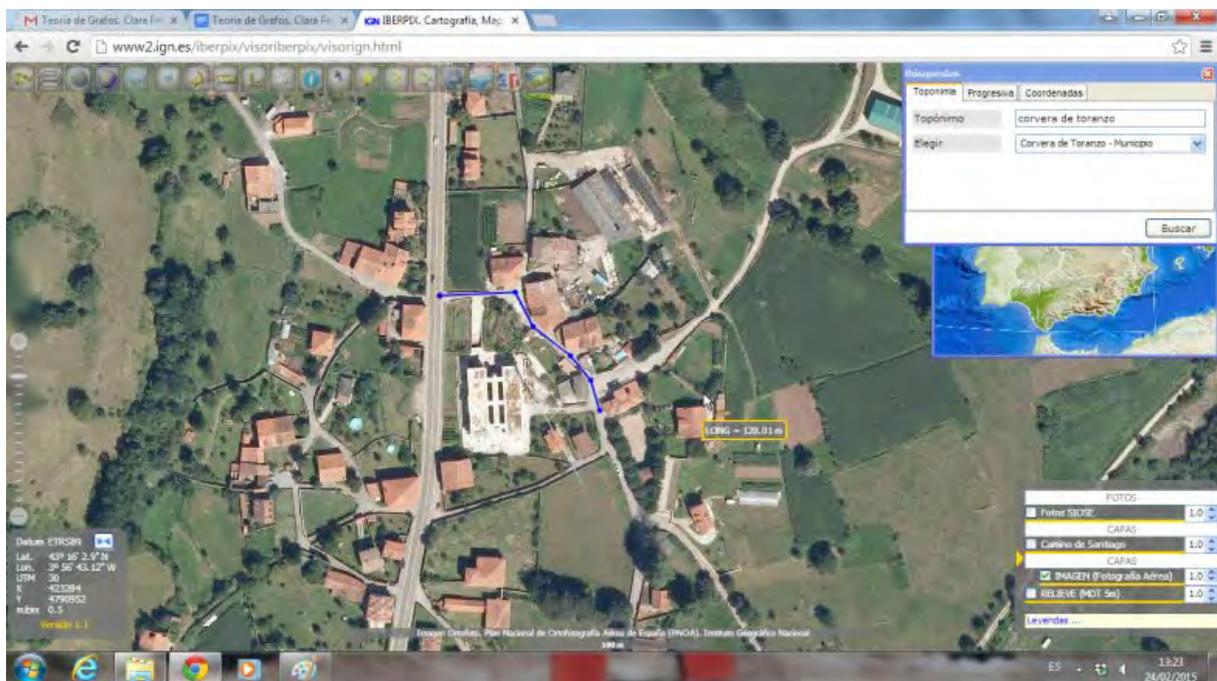
Entre las condiciones más importantes que deben considerarse para aplicar el algoritmo están:

- Las aristas deben tener un peso no negativo. En nuestro caso, una distancia.
- El grafo debe ser dirigido y, por supuesto, ponderado. En nuestro caso, el nodo origen es el que marca la plaza de nuestro pueblo y la ponderación viene dada por los pesos asignados a las aristas.

Llegados a este punto, los estudiantes describieron un ejemplo para explicar los pasos del algoritmo de Dijkstra. Para que los alumnos llegaran a entender el algoritmo y lo aplicaran correctamente, la profesora les proporcionó la dirección de varios vídeos de *YouTube*, valga como ejemplo <https://www.youtube.com/watch?v=fgdCNuGPJnw>, y elaboró ejercicios donde debían aplicar el algoritmo para resolverlos. No vamos a reproducir aquí el ejemplo expuesto por los alumnos en su trabajo para no extendernos más de lo necesario, pero pueden verlo en el blog del departamento de matemáticas: <http://matematicasdesdealceda.blogspot.com.es>

Después de realizar todo este trabajo, llegó el momento de resolver su problema.

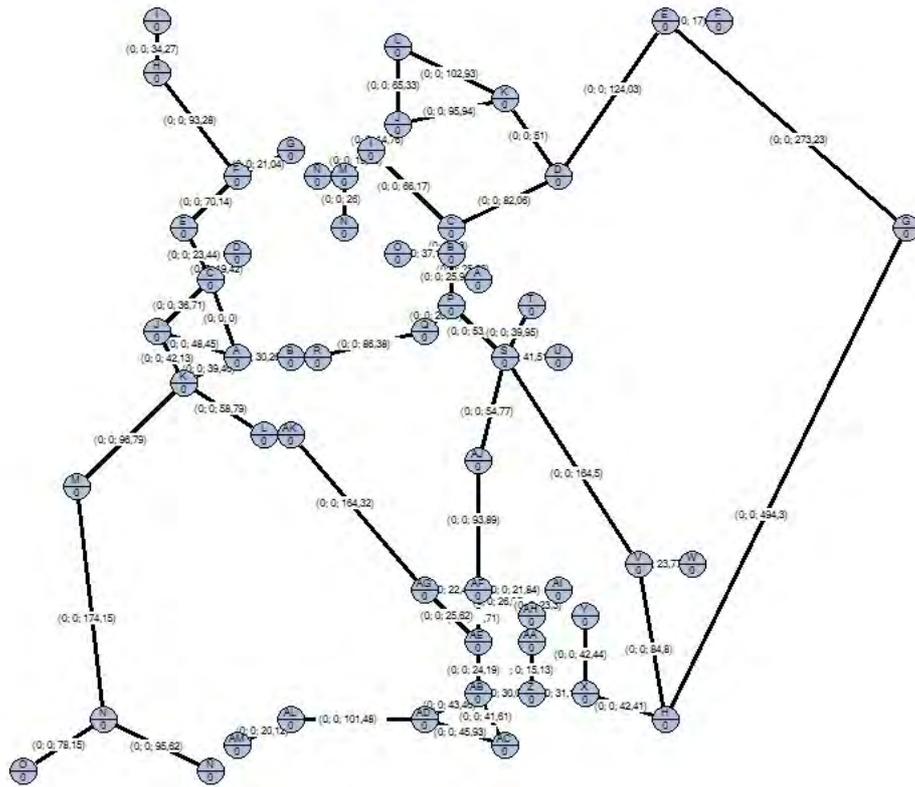
Sobre la fotografía aérea de Corvera de Toranzo, y usando *Grafos*, construyeron el grafo que les ayudaría a calcular los caminos de longitud mínima. Tuvieron que construir dos grafos porque Corvera de Toranzo está dividida por la carretera nacional N-623 en dos partes y trabajaron en cada una de ellas por separado. Consideraron el grafo de la izquierda de la carretera, más pequeño, y el de la derecha, más grande. Los pesos de las aristas fueron las distancias, en metros, entre los distintos puntos de interés: plazas, casas, cruces de calles y caminos,... todas calculadas usando *Iberpix*.



Ejemplo de la utilización de *Iberpix*.

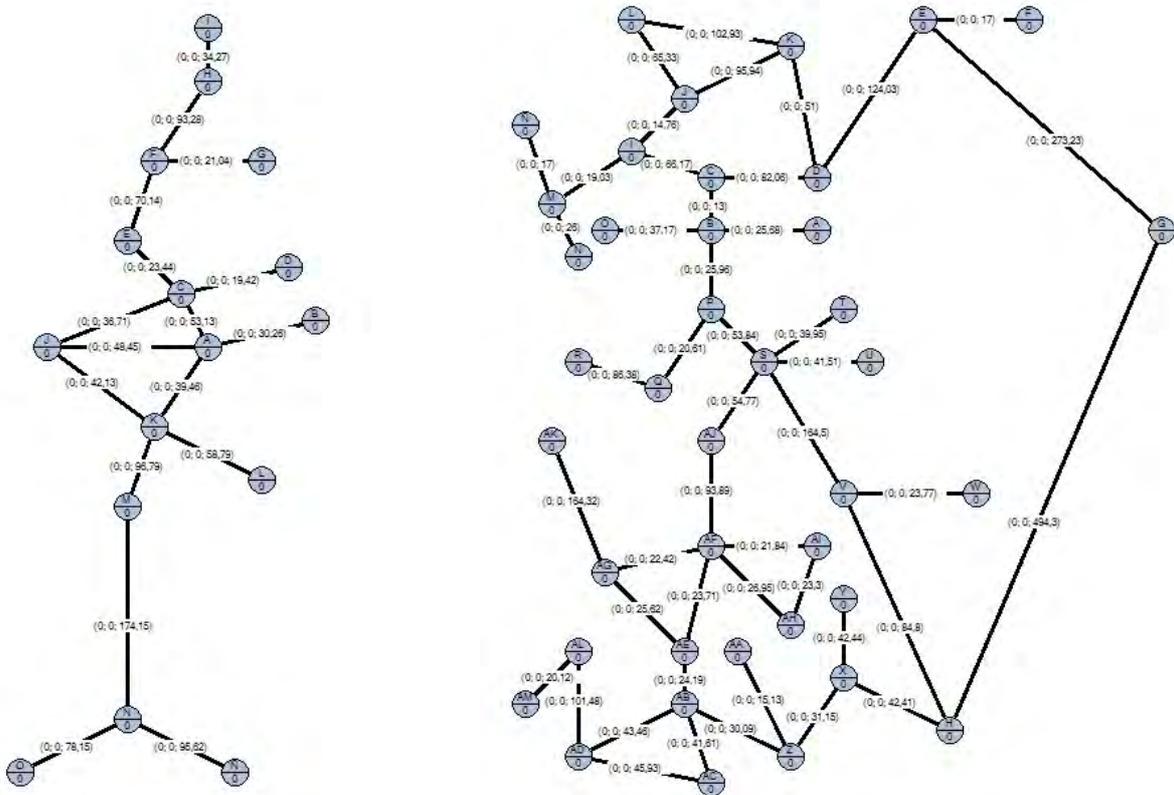


Fotografía aérea de Corvera de Toranzo  
y  
Grafos construidos sobre la fotografía aérea de Corvera de Toranzo.



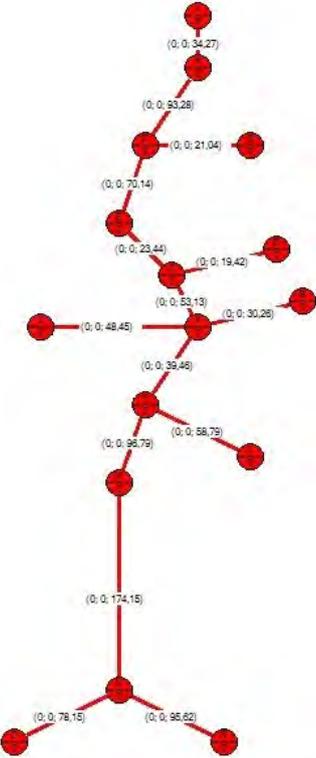
Grafos, sin la imagen de Corvera de Toranzo de fondo.

Trabajar sobre el grafo no conexo (son dos subgrafos conexos) que se ve en la figura anterior es muy complicado puesto que apenas se ven los pesos (distancias) sobre las aristas. Es, por esto, que los alumnos los agrandaron y trabajaron sobre cada subgrafo por separado.

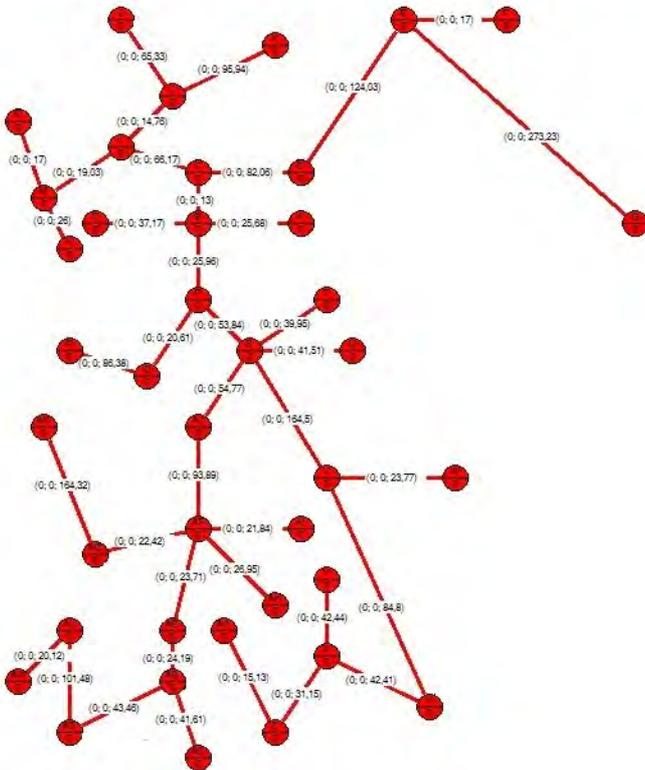


Grafos respectivos sobre la parte izquierda y la parte derecha de Corvera de Toranzo

Por último, en las siguientes figuras se muestran los caminos de longitud mínima de cada grafo, calculados mediante el algoritmo de Dijkstra, y los nodos que han sido elegidos al aplicar el algoritmo. Como es evidente, están todos en rojo puesto que se trata de calcular el camino mínimo desde el nodo A (el que marca las plazas o puntos de reunión del pueblo) hasta cada uno de los nodos del grafo.



Caminos mínimos calculados mediante el algoritmo de Dijkstra en la parte izquierda de Corvera de Toranzo.



Caminos mínimos calculados mediante el algoritmo de Dijkstra en la parte derecha de Corvera de Toranzo.

## Conclusiones

Las conclusiones que extrajeron los estudiantes de su estudio son que su pueblo está dividido en dos partes por la carretera nacional N-623 y que, por este motivo, tuvieron que considerar dos puntos de reunión, uno en la parte izquierda y otro en la parte derecha, a los que deberían acudir en caso de que necesitasen reunirse todos por cualquier motivo. El centro de reunión de todo el pueblo es el que está señalado con el nodo A del grafo de la derecha de Corvera de Toranzo, aún así consideraron otro nodo A en la parte izquierda que también podría servir de punto de encuentro y que evitaría el tener que cruzar la carretera. Con este trabajo calcularon las rutas más cortas para llegar a cada uno de los puntos de reunión, según se encontraran en la parte derecha o en la izquierda de su pueblo.

No obstante, señalaron que su pueblo es un pueblo pequeño y no tiene muchos caminos entre los que elegir para ir o salir de un lugar. Como se deduce de los grafos que dan los caminos mínimos, casi siempre existe un único camino que va de un sitio al punto de encuentro y al revés. Por suerte, el pueblo está en un valle y, si en algún momento, se cortase un camino, podrían ir campo a través, pero si no fuese así, destacaron que su trabajo muestra que habría que poner solución a esa situación puesto que no hay muchas rutas alternativas.

Por otro lado, los alumnos comentaron que les había gustado mucho trabajar en este proyecto por la posibilidad que les dio de conocer distintas herramientas y software, además de mostrarles una imagen más útil de las matemáticas, ya que las vieron aplicadas a un problema real.

## Bibliografía

- Abellanas, M. y Lodares, D. “Análisis de algoritmos y teoría de grafos”. Rama. 1990.
- Biggs, N. L., “Matemática discreta”. Ed. Vicens Vives. 1994.
- Crespo Crespo, C. R. “Cruzando puentes, pintando mapas,... Una introducción a la teoría de grafos”. Cursos cortos. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Menéndez Velázquez, A. “Una breve introducción a la teoría de grafos”. Revista Suma. Junio 1998, pp. 11-26.
- <http://www.ign.es/iberpix2/visor>
- [http://es.wikipedia.org/wiki/Algoritmo\\_de\\_Dijkstra](http://es.wikipedia.org/wiki/Algoritmo_de_Dijkstra)
- [http://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Ejemplo\\_de\\_Algoritmo\\_de\\_Dijkstra](http://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Ejemplo_de_Algoritmo_de_Dijkstra)
- <https://www.youtube.com/watch?v=fgdCNUGPJnw>
- <https://www.youtube.com/watch?v=607Y3dJGUHI>
- [https://www.youtube.com/watch?v=S\\_5W5blmTH4](https://www.youtube.com/watch?v=S_5W5blmTH4)

## Proyecto “APLICACIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA ENTREGAR LA BOTA DE ORO EN LOS MUNDIALES DE FÚTBOL”

Este trabajo ha sido el ganador del Segundo Premio del IV Concurso de Investigación en ESO de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria, y ha sido realizado por Javier Díaz Díaz, César Díaz Mantecón, Julia Fernández García, Marta Martínez Gutiérrez y Vanessa Velasco Magni, todos ellos estudiantes de 3º de ESO.

El proyecto consiste en utilizar la idea expuesta por García Cubero en su trabajo “*A la FIFA no le gustan las mates*”, publicado en el número 68 de la revista *Suma*<sup>†</sup>, para ver de un modo objetivo, utilizando unos sencillos cálculos matemáticos, quiénes deberían ser los ganadores de las *Botas de Oro*, *Plata* y *Bronce* en cada uno de los Mundiales de Fútbol que se han celebrado a lo largo de la historia. Además, comprueba en cuántas ocasiones los ganadores reales coinciden con nuestros ganadores objetivos.

Completa los cálculos un resumen histórico relativo a la *Copa Mundial de Fútbol* y a los premios que en ella se dan, distinguiéndose entre el *Balón de Oro del Mundial* y el de la revista *France Football*.

## Puesta en marcha

Para comenzar su trabajo los alumnos buscaron información sobre la historia de la *Copa Mundial de Fútbol* y los premios asociados a ella. A continuación se expone una transcripción literal de su trabajo:

El primer Mundial de Fútbol fue jugado en el año 1930 en Uruguay y fue organizado por la FIFA. Desde entonces, se ha celebrado cada cuatro años a excepción de 1942 y 1946 que se suspendió debido a la Segunda Guerra Mundial.

De todos los Mundiales, ocho se han celebrado en América (Uruguay, Brasil, Chile, México, Argentina, México, EEUU y Brasil), diez en Europa (Italia, Francia, Suiza, Suecia, Inglaterra, Alemania, España, Italia, Francia y Alemania), uno en Asia (Corea del Sur y Japón, con sedes en los dos países) y otro en África (Sudáfrica).

Al finalizar el Mundial se entregan varios trofeos:

- Al equipo ganador se le da el trofeo de Campeón del Mundo por cuatro años.
- El Premio al Juego Limpio es entregado al equipo con mejor disciplina de la competición.
- Individualmente:
  - o El Balón de Oro se entrega al mejor jugador del torneo. También se entregan los Balones de Plata y Bronce al segundo y tercer clasificados en esta votación.
  - o Se entrega la Bota de Oro al jugador que más goles haya conseguido meter. Normalmente, en caso de empate entre goleadores, se da el premio a todos los jugadores empatados. También se entregan las Botas de Plata y Bronce al segundo y tercer máximos clasificados en este ranking.
  - o El Guante de Oro se otorga al mejor portero del torneo.
  - o El premio al Mejor Jugador Joven se otorga al mejor jugador menor de 21 años. Existe desde el Mundial de 2006.

El premio Balón de Oro, hoy entregado por la marca de material y prendas deportivas Adidas, es el que, como hemos explicado más arriba, se otorga al mejor jugador de cada edición de la Copa Mundial de la FIFA. Este reconocimiento se entrega desde el Mundial de Fútbol de 1982 (el Mundial celebrado en España). Durante el Mundial la FIFA elabora una lista de diez jugadores y los periodistas votan al que consideran mejor jugador del Mundial. El jugador con más votos gana el Balón de Oro.

Existe otro premio denominado Balón de Oro y es el que otorga la revista francesa France Football desde 1956. Este es un premio al mejor jugador inscrito cada año en algún campeo-

nato de fútbol profesional europeo y es elegido por 96 periodistas especializados, cada uno de un país diferente. El jurado elige a los cinco mejores jugadores de una lista elaborada por la revista. Al primer jugador que elija cada periodista se le da 5 puntos, al segundo 4 y así sucesivamente. Sólo se concede un trofeo y es para el jugador con mayor puntuación en el cómputo global.

La Bota de Oro es otro premio que se otorga desde la Copa Mundial de Fútbol de 1982, bajo el nombre oficial de Bota de Oro Adidas. Desde los inicios del torneo, el título de goleador ha sido uno de los más codiciados y respetados, pero sólo en 1982 fue instituido oficialmente. Debido a los errores en los registros de los primeros torneos, existe discrepancia sobre las cifras de algunos jugadores, existiendo hasta el día de hoy dudas sobre la cantidad de goles anotados por Oldřich Nejedlý, Leônidas da Silva, Ademir y Dražan Jerković, entre otros. Ejemplo de ello es que solamente en noviembre de 2006, la FIFA reconoció oficialmente un quinto gol a Nejedlý, que lo dejó como único goleador de la Copa Mundial de Fútbol de 1934.

En la Copa Mundial de Fútbol de 2006 fueron además instituidos la Bota de Plata y la Bota de Bronce, para los jugadores en segundo y tercer lugar de la estadística de goleadores. Para esto, el criterio de selección se basa primeramente entre quien anota más goles, en segundo lugar por el mayor número de asistencias de gol y finalmente por quien menos minutos jugó.

Como indicamos antes, normalmente, cuando hay varios jugadores empatados al máximo número de goles conseguidos se les entrega a todos la Bota de Oro. No obstante, ha habido casos en los que esto no ha ocurrido, como el Mundial de 2010, el celebrado en Sudáfrica. En este Mundial hubo cuatro máximo goleadores y la FIFA, en lugar de dar cuatro Botas de Oro, decidió tener en cuenta las asistencias (cosa que nunca había hecho antes) y entregó la Bota de Oro a Müller.

Müller (Alemania)	5 goles	3 asistencias
Villa (España)	5 goles	1 asistencia
Snijder (Holanda)	5 goles	1 asistencia
Forlán (Uruguay)	5 goles	0 asistencias

La duda que surge con este criterio es la de cómo valorar las asistencias: ¿valen todas las asistencias o sólo las que acaban en gol? Ante esto, García Cubero ofrece un método objetivo para entregar la Bota de Oro: cuando hay varios máximos goleadores, deberíamos considerar el valor que tienen cada uno de esos goles dentro de cada partido.

## Trabajo de los alumnos

Veamos, con un ejemplo extraído del trabajo de los estudiantes, qué método propone García Cubero.

Por ejemplo, en el mundial de 1934 Oldrich Nejedly marcó 5 goles y Edmund Conen y Angelo Schiavio marcaron 4 goles cada uno. Así, a Nejedly le corresponde la Bota de Oro. Veamos a quién le corresponde la Bota de Plata y a quién la Bota de Bronce siguiendo la propuesta de García Cubero.

En el partido Alemania – Bélgica el resultado fue 5 – 2. Los tres puntos que se jugaban en el partido fueron para Alemania. Los goles se marcaron en el siguiente orden:

Alemania – 5	Bélgica – 2
Stanislaus Kobierski 25'	
	Bernard Voorhoof 29'
	Bernard Voorhoof 43'
Otto Siffling 49'	
Edmund Conen 66'	
Edmund Conen 70'	
Edmund Conen 87'	

Realmente los dos últimos goles marcados por Edmund Conen no fueron necesarios para que Alemania ganase el partido; por tanto, los tres puntos del partido deberían repartirse entre Kobierski, Siffling y Conen, por lo que a cada jugador le correspondería 1 punto.

El siguiente partido en el que Conen marcó gol fue Austria – Alemania, cuyo resultado fue 2 – 3. Los goles se marcaron en el siguiente orden:

Austria – 2	Alemania – 3
	Ernest Lehner 1'
	Edmund Conen 27'
Johann Horvath 28'	
	Ernest Lehner 42'
Karl Sesta 54'	

En este caso, los tres goles de Alemania fueron necesarios para ganar los tres puntos del partido, así que dividimos esos tres puntos entre los tres goleadores del mismo y a cada uno le corresponde 1 punto.

Por tanto, Conen marcó 4 goles y, por ellos, le corresponden 2 puntos. Siguiendo a García Cubero, dividimos los puntos conseguidos entre los goles marcados y la puntuación de Conen es 0,5.

Este mismo mecanismo fue el que aplicaron los alumnos para todos los ganadores de Botas de Oro, Botas de Plata y Botas de Bronce en todos los mundiales, incluso en los anteriores al de 1982. Los resultados con detalle pueden verse en el trabajo que se encuentra en el blog del departamento, señalado más arriba.

Hagamos el mismo estudio y los mismos cálculos para obtener la puntuación de Angelo Schiavio. El primer partido en el que marcó gol Schiavio fue Italia – EEUU y el resultado fue 7 – 1. El orden en el que se marcaron los goles fue el siguiente:

Italia – 7	EEUU – 1
Angelo Schiavio 18 min	
Raimundo Orsi 20'	
Angelo Schiavio 29'	
	Aldo Donelli 57'
Giovanni Ferrari 63'	
Angelo Schiavio 64'	
Raimundo Orsi 69'	
Giuseppe Meazza 90'	

Los únicos goles necesarios para que los tres puntos de partido fuesen para Italia son el primero de Schiavio y el primero de Orsi. Los otros cinco goles de Italia no fueron necesarios para que Italia ganase el partido. Por tanto, dividimos los tres puntos del partido entre Schiavio y Orsi, correspondiéndole 1,5 puntos a cada uno.

El siguiente partido en el que marcó gol Schiavio fue Italia – Checoslovaquia y el resultado fue 2 – 1. El orden en el que se marcaron los goles fue:

Italia – 2	Checoslovaquia – 1
	Antonin Puc 76'
Raimundo Orsi 81'	
Angelo Schiavio 95'	

En este caso, todos los goles de Italia fueron necesarios para que Italia se llevase los tres puntos del partido; por tanto, al repartir los tres puntos entre los dos goleadores, a cada uno le corresponde 1,5 puntos.

De este modo, Schiavio marcó 4 goles y, por ellos, le correspondieron 3 puntos. Si dividimos los tres puntos entre los 4 goles el resultado es que la puntuación de Schiavio es 0,75.

Por tanto, la Bota de Plata le corresponde a Angelo Schiavio y la Bota de Bronce a Edmund Conen. Este orden no coincide con el que aparece en <http://www.losmundialesdefutbol.com>, donde se reflejan los datos de todos los Mundiales con el permiso por escrito de la FIFA, según consta al final de la página web.

## Conclusiones

Las conclusiones a las que llegaron fueron que, siempre que no haya futbolistas empatados a goles, la FIFA no se equivoca y entrega las Botas de Oro, Plata y Bronce de manera correcta y objetiva. Como cabría esperar, puesto que sólo hay que contar goles. Los problemas surgen cuando hay empates y la FIFA siempre los ha resuelto ordenando a los futbolistas en orden alfabético, salvo en el año 2010 cuando hubo cuatro futbolistas empatados a cinco goles y tuvo en cuenta las asistencias, pero sin distinguir las que acabaron en gol de las que no. Nunca ha dado más de tres premios, ya sean tres Botas de Oro, una de Oro y dos de Plata o dos de Oro y una de Plata. Por tanto, cuando ha habido jugadores empatados a goles, el orden alfabético ha hecho que los últimos jugadores no recibieran ni siquiera una mención en la web <http://www.losmundialesdefutbol.com>

Por otro lado, según el estudio realizado por los alumnos, la FIFA nunca ha considerado los goles marcados en las tandas de penaltis, aun cuando esos pudieran suponer que se clasificase un equipo y no otro. No obstante, sí se ha considerado los goles marcados en penaltis ocurridos en el tiempo de juego.

Finalmente, los alumnos añadieron un resumen de cómo los acontecimientos históricos se han ido reflejando en los Mundiales de Fútbol, sobre todo en lo que respecta a los equipos participantes en la fase final. Sus observaciones literalmente transcritas son:

*Anteriormente señalamos que durante la Segunda Guerra Mundial no se celebraron Mundiales de Fútbol (1942 y 1946); pero, además, hemos visto que Alemania sólo ha faltado en dos Mundiales; el primero, celebrado en 1930, y en el de 1950, en el que seguramente no participó porque hacía sólo cinco años que había acabado la Segunda Guerra Mundial y estaban iniciando la reconstrucción del país. Después, desde 1954 hasta 1990, Alemania Occidental y Alemania Oriental participaron por separado. Al principio sería por las tensiones que comenzaban a existir entre el bloque comunista (URSS) y el bloque capitalista (EEUU), posteriormente esas tensiones se transformaron en una separación real materializada de forma muy evidente en Berlín con la construcción del conocido como Muro de Berlín, el 13 de agosto de 1961. Este Muro no fue derribado hasta el 9 de noviembre de 1989 y, con la caída de este símbolo de la Guerra Fría, se reunificaron las dos "Alemanias" participando desde entonces una única selección alemana. No obstante, en el Mundial de 1990 participó Alemania Occidental, puesto que las fases previas de clasificación la jugaron como tal selección. Hay que destacar que el único Mundial en el que Alemania Oriental llegó a la fase final fue el de 1974 y, como curiosidad, diremos que el 22 de junio se enfrentaron ambas selecciones resultando ganadora, por un gol a cero, Alemania Oriental.*



Saludo entre los capitanes de las dos "Alemanias", antes del partido del Mundial de 1974.

*En diciembre de 1991 la Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS) se derrumbó y fue disuelta; por eso, a partir de entonces ya no aparece la URSS como una selección clasificada para la fase final de los Mundiales y lo hace Rusia. Otros países que surgieron después de la disolución de la URSS aún no se han clasificado para la fase final de ningún Mundial.*

*Otro reflejo de la historia en los Mundiales es el caso de la República Socialista Federativa de Yugoslavia (estado yugoslavo de mayor duración, pues previamente había recibido otros nombres, aunque popularmente siempre fue llamada Yugoslavia), compuesta por Bosnia Herzegovina, Croacia, Eslovenia, Macedonia, Montenegro y Serbia. Este país participó como Yugoslavia en los Mundiales de 1930, desde 1950 a 1962, en 1974, en 1982 y 1990. A partir de 1991, debido a las Guerras Yugoslavas, este país se desintegró y el siguiente país llamado Yugoslavia, la República Federal de Yugoslavia, existió hasta 2003, cuando pasó a denominarse Serbia y Montenegro. Montenegro se separó de Serbia en 2006. Observando las selecciones clasificadas para la fase final de los Mundiales, en 1998 se clasificaron Croacia y la República Federal de Yugoslavia. En 2002 lo hicieron Croacia y Eslovenia. En 2006 se clasificaron Croacia y Serbia y Montenegro. En 2010 lo hicieron Eslovenia y Serbia, y en 2014 se clasificaron Bosnia Herzegovina y Croacia.*

*El caso de Checoslovaquia también se ve reflejado en los Mundiales. Esta república centro europea existió desde 1918 hasta 1992 cuando se escindió de común acuerdo y de forma pacífica, dando lugar a los dos países originales la República Checa y Eslovaquia. Así, Checoslovaquia participó en los Mundiales de 1934, 1938, desde 1954 a 1962, en 1970, 1982 y 1990. La República Checa ha participado en el Mundial de 2006 y Eslovaquia en el Mundial de 2010.*

## **Bibliografía**

- García Cubero, F. J. *A la FIFA no le gustan las mates*. Suma, nº 68. Noviembre 2011, pp. 11-15.
- <http://www.losmundialesdefutbol.com>
- [http://es.wikipedia.org/wiki/Bal%C3%B3n\\_de\\_Oro](http://es.wikipedia.org/wiki/Bal%C3%B3n_de_Oro)
- [http://es.wikipedia.org/wiki/Muro\\_de\\_Berl%C3%ADn](http://es.wikipedia.org/wiki/Muro_de_Berl%C3%ADn)
- <http://es.wikipedia.org/wiki/Yugoslavia>
- [http://es.wikipedia.org/wiki/Uni%C3%B3n\\_Sovi%C3%A9tica](http://es.wikipedia.org/wiki/Uni%C3%B3n_Sovi%C3%A9tica)
- <http://es.wikipedia.org/wiki/Checoslovaquia>

## **CONCLUSIÓN**

Embarcarse en un proyecto de investigación similar a los presentados más arriba supone mucho esfuerzo, no sólo a los alumnos, también a los profesores que los dirigen. Es muy difícil conseguir que todos los miembros de grupo se impliquen del mismo modo y que llegue a buen puerto el proyecto.

No obstante, los beneficios que se obtienen al aplicar este tipo de metodología son muchos: los alumnos se vuelven más autónomos y les encuentran más sentido a las materias que normalmente estudian por separado; además, se hacen más organizados e incluso crean sus propias estrategias de aprendizaje.

Su interés por la materia en cuestión, en este caso matemáticas, aumenta del mismo modo que su autoestima. Algunas veces, su interés parte sólo del deseo de ganar un premio (porque van a participar en un concurso), pero después quieren conocer la solución del problema que están estudiando y eso se vuelve más importante.

En cuanto a los profesores, estos trabajos nos suponen un incentivo, un aliciente que nos saca de la rutina que supone dar siempre las clases del mismo modo y repetir año tras año el currículum. Trabajar por proyectos nos ofrece la oportunidad de comprobar hasta dónde son capaces de llegar nuestros alumnos, de resolver problemas reales, de aprender y/o inventar nuevos sistemas de evaluación; en definitiva, de hacer nuestro trabajo aún más pleno.

# LA RAZÓN PERPLEJA, UNA EXPERIENCIA MATEMÁTICO-FILOSÓFICA

Rosa María Arias García  
IES El Astillero, ASTILLERO

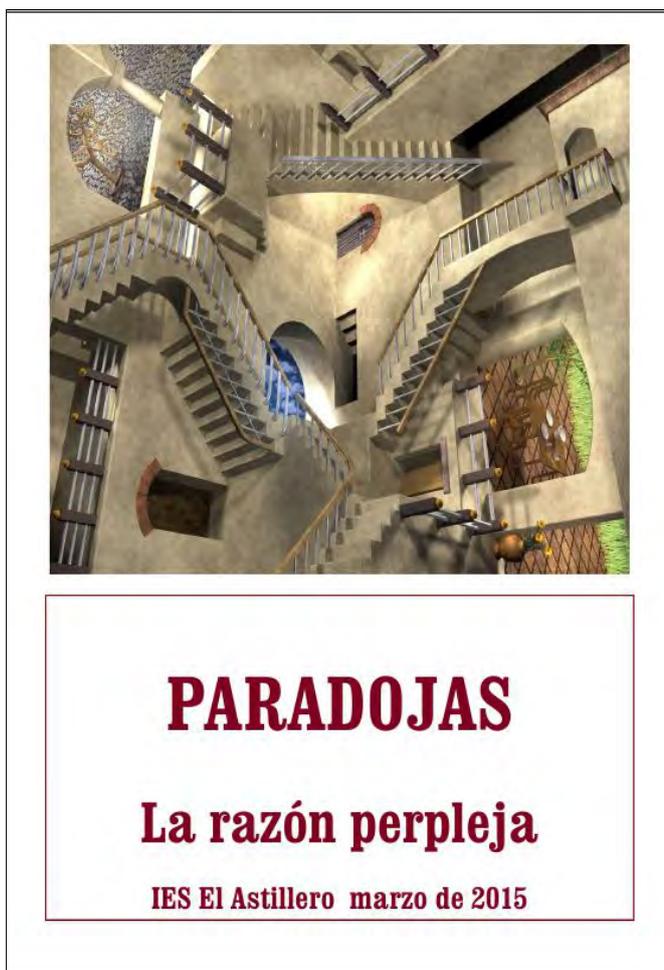
En el marco del Proyecto para el Fomento de la Competencia Matemática que se desarrolla en el Instituto de Educación Secundaria El Astillero desde el curso 2013-2014 con la participación de seis departamentos didácticos, los de matemáticas y de filosofía hemos realizado este año una actividad titulada "Paradojas. La razón perpleja", que ha tenido un inesperado éxito. Contamos aquí la experiencia por si alguien se anima a ponerla en práctica.

Durante unos días, en la biblioteca del IES El Astillero casi nada es lo que parece. Se producen inquietantes desapariciones geométricas; hay imágenes que aparecen si te colocas en el lugar adecuado; tableros de ajedrez con casillas que cambian de color; paralelas que parecen converger; hoteles completos en los que, sin embargo, siempre hay habitaciones disponibles;... Y no, no es la semana de la literatura fantástica, son las matemáticas las que han tomado ese espacio para mostrar que en su mundo no todo es tan simple y exacto como que dos y dos son cuatro; que también en la que Descartes definió como "*la ciencia del orden y la medida, de bellas cadenas de razonamientos, todas sencillas y fáciles*" hay sitio para juegos y razonamientos capaces de dejarnos perplejos. Por unos días, la biblioteca es un espacio paradójico.

## NUESTROS OBJETIVOS

Por mucho que lo dijera Descartes, lo cierto es que cualquier profesor sabe que, para la mayoría de nuestros alumnos, las matemáticas no son ni tan sencillas y fáciles ni, desde luego, tan bellas. Y al igual que los grandes lectores o cinéfilos lamentan lo que se pierden quienes no aprecian mucho la literatura o el buen cine, quienes disfrutamos de las matemáticas queríamos que nuestros alumnos lo hicieran también. Pero no es solo eso. Es que sí, como dijo Galileo - volvemos a citar a un clásico -, "*la naturaleza es un libro escrito en caracteres matemáticos*", tenemos que lograr que nuestros alumnos comprendan las matemáticas para entender mejor el mundo en el que tienen que vivir.

Con esa premisa nos embarcamos en el IES El Astillero en el Proyecto para el Fomento de la Competencia Matemática. Profesores de seis departamentos didácticos pretendíamos ofrecer una visión diferente de los contenidos matemáticos y una forma distinta de tratarlos. Buscábamos actividades encaminadas a mostrar que las matemáticas están presentes en nuestro entorno, que nos relacionamos continuamente con ellas de modo natural y que reflexionar sobre ese carácter matemático de la realidad facilita, sin duda, el aprendizaje de esta asignatura, mejora nuestro conocimiento del mundo y nos hace más capaces de desenvolvernos en él.



**PARADOJAS**

**La razón perpleja**

**IES El Astillero marzo de 2015**

Cartel de la exposición.

### OBJETIVOS DE LA ACTIVIDAD

- Mejorar el interés del alumnado por las matemáticas, desterrando ideas preconcebidas que dificultan su motivación.
- Desarrollar un pensamiento lógico y crítico para analizar las paradojas y su posible solución.
- Desarrollar formas creativas de pensar frente a diferentes problemas.
- Formular preguntas de interés sobre los enunciados y discutir ideas importantes. (Aprender a aprender, Competencia social y cívica).
- Comunicarse con un lenguaje preciso propio del área matemática, en situaciones tanto orales como escritas. (Competencia lingüística).
- Valorar el proceso histórico del desarrollo matemático a través de sus personajes y situaciones. (Competencia social y cívica, Conciencia y expresiones culturales).
- Reconocer en el arte y otras actividades intelectuales la presencia y aportación de las matemáticas. (Competencia social y cívica, Conciencia y expresiones culturales).
- Utilizar las herramientas matemáticas para crear un pensamiento crítico frente a la información recibida a través de diversas fuentes. (Aprender a aprender, Competencia social y cívica).
- Potenciar el pensamiento abstracto y lógico para enfrentar soluciones aparentemente correctas a las propias experiencias y conocimientos.

### DISEÑO Y PREPARACIÓN

Desde el principio teníamos claro que reflexionar sobre las paradojas serviría perfectamente a los objetivos del Proyecto, pero buscábamos una actividad que se saliera un poco de las usuales en el aula, que implicara la participación del alumnado en su preparación, y también en su desarrollo, que les hiciera pensar, debatir y manipular. Queríamos mostrarles lo que son las paradojas y explicar las razones que subyacen a esa sinrazón aparente, pero también queríamos que experimentaran la perplejidad que se siente ante ellas.

Así, fue tomando forma la idea de montar una exposición de materiales y de desarrollar la parte más teórica mediante un vídeo explicativo protagonizado por alumnado del centro. La biblioteca se convirtió, pese a los problemas de espacio, y gracias a la paciencia y trabajo de nuestros compañeros, en el lugar idóneo para la actividad.

Había, pues, dos trabajos que hacer: seleccionar y elaborar materiales originales e interesan-

tes para la exposición, y realizar el vídeo. Profesores de los departamentos de matemáticas y de filosofía nos pusimos manos a la obra.

### ELABORACIÓN DEL VÍDEO

La idea era elaborar un vídeo que plantease diferentes paradojas y suscitase la curiosidad de los espectadores. Nada mejor para ello que el que fueran los propios alumnos los protagonistas. De este modo, además, entroncábamos con el Plan para el Fomento de la Competencia Lingüística, que en nuestro centro se ha enfocado a mejorar la oralidad y, muy especialmente, la capacidad de hablar en público, y en el que también nos hemos implicado los departamentos de matemáticas y de filosofía.

La realización del vídeo tuvo sus complicaciones. Había que conseguir una exposición dinámica y clara, hecha por y para alumnos, y que diese lugar a un debate interesante. Pedimos colaboración al alumnado de 2º de ESO, que estaba ya participando en el proyecto de comunicación oral antes mencionado, y hubo quince alumnos voluntarios. Cada uno tenía que contar y hacer entender una paradoja o participar en una explicación general del tema.



Algunos de los alumnos que participaron en la grabación del vídeo, con su profesora de matemáticas.

Para empezar, elaboramos una relación de las paradojas que nos parecía que no podían faltar: la del mentiroso, la del condenado, las paradojas del infinito, la de Aquiles y la tortuga, las visuales, las paradojas de la vaguedad, la del puente que se narra en El Quijote o el problema de Monty Hall. Asignamos cada paradoja a uno o varios alumnos y escribimos los guiones del texto que tendrían que decir ante la cámara o como voz en off para acompañar imágenes. Cada guión se comentó detenidamente con los actores para que, antes de memorizarlo, comprendiesen bien lo que estaban explicando, pues solo así conseguiríamos que los espectadores lo entendieran también.

Esta etapa fue cansada porque dedicamos bastantes horas a preparar, ensayar y grabar, y no contábamos precisamente con equipos de tecnología punta, pero, sin duda, fue una de las partes más divertidas de toda la actividad. Surgían dudas sobre los contenidos, múltiples olvidos, tomas falsas que nos obligaron a grabar muchas veces, inoportunos ataques de risa y problemas técnicos no siempre fáciles de resolver. Una de las escenas memorables es la que cierra el vídeo con la dramatización en forma de concurso televisivo del problema de Monty Hall.

El resultado, después de un complicado trabajo de montaje, es un vídeo de 22 minutos con un aire casero que no le queda del todo mal y que, aunque mejorable, cumple buena parte de las expectativas propuestas y, sobre todo, del que los autores se sienten orgullosos.

## EXPOSICIÓN DE MATERIALES

La segunda parte supuso una intensa labor de búsqueda y puesta en común de materiales adecuados. Jugábamos con ventaja porque en el departamento de filosofía se venían utilizando este tipo de recursos desde hace tiempo y disponían de una más que interesante colección.

También comenzamos haciendo un listado de recursos gráficos o escritos que nos parecían de especial interés, entre los que destacamos: diferentes anamorfosis, imágenes ambiguas, desapariciones geométricas o ilusiones ópticas.

Después había que hacerse con los materiales y, cómo no, Internet fue la fuente principal de nuestros hallazgos. Luego hubo que imprimir, recortar, plastificar, pintar, pegar, etc.

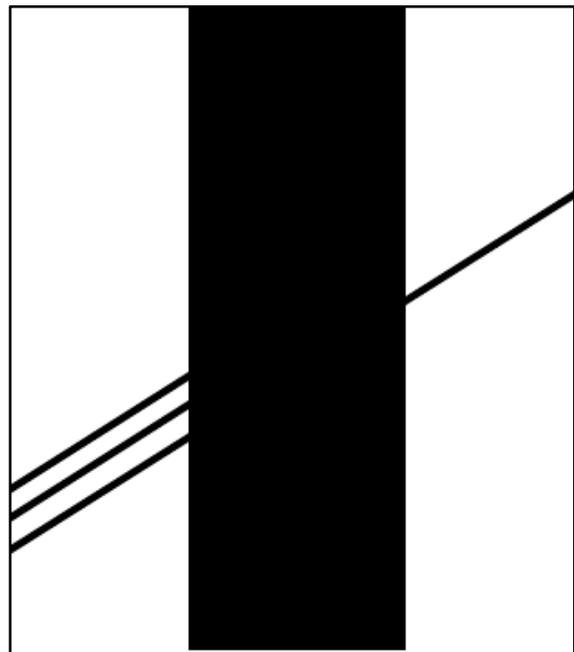


Anamorfosis.

El espejo cilíndrico permite ver la imagen oculta en la lámina.

Con los materiales elaborados y agrupados por categorías, redactamos y diseñamos carteles explicativos para acompañarlos. Hay que señalar que la visita a la exposición era guiada por profesores, de modo que en estos carteles figuraban únicamente los nombres y algunos de los aspectos más curiosos y relevantes de lo que allí podía verse... ¡y tocarse!

Una vez montada la exposición, la biblioteca pasó a estar "tomada" por un incomprensible mundo paradójico que pretendía dejar al visitante un tanto perplejo.



Una de las láminas de la exposición.

Cuesta creer cuál de los tres segmentos de la izquierda está en línea con el de la derecha.

## PUESTA EN PRÁCTICA

Quedaban algunas cuestiones organizativas que resolver. En primer lugar, los destinatarios. En principio la actividad estaba dirigida al alumnado de ESO, pero con el trabajo final sobre la mesa pensamos que era interesante para todos los grupos, y resultó un acierto. Incluso los profesores que asistieron a la actividad, acompañando a sus alumnos o durante los recreos, disfrutaron de ella.

Había que decidir también la duración de las sesiones. Era mucho lo que se podía ver y explicar y pensamos en dos sesiones de clase con cada grupo. Pero nos dio un poco de miedo que quedara demasiado largo, así que lo dejamos en una hora con cada grupo. Esta decisión también fue un acierto porque hubo tiempo para lo esencial y para que se queda-

ran con ganas de más. ¡Ay! ¡Cuánto tiempo hacía que los de matemáticas y los de filosofía no oíamos murmullos de fastidio al sonar el timbre para el recreo!

Ya estaba casi todo listo. Organizamos el calendario de puesta en práctica y la “logística” que permitiese al profesorado implicado estar en estas sesiones para poder desarrollarlas... ¡y empezó la función!

En la puerta de la biblioteca, el cartel de la exposición, con una de las arquitecturas imposibles de Escher, daba la bienvenida al grupo.

La introducción a las paradojas corría a cargo de los profesores encargados de la actividad, que pedían ya la implicación del alumnado lanzando alguna pregunta.

Como suponíamos, casi todos los alumnos tenían una idea intuitiva de lo que significaba la palabra paradoja, aunque pocos sabían expresarla con palabras; y hubo algo que nos llamó la atención: salvo escasas excepciones, el nombre de Lewis Carroll era para ellos totalmente desconocido.

Apagadas las luces, se proyectaba el vídeo. Hemos de confesar que teníamos miedo de que no les interesara o no prestasen atención, pero pronto pudimos comprobar que el hecho de estar elaborado por compañeros, unido al dinamismo del guión, imágenes y música del vídeo, jugó a favor y los mantuvo expectantes durante los 22 minutos. Los inevitables murmullos cuando un nuevo compañero aparecía en escena, o reconocían una voz en off, cesaban tan espontáneamente como habían surgido, porque estaban interesados en el contenido.

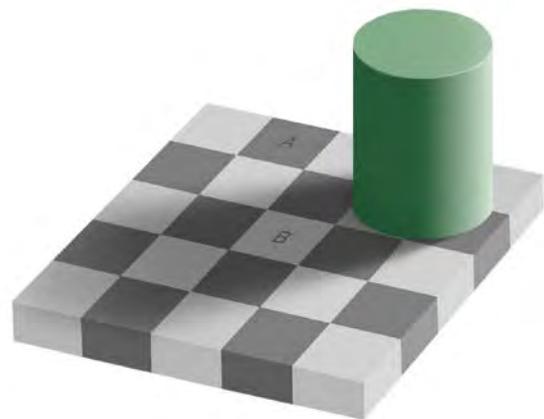
En todos los grupos, al finalizar la proyección, se producían enseguida intervenciones de alguien que tenía dudas o “no estaba del todo de acuerdo” con algunas de las explicaciones dadas allí. Esto nos llevó en todos los casos a un interesante debate de unos 10 minutos en los que se iban comentando diferentes cuestiones.

Las historias que generaron los más serios conflictos lógicos fueron el problema de Monty Hall y la paradoja del condenado. Y hay que decir que, como debe ser, no todo el mundo quedó convencido y muchos se quedaron dándole vueltas a la cabeza.

Para finalizar, el grupo se dividía en dos para visitar la exposición, empezando cada subgrupo por un extremo y dirigidos por sendos profesores que les iban explicando los materiales.

Las palabras que más sonaban a partir de ese momento eran “¡es magia!” y “¡qué rayada!” Resultaba muy interesante ver a algunos alumnos, no especialmente motivados en el aula de matemáticas, mostrar sorpresa y expectación.

Los materiales más llamativos fueron el ajedrez de Adelson - recortado para que ellos mismos pudieran intercambiar las casillas y comprobar que eran iguales, pese a lo cual repetían una y otra vez que era imposible - y algunas anamorfosis: tanto las que se veían a través de espejos cilíndricos, como la del cuadro de Holbein, que imprimimos a un tamaño que permitía experimentar ese momento en que, colocados un poco de perfil, la extraña figura del centro del cuadro se convierte a nuestros ojos en una calavera, “¡sí, sí, la veo!”.



Nadie acababa de creerse que las casillas A y B tienen exactamente el mismo color. Se podía manipular la imagen y cambiar una casilla por otra pero, incluso así, buscaban el truco.



Los embajadores.  
Pintura de Holbein en la que se observa una extraña imagen...



Si miramos el cuadro desde la perspectiva adecuada, la extraña imagen resulta ser una calavera, que se puede ver con toda nitidez.

## VALORACIÓN FINAL

¿Todos los que pasaron por la exposición están ahora de acuerdo con Descartes? ¿Ya piensan que la matemática es sencilla y bella? Pues no, todavía no, pero juraríamos, aunque ellos mismos no lo sepan, que están un poco más cerca.

Hemos de reconocer que todavía no nos hacen la ola cuando entramos en el aula armados de ordenador y tiza... Hicimos algo de magia, ¡pero

no tanta! Somos conscientes de que muchos de los que disfrutaron de la exposición no acababan de ver del todo qué tiene eso que ver con resolver una ecuación... pero también somos optimistas: quien ha disfrutado de esa sensación de perplejidad ante algo que no comprende, y después ha experimentado eso que los psicólogos llaman una "experiencia de ¡ajá!", ese "¡síiiii!, ¡ahora lo veo!", y quien no del todo convencido por nuestras explicaciones siguió dándole vueltas a alguno de los problemas discutidos, está un poco más cerca de comprender las matemáticas y disfrutar de ellas, un poco más cerca de comprender el mundo. Solo por eso, la experiencia ha sido muy positiva. Además, hemos trabajado mucho, pero lo hemos pasado bien.

No nos queda más que reconocer y agradecer el trabajo de todas las personas que colaboraron en esto. No solo los profesores directamente implicados, sino muchas otras personas: el profesor de extraescolares, que ayudó a organizar los horarios; los miembros del departamento de plástica, que nos hicieron los decorados para el concurso de Monty Hall; los encargados de la biblioteca, que nos ayudaron a ponerlo todo patas arriba y nos dejaron invadirlos; los administrativos y los conserjes, que fotocopiaron, recortaron, pegaron, plastificaron... y, por supuesto, los alumnos protagonistas del vídeo. Mereció la pena.

## IMÁGENES DE ALGUNOS MOMENTOS



Una imagen de la exposición. Destaca el cubo de Rubik, a la derecha. No es un objeto tridimensional, sino una imagen anamórfica impresa en una hoja de papel que, desde esta perspectiva, adquiere volumen.



Un grupo de alumnos durante la proyección del vídeo.



Fotograma del vídeo. Tres alumnos teatralizan el concurso que dio nombre al problema de Monty Hall. Los concursantes han elegido una puerta y el presentador acaba de abrirles una de las otras dos, en la que hay una cabra. Ahora se preguntan si deben mantenerse en su elección inicial o si es mejor cambiar de puerta. ¿Dónde estará el coche? La teoría de la probabilidad no parece coincidir con el sentido común.

# MATERIALES Y RECURSOS

## MENÚ DE PROBLEMAS

*Esta sección tiene por objetivo fundamental, como ya conocen las personas que leen año tras año este Boletín, proporcionar enunciados que puedan favorecer el desarrollo de destrezas y estrategias de resolución de problemas. Algunos de los problemas planteados en los Concursos de Primavera de Matemáticas, los de la edición de 2012 del Concurso de Cine y Matemáticas, los que integraban la prueba de la XXI Olimpiada Matemática de 2013, o los que constituyeron la prueba de acceso 2014 al Proyecto Estalmat han sido protagonistas de esta misma sección de algunos números de este Boletín. En esta ocasión, los problemas elegidos para este Menú han formado parte del Concurso de Matemáticas Pangea 2015, concurso cuya convocatoria se anunció en el Boletín nº 16, en la sección Otras Convocatorias, y en el que ha tenido una muy buena participación Mirela Langa, alumna que actualmente cursa 3º de ESO en el Colegio San José, de Santander.*

### Objetivos del Concurso de Matemáticas Pangea

Cuando se desarrollaron los dinosaurios hace unos 250 millones de años, la masa de la Tierra estaba unida en un solo supercontinente llamado Pangea, a partir del cual se formaron los cinco continentes conocidos en nuestra era. Con la creciente globalización, el mundo se parece cada vez más al antiguo supercontinente Pangea en el que todos los territorios estaban conectados. Hoy en día, los intercambios internacionales en educación y conocimiento cada vez tienen más importancia. De ahí nace el lema “*Las Matemáticas Conectan*”, una declaración de intenciones de reunir a estudiantes de diferentes lugares, estilos de vida y niveles de educación, por medio del fomento del entusiasmo por las matemáticas a través del Concurso de Matemáticas Pangea. De esta manera, los niños tienen la oportunidad de compartir sus experiencias y su gusto por las matemáticas con otros niños.

Algunos de los objetivos del Concurso de Matemáticas Pangea son los siguientes:

- Reunir a todo tipo de estudiantes en torno a las matemáticas, aumentando el interés de todos y restaurarlo también entre los que sienten mayor aversión por ellas.
- Motivar a los alumnos a estudiar más matemáticas.
- Estimular tanto a los alumnos fuertes como a los poco dispuestos para la aritmética y la resolución de problemas.
- Fortalecer la autoestima de los alumnos más débiles.
- Apoyar a las instituciones educativas y a las escuelas de todo tipo para desarrollar aún más el talento matemático de los estudiantes.

### Características del Concurso de Matemáticas Pangea

Pangea es un Concurso Internacional. Además de España, participan 11 países más de Europa. El Concurso de Matemáticas Pangea 2015 tuvo más de 450 000 participantes en toda Europa, de los cuales 34 102 fueron de España (de 278 Centros Educativos, correspondientes a 11 Comunidades Autónomas y 19 Provincias). Por lo tanto, el Concurso Pangea es una de las mayores tres competiciones, tanto a nivel internacional como nacional.

El Concurso de Matemáticas Pangea en España se organiza en la edición 2016 para estudiantes desde 4º de Primaria hasta 4º de ESO. En España el Concurso Pangea consta de rondas preliminares en los Centros Educativos, rondas finales en las diferentes Provincias participantes (Alicante, Barcelona, Madrid, Santander, Sevilla, Valladolid, etc.), así como ceremonias de entrega de premios a nivel de España y de Europa. En Alemania se organiza una Ceremonia Internacional para todos los ganadores de las categorías de ESO de cada país participante.



Pangea se financia con las aportaciones de patrocinadores y colaboradores, de manera que la participación en el Concurso es totalmente gratuita y no implica ningún coste ni para el Centro Educativo, ni para el alumnado y, del mismo modo, no conlleva ninguna carga de trabajo para los profesores, ya que la organización se encarga de todo el trabajo duro (elaboración de las preguntas, envío de las pruebas al Centro, corrección y selección de los finalistas, etc.).

## **Fases del Concurso de Matemáticas Pangea**

### Inscripción:

La inscripción es gratuita, independientemente del número de alumnos que se inscriban, no existiendo límite alguno (ni mínimo, ni máximo), y se realiza a través de los Centros Educativos. El profesor responsable de cada Centro Educativo puede inscribir a su Centro y a los alumnos que él elija. El plazo de inscripción es desde mediados de septiembre hasta finales de enero y se realiza vía online a través de la página web: <http://concursopangea.visionlingua.com/wp>

### Ronda Preliminar:

La Ronda Preliminar se lleva a cabo en cada Centro Educativo participante. Durante la segunda o tercera semana de febrero Pangea envía a cada Centro inscrito los cuestionarios y las hojas de respuestas de la Ronda Preliminar.

En el Concurso de Matemáticas Pangea 2016 la Ronda Preliminar constará de 20 problemas, que habrán de resolverse en un tiempo máximo de 45 minutos. 4 problemas serán fáciles, 12 problemas serán de dificultad media y 4 problemas serán difíciles. Las respuestas de las preguntas serán de opción múltiple y estarán convenientemente enumeradas en las hojas de respuestas.

Desde el momento que se reciben las pruebas en los Centros Educativos, los profesores de cada curso tienen hasta un máximo de 10 días naturales para realizarlas en las aulas de clase. Una vez que cada Centro haya realizado las pruebas, hay que enviar las hojas de respuestas por correo postal a las oficinas de Pangea para su corrección. En un periodo de tres a cuatro semanas se envían a cada Centro Educativo los resultados de todos sus alumnos participantes, indicando los alumnos seleccionados para la Ronda Final.

### Ronda Final:

De cada Centro Educativo Pangea selecciona a los alumnos que han obtenido la mayor puntuación de cada curso, independientemente de que su resultado esté por encima o por debajo de la media del resto de finalistas de otros Centros. La Ronda Final es a escala nacional. Se realiza la misma prueba, pero en una sede propia en la capital de cada Comunidad Autónoma participante.

En el Concurso de Matemáticas Pangea 2016 la Ronda Final constará de 15 problemas sencillos, 5 problemas de dificultad media y 5 difíciles, al igual que en la Ronda Preliminar, sólo que con un nivel un poco superior en cada categoría, y habrán de resolverse en un tiempo máximo de 60 minutos.

Después de la Ronda Final, los resultados de todos los finalistas son comunicados a los Centros Educativos en un plazo de 10 días. También se envían a los Centros los diplomas de los finalistas participantes en la Ronda Final.

### Ceremonia Final:

Una vez que se hacen públicos los resultados de la Ronda Final, se invita a los 10 mejores clasificados de cada curso a la Ceremonia Final. La Ceremonia se celebra, en el mes de mayo, en la Escuela Politécnica Superior CEU San Pablo, Madrid. Allí se hace entrega de diplomas, becas económicas para los mejores clasificados por cada curso, fondos para las escuelas, premios, etc.

### Ceremonia Internacional:

Los tres primeros clasificados a escala nacional de las diferentes categorías de ESO ganan un viaje, en el mes de junio, a la ciudad alemana donde se celebra la Ceremonia Internacional del Concurso Pangea. Allí se reúnen con los ganadores del Concurso de Matemáticas Pangea de otros países de Europa y son reconocidos con la entrega de diplomas y medallas de Pangea Internacional. Los ganadores también realizan otras actividades, como visitas turísticas a la ciudad donde tiene lugar la Ceremonia.

**Pruebas del Concurso de Matemáticas Pangea 2015 – Nivel: 2º de ESO**

A continuación transcribimos las pruebas de la Ronda Preliminar y de la Ronda Final del Concurso de Matemáticas Pangea 2015 correspondientes al nivel de 2º de ESO. Las pruebas de las otras categorías pueden encontrarse en:

<http://concursopangea.visionlingua.com/wp>

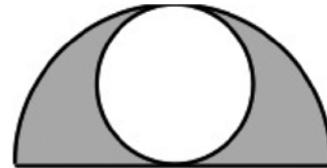
Las instrucciones de cada una de las pruebas del Concurso de Matemáticas Pangea 2015 fueron las siguientes:

- La prueba consta de 25 preguntas, de las cuales, las 15 primeras son de nivel fácil; las 5 siguientes, de nivel medio; y las 5 últimas, difíciles.
- Se puede utilizar calculadora, si así se desea.
- La prueba está pensada para ser contestada en una hora. Una vez finalice el tiempo, los estudiantes tienen que entregar la hoja de respuestas al profesor supervisor.
- Las respuestas correctas puntúan de la siguiente manera: del problema 1 al problema 15 puntúan 3 puntos; del problema 16 al problema 20 puntúan 4 puntos; del problema 21 al problema 25 puntúan 5 puntos. Las respuestas en blanco puntúan 1 punto. Las respuestas erróneas puntúan 0 puntos.

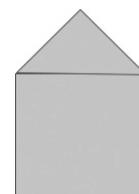
**Ronda Preliminar**

- 1) Pablo está lanzando en un puesto de feria. Ha lanzado 20 veces y ha tenido un 40% de aciertos. Después lanza 10 veces más y su porcentaje de aciertos en total sube al 50%. ¿Cuántos aciertos ha tenido en los últimos 10 lanzamientos?  
a) 5    b) 6    c) 7    d) 8    e) 9
- 2) Una piscina mide 20 pasos de larga por 16 pasos de ancha. Si la medimos en palmos, mide 90 palmos de larga. ¿Cuántos palmos mide de ancha?  
a) 82    b) 80    c) 74    d) 72    e) 70
- 3) Si cada consonante vale  $-1$  y cada vocal vale  $2$ , ¿cuál es el resultado de la siguiente expresión:  $[P \cdot (A + N) + G \cdot E]^4$ ?  
a) 1    b)  $-1$     c) 4    d)  $-9$     e) 9
- 4) A Rafa le ha caído un poco de tinta en el folio y no se ve el número que hay debajo. ¿Puedes ayudarlo?  $3 - [4 + 2 \cdot \text{?}] = 1$   
a) 3    b)  $-2$     c)  $-1$     d) 0    e) 2

- 5) ¿Cuál es el área de la zona sombreada sabiendo que la base horizontal de la figura mide 40 cm?



- a)  $100\pi \text{ cm}^2$
  - b)  $200\pi \text{ cm}^2$
  - c)  $300\pi \text{ cm}^2$
  - d)  $400\pi \text{ cm}^2$
  - e)  $600\pi \text{ cm}^2$
- 6) ¿Cómo sigue la serie 1, 3, 6, 10, 15, ...?  
a) 18    b) 19    c) 20    d) 21    e) 22
  - 7) Tres ciclistas hacen un mismo recorrido de 60 kilómetros. El primero va todo el rato a 20 km/h. El segundo recorre la primera mitad a 10 km/h y la segunda mitad a 30 km/h. El tercero hace un tercio a 5 km/h y dos tercios a 25 km/h. ¿Cuál de ellos tarda menos tiempo en llegar?  
a) El primero  
b) El segundo  
c) El tercero  
d) Tardan los tres el mismo tiempo  
e) No es posible decidirlo con estos datos
  - 8) ¿Cuántos segundos son la mitad de la cuarta parte de un tercio de hora?  
a) 120    b) 150    c) 180    d) 210    e) 200
  - 9) ¿Cómo sigue la serie 1, 3, 7, 15, 31, ...?  
a) 63    b) 42    c) 40    d) 52    e) 54
  - 10) En mi clase hay 30 alumnos y hay seis chicas más que chicos. ¿Cuántos chicos hay?  
a) 15    b) 9    c) 8    d) 10    e) 12
  - 11) Si hemos tardado un tercio de hora en pintar la parte triangular y habíamos empezado a pintar a las 9:25 horas, ¿a qué hora acabaremos si seguimos al mismo ritmo?



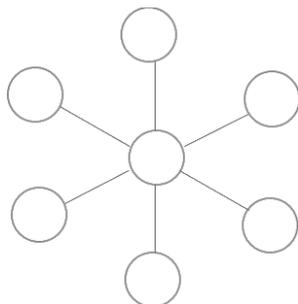
- a) A las 10:25 horas  
 b) A las 10:55 horas  
 c) A las 10:40 horas  
 d) A las 11:10 horas  
 e) A las 11:05 horas
- 12) ¿Qué es mayor, el 35% de 71 o el 71% de 35?
- a) El 35% de 71  
 b) El 71% de 35  
 c) Son iguales  
 d) Depende de cómo se haga el porcentaje  
 e) No se puede calcular
- 13) La mitad del triple de la cuarta parte de un número es 15. ¿Cuál es el número?
- a) El 10  
 b) El 12  
 c) El 18  
 d) El 32  
 e) El 40

- 14) ¿Cuántos paralelogramos hay en la imagen?



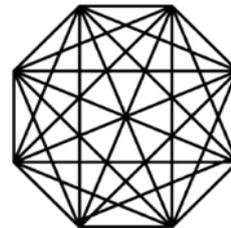
- a) 4    b) 5    c) 6    d) 9    e) 12
- 15) ¿Cuál de los siguientes números es divisible entre 33?
- a) 30 264  
 b) 10 827  
 c) 10 560  
 d) 10 201  
 e) 12 345

- 16) En los círculos tenemos que poner los números del 1 al 7 de modo que la suma de tres números alineados siempre sume 10. ¿Qué número ha de ir en el centro?



- a) 5    b) 4    c) 3    d) 2    e) 1

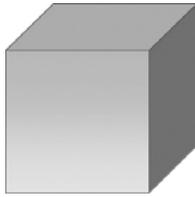
- 17) ¿Cuántos nueves podemos encontrar en los números que hay entre el 0 y el 100?
- a) 10    b) 12    c) 16    d) 18    e) 20
- 18) ¿En cuántos ceros acaba el producto  $8 \cdot 25 \cdot 2 \cdot 25 \cdot 4 \cdot 5$ ?
- a) 2    b) 3    c) 4    d) 5    e) 6
- 19) Si el lado de un cuadrado mide 5 cm, el lado de otro cuya área sea doble que la del primero medirá:
- a) Algo más de 7 cm  
 b) 10 cm  
 c) 7,5 cm  
 d) Algo menos de 9 cm  
 e) 6 cm
- 20) ¿Cuántos lados y diagonales tiene el siguiente octógono?



- a) 15    b) 20    c) 24    d) 28    e) 32
- 21) ¿Cuántos números capicúas de tres cifras que empiecen por una cifra impar son múltiplos de nueve?
- a) 3    b) 4    c) 5    d) 6    e) 7
- 22) Roberto ha olvidado el número pin de su móvil, pero sí recuerda lo siguiente: el pin tiene cuatro dígitos no nulos, es capicúa, múltiplo de 5 y también múltiplo de 3. Su móvil se bloquea tras tres intentos. Si Roberto es habilidoso en matemáticas, ¿cuál de las siguientes respuestas es correcta?
- a) Acertará seguro en alguno de los tres intentos  
 b) Acertará seguro con un solo intento  
 c) No se puede asegurar que acierte en solo tres intentos  
 d) Acertará seguro en los dos primeros intentos  
 e) No se puede dar una respuesta segura
- 23) Carlos y Pablo tienen varios libros en su mochila. Si Carlos le da uno a Pablo, Pablo tendría el doble que Carlos, pero si es Pablo el que le da uno a Carlos, ambos tendrían la misma cantidad. ¿Cuántos libros tiene Pablo?

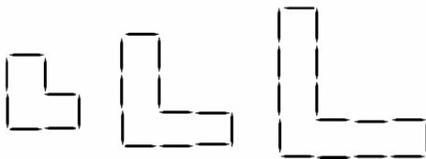
- a) 5    b) 6    c) 7    d) 8    e) 9

- 24) Tenemos un montón de varillas cuyas longitudes son siempre números naturales, desde uno hasta veinte centímetros. Además, tenemos una caja cúbica de 6 cm de lado.



¿Cuál es la longitud (en centímetros) de la mayor varilla que podremos meter por completo dentro de la caja?

- a) 6    b) 10    c) 7    d) 9    e) 12
- 25) Lucas está construyendo la letra L con palillos y cada vez construye una L más grande que la anterior. Aquí tienes las tres primeras.



Hoy ha decidido construir la L número 20 y, para ello, ha comprado una caja con 100 palillos. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a) Le sobran 26 palillos  
 b) Le faltan 10 palillos  
 c) Le sobran 16 palillos  
 d) Le faltan 31 palillos  
 e) Tiene justo los palillos que necesita

**Soluciones:**

$$1c - 2d - 3e - 4c - 5a - 6d - 7a - 8b - 9a - 10e - 11e - 12c - 13e - 14d - 15c - 16e - 17e - 18d - 19a - 20d - 21d - 22a - 23c - 24b - 25c$$

**Ronda Final**

- 1) Laura tiene un alambre de 24 cm de longitud y quiere usarlo para construir con él las aristas de un cubo lo más grande posible de modo que no se desperdicie alambre. ¿Qué volumen tendrá el cubo resultante?
- a)  $8 \text{ cm}^3$   
 b)  $12 \text{ cm}^3$   
 c)  $16 \text{ cm}^3$   
 d)  $27 \text{ cm}^3$   
 e)  $64 \text{ cm}^3$
- 2) Si P es un punto del interior de una circunferencia, ¿cuál es la cantidad máxima de puntos de la circunferencia que podrían estar a 2 cm de P?

- a) No se puede decidir con esos datos  
 b) 1  
 c) 2  
 d) 3  
 e) 4

- 3) ¿Cuál de los siguientes números no es  $\frac{2}{5}$ ?

- a)  $\frac{20}{50}$     b) 0,4    c)  $\frac{2^2}{5^2}$     d)  $\frac{2+2}{5+5}$     e)  $\frac{6}{15}$

- 4) En una clase de 2º de ESO sabemos que exactamente  $\frac{2}{3}$  de los alumnos son morenos. Además, justo  $\frac{2}{5}$  de los alumnos juega a baloncesto. Por otro lado, la mitad exacta de la clase son chicas. Sabiendo que en clase hay menos de 50 alumnos, ¿cuántos hay en total?

- a) 20    b) 24    c) 30    d) 35    e) 18

- 5) Raúl está deseando que llegue el verano y ha decidido empezar a llenar la piscina. Tiene tres mangueras iguales en el jardín y sabe que si usa solo una manguera, la piscina tardará 24 horas en llenarse. ¿Cuántas horas tardará en llenarse la piscina si utiliza a la vez las tres mangueras del jardín?

- a) 72    b) 48    c) 24    d) 12    e) 8

- 6) El coche de Juan tiene un maletero enorme. La capacidad de los maleteros suele medirse en litros. Juan mide las dimensiones de su maletero y ve que mide dos metros de ancho, uno de profundidad y medio metro de alto. ¿Qué capacidad en litros tiene el maletero?

- a) 100    b) 10    c) 1 000    d) 500    e) 400

- 7) Al trazar el ortocentro de un triángulo, observamos que coincide con uno de los vértices del triángulo. ¿Qué podemos deducir?

- a) Que es un triángulo equilátero  
 b) Que es un triángulo obtusángulo  
 c) Que es un triángulo isósceles  
 d) Que es un triángulo rectángulo  
 e) No podemos deducir nada en especial

- 8) Si cuatro gatos cazan cuatro ratones en cuatro minutos, ¿cuántos gatos cazan cien ratones en cien minutos?

- a) Cien gatos  
 b) Cincuenta gatos  
 c) Treinta gatos  
 d) Cuatro gatos  
 e) No se puede saber

- 9) ¿Cuánto es  $5 + 5 \cdot 5 - 5 : 5$ ?

- a) 45    b) 5    c) 29    d) 49    e) 9

10) En clase de Víctor todos los alumnos juegan a baloncesto, a bádminton o a las dos cosas. Hay 25 alumnos en total y sabemos que 15 practican el baloncesto y 18 juegan a bádminton. ¿Cuántos alumnos practican tanto baloncesto como bádminton?

- a) 25    b) 18    c) 8    d) 13    e) 6

11) Si sabemos que reciclando el papel de cinco periódicos podemos fabricar un periódico nuevo, ¿cuántos periódicos podremos fabricar si tenemos de partida 125 periódicos?

- a) 25    b) 20    c) 28    d) 31    e) 33

12) Hemos descubierto una operación nueva, \*. Nos dicen que  $a * b = a^b - b^a$ . ¿Podrías decir cuánto es  $0 * 2$ ?

- a) -2    b) 2    c) 0    d) 1    e) -1

13) ¿Qué edad tengo ahora si dentro de cinco años tendré el doble de la que tenía hace quince?

- a) 25    b) 30    c) 35    d) 38    e) 42

14) Una tienda de bicis decide rebajar un 20% el precio de una bicicleta que costaba 200 €. Días después sube el precio de la bici un 20%. ¿Cuánto costará tras esa última subida?

- a) Lo mismo que antes, 200 €  
 b) Más de 200 € pero menos de 250 €  
 c) Más de 250 €  
 d) Menos de 200 € pero más de 150 €  
 e) Menos de 150 €

15) ¿Cuál de los siguientes enteros se aproxima más a  $\sqrt{2015}$ ?

- a) 27    b) 44    c) 42    d) 31    e) 52

16) Paula tiene un 20% más de cómics que Rodrigo. ¿Qué fracción de sus cómics tendría que dar Paula a Rodrigo para que los dos tuvieran la misma cantidad?

- a)  $\frac{1}{12}$     b)  $\frac{1}{10}$     c)  $\frac{2}{7}$     d)  $\frac{1}{5}$     e)  $\frac{1}{20}$

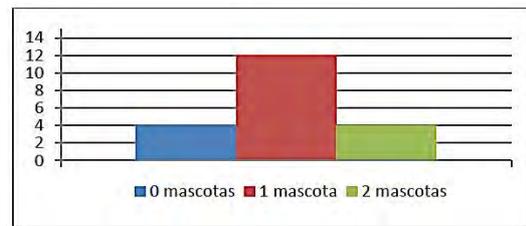
17) ¿Cuántas palabras de cinco letras, con o sin sentido, se pueden formar con las letras de la palabra MATES sin repetir ninguna letra?

- a) 60    b) 40    c) 100    d) 120    e) 80

18) ¿Cuál de los siguientes números es par sea el que sea el número entero  $n$ ?

- a)  $2015 + 2n$   
 b)  $2015n$   
 c)  $2015 \cdot (n - 1)$   
 d)  $2015 + (n - 1)$   
 e)  $2015 - (2n - 1)$

19) Hemos hecho una encuesta entre nuestros compañeros de clase sobre el número de mascotas que tienen. Esta es la gráfica que hemos obtenido:



¿Cuántas mascotas hay de media en clase?

- a) 1,2    b) 2    c) 1    d) 0,8    e) 1,5

20) Julio y Lucía están jugando a dos juegos. Julio juega a uno en el que se gana si al tirar un dado dodecaédrico numerado del 1 al 12 obtenemos un número par. Lucía juega a otro en el que se gana si al tirar un dado icosaédrico numerado del 1 al 20 obtenemos un número primo (ten en cuenta que el 1 no es primo). ¿Quién tiene más probabilidad de ganar?

- a) Los dos por igual  
 b) Es más fácil de ganar con el juego de Julio porque se gana dos de cada cinco veces  
 c) Es más fácil de ganar con el juego de Lucía porque se gana dos de cada cinco veces  
 d) Es más fácil de ganar con el juego de Lucía porque se gana una de cada dos veces  
 e) Es más fácil de ganar con el juego de Julio porque se gana una de cada dos veces

21) Nos dicen que dentro de un sobre hay escritos tres números naturales distintos de cero y que todos son diferentes. Además, sabemos que la media de los tres números es 10. ¿Cuál es el mayor número que podría estar escrito dentro del sobre?

- a) 40    b) 28    c) 27    d) 12    e) 55

22) ¿Qué ángulo en grados forman las manillas de un reloj a las 15:30 horas?

- a)  $90^\circ$     b)  $60^\circ$     c)  $45^\circ$     d)  $75^\circ$     e)  $50^\circ$

23) Carlos se ha aficionado a tocar la guitarra y ha decidido comprarse una con su correspondiente funda. En la tienda le dicen que la guitarra con la funda cuesta 120 € y que la guitarra cuesta 90 € más que la funda. ¿Cuánto cuesta la funda?

- a) 30 € b) 25 € c) 20 € d) 15 € e) 10 €

24) A Belinda le han dicho que solo uno de estos enunciados es cierto:

- El concierto es el martes
- El concierto no es el miércoles
- El concierto es el jueves
- El concierto no es el martes
- El concierto es el viernes

Entonces... ¿cuándo es el concierto?

- a) El lunes  
b) El martes  
c) El miércoles  
d) El jueves  
e) El viernes

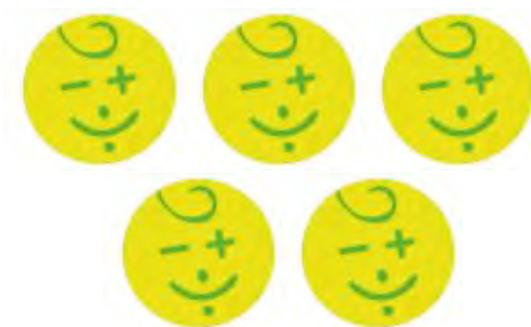
25) Si cada letra corresponde a una cifra diferente del 1 al 6, ¿cuál es el valor de la letra L? Pista: la O vale 2.

$$\begin{array}{r} \text{MAR} \\ \text{MAR} \\ \text{MAR} \\ + \text{MAR} \\ \hline \text{OLAS} \end{array}$$

- a) 1    b) 3    c) 4    d) 5    e) 6

**Soluciones:**

1a – 2c – 3c – 4c – 5e – 6c – 7d – 8d – 9c – 10c – 11d – 12e – 13c – 14d – 15b – 16a – 17d – 18e – 19c – 20e – 21c – 22d – 23d – 24c – 25a



En el Concurso de Matemáticas Pangea 2015 las Rondas Finales tuvieron lugar en Alicante, Barcelona, Madrid, Santander, Sevilla y Valladolid. La fecha y sede de la Final del Concurso de Matemáticas Pangea en Santander fue el sábado 18 de abril de 2015 en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria.

Los ganadores del Concurso de Matemáticas Pangea 2015 en el nivel de 2º de ESO fueron los indicados a continuación:

Álvaro Domingo (Tarragona)  
Primer Premio: 200 € + Viaje a Frankfurt

**Mirela Langa (Cantabria)**  
Segundo Premio: 150 € + Viaje a Frankfurt

Lucas Cuesta (Madrid)  
Tercer Premio: 100 € + Viaje a Frankfurt

Lucía Atucha (Madrid)  
Cuarto Premio: 75 €

Jacobo Villar (Madrid)  
Quinto Premio: 50 €

Como puede observarse, la cántabra Mirela Langa, del colegio San José, de Santander, se clasificó segunda a nivel nacional.



Mirela Langa recogiendo el Segundo Premio a nivel nacional en la Ceremonia Final celebrada en Madrid el 22 de mayo de 2015.

Desde este Boletín nos sentimos especialmente orgullosos de Mirela, por el tesón, la ilusión, el esfuerzo y el trabajo que ha desempeñado durante las dos pruebas realizadas. Sin su afán, sacrificio y empeño no hubiera podido vivir la experiencia tan bonita que ha vivido y de la que damos cuenta en las líneas siguientes.



Mirela Langa, junto a otros tres finalistas españoles, rumbo a Alemania para asistir a la Ceremonia Internacional del Concurso de Matemáticas Pangea 2015.



Mirela Langa y otros finalistas españoles del Concurso de Matemáticas Pangea en diferentes momentos de la Ceremonia Internacional, celebrada en Frankfurt, Alemania, el 12 de junio de 2015.

Mirela Langa y la expedición española de Pangea de turismo por Frankfurt, Alemania.

“Gracias al Concurso de Matemáticas de Pangea se ha cumplido uno de mis sueños: triunfar en algo que me gusta. El viaje a Frankfurt, la ciudad de las salchichas, ha sido el premio más espectacular. Casi todo ha sido perfecto: el viaje en avión, el hotel, las excursiones por la ciudad, la visita al museo Mercedes-Benz,... He dicho casi todo ya que la Ceremonia Internacional fue en alemán y, por eso, me entró el sueño. Sin embargo, hubo cosas divertidas, como los trucos de magia. Lo que más me gustó fue el ambiente familiar que había entre todos y, aunque nos conocíamos de tan solo dos días, tenía la impresión de que se tratara de toda la vida”.

Mirela Langa



Más información del Concurso de Matemáticas Pangea puede obtenerse a través de estas vías:

página web:

<http://concursopangea.visionlingua.com/wp>

email:

[pangea@visionlingua.com](mailto:pangea@visionlingua.com)

## LIBROS Y MATERIALES DESTACADOS

Esta sección ofrece referencias de libros y materiales seleccionados de cuantos se han publicado o elaborado a lo largo del año 2015, además de otros que a nuestro criterio son merecedores de su inclusión en esta lista. La relación ha sido confeccionada pensando en el interés general de los lectores del Boletín. Es nuestro deseo que la selección de textos y materiales incluidos, que cubre un amplio abanico de temas y, por tanto, de preferencias, sea de utilidad. Creemos, y ese ha sido el espíritu que hemos empleado al efectuar la recopilación de los libros y materiales expuestos, que cualquier lector encontrará algún texto o material desconocido para él y que lo conducirá hacia su lectura o estudio. Con el objetivo de que sirva de orientación, siempre para cada libro se incluye algún fragmento o resumen de su contraportada.

### LIBROS

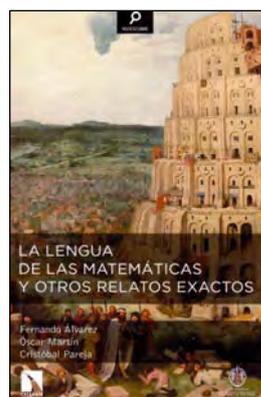


**Nuestro universo matemático. En busca de la naturaleza última de la realidad. Max Tegmark. Antoni Bosch Editor. ISBN: 978-84-941076-0-3. 456 páginas.** En este libro, Max Tegmark, uno de los físicos en activo más originales, nos conduce por un asombroso viaje que explora los misterios revelados por la cosmología, permitiéndonos descubrir la naturaleza de la realidad. Parte historia del cosmos, parte aventura intelectual, *Nuestro universo matemático* viaja desde el Big Bang hasta el futuro distante a través de mundos paralelos, a lo largo de todas las escalas posibles —desde la subatómica hasta la intergaláctica—, mostrando cómo las matemáticas proporcionan respuestas a nuestras preguntas sobre el mundo. ¿De dónde venimos? ¿Qué hace que el universo sea como es? En definitiva, ¿por qué estamos aquí? Con claridad meridiana, Max Tegmark examina estos misterios profundos permitiendo adentrarnos en las más vanguardistas y alucinantes teorías de la física. Lo que propone es una idea elegante y fascinante a la vez: que nuestro mundo físico no sólo puede ser descrito por las matemáticas, sino que es matemáticas.

**La poesía de los números. Cómo las matemáticas iluminan mi vida. Daniel Tammet. Blackie Books. ISBN: 978-84-16290-11-6. 278 páginas.**

- Cerrad los ojos. Imaginad un espacio sin límites
- Imaginad los movimientos de una partida de ajedrez perfecta
- Imaginad que el número 4 pudiera decirse de muchas maneras diferentes

- Imaginad los acontecimientos infinitesimales que pueden conducir a que estalle la revolución en un país
- Imaginad una tribu que, por no saber contar, no planea nada que se prolongue más de un día
- Imaginad a Shakespeare descubriendo el número cero y las dimensiones de una ausencia
- Imaginad que pudierais leer un libro de una infinidad de maneras distintas. Me llamo Daniel Tammet y soy sinestésico: percibo los números con colores y siluetas. En mi cabeza, contar es como pasear por un bosque. Tengo diagnosticado, además, el *síndrome del sabio*: puedo aprender un idioma en una semana y recitar decimales del número pi durante cinco horas (por eso me dieron un Guinness). De pequeño resolví que, si conseguía reunir suficientes recuerdos y someterlos a un patrón estadístico, podría predecir el comportamiento de mi madre. Los números primos poseen para mí la belleza de la poesía. No entendí lo que me sucedía hasta que conocí a Rain Man (al de verdad). Cada mañana me siento en mi escritorio y me pregunto: ¿y si...?



**La lengua de las matemáticas y otros relatos exactos. Fernando Álvarez, Óscar Martín, Cristóbal Pareja. Colección Redescubre. Los libros de la Catarata. ISBN: 978-84-9097-001-0. 128 páginas.** El lector conoce, sin duda, que en el Egipto faraónico de los ptolomeos, Eratóstenes halló la longitud de la circunferencia de la Tierra, asomándose a un pozo que reflejaba los rayos del Sol. Pero quizá le sorprenda saber que, de

todo el antiguo mundo occidental, solo allí podía hacerse ese descubrimiento. Otra historia mil veces repetida cuenta que Tales de Mileto, con la sola ayuda de un palo, pudo determinar la altura de la Gran Pirámide, pero un poco de astronomía plantea hoy serias dudas sobre la versión popular. En esta obra se recogen muchas historias antiguas, porque es probable que la invención de las matemáticas –pues invención fue– viniese impulsada en su origen por el deseo de medir el mundo. No en vano, Aristarco, utilizando sus eclipses como una regla graduada, fue capaz de decir a sus coetáneos cuán lejos estaba el Sol y cuán cerca la Luna. Así, de la mano de personajes como Tales de Mileto, Eratóstenes, Al-Juarismi, Arquímedes, Bach y Beethoven, este libro nos pasea por estos y otros relatos –relatos exactos, al decir de los autores– para desvelarnos la belleza de las matemáticas.

**XIX Concurso de Primavera de Matemáticas 2015. Asociación Matemática Concurso de Primavera. ISBN: 978-84-606-5943-3. 126 páginas.** En este libro están resueltos los problemas de las dos fases del XVIII Concurso de Primavera de Matemáticas 2014. El texto también contiene los enunciados del XXXII Concurso “Puig Adam” de Resolución de Problemas, del XIV Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid, de la LI Olimpiada Matemática, Comunidad de Madrid y de la XX Olimpiada de Mayo. Este texto se convierte así en un valioso material para que todos los profesores de matemáticas puedan usarlo en su labor docente.



**Lógicas de nuestro tiempo. Ángel Garrido. Editorial Dykinson, SL. ISBN: 978-84-9085-062-6. 242 páginas.** Un campo de investigación científica actual, de los verdaderamente más serios y potentes, es el de la inteligencia artificial (también llamada computacional). Dentro de ella disponemos de una de sus armas más valiosas: la fuzzy logic (lógica difusa). Se suele creer que esta partió de una especie de “idea feliz” de un matemático e ingeniero azerí, Lofti A. Zadeh, profesor de California. Pero esto no es así: la lógica multivaluada (many-valued logic) tiene sus raíces en el mismo Aristóteles, con su análisis del problema de los “futuros contingentes”, para seguir en tiempos medievales con Duns Scotus y Ockham, atravesando la famosa polémica “De Auxiliis”, que enfrentó a Domingo Báñez con Luis de Molina, pues lleva implícita la cuestión del libre albedrío humano y la prescien-

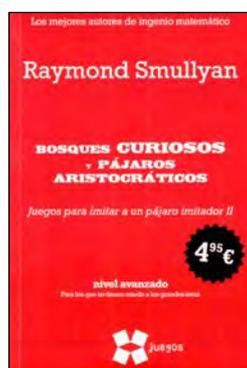
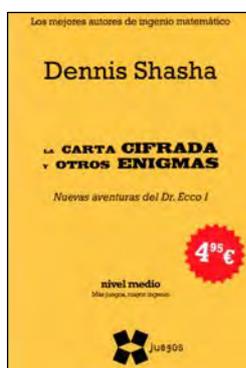
cia divina. Tras unos largos tiempos oscuros, a través de una línea de influencia centroeuropea, que pasa por Leibniz, Bolzano, Brentano y Twardowski, llegamos a la formación de la Escuela de Lvov-Varsovia, que dio lugar a grandes lógicos y matemáticos, como Stefan Banach, creador del moderno análisis funcional, Jan Łukasiewicz, que es el padre de las lógicas multivaluadas, y su ayudante, Alfred Tarski, con su teoría semántica de la verdad. Pocas veces la mente humana alcanzó tan altas cimas. Las ideas de Łukasiewicz, siempre preocupado por el problema del determinismo, fueron bien conocidas por Stephen C. Kleene, y por él llegaron a su amigo Zadeh, quien vio sus potenciales aplicaciones y con gran entusiasmo las dio a conocer. En esta obra se analizan aspectos fundamentales, con su evolución histórica.

**Lógica aplicada. Vaguedad e incertidumbre. Ángel Garrido. Editorial Dykinson, SL. ISBN: 978-84-9085-225-5. 236 páginas.** Las lógicas actuales (en particular, las multivaluadas) se encuentran en la intersección de, al menos, tres áreas de conocimiento: filosofía, matemáticas y ciencias de la computación. Que lo tratado abarque de ella una región mayor o menor va a depender del enfoque que se le dé y de las cuestiones tratadas. En este volumen se ponen en claro, sistematizándolas de paso, las lógicas difusas y algunas otras, junto con sus aplicaciones al razonamiento con incertidumbre. Esto ha resultado muy útil en diversos campos, como el de la medicina, el derecho o las ingenierías, pero cada vez más en muchos otros, como los de las humanidades. Pues, tanto las matemáticas clásicas como, sobre todo, las no-clásicas pueden utilizarse en el procesamiento de problemas cuando nos movemos en entornos con vaguedad e incertidumbre. Entre lo que han generado se tienen los algoritmos genéticos, la “computing with words”, el control difuso de sistemas, las redes neuronales artificiales, los fractales, la teoría del caos, etc.

**Lógica matemática e inteligencia artificial. Ángel Garrido. Editorial Dykinson, SL. ISBN: 978-84-9085-426-6. 256 páginas.** Esta obra pretende llenar un cierto vacío en la bibliografía en español sobre estos temas. Por ello, en primer lugar, se han tratado ciertos grandes lógicos, que no son los más mencionados; entre ellos, Bolzano, Brentano, Twardowski, Lesniewski, la Escuela de Lvov-Varsovia (ELV), en su contraste con el mucho más “mediático” Círculo de Viena (el Wiener Kreis). Sus antecesores, como fueron Leibniz o los mencionados Bolzano y Brentano; sus discípulos, Husserl y Twardowski, dando lugar este a un brillante grupo, con Łukasiewicz, Tarski, Banach. También se trata de Peirce, Hilbert y Zermelo. Y también de otros fundamentales, como Russell,

Whitehead y Wittgenstein. Sin dejar de mencionar a Brouwer y a su discípulo, Heyting. Así como Church, Kleene o Zadeh. Se abordan, asimismo, las mutuas relaciones entre lógica, análisis e inteligencia artificial, materias que por su importancia y actualidad reclaman la atención de todo el público inteligente.

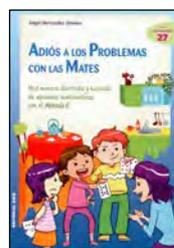
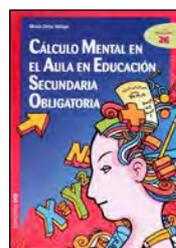
**El libro perdido de Aristóteles. Iván González Cruz. Editorial Dykinson, SL. ISBN: 978-84-9085-432-7. 274 páginas.** A partir del estudio de estética de Aristóteles, este libro demuestra la vigencia de su pensamiento en la teoría y la práctica artística, a través de una serie de aportaciones que convertirán su contenido en un referente para el desarrollo del talento y la creación. Varios objetivos se hallan implícitos en esta obra, entre ellos la formación de una sensibilidad crítica, el fomento de la imaginación, a la par de constituir una valiosa fuente documental para el investigador sobre las leyes universales que rigen la dramaturgia y el universo del arte escénico, siendo un texto en sí mismo inspirador para todos aquellos que se interesan o dedican al mundo de la cultura. Bajo el título general de *El guión de Aristóteles* se aborda igualmente la influencia del ideario de este filósofo en la narratología teatral, cinematográfica y literaria; la temática de los géneros; y la concepción aristotélica de puesta en escena.



**La carta cifrada y otros enigmas. Nuevas aventuras del Dr. Ecco I. Colección Juegos. Nivel medio. Dennis Shasha. Editorial Gedisa. ISBN: 978-84-9784-721-6. 220 páginas.** Otra de las pistas para liberar al Dr. Ecco llegó en forma de nota y decía: "Aerolíneas de la Micronesia presta servicio a las siete principales islas de la Micronesia. Esta compañía, aunque pequeña, se ufana de su eficiencia y desea garantizar que el viaje de una isla a otra no requerirá más de dos horas, y no exigirá realizar transbordos. Desea, además, garantizar que haya un vuelo desde cualquier isla a cualquier otra cada tres horas. Así pues, los viajeros deberían tener garantía de que podrán llegar a otra isla antes de transcurridas cinco horas de la llegada al aeropuerto, y sin

tener que cambiar de avión. El vuelo de una isla a otra tarda aproximadamente una hora, por lo que cada vuelo puede a lo sumo hacer escala en un punto. Debe tenerse bien presente que ningún pasajero ha de tener que cambiar de avión. Aerolíneas acaba de comprar otros tres aviones más, y ahora dispone de siete". ¿Es posible organizar los vuelos de forma que se garantice el cumplimiento de estas condiciones?

**Bosques curiosos y pájaros aristocráticos. Juegos para imitar a un pájaro imitador II. Colección Juegos. Nivel avanzado. Raymond Smullyan. Editorial Gedisa. ISBN: 978-84-9784-716-2. 158 páginas.** El sociólogo de pájaros residente en el bosque de Curry planteó al inspector Craig su problema. "En este bosque", dijo el profesor, "ciertos pájaros cantan en determinados días. Me he propuesto averiguar qué pájaros cantan en qué días a través de una ley general, pero hasta hoy no he encontrado ese principio unificador. Lo único que he podido hallar son cuatro leyes que me dan una información parcial, pero no veo cómo puedo determinar a partir de ellas qué pájaros cantan en qué días. Tiene que haber una sola ley general que unifique estas cuatro. ¿Podrá usted ayudarme?". "Haré lo que pueda", dijo Craig. "¿Cuáles son las cuatro leyes?". "Bien, tenemos aquí un pájaro muy especial P. No sé su especie pero eso no interesa. Lo importante es que dados dos pájaros cualesquiera x e y -iguales o diferentes- valen las siguientes leyes: Ley 1: si y canta un día dado, entonces Pxy canta ese día; Ley 2: si x no canta un día dado, entonces Pxy canta ese día; Ley 3: si el pájaro x y el pájaro Pxy cantan ambos un día dado, entonces y canta ese día; Ley 4: para todo pájaro x, existe un pájaro y tal que y canta en los días en que Pxy canta y sólo en esos días". ¿Podrá el inspector Craig descubrir cuál es esa gran ley?



**Cálculo mental en el aula en Educación Secundaria Obligatoria. María Ortiz Vallejo. Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Educadores – 26. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9023-184-5. 160 páginas.** El libro consta de tres grandes capítulos. En el primer capítulo se presentan las bases teóricas del cálculo mental que se consideran necesarias para empezar a trabajar. En el segundo capítulo se aplica el

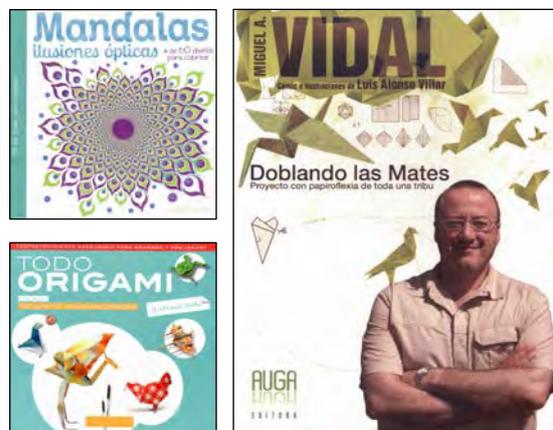
cálculo mental, tanto para la resolución de situaciones cotidianas como para la resolución de ejercicios y problemas que corresponden a los contenidos matemáticos de cada uno de los tres primeros cursos que comprende la ESO. El último capítulo también es eminentemente práctico aunque de carácter lúdico. En total se presentan más de 1 000 actividades (ejercicios, problemas y juegos), de las cuales la mayoría vienen con solución; el resto no se facilitan, bien por su mínima dificultad o por ser procedimientos de carácter libre. Culmina esta obra el proceso iniciado con la publicación del libro *Cálculo mental en el aula* (Editorial CCS, 2011), seguido de los tres manuales para los tres Ciclos de Educación Primaria. Su objetivo es introducir y facilitar la enseñanza-aprendizaje del cálculo mental en las etapas básicas de la enseñanza.

**Adiós a los problemas con las mates. Una manera divertida y natural de aprender matemáticas con el Método E.** Ángel Hernández Jiménez. Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Educadores – 27. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9023-269-9. 88 páginas. El libro pretende que el niño de 6 a 8 años adquiera buenos fundamentos matemáticos de manera divertida, natural y sin esfuerzo tanto para él como para el adulto que lo acompaña. En esta idea se basa el *Método E*, un novedoso sistema de juegos con cartas. El autor explica en el libro la forma de ponerlo en práctica, al alcance de cualquier persona.

**Aprendo matemáticas con cuentos.** Ascensión Díaz Revilla. Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Alumnos – 14. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9023-132-6. 90 páginas. Una forma distinta de ser creativos con las matemáticas. Los contenidos de matemáticas se convierten en divertidos personajes que ayudan a entender de una forma más amena, más eficaz y más entretenida esta asignatura. Se aprende vocabulario de matemáticas sin darse uno cuenta. Se disfruta leyendo estos cuentos y se coge cariño a los personajes; ellos ayudan a crecer como persona, ya que se potencian valores tan importantes como el respeto, la tolerancia, la autoestima, la amistad, etc. Es un material muy útil para profesores de Primaria. Con estos cuentos conseguirán motivar a sus alumnos de una forma sorprendente; los niños verán las matemáticas como algo menos abstracto, más divertido y más cercano a ellos y a sus vivencias.

**Mandalas. Ilusiones ópticas.** Varios autores. Vox. Larousse Editorial. ISBN: 978-84-16368-06-8. 64 páginas. Más de 60 ilusiones ópticas que puedes recrear a tu gusto. Rotuladores, pinturas, pasteles... sorpréndete con diferentes

técnicas y deja volar la imaginación y la creatividad. Con el paso de las páginas, y gracias a los colores que elijas, las ilusiones que aparecen se convierten en únicas y tu Art Book para colorear ¡se transforma en un original libro de arte!



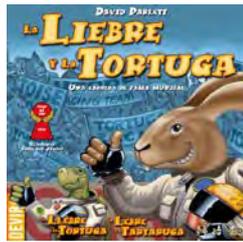
**Todo origami.** Didier Boursin. Larousse Editorial. ISBN: 978-84-16124-79-4. 120 páginas. La creatividad del maestro Didier Boursin se muestra en todo su esplendor en forma de 40 modelos que ofrecen aviones de papel con diferentes grados de dificultad, una amplia variedad de animales y otras sugerentes propuestas que proporcionan cientos de horas de entretenimiento a público de todas las edades. Para que la originalidad no resida sólo en las formas sino también en la materia prima, el libro se enriquece con 112 láminas fácilmente separables y decoradas con los motivos más variados.

**Doblando las mates. Proyecto con papiroflexia de toda una tribu.** Miguel A. Vidal. Auga Editora. ISBN: 978-84-939328-3-1. 172 páginas. Este libro nos ofrece una aproximación diferente a las matemáticas a través del origami. Sabremos qué es el origami y cómo la papiroflexia no es solo un ejercicio de entretenimiento. Aprender jugando y razonando es posible a través de este manual de un profesor singular. Ficción y realismo se dan la mano para construir figuras y entender con ellas las matemáticas. Esta propuesta es una mezcla de matemáticas y plástica, que une a la comunidad educativa en un proyecto común, estimula la interdependencia positiva y las habilidades sociales. ¿Por qué el origami modular dentro del aula? - Porque desarrolla la habilidad manual, la precisión y el esmero en los trabajos realizados. - Porque es una herramienta didáctica interesante y amena para el aprendizaje de conceptos y propiedades geométricas que también se puede practicar en el hogar. - Porque es una propuesta atractiva para combinar imaginación y creatividad con las ideas matemáticas. - Porque desarrolla la percepción espacial y la psicomotricidad.

## JUEGOS

### **La Liebre y la Tortuga**

es un ingenioso juego de carreras en el que debes deshacerte de todo el combustible (las zanahorias) antes de cruzar la línea de meta. Cuanto más lejos muevas, más zanahorias gastas y hay muchas maneras de conseguir más zanahorias a lo largo de la carrera. El juego está diseñado para que el azar prácticamente no intervenga en la partida y sea el jugador más astuto el que gane la carrera. Un juego divertido y emocionante para todos los públicos.



Como primer ganador del prestigioso premio "Spiel of Jahres" en 1979, *La Liebre y la Tortuga* siempre será considerado uno de los mayores clásicos modernos.

Más información en <http://www.devir.es>

**SuperTmatik Quiz Matemáticas. Eudactica. Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC).** Este juego de cartas fomenta la adquisición, la ampliación y la consolidación de una amplia gama de conocimientos matemáticos (fracciones, números romanos, geometría, símbolos y lenguaje matemático, problemas y mucho más). Cada juego incluye 54 cartas, con 378 cuestiones y sus respectivas respuestas, y tiene 4 niveles de dificultad.



Para proclamarse ganador del juego debe completarse la palabra "superT". La forma de conseguir cada una de sus letras está detallada en las instrucciones. ¡Ánimo, aplícate y sé el primero en reunir las!

Más información en <http://www.eudactica.com>

### **Los 10 Cerditos**

es un juego de cartas que gira alrededor del número 10. Cada vez que sumes 10 en el montón, te llevarás todas las cartas jugadas. Pero no te pases ni un pelo ¡o se llevará las cartas el vecino! Cuenta bien, dilo en alto y espera tener suerte... Quien llegue a 10 más veces con sus cartas será un buen lechón y ganará la partida.



Más información en <http://www.mercurio.com.es>



**Catan** es un juego de mesa multijugador, inventado por Klaus Teuber, que aúna estrategia con astucia y capacidad para negociar. Los jugadores tratan de colonizar una isla, Catán, rica en recursos naturales. El objetivo del juego es construir pueblos, ciudades y caminos sobre un tablero que es distinto cada vez, mientras se van acumulando

varios tipos de cartas. Todos estos elementos proporcionan distintas puntuaciones, ganando la partida el primer jugador que llega a los diez puntos. La popularidad del juego se debe, en parte, a que, mientras que su mecánica es relativamente simple, su dinámica es bastante compleja. Además, en un nivel recreativo, el juego tiene varias características que lo hacen apropiado para jugar en familia. Por ejemplo, no se elimina a nadie, y los jugadores que van por detrás del primero pueden intentar alcanzar ciertas metas que estén a su alcance, como construir una ciudad en un espacio determinado. En un nivel competitivo, el juego muestra el alcance del análisis adaptativo.

Más información en <http://www.devir.es>

**Genial** es un juego de tablero imaginativo, de reglas sencillas y fácil aprendizaje. Un increíble desafío intelectual que es capaz de enganchar a todos los públicos. ¿Cómo se juega? Los jugadores colocan fichas estratégicamente en el tablero y obtienen puntos si las sitúan de forma que consigan rectas de símbolos coincidentes.



Es importante diversificarse y procurar puntuar para todos los símbolos, porque al final de la partida, solo cuenta la peor de tus puntuaciones... ¡Genial!

Más información en <http://www.devir.es>

En **Ricochet Robots** los jugadores compiten por ser los que encuentran la forma más rápida de mover a los robots del tablero para llevarlos a la casilla objetivo. El que lo haga en menos movimientos será el ganador de cada turno. Los robots se mueven en línea recta y solo se detienen al llegar a una pared o a un obstáculo.



Como los robots no tienen frenos, deben servirse de obstáculos como los muros y los otros robots cada vez que quieren parar.



Más información en <http://www.devir.es>

**Rush Hour Shift** es el famoso juego de atascos, diseñado ahora para dos jugadores. Tu coche se encuentra en medio de un atasco y debes cruzar la ciudad antes que tu adversario esquivando el resto de vehículos... incluido el de tu oponente, que puede ser un molesto obstáculo si además juega sus cartas para ponértelo aún más difícil.

Cada movimiento cuenta en esta carrera para cruzar el atasco. A medida que robas cartas, necesitarás un poco de suerte y una buena estrategia para ganar. ¿Deberías usar tu turno para hacer avanzar a tu propio coche o para bloquear a tu adversario?

Los movimientos posibles son infinitos y el tablero móvil añade una dimensión totalmente nueva al juego. Justo cuando puedes pensar que ya tienes el camino libre a la salida, ¡una alteración en el tablero puede cambiarlo todo!



Más información en:

<http://www.thinkfun.com>

<http://www.mercurio.com.es>

# JORNADAS, TALLERES Y ENCUENTROS

## MATEMÁTICAS EN ACCIÓN

Una vez más, el Boletín de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) expone un resumen de las charlas celebradas dentro del ciclo de talleres *Matemáticas en Acción*, que organiza el Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación (MATESCO) de la Universidad de Cantabria (UC) desde hace once años. Sus principales responsables son los profesores Fernando Etayo Gordejuela y Luis Alberto Fernández Fernández. Los talleres tienen como objetivo principal divulgar el contenido matemático presente tanto en nuestras actividades cotidianas como en otras disciplinas científicas y están dirigidos a alumnos de la Universidad de Cantabria y a profesores de Educación Secundaria, aunque también asisten personas que muestran un interés especial por las matemáticas. *Matemáticas en Acción* celebra sus sesiones los miércoles (no todos) a lo largo del curso. Desde aquí felicitamos a Fernando y a Luis Alberto por el buen trabajo que realizan al elegir los temas y los profesores participantes en cada edición, así como por el éxito de los talleres.

Este año, por primera vez desde que se vienen celebrando los talleres, uno de los ponentes no pudo asistir a la cita. Los responsables se pusieron en contacto con los asistentes que habían facilitado sus direcciones de correo electrónico y les informaron de que se suspendía la charla del día 12 de noviembre de 2014 y, en su lugar, se celebraría una nueva el 6 de mayo de 2015, impartida por Fernando Etayo Gordejuela. La que estaba prevista para el 6 de mayo pasó a celebrarse el día 13 del mismo mes. Esto muestra cómo los profesores responsables de los talleres cuidan tanto a los asistentes como a los ponentes.

Veamos a continuación un resumen los diez talleres que han compuesto esta undécima edición de *Matemáticas en Acción*.

En junio de 2013 se produjo un argayo en Sebrango (Cantabria). La gestión de esta emergencia, y de todas aquellas que se producen por riesgos naturales, requiere un profundo conocimiento de las variables geológicas puestas en juego. Estas variables tienen un considerable apoyo matemático, que aporta a las observaciones y medidas credibilidad, fiabilidad y la posibilidad de modelar los mecanismos que dichas

variables indican. En el taller *Emergencias por riesgos naturales: el deslizamiento de Sebrango de 2013*, el profesor Alberto González, del Departamento de Ciencias de la Tierra y Física de la Materia Condensada, de la Universidad de Cantabria, mostró la experiencia real de un investigador en la gestión de procesos geológicos que entrañan un riesgo a los bienes y a las actividades humanas, centrándose en cómo se analizó el proceso activo en el argayo de Sebrango; qué variables se tuvieron en cuenta; cómo se midieron esas variables; qué herramientas numéricas dieron apoyo a las observaciones y medidas llevadas a cabo; cuáles son las partes más importantes en la fase de emergencia; y cómo se ejecutaron las mismas.



El profesor González en un momento de su charla.



Los asistentes al primer taller de la undécima edición de *Matemáticas en Acción*, participando de forma activa.

Con el título *Matemáticas contra los tumores cerebrales*, el profesor Víctor M. Pérez García, del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Castilla-La Mancha, describió los

esfuerzos que se están realizando para describir el comportamiento de tumores cerebrales primarios mediante modelos matemáticos. Este modo de proceder es prácticamente inédito dentro de la medicina, a pesar de ser muy utilizado en las ciencias cuantitativas y en las ingenierías. Además, mostró algunos ejemplos de los éxitos obtenidos y que pueden verse en la web de su grupo de investigación:

<http://matematicas.uclm.es/imaci/molab/home>

El tercer taller celebrado fue el impartido por la profesora Pilar Sabariego del IES Vega de Toranzo (Cantabria). Bajo el título **Rompiendo mitos con matemáticas en la ESO**, la profesora Sabariego mostró cómo a través de las matemáticas, y siguiendo una metodología “no tradicional”, alumnos de la ESO han conseguido demostrar, entre otras cosas, que el Viento Sur influye en la salud mental de las personas que tienen problemas psiquiátricos, que la Luna no influye a la hora de dar a luz, que EE.UU. es el país más rentable para realizar una película, cómo se refleja la endogamia existente en la zona pasiega en el IES Vega de Toranzo (mediante teoría de grafos) o cuáles son las mejores rutas para evacuar Vega de Pas.

**Modelización matemática de la sincronización macroscópica** fue el título elegido por Diego Pazó, del Instituto de Física de Cantabria (IFCA), para su taller. El profesor Pazó hizo un repaso de los ejemplos clásicos de sincronización macroscópica: desde los enjambres de luciérnagas a las células marcapasos del corazón. Posteriormente, introdujo los modelos que, desde hace unas décadas, han conseguido describir estos fenómenos de sincronización colectiva mediante modelos resolubles analíticamente.

David Ríos, del ICMAT-CSIC y la Real Academia de Ciencias, fue el encargado del taller **Matemáticas para un mundo más seguro: del análisis de riesgos al análisis de riesgos adversos**. Desde él nos explicó que muchos de los problemas más importantes a los que ha de enfrentarse la Humanidad en este siglo están relacionados con cuestiones de seguridad: desde el cambio climático, al terrorismo, pasando por la ciberseguridad o los accidentes aéreos. Se revisaron algunos modelos que permiten tratar este tipo de problemas, haciendo un recorrido que nos lleva desde el análisis de riesgos (AR) al análisis de riesgos adversarios (ARA). El primero es un proceso analítico sistemático para evaluar, gestionar y comunicar los riesgos, que se realiza para entender la naturaleza de las consecuencias negativas, no deseables para la vida humana, la salud, las propiedades y/o el medio ambiente (para reducir o eliminarlas). El

segundo expande al primero teniendo en cuenta que puede haber adversarios inteligentes dispuestos a incrementar nuestros riesgos. Todas las ideas expuestas fueron ilustradas con ejemplos de seguridad aérea, lucha frente a fenómenos meteorológicos extremos, seguridad urbana y ciberseguridad.

Una vez más, desde el Instituto de Física de Cantabria (IFCA), Teresa Rodrigo impartió la charla con el título **De grupos de simetría al Bosón de Higgs**. Desde un punto de vista histórico, la profesora Rodrigo describió cómo la teoría de grupos ha guiado la construcción del modelo estándar de física de partículas durante la segunda parte del siglo pasado, destacando en esta construcción los trabajos realizados por Emmy Noether. El Bosón de Higgs, descubierto en 2012, completa el modelo y confirma el mecanismo de ruptura de simetría origen de la masa de las partículas.



La profesora Rodrigo en un momento de su intervención.

El séptimo taller tuvo por título **Matemáticas de la vida: nuevas fronteras en biología de sistemas** y el profesor responsable fue Raúl Fernández, del Instituto de Biomedicina y Biotecnología de Cantabria (IBBTEC). En él, el profesor Fernández explicó cómo la profunda transformación que ha experimentado la biología en las dos últimas décadas, la entrada en la llamada era post-genómica, ha supuesto el paso de una ciencia eminentemente cualitativa, centrada en la descripción de las moléculas y los agentes que componen los sistemas biológicos, a una ciencia orientada al estudio de las dinámicas y propiedades de estos sistemas. Esto ha sido posible fundamentalmente gracias al desarrollo de nuevas tecnologías, que permiten, por primera vez, el estudio cuantitativo de los procesos moleculares que rigen el funcionamiento de la célula, tarea de la que se encarga la biología de sistemas y donde las matemáticas juegan un papel central. En el taller se estudiaron los métodos matemáticos que se utilizan en el análisis de la regulación genética

y se discutió sobre su utilidad y sus limitaciones. Además, se mostró cómo la complejidad y no linealidad de los sistemas biológicos plantean nuevos retos para la matemática aplicada.



El profesor Fernández posando en la sede del IBBTEC.

Los otros tres talleres que completaron el ciclo *Matemáticas en Acción* 2014-2015 fueron:

***El poder de los objetos matemáticos en el mundo actual: el operador laplaciano***, de Juan Luis Vázquez, del Departamento de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Madrid.



El profesor Vázquez durante su exposición.

***El mundo de las matemáticas y las matemáticas del mundo***, de Fernando Etayo Gordejuela, del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación de la Universidad de Cantabria.

***Modelado matemático en fotografía y sistemas de visión tridimensional***, de Antonio Martos, de Dogram, Oviedo.

Aprovechamos esta tribuna para agradecer a todos los profesores participantes su trabajo e interés por la divulgación matemática y esperamos que los asistentes hayan disfrutado del ciclo de talleres y les hayan sido inspiradores.

Los interesados en conocer más detalles de los talleres pueden dirigirse a la página web del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación: <http://www.matesco.unican.es>, donde encontrarán los materiales que utilizaron los ponentes durante sus exposiciones y que amablemente dejaron a disposición de todos aquellos que quieran estudiarlos con más profundidad.

A continuación se relacionan los objetivos generales propuestos para cada ciclo de *Matemáticas en Acción* y que, como se desprende de la excelente aceptación por parte del público, se ven sobradamente conseguidos:

- Difundir el papel esencial desempeñado por las matemáticas en campos muy variados del conocimiento científico y técnico.
- Mostrar la aplicación de las matemáticas a problemas reales y enseñar cómo se construyen modelos matemáticos para estudiar un problema real.
- Completar la visión de las matemáticas ofrecidas en las enseñanzas regladas con una visión interdisciplinar.
- Servir como punto de encuentro de personas provenientes de diferentes ámbitos que utilizan las matemáticas como base o herramienta fundamental en su trabajo o estudio.

El ciclo *Matemáticas en Acción* está especialmente dirigido a alumnos de la propia Universidad de Cantabria y a profesores de Educación Secundaria.

La entrada es libre y gratuita, por lo que no es necesaria matrícula previa alguna. Sin embargo, en cada sesión se realiza un control de firmas entre aquellas personas que estén interesadas en recibir certificación de asistencia al ciclo.

Los alumnos de grado de la UC podrán obtener el reconocimiento de un crédito ECTS con cargo a participación en actividades universitarias culturales si asisten, al menos, a ocho talleres de *Matemáticas en Acción* y presentan certificación (por los responsables de la actividad correspondiente) de haber realizado, al menos, ocho horas adicionales en actividades de divulgación científica realizadas en la Facultad de Ciencias, como pudieran ser:

- la asistencia al ciclo "Charlas de divulgación en el ámbito de la informática" o a otras conferencias de divulgación;

- las colaboraciones en olimpiadas científicas, proyecto Estalmat, jornadas de puertas abiertas, mentores y otras que se pudieran organizar.

Los profesores de Educación Secundaria que asistan, al menos, a seis talleres recibirán la correspondiente certificación que les permitirá obtener un crédito de formación.

<p style="text-align: center;">Sesiones</p> <p style="text-align: center;">del ciclo de talleres divulgativos</p> <p style="text-align: center;"><b>Matemáticas en Acción</b></p> <p style="text-align: center;">Curso 2015/2016</p>	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Día 28/10/15. <i>Balones de fútbol repletos de matemáticas</i>. José I. Royo, Departamento de Matemática Aplicada, Universidad del País Vasco.</li> <li>2. Día 11/11/15. <i>La banda de (Listing)-Möbius</i>. Marta Macho-Stadler, Departamento de Matemáticas, Universidad del País Vasco.</li> <li>3. Día 25/11/15. <i>Paradojas, falacias y otras curiosidades matemáticas</i>. Rafael Crespo, Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Valencia.</li> <li>4. Día 13/01/16. <i>Matemáticas para primitivos. Recursos cuantitativos en prehistoria</i>. Juan J. Ibáñez, Institució Milà i Fontanals-CSIC; Jesús González Urquijo, Departamento de Ciencias Históricas, IIIPC, Universidad de Cantabria; Igor Gutiérrez Zugasti, IIIPC, Universidad de Cantabria.</li> <li>5. Día 17/02/16. <i>Esferas y electrones: una bonita amistad</i>. Carlos Beltrán, Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación, Universidad de Cantabria.</li> <li>6. Día 02/03/16. <i>Matemáticas para controlar robots</i>. David Martín de Diego, ICMAT-CSIC.</li> <li>7. Día 16/03/16. <i>Paseo dialéctico por las ciencias: un ejemplo de emergencia de estructura estable. Lógica y dialéctica en investigación</i>. Evariste Sánchez-Palencia, Directeur de Recherche Emérite CNRS y Université Pierre et Marie Curie, París.</li> <li>8. Día 13/04/16. <i>Más allá del método de mínimos cuadrados. Teoría de aproximación y aplicaciones</i>. Francisco J. Marcellán, ICMAT-Universidad Carlos III de Madrid.</li> <li>9. Día 27/04/16. <i>Problemas matemáticos sin resolver que cualquier niño puede entender</i>. David Orden, Departamento de Física y Matemáticas, Universidad de Alcalá de Henares.</li> <li>10. Día 11/05/16. <i>Bases de datos visuales para simuladores de vuelo</i>. Daciana Bochis, INDRA, Madrid.</li> </ol>	
<p style="text-align: center;">Todos los talleres se desarrollan en el Salón de Actos de la Facultad de Ciencias, los miércoles de 18:00 a 19:30 horas.</p>	

# XVI DÍA ESCOLAR DE LAS MATEMÁTICAS

El 21 de octubre de 1914 nació Martin Gardner, filósofo de formación, periodista por dedicación y divulgador científico, reconocido en gran medida por sus libros de matemática recreativa. Para conmemorar el centenario del nacimiento de Gardner, la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) propuso dedicar el Día Escolar de las Matemáticas (DEM) 2015 a las matemáticas lúdicas, por lo que el lema de dicha jornada fue *Matemáticas Jugando*. No olvidemos que el DEM se viene celebrando desde el año 2000, momento en el que la FESPM instauró un día en el que los centros educativos pudieran realizar actividades matemáticas sobre un tema elegido previamente por la Federación. El origen de la idea está en la celebración, ese mismo año, del Año Mundial de las Matemáticas, y la elección del 12 de mayo como fecha dedicada al DEM está ligada, precisamente, al centenario en el año 2000 de otro nacimiento, el del célebre y reconocido matemático Pedro Puig Adam, iniciador de la didáctica de las matemáticas en España.

Para la celebración de la decimosexta edición del DEM, Ana García Azcárate confeccionó un cuaderno con la propuesta de cinco actividades, cuyos títulos respectivos son:

*La magia del álgebra*

*El torneo de dominós*

*Puzles y figuras*

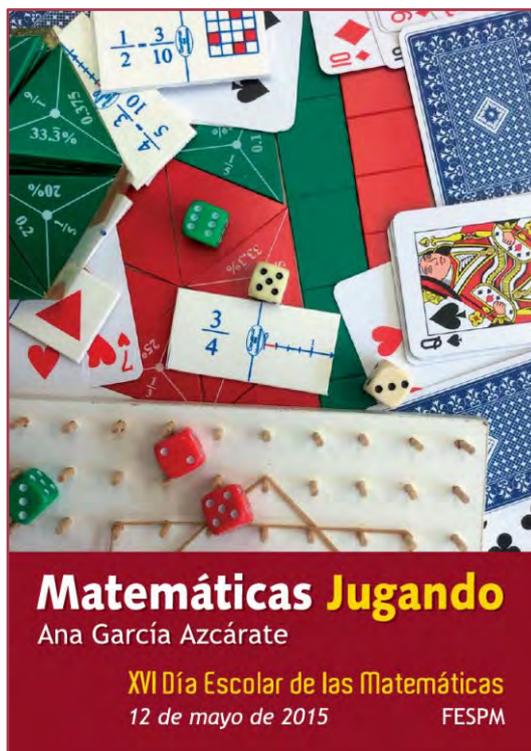
*Subir la roja*

*Parchís de fracciones*

En *La magia del álgebra* se propone que sea, en un primer momento, el profesor el que luzca chistera y adivine, cual mago, el número que piensa un estudiante, los valores obtenidos al tirar una pareja de dados o la carta seleccionada de una baraja. La sorpresa experimentada por la mayoría de los alumnos deberá ser aprovechada para hacerles una invitación a que descubran “dónde está el truco”. La profesora Azcárate indica como objetivos de esta actividad simbolizar cadenas de operaciones y trabajar destrezas algebraicas básicas.

Tanto en *Parchís de fracciones* como en *El torneo de dominós* son las fracciones el objeto matemático básico con el que se trabaja. Las adecuadas transformaciones de juegos tradicionales permiten abordar el concepto de fracción como relación parte-todo o como operador, la equivalencia de fracciones, las operaciones entre fracciones, etc. Desde <http://dem.fespm.es/dia-escolar-matematicas-2015> se puede descargar una carpeta con el material necesario para llevar a cabo las actividades propuestas (fichas, tableros, etc.), así como instrucciones para el profesor.

Una versión de tangram menos conocida que la del tangram chino es el punto de partida de la proposición realizada en *Puzles y figuras*. Se invita a construir “dos casitas” utilizando, en cada caso, las ocho piezas del tangram, para después determinar el perímetro de cada una de ellas. La actividad involucra tanto la construcción del tangram por cada uno de los estudiantes, donde se pone en práctica su pericia en el uso de la regla o de algún programa de geometría dinámica, como la habilidad en el manejo de radicales a la hora de obtener los perímetros. Como es fácil observar, la actividad puede ser ampliada, en el sentido de realizar figuras sin usar todas las fichas, lo que permite incorporar apartados acerca del cálculo de superficies con diferentes unidades.



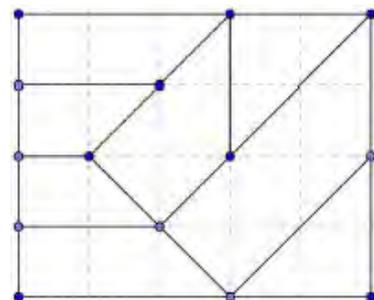
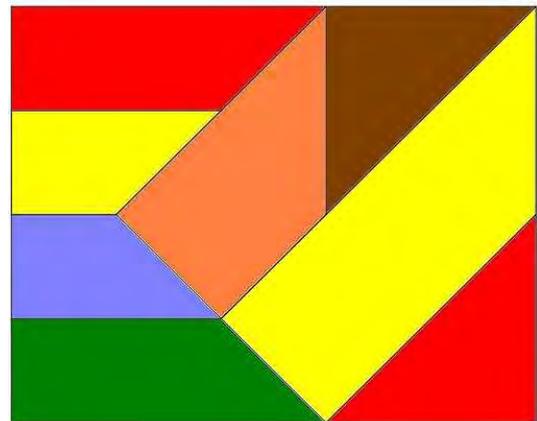
Portada del cuaderno publicado para el XVI Día Escolar de las Matemáticas 2015.

En *Subir la roja* se muestra un tablero  $4 \times 4$  en el que 14 casillas están ocupadas por fichas negras y, de las dos restantes, en posiciones de esquinas contrapuestas, una está vacía y otra ocupada por una ficha roja. Se trata de determinar el menor número de movimientos que permite llevar la ficha roja a la casilla vacía, sabiendo que los movimientos en diagonal no están permitidos. La realización de esta actividad pone de manifiesto la relación entre juegos de estrategia y la resolución de problemas y, por tanto, las diferentes fases que ésta conlleva: análisis de la situación, representación, estudio de casos más simples, etc.

Como ha sucedido en ocasiones anteriores, el material elaborado para el DEM no tiene fecha de caducidad y, si no se ha utilizado en la fecha para la que se propuso, es posible emplearlo en otras situaciones que encontremos adecuadas. Nuestro agradecimiento al trabajo de todos cuantos hacen posible el DEM y, muy especialmente, en esta ocasión, a la profesora Azcárate.

5. FRACCIONES COMO PARTES DE UN TODO, FRACCIONES EQUIVALENTES.

Las imágenes muestran algunos de los materiales utilizados en el trabajo de Ana García Azcárate. A la izquierda, uno de los dominós de fracciones. Abajo, el tangram empleado y la plantilla para su realización.



Animamos a los profesores que celebráis en vuestros centros el DEM a que nos hagáis llegar vuestras impresiones sobre la experiencia. Nos gustaría poder incluirlas en esta sección y así enriquecerla.

El tema elegido con motivo del XVII Día Escolar de las Matemáticas 2016 es:

# MATEMÁTICAS

Y

# DEPORTE

# CULTURA Y MATEMÁTICAS

## EFEMÉRIDES MATEMÁTICAS 2015

Amador Álvarez del Llano

### Hipatia

Nacida en las postrimerías del Imperio Romano, Hipatia se ha convertido en una de las más célebres figuras femeninas de la historia de la ciencia, a pesar de que su obra científica parece haberse perdido por completo. Su trágica muerte, lapidada y desollada por una turba de fanáticos cristianos en la cuaresma del año 415, marcó para muchos historiadores el fin del glorioso periodo de la ciencia y la cultura helénicas. También fue el inicio de un proceso de simbolización del personaje, que distorsionó tanto su figura como sus contribuciones científicas, para convertirlo en bandera de diferentes luchas políticas e ideológicas.

Un tratado publicado en 1720 por el pensador protestante irlandés John Toland, donde se presentaba a Hipatia como la víctima más representativa de la pugna entre el cristianismo emergente y el pensamiento filosófico de la antigüedad clásica, que se desarrolló a lo largo de los siglos IV y V de nuestra era, puede considerarse como el precedente más claro de este tipo de literatura legendaria o romántica en torno a la figura de Hipatia. Sus puntos de vista tuvieron eco en los ilustrados anticlericales, como Voltaire, que la convirtió en mártir de la lucha por la libertad filosófica frente a la intolerancia religiosa en su diccionario filosófico de 1736. A finales de la centuria, el historiador Edward Gibbon retomará el personaje de Hipatia en su monumental obra *Decadencia y caída del Imperio Romano*, convirtiéndola en símbolo de la razón y la cultura enfrentadas al dogmatismo del obispo Cirilo y los cristianos de Alejandría.



Desde entonces, la utilización icónica de Hipatia ha continuado hasta prácticamente nuestros días, tanto en obras de ficción como en ensayos y tratados académicos. Sin ánimo de exhaustividad, pueden encontrarse muestras significativas de esta utilización del personaje histórico en la novela *Hipatia, or New Foes with an Old Face*, publicada por el novelista inglés Charles Kingsley en 1853; en el poemario de Laconte de Lisle, en pleno auge del neohelenismo, donde encarnará la belleza física y la inmortalidad del espíritu griego frente al abandono occidental de los ideales de la cultura helénica; en varias obras de los positivistas americanos e ingleses, donde es presentada como una mártir de la lucha del espíritu científico en busca de la verdad en el mundo material frente a la superstición religiosa. Más recientemente, el movimiento feminista hizo de ella una víctima de la misoginia cristiana e, incluso, algunos ideólogos de movimientos de descolonización africanos la propusieron como icono de la liberación del yugo europeo.

Obviamente, este tipo de literatura tendenciosa distorsiona el personaje histórico en el proceso de simbolización, alejándose de un relato fiel a los hechos históricos que marcaron la vida y la obra de Hipatia. En los últimos años, los historiadores han tratado de acercarse a este relato y, para ello, han acudido a fuentes literarias más antiguas y fiables, así como al análisis del contexto social y cultural en que transcurrió su vida, con el fin de derivar, mediante legítimas inferencias, datos que completen las lagunas existentes en dichos textos. Entre estas fuentes primarias destacan especialmente la correspondencia de su devoto discípulo Sinesio de Cirene, un pasaje de la *Historia Eclesiástica* de Sócrates Escolástico y la entrada dedicada a Hipatia en el diccionario enciclopédico bizantino *Suda Lexicon*.

Sinesio de Cirene viajó a Alejandría para iniciar sus estudios con Hipatia en una fecha comprendida entre los años 390 y 393, finalizándolos entre el año 395 y el 396. Tras viajar a Constantinopla en misión diplomática, regresó a Alejandría en el año 401 o el 402, permaneciendo allí hasta el 404. Posteriormente, volvió a visitar la ciudad con estancias más cortas en los años 407, 410 y, posiblemente, 412. En todas estas ocasiones visitaba a su maestra y mantenía contactos con sus condiscípulos. En ese periodo, contrajo matrimonio y tuvo un hijo. Posteriormente, recibió el nombramiento de metropolitano de la Ptolemaica, región situada en el norte de la Libia actual, de donde era originario. Sus obligaciones

episcopales no le impidieron seguir manteniendo, de forma epistolar, las relaciones mencionadas. En las cartas que dirigió a su maestra le mostró siempre un profundo respeto y admiración, llegando a recabar su opinión sobre sus propias obras filosóficas, a la vez que le transmitía una enorme nostalgia de su época de estudiante en Alejandría. Se conservan 56 cartas de esa correspondencia, de las que siete están dirigidas a Hipatia y el resto a su hermano y a sus discípulos y amigos.

Sócrates Escolástico fue un historiador de la Iglesia del siglo V. Su relato resulta sumamente importante por su cercanía temporal a los hechos, que seguramente conoció a través de testigos directos o de narraciones orales de terceros. En su narración del trágico fin de Hipatia, pese a su filiación cristiana, se muestra abiertamente crítico con sus crueles asesinos y con la posición del obispo Cirilo ante estos hechos luctuosos.

El *Suda Lexicon* es una enciclopedia bizantina del siglo X, cuyos contenidos parece que provienen de fuentes mucho más antiguas. El artículo referido a Hipatia está dividido en dos partes. La primera, que es la más breve, parece tomada de otra enciclopedia del siglo VI. La segunda, más extensa, corresponde a una obra actualmente perdida, *La vida de Isidoro*, cuyo autor fue el filósofo neoplatónico Damascio, nacido 50 años después de la muerte de Hipatia. En ella, Damascio establece una comparación de la filosofía de Hipatia con la de su maestro Isidoro. Aunque proporciona información valiosa, algunos de los datos son contradictorios, cuando no cuestionables.

A estas tres principales fuentes suelen añadirse un pasaje de la crónica de Juan, obispo copto de Nikiu a finales del siglo VII, que proporciona una visión negativa de Hipatia y muestra abiertamente su simpatía y aprobación de la conducta del obispo Cirilo, en contraste con la posición de la mayoría de testimonios antiguos. También suele añadirse una obra del siglo VI, la *Chronographia* de Juan Malalas que, pese a mostrar poca fidelidad a los hechos históricos, proporciona una información que ha sido considerada muy relevante por algunos investigadores, como es la afirmación de que Hipatia era una “mujer anciana” en el momento de su asesinato.

Hipatia nació en un hogar en el que se respiraba una atmósfera de alto nivel científico y filosófico. Su padre, Teón de Alejandría, que vivió según el *Suda* durante el reinado de Teodosio I (376–395), fue un reputado comentarista alejandrino. La tradición de los comentaristas había surgido en Alejandría a finales del siglo IV, época en que la situación política que vivía la ciudad y la decadencia del Museo y del resto de instituciones culturales paganas resultaban poco propicias para la investigación original. En consecuencia, los intelectuales y científicos helenos enfocaron sus prioridades hacia la conservación del conocimiento. Aunque esta labor ha sido frecuentemente poco valorada por su falta de originalidad, cabe señalar que muchas obras clásicas se han preservado a través de estos comentarios o de traducciones, especialmente las que hicieron los árabes.

Respecto a las obras clásicas del helenismo, los comentaristas venían a jugar un papel similar al de los editores actuales. Sus comentarios consistían básicamente en añadir al texto original aclaraciones, soluciones y demostraciones alternativas, con frecuencia triviales, con el objetivo pedagógico de facilitar a sus alumnos el aprendizaje y comprensión de esas obras. Aunque no siempre establecieron claramente la distinción entre el contenido original y sus aportaciones, generalmente mantuvieron la totalidad o gran parte de los textos originales, que de otra forma habrían desaparecido. En algunos casos, proporcionaron referencias históricas que han resultado determinantes para el conocimiento de obras desaparecidas e incluso para su reconstrucción.

Teón fue un científico asociado al Museo de Alejandría, del que pudo haber sido el último director. Allí realizó dos observaciones de eclipses, lunar y solar, respectivamente, hacia el año 365. Hizo comentarios y ediciones de las obras de Euclides, en concreto de los *Elementos*, única copia en el original griego conocida hasta el siglo XIX, los *Datos* y la *Óptica*. Escribió también un comentario sobre los trece libros de la *Sintaxis matemática (Almagesto)* de Tolomeo, al que añadió unas valiosas noticias históricas y una precisa descripción del método griego para operar con fracciones sexagesimales. También hizo dos comentarios de las tablas de Tolomeo, denominados el gran comentario y el pequeño comentario, respectivamente. El último se lo dedicó a un niño llamado Epifanio, que algunos historiadores han supuesto que era un hijo suyo y, por tanto, hermano de Hipatia. Junto a estas actividades científicas, Teón mostró un considerable interés por la adivinación y la astrología, como atestiguan sus comentarios sobre algunas obras sagradas del neoplatonismo - *Orfeo* y *Hermes Trismegisto* - y su adhesión a las doctrinas esotéricas de los misterios paganos. Inclination, por otra parte, muy habitual en los círculos científicos alejandrinos de la época.

Sí parece estar claro que el lugar de nacimiento de Hipatia fue Alejandría, la fecha en que se produjo es un asunto controvertido. En la novela de Kinsley se dice que murió siendo una mujer muy joven y bella, situando su nacimiento hacia el año 390. Casi toda la literatura que hemos denominado romántica se adscribe a esta estimación que, sin embargo, goza de poco crédito para la mayoría de investigadores. Éstos suelen dividirse entre los que sostienen que nació entre los años 370 y 375, con lo que en el momento de su asesinato sería una mujer de entre 35 a 40 años, cuya belleza aún podría mantenerse; y quienes, siguiendo la *Chronographia* de Malalas, sitúan el año de su nacimiento entre los años 350 y 355. Un argumento a favor de esta hipótesis frente a la anterior es que Sinesio fue su alumno en el año 393, cuando tenía 20 años, y parece poco probable que, teniendo maestra y alumno prácticamente la misma edad, pudiera darse la relación de admiración y respeto que Sinesio muestra en su correspondencia.

En las postrimerías del Imperio Romano las mujeres carecían de las libertades necesarias para elegir y cursar una educación formal; sin embargo, Teón fue un padre inusualmente liberal que optó por estimular y ayudar a su hija a desarrollar sus elevadas capacidades intelectuales. Se dice, aunque probablemente forme parte de la leyenda tejida en torno al personaje, que Teón deseaba convertirla en “el ser humano perfecto”. Para ello, incluyó en su educación formal, además de las matemáticas, la astronomía y la filosofía, las artes, la literatura y un régimen de entrenamiento físico que le procurase un bienestar corporal en armonía con su desarrollo mental. Puede que el resultado no alcanzase plenamente el objetivo, pero Hipatia llegó a ser una atleta notable, de extraordinaria gracia y belleza física, que sobresalió pronto como una de las líderes culturales y científicas de la Alejandría tardoantigua.

Algunas biografías sostienen que Hipatia completó su educación viajando por Italia y por Atenas, donde habría recibido las enseñanzas de Plutarco el Joven. Esta hipótesis, sin embargo, carece de una base sólida, y todo parece indicar que Hipatia nunca tuvo necesidad de salir de Alejandría, que aún mantenía su hegemonía en el mundo helénico con su intensa vida cultural y sus prestigiosas instituciones científicas.

Hipatia se estableció en Alejandría como filósofa adscrita a la escuela neoplatónica. Esta doctrina filosófica, al igual que el neopitagorismo, fue el resultado de la interacción y fusión de la filosofía griega clásica con las corrientes filosóficas orientales, que le aportaron abundantes elementos místicos y una revitalización del interés por la teoría de números. Posiblemente impartía sus clases en su propia casa y sus alumnos pertenecieran a los estratos sociales más altos, tanto de Alejandría como de otras partes del imperio, y que, con el paso del tiempo, llegaran a desempeñar puestos de la mayor importancia tanto en la Iglesia, caso de Sinesio de Cirene, como en la administración imperial. Este restringido círculo de alumnos, como se desprende del epistolario de Sinesio, constituía una comunidad basada en el ideario neoplatónico que mantenía estrechos lazos interpersonales entre sus miembros. Tenía también un carácter sumamente elitista, ya que rehusaba compartir sus conocimientos con personas de rango social inferior, al considerar que éstas serían incapaces de comprenderlos en su totalidad. En este contexto, no debe extrañarnos el alto prestigio cultural alcanzado por Hipatia entre los notables de la ciudad y su importante posición social y política que le proporcionaba acceso e influencia con las altas instancias del poder imperial y de las confesiones religiosas establecidas en Alejandría.

Sinesio revela en su correspondencia que en la escuela de Hipatia se estudiaban matemáticas y astronomía junto a la filosofía neoplatónica. El futuro obispo, más inclinado hacia la filosofía que hacia las matemáticas, aporta poca información respecto a las enseñanzas científicas, extendiéndose mucho más sobre las enseñanzas filosóficas. En el sistema neoplatónico, el propósito último de la reflexión filosófica era alcanzar la contemplación del Uno, causa original de todas las cosas temporales. Para alcanzar esta elevación del espíritu debían desarrollarse las potencias cognitivas hasta alcanzar el grado de sabiduría que permitiera “vivir de acuerdo con la razón”. Aunar la enseñanza de la filosofía y la de las ciencias facilitaba la consecución de ese objetivo. El propio Platón sostenía que el conocimiento de la astronomía, la aritmética y la geometría acercaban al conocimiento filosófico. Hipatia, como su padre Teón, consideraba la astronomía como la más destacada de las ciencias, ya que preparaba la mente para la especulación sobre materias de un nivel epistemológico superior. Pero la sabiduría por sí sola no era suficiente, era preciso también alcanzar la perfección ética. Por ello, las enseñanzas de Hipatia incluían los principios morales que conducen al dominio de los sentidos (sófrosiné), la templanza (phronesis) y la indiferencia hacia la realidad temporal mediante la liberación de las emociones y afectos (apatheia). Parece que la propia Hipatia adoptó para sí este estricto código de conducta, ya que la mayor parte de las fuentes señalan que se mantuvo virgen toda su vida y

aluden a su austeridad. Así lo atestigua, por ejemplo, Sócrates Escolástico al afirmar que “sobrepasaba a todos los filósofos de su tiempo” y era muy respetada por su “extraordinaria dignidad y virtud”.

Además de estas enseñanzas privadas, en el *Suda Lexicon* se dice que Hipatia fue nombrada oficialmente para explicar las doctrinas de Platón y Aristóteles; y Damascio cuenta que se trasladaba en carruaje desde su casa hasta el centro de la ciudad para impartir sus lecciones de filosofía envuelta en la capa de los filósofos. Estas conferencias públicas eran muy concurridas y cimentaron el prestigio de Hipatia como profesora carismática, admirada y respetada, tanto por sus alumnos como por los poderosos de Alejandría.

No existen referencias de que Hipatia hubiera escrito algún tratado filosófico; sin embargo, el *Suda* afirma que escribió tres obras sobre matemáticas y astronomía: un comentario sobre la *Arithmetica* de Diofanto, otro sobre las *Cónicas* de Apolonio y un *Canon astronómico*. No se ha preservado ninguna copia de ellas y, en consecuencia, cuanto puede decirse al respecto pertenece al dominio de la especulación más o menos plausible.

Apolonio trabajó en Alejandría alrededor del año 200 a. C. De los ocho libros que componen las *Cónicas* sólo se han conservado los cuatro primeros en su griego original, gracias a un comentario hecho por Eutocio de Ascalón en el siglo VI. Los tres siguientes se han preservado, por una traducción al árabe, y el octavo se perdió definitivamente. Algunos autores han sostenido que el comentario desaparecido de Hipatia podría haber sido el material utilizado por Eutocio para hacer su comentario. En cualquier caso, no hay una base sólida para sustentar esta hipótesis y ni siquiera se sabe qué partes del original de Apolonio pudo abarcar el supuesto comentario de Hipatia.

Tampoco se dispone de ninguna copia manuscrita de su comentario a la *Aritmética* de Diofanto. El historiador Paul Tannery sugirió que éste se habría ceñido a los seis primeros libros de los trece que constituían la obra del alejandrino y que, por ello, los restantes habrían caído primero en el olvido y posteriormente se habrían perdido. Aducía como base de su conjetura el hecho de que los comentarios más antiguos que se han preservado datan del siglo XII y únicamente abarcan los seis primeros libros. A partir de esto, Tannery concluía que todos ellos provenían del comentario realizado por Hipatia. Probablemente, los añadidos de Hipatia incluían nuevos problemas y métodos de solución y, admitiendo la hipótesis de Tannery, cabe suponer que buena parte de éstos se mantuvieron en los comentarios posteriores. Se han señalado dos ejercicios, situados al comienzo del segundo libro, que podrían atribuirse a Hipatia, ya que su resolución contiene una frase en el original griego, idéntica a otra utilizada por Teón en el comentario a los *Datos* de Euclides. El primero de ellos plantea la resolución del sistema de ecuaciones siguiente (donde  $a$  y  $b$  son conocidos):

$$\begin{cases} x - y = a \\ x^2 - y^2 = (x - y) + b \end{cases}$$

El método, supuestamente seguido por Hipatia, consiste en reducir las dos incógnitas a una mediante los cambios:  $x = z + \frac{1}{2}a$ ,  $y = z - \frac{1}{2}a$ . Al sustituir en la segunda ecuación, y despejar, se obtiene:

$$z = \frac{a + b}{2a}$$

Y, por tanto:

$$x = \frac{a + b + a^2}{2a}, \quad y = \frac{a + b - a^2}{2a}$$

El segundo ejercicio atribuido a Hipatia es una pequeña generalización del anterior, que requiere la solución del sistema dado a continuación, donde  $a$ ,  $b$  y  $m$  son conocidos:

$$\begin{cases} x - y = a \\ x^2 - y^2 = m(x - y) + b \end{cases}$$

El descubrimiento en 1971 de cuatro libros de la *Aritmética* de Diofanto, traducidos al árabe en el siglo IX, ha llevado a revisar la hipótesis de Tannery. Nuevas investigaciones, como las realizadas por Roshdi Rashed y Jacques Sesiano entre otros, han llegado a conclusiones radicalmente diferentes. Sesiano sostiene que los comentarios de Hipatia se habrían extendido a los siete primeros libros de la *Aritmética* y que si algo ha sobrevivido de ellos debe buscarse en las traducciones árabes y no en los manuscritos griegos. Para apoyar su conjetura, señala que los textos árabes no dan fin a la resolución

de un problema cuando se determina la incógnita, como ocurre en los manuscritos griegos, sino que ésta continúa con otra etapa, a la que denomina “síntesis”, en la que se comprueba que los valores obtenidos verifican las condiciones del enunciado, y se concluye con un comentario final. Sesiano atribuye a Hipatia la autoría de la verificación de los resultados y señala que el comentario final podría ser de un escoliasta posterior. También le atribuye la introducción de añadidos que aclaran los razonamientos del original y de resultados que permiten soslayar cálculos más o menos tediosos o complicados, lo que entronca plenamente con la tradición de los comentaristas alejandrinos. Sesiano concluye señalando que las posibles contribuciones matemáticas de Hipatia fueron de escasa o nula relevancia.

La investigación de Rashed, que mantuvo una agria polémica con Sesiano, descarta cualquier posibilidad de que fuera el comentario de Hipatia la fuente de las traducciones árabes halladas y atribuye los contenidos añadidos al traductor Qustā ibn Lūqā. A su juicio, no hay ningún rastro de Hipatia en los manuscritos de la *Aritmética* de Diofanto que se han conservado hasta nuestros días.

El *Suda Lexicon* atribuye a Hipatia la autoría de un *Canon astronómico*, pero a diferencia de lo que hace con las otras dos obras, en este caso no antepone el término comentario. Al no conservarse ningún ejemplar de este manuscrito, se ha dado por buena la interpretación que dio Tannery en 1880, señalando que ese título se refiere al comentario del libro III de la *Syntaxis* de Ptolomeo, en el que aparece una inscripción inicial de Teón atribuyendo a su hija la autoría. Esta atribución ha suscitado abundantes controversias entre los investigadores. Por un lado, se sitúan los que consideran que el papel de Hipatia en la preparación del comentario fue el de mera asistente de su padre y que la citada inscripción fue dictada por el orgullo paterno. La segunda corriente, por su parte, considera a Hipatia como única autora del comentario y enfatiza las mejoras que introduce en los cálculos. Un investigador incluido en esta corriente, Wilbur Knorr, analizó la diferencia de estilos entre los libros que constituyen el comentario de Teón a la *Syntaxis* de Tolomeo, llegando a la conclusión de que las diferencias observadas en el libro III permiten afirmar que fue escrito por una mano distinta y, en consecuencia, resulta plausible que lo escribiera Hipatia, tal como se afirma al inicio.

Entre los añadidos y mejoras atribuidos a Hipatia en el comentario del tercer libro, además del perfeccionamiento y actualización de las tablas tolemaicas, la mejora de los cálculos del movimiento del Sol y su propuesta de cambio del año trópico por el año sótico (tiempo que tarda el Sol en pasar por la estrella Sirio), suele enfatizarse la introducción de un procedimiento para realizar la división entre números expresados en el sistema sexagesimal, basado en la construcción de tablas de múltiplos del divisor, que permite continuar la división indefinidamente. Cabe señalar al respecto que no puede asignarse a Hipatia la autoría del procedimiento, ya que había aparecido un siglo antes en el comentario realizado por Pappus, que Teón utilizó para la preparación del suyo.

La mayoría de las fuentes primarias afirman que Hipatia permaneció soltera, por lo que probablemente continuase viviendo en la casa de su padre hasta el fallecimiento de éste. En esta situación, parece muy probable que a lo largo de los años se convertiría en su principal colaboradora y que juntos habrían de discutir los problemas planteados en las obras comentadas por Teón, por lo que muchas ideas de Hipatia quedarían plasmadas en sus comentarios. También es posible que Teón delegara parte de los comentarios en ella, o bien, que, una vez que estuvieran redactados, Hipatia los utilizara en sus clases con la consiguiente introducción de cambios y añadidos.

En la correspondencia de Sinesio hay dos cartas que nos ponen en antecedentes sobre los conocimientos y habilidades mecánicas de Hipatia. En una de ellas, dirigida a su amigo Painos y conocida como *De Dono Astrolabii*, explica que ha diseñado un astrolabio con la ayuda de Hipatia que mandará hacer construir a los más hábiles plateros. De esta afirmación se ha querido inferir que Hipatia fue la inventora de este dispositivo, sin embargo, dos siglos antes, Claudio Tolomeo había escrito extensamente sobre la proyección estereográfica, teoría que abrió la puerta a la construcción del astrolabio. Se ignora si el propio Tolomeo dio este paso, pero parece que Teón, cuyo conocimiento amplio y profundo de la obra tolemaica es evidente, escribió un tratado sobre el astrolabio, actualmente perdido, que inspiró las obras medievales sobre este dispositivo. En consecuencia, cabe pensar que la teoría del astrolabio y los detalles para su construcción procedían de Tolomeo y, a través de su padre, llegaron a Hipatia, que a su vez se los enseñaría a Sinesio.

En la segunda carta, Sinesio, tras manifestar que se encuentra gravemente enfermo, pide a su maestra que le construya un hidroscoPIO de acuerdo a unas especificaciones bastante detalladas. Esta solicitud ha intrigado a los investigadores, que se han planteado algunos interrogantes al res-

pecto. En primer lugar, ¿a qué dispositivo concreto alude dicho nombre? La respuesta más convincente parece haberla proporcionado Fermat que lo identificó con un hidrómetro o densímetro. Una segunda cuestión es: ¿para qué necesitaba Sinesio este dispositivo? Aquí las respuestas han sido variadas. Algunos investigadores piensan que pudo utilizarlo para elaborar sus propias medicinas, o bien como urinómetro. Otros han relacionado la petición con los elementos esotéricos de las enseñanzas neoplatónicas y conjeturan que pudo haberlo utilizado para la práctica de la adivinación por medio de la hidromancia.

En definitiva, al no haber sobrevivido ninguno de sus manuscritos, es muy poco lo que se puede decir con seguridad sobre la obra de Hipatia y, menos aún, sobre sus aportaciones a las matemáticas. En el momento de su muerte, Hipatia era considerada la mayor matemática del mundo greco romano, lo que suponía del mundo entero, y muy superior a su padre en este campo. Sin embargo, debe considerarse que estos pronunciamientos proceden de autores cristianos cuya competencia matemática era bastante dudosa. Lo que sí parece fuera de toda duda es que el prestigio de Hipatia como profesora carismática y versátil fue muy superior al de Teón. Debe tenerse en cuenta al respecto que el núcleo de su enseñanza era la filosofía, y las matemáticas y la astronomía eran, en este contexto, medios auxiliares para alcanzar un fin espiritual.



Sócrates Escolástico relata en su crónica el sórdido asesinato que puso fin a la vida de Hipatia en los siguientes términos: una turba de airados cristianos, acaudillados por un lector de la Iglesia de Alejandría llamado Pedro, la sacó violentamente del carruaje en que regresaba a casa y la arrastraron hasta la Iglesia de Cesarión. Allí la despojaron de sus vestiduras y, tras desgarrar su piel con

trozos de cerámica o conchas marinas (ostrakois), despedazaron su cuerpo y trasladaron sus restos hasta el Cinarón, donde procedieron a quemarlos. No hay grandes diferencias, si acaso en el grado de sordidez de los detalles, entre los diferentes relatos que las fuentes primarias ofrecen sobre el trágico fin de Hipatia. La brutalidad del crimen y los actores y circunstancias en que se produjo han desatado desde la antigüedad multitud de interrogantes sobre qué causas lo motivaron y quiénes fueron los auténticos responsables o instigadores.

En las fuentes primarias ya se apuntan algunas respuestas a estos interrogantes. El *Suda Lexicon* alude a la animadversión del obispo Cirilo, celoso de su prestigio en el mundo intelectual y político alejandrino, y señala también la inveterada insolencia y rebeldía de los alejandrinos. Damascio no duda en describir a Hipatia como mártir del helenismo pagano a manos de los hombres de Cirilo, tesis que influirá en la mayor parte de los autores a partir de Toland. También Malalas responsabiliza al obispo alejandrino de su muerte. Por el contrario, Juan de Nikiu alaba a Cirilo por haber destruido el último resto de idolatría en Alejandría y atribuye a Hipatia el uso de la brujería y artes mágicas para apartar a Orestes del cristianismo y enfrentarlo a Cirilo.

Las investigaciones modernas, sin olvidar estas indicaciones, han tendido a situar a Hipatia en el contexto general de la sociedad alejandrina del siglo V para tratar de proporcionar una respuesta más realista a estos interrogantes.

La población de Alejandría, a partir de la segunda centuria de nuestra era, se había convertido en una explosiva mezcla de culturas y etnias – griegos, cristianos, judíos y nativos egipcios – que paulatinamente intentarían imponer el poder de un grupo sobre el resto. A partir del año 200 se producen frecuentes y sangrientas revueltas que irán deteriorando la prosperidad económica e intelectual de la ciudad. Hacia el siglo IV el cristianismo se convierte en la religión oficial del imperio y la Iglesia aumenta ostensiblemente su poder, tanto en el ámbito religioso como en el político. Las interacciones de la nueva y ascendente religión con el resto de creencias y con la tradición cultural helenista, muy presente aún en la sociedad de Alejandría, constituirán una fuente de continuas tensiones que derivarán con frecuencia en episodios sangrientos.

El episcopado de Teófilo, iniciado el año 385 y finalizado con su fallecimiento el 15 de octubre del 412, fue un periodo de relativa calma en la ciudad, pese a que se produjeron sucesos tan graves como la destrucción e incendio del Serapeo en el año 391 a manos de una turba de cristianos dirigida por el propio patriarca. El Serapeo era un templo pagano a la vez que un importante centro cultural en el que se guardaba una parte de los fondos de la famosa biblioteca de Alejandría. Probablemente, a raíz de estos graves sucesos, se clausuraron también el Museo y la Biblioteca.

Teófilo fue sustituido, tras su fallecimiento, por su sobrino Cirilo, cristiano fanático e intolerante con cuanto difiriese de sus ideas, lo que afectaba, tanto a judíos y paganos, como a todas las sectas cristianas no coincidentes con la ortodoxia nicena, incluido el patriarca de Constantinopla Nestorio.

El neoplatonismo, especialmente el que seguía la línea del filósofo Jámblico, además de incorporar elementos místicos y herméticos, incluía ritos teúrgicos. Esto venía a equiparar la doctrina filosófica con una especie de religión pagana que entraba en competencia con la nueva fe cristiana. Hipatia era para sus discípulos del círculo de iniciados una líder espiritual, como lo atestiguan algunos comentarios de Sinesio: “La filósofa más sagrada y venerada”, “la amada por los dioses”. Pese a que todo indica que Hipatia enseñó las ideas neoplatónicas con un énfasis científico mayor que sus predecesores, es muy probable que sus enseñanzas fuesen observadas con recelo por la Iglesia de Alejandría. Durante el episcopado de Teófilo, quizá por la amistad común con Sinesio, el patriarca consintió que Hipatia desarrollara libremente sus actividades. Al poco de fallecer Teófilo y acceder Cirilo a la sede episcopal, murió Sinesio, e Hipatia, desaparecido su más fiel aliado, quedó en una posición de máxima vulnerabilidad.

El propio *Suda* sugiere que la muerte de Hipatia no se debió únicamente a sus enseñanzas filosóficas y que también deben buscarse causas en sus enseñanzas astronómicas y matemáticas. Ciertamente, los primeros cristianos preferían la revelación a la razón, así lo pone de manifiesto el que sus principales pensadores tuviesen a la Biblia como fuente fundamental del conocimiento. El propio San Agustín afirmaba que las palabras de la Escritura tenían más autoridad que todo el intelecto humano. Si a esta estrecha visión unimos el nimio margen que separaba la práctica de estas ciencias y la astrología en aquella época tendremos todos los ingredientes que explican la hostilidad mostrada por los cristianos hacia los científicos paganos.

En un contexto como el descrito, la seguridad de Hipatia se hallaba ciertamente comprometida; sin embargo, no implica necesariamente que Hipatia fuese la víctima propiciatoria del paganismo enfrentado al fanatismo religioso del obispo Cirilo, o de la razón, frente a la intolerancia religiosa de los primeros cristianos. Las investigaciones recientes han puesto el foco en ciertos aspectos que obligan a reconsiderar esas visiones un tanto simplistas. En primer lugar, las enseñanzas neoplatónicas de Hipatia concedían escasa relevancia a los aspectos más rituales o religiosos, como lo prueba el hecho de que en su círculo de alumnos pudiesen convivir sin tensiones paganos, judíos y cristianos. Entre estos últimos, se encontraban Sinesio de Cirene y Olimpias de Siria que llegarían a ser investidos obispos de sus comunidades cristianas. Probablemente, sus enseñanzas filosóficas tendían a construir una suerte de síntesis entre la antigua cultura helénica y la nueva fe, más que una oposición radical entre ambas. Tampoco parece que Hipatia se significara como una ferviente defensora de la cultura y valores paganos. Así lo atestigua el hecho de que, durante la destrucción del Serapeo el año 391, no hubiese adoptado una posición clara en su defensa, como sí lo hicieron otros ilustres paganos de Alejandría; por ejemplo, el filósofo Olimpio o el poeta Claudiano, que tuvieron que exilarse de la ciudad.

En la actualidad, la tesis sobre las causas de su asesinato que más consenso ha alcanzado entre los historiadores es que Hipatia fue víctima del conflicto de intereses entre el poder civil, representado por el prefecto imperial Orestes, y el religioso, ostentado por el obispo Cirilo. La intolerancia de éste había conducido a una escalada de provocaciones a la comunidad judía de Alejandría, que culminó con el asesinato de algunos cristianos a manos de extremistas judíos. Esta acción fue seguida inmediatamente por una revuelta de cristianos, dirigida por el propio obispo, que expulsó de la ciudad a los judíos mientras saqueaban y cerraban sus casas y sinagogas. Para llevar a cabo estas acciones, Cirilo contaba con una especie de fanática guardia pretoriana, constituida por monjes eremitas de Nitria y por “parabolanos”. Tal suceso colmó la paciencia del prefecto Orestes, alarmado desde hacía tiempo por la creciente usurpación de prerrogativas imperiales que venía haciendo el patriarca de Alejandría desde su toma de posesión, y denunció los hechos ante la autoridad imperial en Constantinopla. En aquellos momentos el imperio oriental estaba en manos de Pulqueria, hermana del joven emperador Teodosio y mujer de rigurosa fe cristiana, que impulsó una política hostil a herejes, paga-

nos y judíos. Por ello, se dio una tibia respuesta a la denuncia del prefecto y no se adoptó ninguna medida ni sanción que permitiese restablecer el orden en la provincia egipcia. Ante esta situación, un grupo de notables alejandrinos intentó promover un acto de reconciliación, consistente en una ceremonia simbólica en la que Orestes debía aceptar el evangelio de manos de Cirilo. El intento fracasó, tras rehusar el prefecto aceptar el libro sagrado, y Cirilo puso en pie de guerra a sus huestes fanáticas. La rebelión alcanzó su punto culminante cuando uno de los exaltados monjes, llamado Amonio, atentó contra Orestes, lanzando una piedra a su cabeza e hiriéndole. Tras su detención, el prefecto ordenó su ejecución pública. Cirilo, por su parte, en un acto de provocación al administrador imperial, convirtió a Amonio en un mártir e hizo desfilar su cadáver por las calles de la ciudad.

Sócrates Escolástico señala que Hipatia era el principal obstáculo, “el león en el camino”, para la reconciliación entre el prefecto y el obispo. Tal aseveración admite diferentes interpretaciones. Por un lado, se dice que Cirilo reprochaba a Orestes su amistad con Hipatia, cuya influencia, sostenía, le había empujado hacia el paganismo, como ponía de manifiesto su rechazo del evangelio en la ceremonia de reconciliación, a pesar de que el prefecto afirmase ser un cristiano bautizado en Constantinopla. Entre los fanáticos seguidores de Cirilo, pronto se propagó el rumor interesado de que Hipatia había logrado apartar a Orestes de la senda del cristianismo por medio de ritos teúrgicos y encantamientos. Otra interpretación, quizá más realista, es que Orestes, en el contexto de su confrontación con el obispo, trató de forjar una alianza con los cristianos opuestos a su intransigencia, la aristocracia pagana y los notables judíos, que frenase sus aspiraciones. Hipatia, cuyo prestigio le daba acceso tanto a las autoridades imperiales como a los miembros más destacados de las comunidades pagana y judía, constituiría una pieza clave en dicha alianza y, en consecuencia, representaba una grave amenaza para Cirilo.

Tras la muerte de Hipatia, Orestes envió un informe instando a que se investigase el brutal asesinato. Posteriormente, el prefecto desapareció de Alejandría sin que se tengan noticias sobre cuál pudo ser su paradero. La investigación fue pospuesta repetidas veces por “falta de testigos”. Cirilo continuó como obispo de Alejandría y ninguno de sus parabolanos fue condenado por el asesinato de Hipatia. Para encubrir el crimen, propagó el rumor de que la filósofa estaba viva y se había trasladado a Atenas. Su papel en el asesinato de Hipatia nunca ha podido esclarecerse. Nada indica que estuviera presente en el escenario del crimen, ni que lo hubiera ordenado directamente, aunque es probable que lo instigara, dada su propensión a incitar al uso de la violencia en el nombre de la Iglesia. Santificado por los coptos, ortodoxos y católicos, San Cirilo de Alejandría sería proclamado doctor de la Iglesia en 1883.

## Karl Weierstrass

A finales del siglo XIX, Poincaré señalaba, dirigiéndose a la Academia de Ciencias de París, que cien años antes nadie ponía en duda los principios del análisis infinitesimal, pese a que sus fundamentos lógicos estaban muy lejos del rigor. Tras recordar al auditorio que Lagrange fue pionero, sin éxito, en el intento de aportar fundamentos sólidos a esta disciplina, el gran matemático galo afirmaba que, en aquellos momentos, el rigor de las demostraciones satisfacía a todos los matemáticos y las nociones más complejas, y hasta hacía poco tiempo más oscuras, se reducían en última instancia a la noción perfectamente clara de número entero. A ello se había llegado, concluía, reduciendo al mínimo el papel de la intuición, siendo el autor principal de esa revolución el matemático alemán Weierstrass.

Karl Weierstrass nació en Ostenfelde, Westfalia, el 31 de octubre de 1815. Era el mayor de cuatro hermanos. Su padre desempeñaba el cargo de funcionario de aduanas al servicio de Francia. Era una persona culta y educada, de carácter marcadamente autoritario. Su madre, Teodora Forst, murió cuando Karl tenía once años. Al año de enviudar, su padre contrajo segundas nupcias y la familia se trasladó a la localidad de Westernkotten.

A los catorce años inició los estudios de secundaria en el Gymnasium Católico de Paderborn, cerca de Münster, donde su padre había sido nombrado tesorero de la oficina de aduanas. Fue un estudiante brillante y obtuvo varios



premios en griego, latín, alemán y matemáticas. De vuelta a casa con diecinueve años, su padre lo envía a estudiar Derecho y Administración de Finanzas a la Universidad de Bonn, carrera que su progenitor le impuso por motivos puramente utilitarios. Karl llegó a sentir una especial animadversión hacia la jurisprudencia, casi comparable con la que sentía hacia la música, especialmente la de su compatriota Beethoven. Fuese por la frustración que esto le provocaba o por otras razones, lo que sí se sabe es que dedicó sus potentes capacidades físicas y su inteligencia al deporte de la esgrima, llegando a convertirse en un virtuoso del florete. También se convirtió en un consumado bebedor de la excelente cerveza germana que se ofrecía en las tabernas berlinesas. Estas pintorescas ocupaciones parece que le dejaron tiempo suficiente para dedicarse, de forma autodidacta, al estudio de las matemáticas a partir de la lectura de la *Mecánica celeste* de Laplace.

En 1838 abandona la universidad sin haberse graduado, lo que provocará una profunda decepción a su padre. Un amigo de la familia le aconsejó que enviara a Weierstrass a la Academia Teológica y Filosófica de Münster para preparar en un tiempo breve las pruebas de acceso a profesora de secundaria. El 22 de mayo de 1839 Weierstrass ingresa en la academia, donde tomará contacto con Christof Gudermann (1798–1852), un matemático poco conocido pese a que había publicado algunos trabajos en el *Journal de Crelle*, que era un entusiasta de las funciones elípticas.

En 1829 Jacobi había publicado *Fundamentos de la nueva teoría de las funciones elípticas*, que se había convertido en obra de referencia para la investigación sobre este tipo de funciones. Gudermann, fascinado por sus aportaciones, organizó un curso para divulgarlas entre el alumnado interesado. Tras la clase inaugural, a la que asistieron trece personas, las siguientes sesiones únicamente contaron con un asistente: Karl Weierstrass. Gudermann había desarrollado la idea de que las series de potencias habrían de jugar un papel esencial en el estudio de las funciones elípticas. Weierstrass tomó esta idea de su maestro, convirtiéndola en la principal herramienta de sus posteriores investigaciones en este campo. No debe extrañar, por tanto, que Weierstrass mantuviera el resto de su vida una deuda de gratitud hacia Gudermann, que hizo pública en cuantas ocasiones le fue posible.

En 1841 Weierstrass se presentó a los exámenes para la obtención del certificado de profesora de secundaria. La prueba se componía de una parte escrita y otra oral. Para preparar la primera, los alumnos disponían de un plazo de seis meses en los que debían elaborar tres temas correspondientes a los campos de la filología, la pedagogía y las matemáticas, respectivamente. Para este último, Weierstrass había elegido, a propuesta de Gudermann, resolver el problema de hallar los desarrollos en series de potencias para la representación de las funciones elípticas. Siguiendo el camino marcado por Abel, por cuya obra siempre manifestó una profunda admiración, presentó un trabajo sobre la nueva teoría, que contenía notables avances y apuntaba los contenidos básicos que constituirían sus investigaciones posteriores sobre el tema. El propio Gudermann, que formaba parte del jurado, reconoció su importancia, señalando en su evaluación que era “del mismo nivel que los descubrimientos que son coronados por la gloria”. Cabe señalar que su tema pedagógico consistía en una disertación sobre la aplicación del método socrático en alumnos de nivel medio. Todo parece indicar que el que ha sido considerado como uno de los mejores profesores universitarios de análisis continuó siendo fiel a este método cuando ocupó la cátedra de la Universidad de Berlín.

En 1842 comenzó su carrera docente en el Pro-Gymnasium de Deutsch-Krone, un pequeño pueblo prusiano. Seis años más tarde se trasladará al Gymnasium de Braunsberg. En total, Weierstrass pasó casi quince años enseñando materias tan variadas como matemáticas, física, lengua alemana, botánica, geografía, historia, gimnasia y caligrafía. Pese al aislamiento y la imposibilidad de acceso a revistas y publicaciones matemáticas, Weierstrass dedicó su tiempo libre, y a menudo buena parte del tiempo de descanso nocturno, a la investigación matemática, especialmente a seguir la huella de Niels Abel, dispuesto a continuar sus trabajos pioneros sobre las llamadas funciones abelianas. Debe señalarse, no obstante, que el joven maestro también supo encontrar tiempo para aliviar, con amenas charlas y abundantes cervezas en compañía de otros jóvenes funcionarios y oficiales militares, el aislamiento que sufrían en aquellos oscuros pueblos.

Pese a las dificultades señaladas, su labor investigadora durante esos años fue notable, tanto por su nivel como por su gran originalidad. En aquel tiempo, las escuelas secundarias alemanas acostumbraban a publicar programas que contenían trabajos escritos por sus propios profesores. El curso 1848–1849 Weierstrass publicó un artículo titulado *Integrales abelianas* en el programa de la escuela de Braunsberg. Como es obvio, los importantes avances sobre funciones abelianas, allí presentados, pasaron completamente inadvertidos para la comunidad educativa.

Su siguiente trabajo, *Acerca de la teoría de funciones abelianas*, se publicó en 1854 en la revista *Journal de Crelle*. En esta memoria, Weierstrass daba la solución al problema de la inversión de las integrales hiperelípticas a partir de la representación de las funciones abelianas por medio de cocientes de series de potencias convergentes. Su impacto en la comunidad matemática alemana iba a dar un giro total a su vida. Una lluvia de reconocimientos empezó a caer sobre Weierstrass. Ese mismo año, la Universidad de Königsberg le concede un doctorado honorario, y en la primavera de 1855 el Ministerio de Instrucción Pública le concede una licencia de un año de duración para dedicarse a la investigación. Firmemente, decidido a no volver a la enseñanza secundaria, solicitó la vacante dejada por Kummer en la Universidad de Breslau. Aunque no obtuvo este nombramiento, le ofrecen una cátedra en el Instituto Politécnico de Berlín que aceptará el 14 de junio de 1856, pese a que su íntimo deseo era obtener ese mismo puesto en la Universidad.

Tras publicarse la versión completa de su teoría de las funciones abelianas en el *Journal de Crelle*, recibe ofertas de diferentes universidades. En septiembre de 1856, durante su estancia en Viena para asistir a una conferencia científica, le ofrecen una plaza de profesor en la universidad austriaca que elija. Weierstrass se muestra indeciso y demora la respuesta hasta que recibe una invitación para ejercer como profesor asociado en la Universidad de Berlín, que acepta de inmediato. El 19 de noviembre de 1856 es elegido miembro de la Academia de Berlín. Ocho años más tarde, en julio de 1864, es nombrado profesor titular de la Universidad de Berlín y deja el Instituto Politécnico.

Al poco de llegar a Berlín, Weierstrass y Kummer presentaron una solicitud al Ministerio de Cultura para crear en la Universidad de Berlín el primer seminario de matemáticas, que comenzará a funcionar en 1860. Los objetivos declarados de esta iniciativa eran mejorar la preparación de los estudiantes que habrían de ejercer en el futuro de profesores, proporcionándoles un conocimiento más profundo de las matemáticas y facilitándoles experiencias directas que les permitieran obtener de forma independiente nuevos conocimientos matemáticos.

Alrededor de 1850 Weierstrass comenzó a padecer severos ataques de vértigo que le provocaban fuertes náuseas. Estos achaques se reprodujeron con relativa frecuencia durante años, lo que dificultó considerablemente sus trabajos de investigación. Tras su llegada a la enseñanza superior en Berlín, las mayores exigencias de su posición docente repercutieron negativamente en su salud, y el 16 de diciembre de 1861 sufrió un grave colapso que le mantuvo alejado de la actividad científica y didáctica hasta el curso 1862–1863. A partir de entonces, Weierstrass solía impartir sus clases sentado, delegando en uno de los alumnos la tarea de escribir las fórmulas y desarrollos de su disertación en el encerado. No acabaron aquí sus problemas de salud ya que los ataques de vértigo fueron reemplazados por frecuentes episodios de bronquitis y flebitis que le acompañarían el resto de su vida.

Su éxito y reconocimiento como profesor atrajo a un gran número de alumnos a sus clases, en ocasiones más de doscientos. Este éxito provenía tanto de la excelencia de sus clases, como de su trato abierto con los alumnos, con quienes se mostraba dispuesto a debatir incluso fuera del aula, y de la generosidad que mostraba para compartir sus ideas con ellos y proporcionarles temas para sus tesis. Sus cursos y seminarios atraían a estudiantes y a postgraduados de todo el mundo. Entre otros asistentes, cabe destacar a G. Frobenius (1849–1917), Georg Cantor (1845–1918), Heinrich Bruns (1848–1919), W. Killing (1847–1923), L. Fuchs (1833–1902), Leo Königsberger (1837–1921), Otto Stolz (1842–1905), H. Minkowski (1864–1909), Adolf Hurwitz (1859–1919), H. A. Schwarz (1843–1921), C. Runge (1856–1927) y G. Mittag-Leffler (1846–1927). También asistieron físicos como L. Boltzmann (1856–1927) o M. Planck (1858–1947) e incluso filósofos como E. Husserl (1859–1938).

Especial fue su relación con Sonia Kovalévskaja (1850–1891). Esta joven rusa, tras un matrimonio de conveniencia para poder viajar y realizar estudios en el extranjero, llegó a Heidelberg para estudiar matemáticas con Königsberger, un antiguo discípulo de Weierstrass que le recomendó trasladarse a Berlín para continuar sus estudios con su maestro. Tras entrevistarse con la bella y brillante joven, Weierstrass, convencido de su talento, solicitó al senado de la Universidad de Berlín que la admitiera como alumna, haciendo una excepción en la norma vigente que prohibía la entrada en la universidad a las mujeres. Rechazada su petición, Weierstrass tomó la decisión de darle él mismo clases particulares en su domicilio. Tras cuatro años de formación, tutorada por Weierstrass, Sonia Kovalévskaja estuvo en disposición de presentar tres trabajos en la Universidad de Gotinga el año 1874, que le valieron la concesión del doctorado *in absentia*. Uno de los trabajos incluía el teorema que garantiza la existencia de una solución local analítica para un tipo de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales con coeficientes analíticos, teorema que, en la actualidad, lleva el nombre de Cauchy-Kovalévskaja. Tras su regreso a Rusia, se produjo un paréntesis en su actividad matemática, que



retomará tres años más tarde, a la vez que restablecía la correspondencia científica con su maestro. A instancias de éste, Mittag-Leffler conseguirá para ella un puesto de profesora de matemáticas en la Universidad de Estocolmo el año 1883. Allí permanecerá el resto de su vida. El año 1888 obtuvo el prestigioso Premio Bordin de la Academia de Ciencias, con una extraordinaria memoria sobre la rotación de un cuerpo rígido alrededor de un eje. Enterado Weierstrass, se apresuró a enviarle una carta expresándole su inmensa alegría por el reconocimiento obtenido. Weierstrass y Sonia mantuvieron una fluida correspondencia científica hasta el fallecimiento de ella el año 1891. Tan solo tenía 41 años y Weierstrass, que la sobrevivió seis años, quedó sumido en una profunda tristeza.

Weierstrass fue siempre reacio a publicar sus propios trabajos, hasta el punto de que si no hubiera sido por los apuntes tomados por sus alumnos de sus clases, que permitieron divulgar sus aportaciones, su influencia en el desarrollo de la matemática se hubiera retrasado considerablemente. Esta actitud se debía al exacerbado sentido crítico con que examinaba sus propios resultados, sometidos a constantes revisiones y ampliaciones bajo unos estrictos estándares de rigor, que pronto fueron conocidos como “rigor weierstrassiano”

Aunque sus cursos habían sido publicados por sus alumnos, con su autorización más o menos explícita, Weierstrass, que ya había editado las obras completas de Jacobi, Dirichlet y Steiner, comenzó a editar las suyas en los últimos años de su vida. En 1894 se publicó el primer volumen y el segundo poco antes de su fallecimiento. Los siete volúmenes restantes saldrán en sucesivos años, hasta 1927, editados por sus discípulos Johannes Knoblauch (1855–1915) y Georg Hettner (1854–1914).

Los últimos años de Weierstrass, aunque dulcificados por los frecuentes homenajes y reconocimientos públicos recibidos, como la Medalla de Helmholtz, otorgada por la Academia de Ciencias de Berlín en 1892, o la Medalla Copley de la Real Sociedad de Londres, fueron extremadamente duros por el grave deterioro experimentado por su salud, que le hizo pasar los tres últimos años en una silla de ruedas. El 19 de febrero de 1897 falleció en Berlín a causa de una neumonía.

Al final de su carrera, Weierstrass se mostraba muy orgulloso de sus trabajos sobre funciones abelianas. Ciertamente, en la segunda mitad del XIX, fue la principal figura en este campo. Después, el valor de sus aportaciones se fue diluyendo frente a otros enfoques más generales, a la vez que se engrandecían otras de sus contribuciones, especialmente las que había hecho a la fundamentación del análisis matemático. En cualquier caso, como él mismo puso de manifiesto en su discurso de ingreso a la Academia de Berlín el 9 de julio de 1857, el estudio y profundización en la teoría de las funciones elípticas y de las funciones abelianas constituyó la principal motivación e hilo conductor de su tarea investigadora. Desde sus inicios matemáticos, la ambición de Weierstrass fue crear una teoría completa y coherente de las funciones abelianas. Los precedentes de este tipo de funciones aparecen ligados al estudio de la integral elíptica  $\int R(x, y) dx$ , donde  $R$  es una función racional de dos variables, ligadas por la relación  $y = \sqrt{P(x)}$ , siendo  $P(x)$  un polinomio de grado 4 o 3 sin ceros múltiples. Este tipo de integrales habían aparecido en la rectificación de arcos de elipses e hipérbolas, de donde toman el nombre, y en diferentes problemas mecánicos planteados en los inicios del cálculo. Enriquecido su estudio por las aportaciones de Euler, el siguiente matemático que introduce avances de importancia fue Legendre (1752–1833), que clasificó las integrales elípticas en tres tipos canónicos, cuyas combinaciones permiten obtener cualquier integral elíptica. El siguiente paso, que supuso un cambio cualitativo en la línea de investigación, lo dieron Abel (1802–1829) y Jacobi (1804–1851). Parece que fue el sabio noruego el primero en observar el parecido entre la primera integral canónica de Legendre  $F(k, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{dt}{\sqrt{1-k^2 \operatorname{sen}^2 t}}$  y la función  $\operatorname{arcsen}(x) = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$ , lo que llevó a la introducción de las funciones elípticas como inversas de sus correspondientes integrales. Otra idea crucial fue extender las integrales elípticas al dominio complejo, lo que dio lugar a integrales de la forma  $\int R(u, z) dz$ , donde  $R$  es una función racional de dos variables complejas, ligadas por la función algebraica general  $f(u, z) = 0$ . Estas integrales recibieron el nombre de integrales abelianas a instancias de Jacobi, y sus inversas funciones abelianas, que incluyen a las elípticas como casos particulares. Al extender las funciones elípticas al plano complejo, Abel descubrió que estas funciones eran univaluadas y doblemente periódicas, lo que implicaba que su estudio podía restringirse a un paralelogramo en el plano complejo. Muchos de los resultados de Abel fueron hallados de forma independiente por Jacobi. La prematura muerte del sabio noruego, en 1829, dejó al alemán como líder indiscutible en este

campo. Jacobi introdujo las funciones theta como auxiliares para la representación de las funciones abelianas e hizo descubrimientos que abrieron una nueva línea de investigación al permitir estudiar este tipo de funciones como un caso particular de las funciones de variable compleja (meromorfas) doblemente periódicas.

El programa de los cursos bianuales que Weierstrass impartió entre los años 1861 y 1886 en la Universidad de Berlín proporciona, en buena medida, el itinerario investigador seguido por Weierstrass para sistematizar y generalizar la teoría de las funciones elípticas y abelianas.

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Introducción a la teoría de funciones analíticas (incluyendo la teoría de números reales).</li> <li>• Aplicaciones de las funciones elípticas.</li> <li>• Teoría de las funciones elípticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Teoría de las funciones abelianas.</li> <li>• Aplicaciones de las funciones abelianas.</li> <li>• Cálculo de variaciones.</li> </ul>
--	---

Convertido el análisis complejo en la herramienta fundamental para el estudio de las funciones elípticas y abelianas, se hizo necesario avanzar en la sistematización de la teoría de las funciones analíticas, continuando y extendiendo los trabajos de Abel, de Jacobi y, especialmente, de A. L. Cauchy (1789–1852). Entre los años 50 y 60 del siglo XIX, Riemann (1826–1866) y Weierstrass abordaron esta tarea desde presupuestos completamente diferentes. Riemann siguió una perspectiva global y geométrica, basada en la noción de superficie de Riemann y en la aplicación del principio de Dirichlet, mientras Weierstrass utilizó un camino analítico, apoyado fundamentalmente en el uso de las series de potencias y en el principio de prolongación analítica.

Hacia 1874 se sabe que Weierstrass disponía de una teoría rigurosa de las funciones univaluadas complejas de una variable compleja. Aplicando el teorema de factorización que lleva su nombre, construyó las funciones analíticas enteras a partir de sus ceros y de ellas pasó a construir las funciones meromorfas, de forma análoga a como se pasa de las polinomiales a las racionales: construyendo una función analítica con los mismos ceros que la meromorfa y una segunda que tenía por ceros los polos de aquella. La función meromorfa buscada se obtenía a partir del cociente de ambas.

Los descubrimientos de Riemann y de Weierstrass permitieron alcanzar, por primera vez, un conocimiento claro de la naturaleza de las funciones analíticas multivaluadas e hicieron posible su manejo para dar un tratamiento apropiado a las funciones elípticas y abelianas. Weierstrass no compartía el uso de la intuición geométrica y de argumentos físicos que había hecho Riemann en su sistematización de las funciones analíticas. En particular, se mostró muy crítico con su utilización del principio de Dirichlet, cuya fundamentación matemática ponía en entredicho. Su exigencia de demostraciones exclusivamente aritméticas, sin apelar a la intuición ni a evidencias geométricas, le llevó a incluir la construcción de los números complejos a partir de la secuencia enteros, racionales y finalmente irracionales en sus clases de introducción a la teoría de funciones analíticas.

La construcción del conjunto de los números reales a partir de los racionales fue abordada en las postrimerías del siglo XIX por diferentes matemáticos, de forma independiente y con diferente metodología; tal es el caso de Charles Meray (1835–1911), Richard Dedekind (1831–1916), Heine y Cantor. La construcción de Weierstrass, que ya aparecía en sus cursos el año 1865 y se mantuvo sin cambios significativos en años sucesivos, se basó en la noción de “agregados” de la unidad. De forma simplificada, podría decirse que un número está determinado si se sabe de qué elementos, que pueden ser infinitos, está formado y la cantidad de veces que éstos concurren para constituirlo. Por ejemplo,  $\sqrt{2}$  no sería el límite de la sucesión de racionales 1; 1,4; 1,41; 1,414; ... sino el “agregado” de  $\alpha, 4\beta, 1\gamma, 4\delta, \dots$  donde  $\alpha$  es la unidad principal,  $\beta = \frac{1}{10}$ ,  $\gamma = \frac{1}{10^2}$ ,  $\delta = \frac{1}{10^3}, \dots$

El siguiente paso de Weierstrass en su proceso de cimentación del análisis sobre bases aritméticas, lo que F. Klein bautizó como “aritmétización del análisis”, consistió en culminar el trabajo iniciado por Bolzano y Cauchy en el primer tercio del siglo XIX para proporcionar definiciones rigurosas de los conceptos fundamentales del análisis: límite, continuidad, convergencia, derivada e integral. Las definiciones que ellos habían dado suponían un significativo avance respecto a situaciones anteriores, pero conti-

nuaban apelando a la imprecisa noción de infinitésimo o a la intuición geométrica. Weierstrass se impuso la tarea de depurarlas de esos elementos indeseados. Como ejemplo, pueden compararse las definiciones de límite dadas por Cauchy en 1821 y por Weierstrass en 1872, respectivamente:

- Cuando los sucesivos valores atribuidos a una variable aproximan indefinidamente a un valor fijo tanto que al final difieren de él tanto como uno desea, esta última cantidad es denominada límite de todas las otras.
- Si dado cualquier  $\varepsilon$ , existe un  $\eta_0$  tal que para  $0 < \eta < \eta_0$ , la diferencia  $f(x_0 \pm \eta) - L$  es menor en valor absoluto que  $\varepsilon$ , entonces se dice que  $L$  es el límite de  $f(x)$  para  $x = x_0$ .

La definición de Weierstrass, como puede verse, recurre únicamente a los números reales, sus operaciones y la relación de orden en dicho conjunto numérico. Salvo pequeñas diferencias en el simbolismo, su definición coincide plenamente con la de tipo  $\varepsilon - \delta$  utilizada en los textos actuales.

Lo mismo puede decirse respecto a la definición de continuidad de una función. La dada por Cauchy en 1820 supuso un gran avance en el rigor, pero recurría a los infinitesimales y se basaba en una visión geométrica de los números reales. Esta situación llevó a Cauchy a sostener que “una notable propiedad de las funciones continuas de una variable es que pueden representarse geoméricamente por medio de rectas o curvas continuas” y a creer que una función continua era siempre diferenciable excepto en algunos puntos aislados. En 1874 Weierstrass comunicó a su amigo Du Bois-Reymond su descubrimiento de un ejemplo de función continua que carecía de derivada en todos sus puntos. Tal función venía definida por  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b^n \cos(a^n \pi x)$ , donde  $b \in (0,1)$  y  $a$  es un entero impar tal que  $ab > 1 + \frac{3}{2}\pi$ . Autorizado por Weierstrass, Du Bois-Reymond incluyó este ejemplo en un artículo que publicó el año 1875 en el Journal de Crelle, causando gran sorpresa y conmoción entre los matemáticos. No era el primer ejemplo de este tipo de “anomalías”, ya que anteriormente Bolzano y Riemann habían encontrado funciones que exhibían un comportamiento similar. En cualquier caso, estos ejemplos pusieron de manifiesto que la continuidad era una noción mucho más amplia que la diferenciability, a la vez que mostraban las limitaciones de la intuición geométrica en el análisis y la necesidad de establecer formulaciones rigurosas de sus conceptos básicos, fundamentadas en la aritmética.



La noción de continuidad que manejaba Cauchy le había llevado a dar una demostración falsa de un teorema que puede enunciarse de la siguiente forma:

*Si  $f_n : E \rightarrow R$  es una sucesión de funciones continuas, tal que para cada  $x$  de  $E$ , la sucesión  $f_n(x)$  es convergente, entonces la función  $f : E \rightarrow R$ , definida como  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$  para cada  $x \in E$ , es continua.*

Abel fue el primero en señalar el error de Cauchy, advirtiendo diplomáticamente que en su opinión el teorema admitía excepciones. Años más tarde, Weierstrass, Seidel y Stokes descubrieron de forma independiente la noción de convergencia uniforme, que resulta ser más potente que la de convergencia puntual. A partir de ella, Weierstrass reformula en 1861 el teorema de Cauchy bajo unas nuevas condiciones, que aseguran, por fin, su validez:

*Si la sucesión de funciones continuas  $(f_n)$  converge uniformemente a  $f$ , y cada  $f_n$  es continua, entonces  $f$  es continua.*

En 1880 Weierstrass completará sus aportaciones en este tema proporcionando un criterio para decidir la convergencia uniforme de una serie de funciones:

*Si para cada  $f_n$  en  $A$ ,  $f_n$  está acotada por una constante  $C_n$  y  $\sum C_n$  es una serie convergente, entonces la serie de funciones  $\sum f_n$  converge uniformemente sobre  $A$ .*

Para muchos historiadores Weierstrass es el padre del análisis moderno. Resulta imposible leer un tratado de análisis matemático sin encontrar su nombre asociado a múltiples resultados. Aunque el principal objetivo de Weierstrass fuera fundamentar y completar la teoría de las funciones abelianas, su línea de investigación se fue ampliando paulatinamente e hizo importantes contribuciones a otros campos del análisis, como el cálculo de variaciones, las series de Fourier, las ecuaciones diferencia-

les e integrales, etc. Lo aquí expuesto no es más que una visión superficial y parcial de algunos de sus logros, a los que podrían añadirse otros vinculados a su nombre, como el teorema de aproximación de Weierstrass, donde establece que una función continua puede ser uniformemente aproximada por polinomios; los teoremas de Bolzano–Weierstrass y de Casorati–Weierstrass y un largo etcétera en el que habrían de incluirse sus importantes contribuciones a la teoría de matrices y determinantes.

## George Boole



George Boole nació el 2 de noviembre de 1815 en Lincoln, Inglaterra, en el seno de una familia modesta. Su madre era doncella y su padre zapatero, aunque su verdadera pasión era el cultivo amateur de la ciencia y la tecnología. Su hijo heredó este amor por el conocimiento y, aunque sólo tuvo acceso a la educación elemental, como correspondía a su clase social en aquella época, estudió por su cuenta latín y griego con la esperanza de mejorar su posición. Para ayudar a la maltrecha economía familiar, comenzó a trabajar a los 16 años como maestro de primaria en escuelas privadas y, tres años más tarde, abrió su propia escuela en Lincoln, donde impartió docencia hasta el año 1849.

Durante sus primeros años como maestro, Boole quiso ampliar sus estudios de matemáticas y también de otros idiomas, lo que hizo de forma autodidacta a partir de las obras de Laplace y Lagrange. Pronto estuvo en disposición de poder leer con facilidad, en su idioma original, los trabajos de los grandes matemáticos franceses, alemanes e italianos. Rápidamente comenzó sus propias investigaciones matemáticas, que inicialmente se centraron en las ecuaciones diferenciales y el cálculo de variaciones. En 1838 pudo escribir su primer artículo, que tituló “Sobre ciertos teoremas del cálculo de variaciones”, aunque no fue el primero que publicó.

Un año más tarde contactó con el matemático Duncan F. Gregory (1813–1844), editor de la revista *Cambridge Mathematical Journal*, que se convirtió en su mentor, asesorándole sobre cómo escribir y publicar artículos matemáticos. El año 1841 aparecerá su primer artículo en esta revista, titulado *On the Integration of Linear Differential Equations with Constant Coefficients*. Durante los siguientes veintitrés años, Boole publicará regularmente decenas de artículos matemáticos, la mayoría sobre temas de la matemática tradicional. En los seis primeros años, sus publicaciones se centraron fundamentalmente en ecuaciones diferenciales, integración y cálculo de variaciones. Uno de estos trabajos sobre ecuaciones diferenciales fue premiado con la primera medalla de oro concedida por la Royal Society a un matemático. También escribió un artículo sobre invariantes que, más adelante, atraería el interés de Eisenstein, Cayley y Sylvester hacia este tema.

En uno de estos artículos Boole introdujo un nuevo método simbólico relativo a los operadores diferenciales, que le proporcionó un éxito temprano en este campo. El nuevo simbolismo facilitaba el tratamiento de las ecuaciones diferenciales lineales. Por ejemplo, si se tiene la ecuación diferencial  $y'' - y' - 2y = \cos(x)$ , se introducen los símbolos  $D = \frac{d}{dx}$  y  $D^2 = \frac{d^2}{dx^2}$ , que permiten escribir la ecuación anterior como  $(D^2 - D - 2)y = \cos(x)$ . A partir de aquí, entra en juego el simbolismo algebraico tratando el operador  $D^2 - D - 2$  como si fuese un polinomio algebraico.

Entre los años 1847 y 1854, Boole publica todas sus aportaciones a la lógica. En 1847 aparece *The Mathematical Analysis of Logic*. Cinco años antes de su publicación, Boole había iniciado una correspondencia con Augustus De Morgan (1806–1871) que habría de generar, con el paso de los años, una estrecha relación de amistad. De Morgan mantuvo una agria polémica con el filósofo escocés Sir William Hamilton (1788–1856) acerca de la naturaleza y posición de la lógica en el conjunto de las ciencias. Boole siguió la controversia con vivo interés y terció en la misma con su pequeña obra, sosteniendo que la lógica debería ser una rama de las matemáticas y no de la metafísica, como pretendía Sir William Hamilton. De Morgan calificó el trabajo como “una obra de las que marcan época”. Siete años más tarde publicó su segundo libro de lógica, *The investigation of the Laws of Thought*, que desarrollaba muchas de las ideas apuntadas en el primero. Ambas trabajos, junto con

un artículo publicado en 1848, marcaron el inicio de la lógica matemática que, superando las concepciones tradicionales de esta disciplina, la convirtió en una rama de las matemáticas que habría de experimentar espectaculares avances en la siguiente centuria. Resulta curioso que tan exigua producción le haya servido para inmortalizar su nombre en la historia de las matemáticas.

Los desarrollos alcanzados por el álgebra británica en la primera mitad del siglo XIX convirtieron esta rama de las matemáticas en un sistema de símbolos y de reglas precisas para operar con ellos, que desplazó el foco, tradicionalmente centrado en los contenidos, a la estructura. Boole llevará esta concepción hasta sus últimas consecuencias en sus investigaciones sobre la lógica. Independizado el cálculo de las nociones de número y magnitud, se hace posible un “cálculo del razonamiento deductivo” que, sostenía Boole, iba a permitir expresar de forma simbólica las leyes básicas del razonamiento humano. Es decir, la simbolización de las proposiciones y la traducción de las relaciones inferenciales a operaciones matemáticas iba a dar un carácter puramente formal al proceso de la deducción de conclusiones a partir de premisas. La sustitución de la noción de “propiedad” por la de “clase” y la introducción de un nuevo tipo de álgebra, que hoy conocemos como álgebra de Boole, fueron otros de los pasos esenciales en la tarea de matematización de la lógica tradicional. Bertrand Russell afirmaba, años después, que el mayor descubrimiento del siglo XIX había sido el de la naturaleza de la matemática pura, descubierta, añadía, por Boole en una obra que tituló *the Laws of Thought*.

Aunque inicialmente *The Mathematical Analysis of Logic* tuvo escaso éxito, contribuyó sin duda a que dos años más tarde Boole fuera nombrado primer profesor de matemáticas del recién creado Queens College de Cork, Irlanda, donde seguiría trabajando el resto de su carrera.

En 1855 Boole contrajo matrimonio con Mary Everest, sobrina del que dio nombre a la cima más alta de la Tierra. Tuvieron cinco hijas que alcanzaron cierta notoriedad. Alicia, que siguiendo los pasos de su padre se convirtió en matemática, fue responsable de la introducción del término politopo. Lucy fue una notable profesora de química; y la menor, Ethel, destacó como novelista, siendo autora de la novela *The Gadfly* que tuvo un extraordinario éxito popular en la Rusia postrevolucionaria.

En la última década de su carrera publicó, además de varios artículos, dos libros, dedicados a ecuaciones diferenciales y a ecuaciones en diferencias, respectivamente, que se convirtieron en auténticas referencias sobre estos temas, utilizándose como textos en Cambridge. También en este periodo recibió importantes honores y reconocimientos, entre los que cabe destacar su nombramiento como miembro de la Royal Society en 1857, miembro honorario de la Sociedad Filosófica de Cambridge, un año más tarde, y doctor honoris causa de Oxford en 1859. Boole nunca llegó a obtener un grado universitario, su formación había sido fundamentalmente autodidacta; por ello, la Universidad de Dublín le otorgó una graduación honoraria en reconocimiento al valor de su obra.

A finales del año 1864, mientras se trasladaba desde su domicilio al Queens College, descargó una fuerte tormenta que le dejó totalmente empapado. A causa de su excesivo sentido del deber, impartió sus clases con las ropas totalmente mojadas, y a los pocos días cayó enfermo de neumonía. El 8 de diciembre de ese mismo año falleció en localidad irlandesa de Ballintemple a la edad de 49 años.

## Augusta Ada Byron



Ada Byron nació en Londres el 10 de diciembre de 1815. Sus padres eran Anne Isabella Milbanke y el famoso poeta romántico Lord Byron. La pronta y traumática separación de sus padres, dejó a Ada en manos de su madre, que se apresuró a darle una educación disciplinada y eminentemente científica, con el propósito de alejarla de las veleidades literarias y fantasías que hubiera podido heredar de su padre. Su enseñanza incluyó la astronomía, el álgebra y la geometría.

En 1834, una amiga de su madre, la famosa científica autodidacta Mary Somerville (1780–1872) se convirtió en su tutora. Con ella tuvo ocasión de asistir a conferencias científicas y pudo relacionarse con notables científicos de la época. Fue precisamente Mary Somerville quien le presentó a Charles Babbage el 5 de junio de 1833 en el transcurso de una fiesta. El reconocido matemático e inventor, que a la sazón trataba de construir su Máquina de Diferencias, se convertirá en su amigo y mentor matemático.

En 1835 Ada se casó con William King, octavo barón de King y, a partir de 1838, primer conde de Lovelace. El matrimonio tuvo tres hijos y, tras el último parto, Ada quiso retomar su estudio de las matemáticas. Gracias a las amistades e influencia de su madre, consigue que el matemático y lógico Augustus De Morgan la acepte como alumna en 1840.

En esos años Babbage había comenzado a diseñar una nueva máquina, a la que denominaría Máquina Analítica, con la que pretendía realizar cálculos más generales que con su Máquina de Diferencias. Para construirla necesitaba apoyo económico, y en el otoño de 1840 viajó a Turín para dar una serie de charlas con esta finalidad. Durante su estancia en Italia, conoció al ingeniero y matemático Federico Luigi, conde de Menabrea, que se comprometió a escribir un artículo sobre el contenido de sus conferencias. El texto en francés se publicó en la revista de la Bibliothéque Universeille de Genova. Menabrea explicaba en él cuál era el propósito de los componentes de la Máquina Analítica y sostenía que el dispositivo tendría capacidad para calcular cualquier fórmula algebraica que pudiera serle introducida por medio de las tarjetas perforadas del tipo de las empleadas en los telares mecánicos de Jacquard.

Ada Byron tomó a su cargo la traducción al inglés del artículo de Menabrea, añadiéndole sus propias notas. El resultado fue una memoria que triplicó la extensión del artículo original y se publicó el año 1843. Al final de sus notas, Ada presentaba un programa para el cálculo de los números de Bernoulli. Según se desprende de su correspondencia con De Morgan, Ada habría estudiado este tema en el año 1842. Su descripción de cómo realizar cálculos concretos detalla el plan de perforación de las tarjetas para obtener una larga secuencia de los números de Bernoulli. Suele afirmarse que éste fue el primer programa de ordenador y el inicio de la ciencia de la computación.

Víctima de un cáncer, Ada falleció el 27 de noviembre de 1852 y, unos días más tarde, cumpliendo sus deseos, recibió sepultura en el panteón familiar de los Byron, junto a los restos de su padre.

Los trabajos de Babbage y Ada Byron recibieron la atención de Alan Turing (1912–1954), que expuso muchas de sus ideas en un artículo titulado *Números computables*, publicado el año 1937. También los conoció John von Neumann (1903–1957), cuando trabajaba en el diseño de la computadora EDVAC, y Howard Hathaway Aiken (1900–1973) durante la construcción de la MARK I.

En reconocimiento a sus trabajos, el Departamento de Defensa de Estados Unidos dio el nombre de Ada al lenguaje de programación de alto nivel para sus sistemas de cómputo, que comenzó a desarrollar en el año 1975.

## Bibliografía

Dzielska, M. *Hipatia de Alejandría*. (Traducción de José Luis López Muñoz). Siruela, Madrid, 2004.

Deakin, M. A. B. *Hypatia and Her Mathematics*. The American Mathematical Monthly 101(3), pp. 234–243, 1994.

Puig, L. *Hipatia ante Artemisia*. Revista Suma nº 62, pp. 87–100, 2009.

Boyer, C. B. *Historia de la Matemática*. Alianza Universidad Textos, Madrid, 1986.

Durán, A. J. *Historia, con personajes, de los conceptos del cálculo*. Alianza Universidad, Madrid, 1996.

Sánchez Fernández, C.; Valdés Castro, C. *De los Bernoulli a los Bourbaki. Una historia del arte y la ciencia del Cálculo*. Nivola, 2004.

Burris, Stanley, "George Boole". *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Edward N. Zalta (ed.), <http://plato.stanford.edu/archives/win2014/entries/boole> (Winter 2014 Edition).

Berrón Lara, V., "Augusta Ada King, Condesa de Lovelace". *Revista Digital Matemática, Educación e Internet. Sección Historia de la Matemática*. [http://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/HistoriaMatematica/HistoriaV8n2007/Augusta\\_%20Ada\\_%20King.htm](http://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/HistoriaMatematica/HistoriaV8n2007/Augusta_%20Ada_%20King.htm)

## ¿Las matemáticas están de moda o han estado de moda?

Tres imágenes tomadas de la revista ¡HOLA! Fashion nº5 y una de la revista GLAMOUR de noviembre de 2015 valen más que cualquier palabra para responder a esa pregunta. A tenor de dichas imágenes podemos asegurar que, al menos, han estado de moda. Esperemos que la moda no sea pasajera y las matemáticas sigan teniendo interés para el público en general al margen de las tendencias que decidan los modistos.



In english, *everything is four*. En español, *nunca es cuatro*.

En <http://geeksta.net/visualizations/everything-is-4-graphed> se ofrece una explicación, escrita por Ramiro Gómez, al hecho siguiente. Si en inglés elegimos una palabra cualquiera, contamos sus letras, y luego contamos las letras del número resultante, y después volvemos a contar las letras del número resultante, y así sucesivamente, siempre acabamos en 4. Hay otros idiomas en los que pasa lo mismo que en inglés, pero en español, llegamos a 5 o al bucle 4 - 6. Entra en la página anterior sólo si no has descubierto por qué sucede eso. Si conoces alemán, prueba a ver qué pasa. Y en francés, ¿qué sucede?

## La magnitud tiempo y la Coca-Cola

En la dirección <http://www.microsiervos.com/archivo/ciencia/60-min-lata-coca-cola.html> puede verse una imagen como la mostrada a continuación junto a la traducción de los siete puntos que en ella se recogen. Si eres de los que no perdona ocasión para ingerir esta bebida, te recomendamos no entrar a la mencionada página, donde se explica el efecto sobre tu cuerpo de los azúcares contenidos en una lata del refresco, equivalentes a 10 cucharadas de azúcar. Los comentarios se relacionan con el paso del tiempo, en total alrededor de una hora, a partir del momento de ser ingerida la estimulante bebida. A pesar de la imagen, es claro que no hay propaganda ni comisión alguna.

**WHAT HAPPENS ONE HOUR AFTER DRINKING A CAN OF COKE**

**1 FIRST 10 MINUTES**  
10 teaspoons of sugar hit your system. (100% of your recommended daily intake.) You don't immediately vomit from the overwhelming sweetness because phosphoric acid cuts the flavor allowing you to keep it down.

**2 20 MINUTES**  
Your blood sugar spikes, causing an insulin burst. Your liver responds to this by turning any sugar it can get its hands on into fat. (There's plenty of that at this particular moment)

**3 40 MINUTES**  
Caffeine absorption is complete. Your pupils dilate, your blood pressure rises, as a response your liver dumps more sugar into your bloodstream. The adenosine receptors in your brain are now blocked preventing drowsiness.

**4 45 MINUTES**  
Your body ups your dopamine production stimulating the pleasure centers of your brain. This is physically the same way heroin works, by the way.

**5 60 MINUTES**  
The phosphoric acid binds calcium, magnesium and zinc in your lower intestine, providing a further boost in metabolism. This is compounded by high doses of sugar and artificial sweeteners also increasing the urinary excretion of calcium.

**6 > 60 MINUTES**  
The caffeine's diuretic properties come into play. (It makes you have to pee.) It is now assured that you'll evacuate the bonded calcium, magnesium and zinc that was headed to your bones as well as sodium, electrolyte and water.

**7 > 60 MINUTES**  
As the rave inside of you dies down you'll start to have a sugar crash. You may become irritable and/or sluggish. You've also now, literally, pissed away all the water that was in the Coke. But not before infusing it with valuable nutrients your body could have used for things like even having the ability to hydrate your system or build strong bones and teeth.

## Gustos para todo

Presentamos aquí tres imágenes tomadas de la página <http://gaussianos.com/tres-grandes-tatuajes-matematicos>, cuyos motivos son por todos conocidos. Podríamos decir que sobran las palabras, pero lo que en realidad sucede es que nos hemos quedado mudos.



Tatuajes sobre la identidad de Euler, el conjunto de Mandelbrot y la banda de Möbius, respectivamente.

## Verne

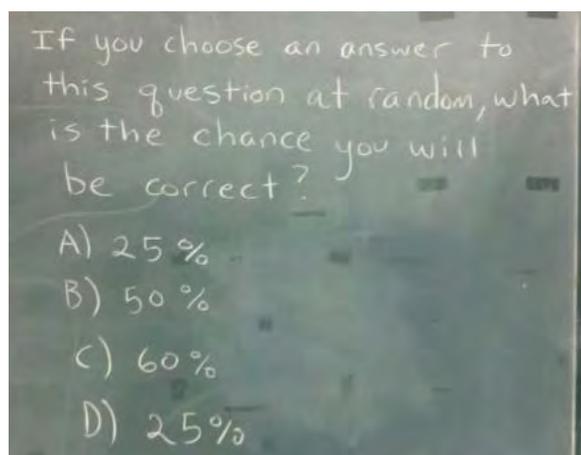
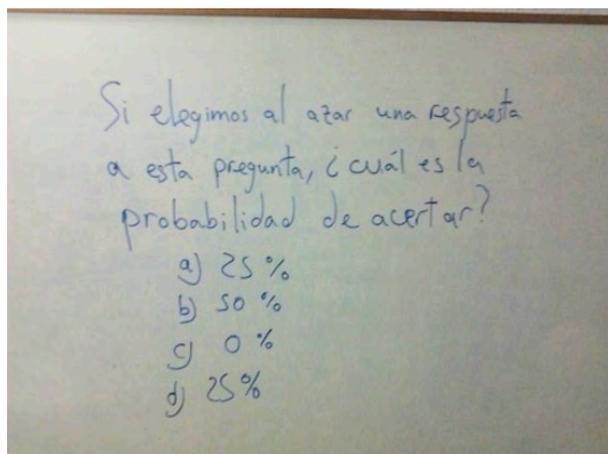
Julio Verne no necesita presentación y es probable que la sección del diario *El País* en su versión digital que lleva por nombre *Verne*, tampoco. A las últimas novedades de este apartado puede accederse desde la página principal del periódico, pero <http://verne.elpais.com> es la dirección propia de la sección, presentada en los siguientes términos:

En otras épocas, exploradores, aventureros y escritores recorrían el mundo buscando lo asombroso. Hoy, tenemos internet. VERNE: MIL MARAVILLAS POR MINUTO

Los aspectos que se recogen en esta sección son de toda índole y condición, pero en estas líneas vamos a informar sobre algunos de los que han aparecido relacionados con la disciplina matemática, <http://verne.elpais.com/tag/matematicas>, y que, en su mayoría, están a cargo de José Ángel Murcia, matemático y autor del blog "tocamates, matemáticas y creatividad": <http://www.tocamates.com>

### Consejos de un profesor de matemáticas para aprobar un examen tipo test sin estudiar

En este artículo José Ángel Murcia explica cómo la suerte puede sonreír a alguien que responde casi al azar un examen tipo test. Entendemos que las respuestas no son completamente azarosas pues para contestar hay que tener en cuenta ciertos aspectos desgranados en el mencionado artículo, por ejemplo, el hecho de quienes sostienen que, con frecuencia, las preguntas consecutivas no tienen la misma opción como correcta; el de poder descartar opciones por falta de concordancia con el enunciado o por pura lógica; la ley de Benford (que explica de forma muy didáctica) u otras creencias poco fundamentadas. A pesar de todo, el profesor Murcia finaliza aconsejando el estudio, siempre y cuando las preguntas no sean demasiado autorreferentes, como la que se muestra abajo a la izquierda.



A la izquierda *No es la mejor pregunta estadística de la historia*, versión dada en <http://www.zurditorium.com> de la pregunta mostrada a la derecha, publicada por Raymond Johnson y conocida en algunos foros como *La mejor pregunta estadística de la historia*.

### De Pitágoras a Nash: las vidas increíbles de matemáticos

En este artículo el profesor Murcia nos acerca, de forma breve, la vida de algunos matemáticos relevantes: Pitágoras, John Nash, Kurt Gödel, etc. hasta un total de ocho. Dejamos al lector que descubra quiénes son los cinco restantes y lea con tranquilidad los rasgos más destacados de todos ellos.

### El problema de matemáticas que sólo resolvió uno de cada diez estudiantes de secundaria

Aquí sólo damos el enunciado. Para conocer su historia os invitamos a visitar la página correspondiente: "Una cuerda está enrollada de forma simétrica alrededor de una barra circular. La cuerda da la vuelta exactamente cuatro veces alrededor de la barra, que tiene una circunferencia de 4 centímetros y una longitud de 12 centímetros. Averigua cuánto mide la cuerda".



### El cumpleaños de Cheryl: el problema de lógica que fríe neuronas en internet

El enunciado de este problema, de las últimas Olimpiadas de Matemáticas de Asia y Singapur celebradas el 11 de abril de 2015, se ha hecho famoso a partir de su publicación en el perfil de Facebook de Kenneth Jong, un presentador de la televisión de Singapur. El ejercicio llegó a *Buzzfeed*, que lo ha convertido en viral. Lee y piensa.

“Albert y Bernhard acaban de hacerse amigos de Cheryl y quieren saber cuándo es su cumpleaños. Cheryl les da una lista de 10 posibles días:

15 de mayo 16 de mayo 19 de mayo 17 de junio 18 de junio  
14 de julio 16 de julio 14 de agosto 15 de agosto 17 de agosto

Cheryl entonces les dice a Albert y Bernhard por separado el mes y el día de su cumpleaños respectivamente.

Albert: No sé cuándo es el cumpleaños de Cheryl, pero sé que Bernhard tampoco lo sabe.

Bernhard: Al principio tampoco sabía cuándo era el cumpleaños de Cheryl, pero ahora ya lo sé.

Albert: Entonces yo también sé cuándo es el cumpleaños de Cheryl”.

Por último proponemos otro ejercicio de lógica al que no se puede acceder desde la sección de matemáticas de Verne, sino desde la dirección dada al final.

### ¿Eres capaz de resolver el acertijo lógico más difícil del mundo?

“Tres dioses A, B y C se llaman Verdad, Falso y Aleatorio (no necesariamente en ese orden). Verdad siempre dice la verdad, Falso siempre miente y la respuesta de Aleatorio puede ser verdadera o falsa. ¿Sabrías decir quién es A, B y C, haciendo sólo tres preguntas cuya respuesta sea sí o no? Espera, hay más: los dioses contestarán en su idioma. Sus palabras para sí y no son ‘da’ y ‘ja’, pero no sabes qué significa cada una”.

En [http://verne.elpais.com/verne/2015/05/14/articulo/1431603147\\_157465.html](http://verne.elpais.com/verne/2015/05/14/articulo/1431603147_157465.html) puedes encontrar el enunciado, algunas aclaraciones, algo de historia y la solución.

## **Don Hermógenes Molina y Don Pedro Zárate**

Ellos son dos hombres buenos que viajan, de la mano de Arturo Pérez-Reverte, desde el Madrid de Carlos III al París previo a la Revolución Francesa. Ambos son miembros de la Real Academia Española; el primero, bibliotecario de la entidad, es un sobresaliente latinista y profesor de lenguas clásicas, su traducción de *Vidas Paralelas* de Plutarco supuso un hito en las letras hispanas; el segundo es brigadier retirado de la Real Armada, especialista en terminología naval y autor de un importante diccionario sobre la materia, ocupa el asiento reservado a un miembro perteneciente al ejército o a la armada.

Mientras Don Hermógenes es católico convencido, Don Pedro no cree en redentores, pero ambos claman por los espíritus libres e ilustrados, lo que les hace merecedores de la confianza de sus compañeros académicos para ir a París a adquirir la primera edición de la *Encyclopédie* de D’Alembert y Diderot.

En la novela *Hombres buenos*, de Pérez-Reverte, aparecen reflejados, además de los personajes mencionados, los nombres de eminentes científicos e ilustres hombres de letras del siglo XVIII europeo. En las líneas siguientes recogemos parte del texto dedicado a D’Alembert y Condorcet.

[...] *Secretario perpetuo de la Academia Francesa, eminente matemático, considerado uno de los más conspicuos pensadores de las luces, D’Alembert está en la cumbre absoluta de su fama. [...] Acepta el cumplido D’Alembert con la naturalidad de quien, a su edad y en su posición, ha recibido muchos [...] el almirante elogia dos obras de D’Alembert que, comenta, conoce y ha leído con gusto y aprovechamiento: Traité de l’équilibre et du mouvement des fluides y Théorie générale des vents, ambos muy interesantes para un marino. [...]*

*Nicolás de Condorcet es un caballero de aspecto simpático [...] pese a su relativa juventud es matemático prestigioso: una autoridad en cálculo integral, republicano a ultranza, que también intervino en la redacción de algunos artículos técnicos de la Encyclopédie. [...]*

En la obra resulta sumamente agradable ver cómo la convivencia transforma la relación entre los señores Molina y Zárate, que pasa del respeto académico a la más entrañable de las amistades. También es interesante analizar sus reacciones cuando van conociendo a distintos eruditos franceses.

Nuestro reconocimiento a los hombres buenos que en algún momento de la historia han hecho avanzar las sociedades. Nuestro agradecimiento a Pérez-Reverte por acercarnos, de manera amena y de tan magnífico trazo, hombres buenos, ya sean ellos reales o de ficción.

## Llamativo concurso

En esta misma sección del número anterior de este Boletín nos hacíamos eco de varios concursos para el verano de 2014 propuestos en la página [www.divulgamat.net](http://www.divulgamat.net). Entre ellos se mencionaba el concurso literario titulado *Bolas de nieve*, cuyo origen estaba, según la profesora Macho, autora de la propuesta, en OULIPO, acrónimo, en francés, de Taller de Literatura Potencial.

Para el verano de 2015 la profesora Macho propuso un nuevo concurso de redacción utilizando, asimismo, una restricción oulipiana. El concurso llevaba por título el *retrato alfabético*, que es, según la traducción dada por la mencionada profesora de la definición aparecida en la página de OULIPO, un listado de palabras (eventualmente acompañadas de frases breves) ordenadas en orden alfabético, que dibujan un retrato.

El concurso consistía en redactar un retrato alfabético de algún personaje matemático, teniendo en cuenta que:

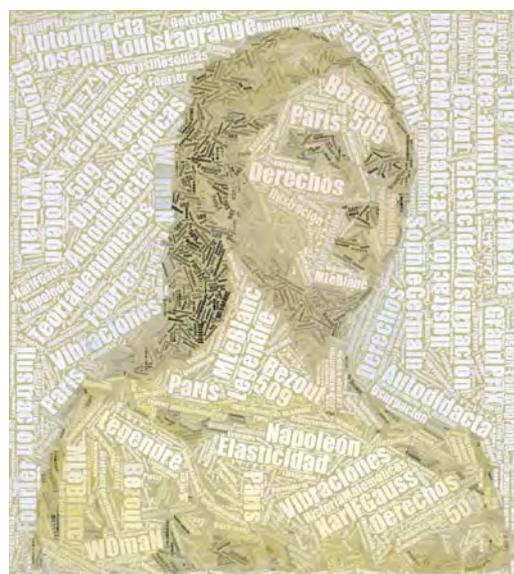
- El texto debía llevar el título del matemático o matemática retratada, con subtítulo opcional.
- En el retrato debían aparecer las 26 letras del alfabeto, aunque se daba la posibilidad de no usar a lo sumo 4, para facilitar la escritura.
- Las palabras debían referirse a detalles de la vida del retratado –lugares, personas relacionadas, obra matemática, etc.– y podían ir acompañadas de una breve descripción.

Para poder entender mejor la idea propuesta, se ofrecían dos ejemplos de retratos alfabéticos, uno de Italo Calvino y otro de Sofia Kovalevskaya, a los que se puede acceder desde la dirección:

[http://www.divulgamat.net/index.php?option=com\\_content&view=article&id=16760&directory=67](http://www.divulgamat.net/index.php?option=com_content&view=article&id=16760&directory=67)

El retrato ganador fue *Retrato alfabético de... Sophie Germain*, cuya autora es Rocío Pérez Batanero, que tendrá ya en su poder los libros con los que se premiaba su creación. Las palabras que incluyó Rocío en su retrato fueron *Autodidacta*, *Bezout*, *Curvatura media*, *Derechos*, *Elasticidad*, *Fourier*, *Grand Prix*, *Historia de las matemáticas*, *Ilustración*, *Joseph-Louis de Lagrange*, *Karl F. Gauss*, *Legendre*, *M. LeBlanc*, *Napoleón*, *Obras filosóficas*, *París*, *Quinientos nueve*, *Rentière-annuitant*, *Sophie Germain*, *Teoría de números*, *Usurpación*, *Vibraciones*, *WOMaN*,  $x^2+y^2=z^2$ . Esas palabras también fueron utilizadas por la ganadora para componer la imagen siguiendo a la derecha de estas líneas. Si el lector desea conocer el texto que acompañaba a cada una de las acepciones puede consultar la página web siguiente:

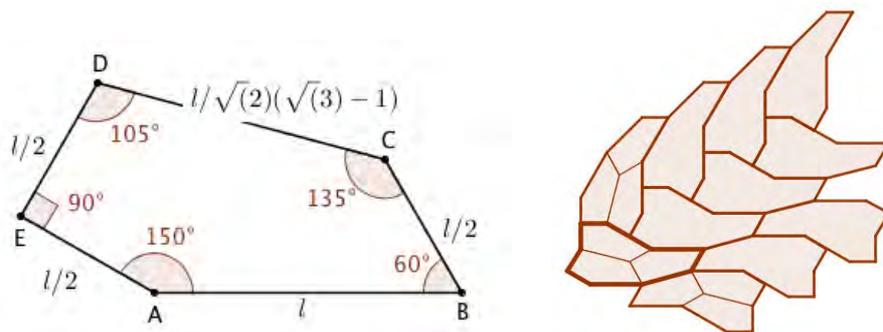
[http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com\\_content&view=article&id=16789:99-septiembre-2015-solucion-del-concurso-y-los-retratos-alfabeticos-ganadores-son&catid=70:literatura-y-matemcas&directory=67](http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=16789:99-septiembre-2015-solucion-del-concurso-y-los-retratos-alfabeticos-ganadores-son&catid=70:literatura-y-matemcas&directory=67)



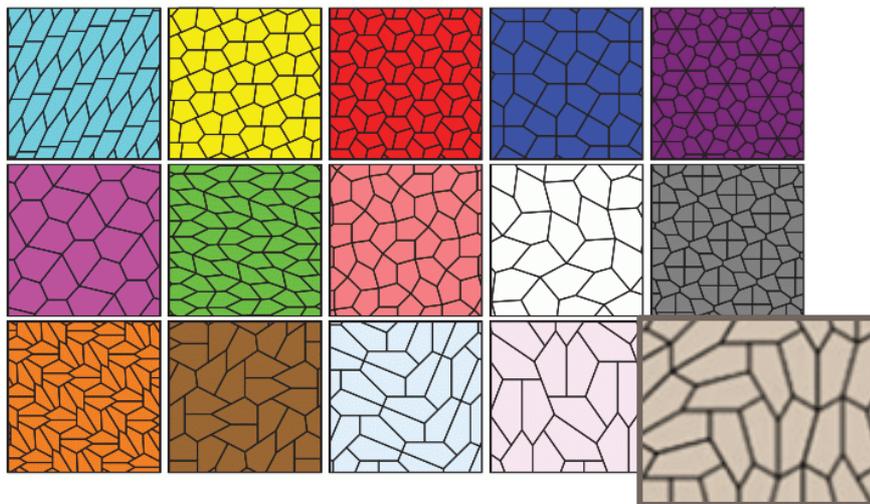
## Y van quince

Los recubrimientos del plano mediante figuras idénticas siempre logran captar el interés del observador. Hay verdaderos artistas entre los autores de algunas de esas obras, cuyo desarrollo proviene de recubrimientos poligonales del plano.

Es sobradamente conocido que entre los polígonos que permiten recubrir el plano están los triángulos y los cuadriláteros cualesquiera y los hexágonos regulares. Si nos preguntamos si hay posibilidad de hacer recubrimientos utilizando otros polígonos convexos, la respuesta es sí. En 1918, K. Reinhardt demostró que existen tres tipos de hexágonos irregulares que permiten recubrir el plano, pues deben verificar ciertas condiciones entre lados y entre ángulos, y el mismo K. Reinhardt demostró en 1927 que es imposible recubrir el plano con teselas poligonales convexas de siete o más lados. El caso de los pentágonos es especial. También fue Reinhardt quien encontró cinco clases de pentágonos convexos que pueden “embaldosar” el plano, pero no probó que no hubiera otros. En 1968, R. B. Kershner descubrió tres clases más, y aunque parece ser que manifestó estar seguro de haber cerrado el problema, no lo demostró. De hecho, no acertó en sus previsiones. Desde entonces hasta 1985 se encontraron otras seis pavimentaciones, cuatro de ellas debidas a Marjorie Rice, cuyos estudios matemáticos se reducían a los de secundaria. Pero durante los últimos treinta años, no se había logrado ningún otro avance en ese sentido. Fue durante la primera semana de agosto de 2015 cuando los matemáticos Casey Mann, Jennifer McLeod y David Von Derau dieron a conocer un nuevo pentágono que permite recubrir el plano. Las características de dicho pentágono se muestran en la figura inferior izquierda. La figura inferior derecha tiene la intención de ilustrar cuáles son las posibles transformaciones que han de efectuarse para obtener el recubrimiento del plano. La construcción del nonágono como composición de tres pentágonos facilita el hallazgo de tales transformaciones.



La imagen siguiente, que el lector puede encontrar en múltiples documentos, muestra los catorce modelos más uno de pentágonos que recubren el plano.



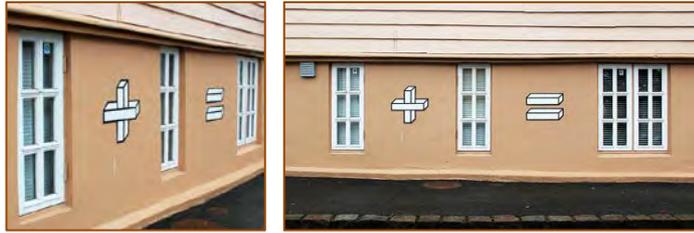
Puesto que los autores del hallazgo no prueban que los quince pentágonos son todos los posibles, quizás el “mosaico” anterior deba ser ampliado. Eso sí, para que algunos de los editores de este Boletín podamos conocerlo, ¡no podrán pasar otros treinta años!

## Grafitis matemáticos

Buscando alguna curiosidad, pusimos en Google "grafiti matemático". De todas las imágenes aparecidas, seleccionamos la que aquí es la primera a la derecha. Ella nos conducía a la página

<http://www.actiludis.com/?p=38737>

donde pudimos leer el pie que acompaña las imágenes.



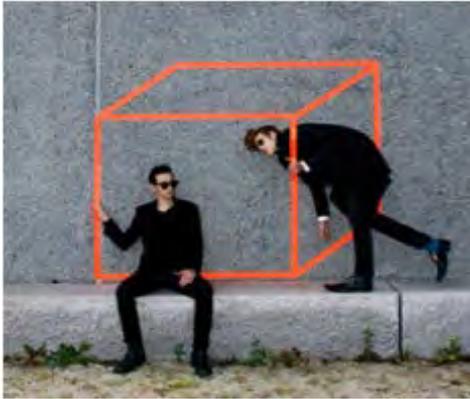
Grafitis matemáticos de [Aakash Nihalani](http://www.aakashnihalani.com).

Vía <http://elguindilla.com>



Como suele suceder, la solapada invitación fue aceptada y entramos en cada una de las páginas indicadas. Ahora pasamos la invitación a los lectores.

En la primera dirección, <http://www.aakashnihalani.com>, encontrarán composiciones sorprendentes, como las mostradas a la izquierda.



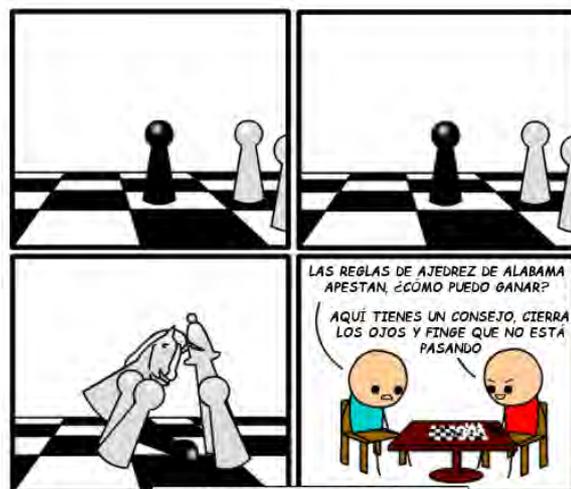
En la segunda, <http://elguindilla.com>, que se presenta como una página dedicada al *Humor gráfico, original y traducido, tontadas y cosas que me resultan curiosas*, hay una enorme variedad de viñetas entre las que se podrá hallar más de un motivo para sonreír y reír, y, en muchos casos, reflexionar. No hay que desaprovechar la ocasión. Una muestra de lo que allí aparece lo constituyen los dos dibujos dados a continuación.

## Cómo manejar el "si ..., entonces ..." y otras cosas



El Doctor Mungger apela a la salud pública para invadir Grecia.

Viñetas y texto tomados de:  
<http://elguindilla.com>



Cyanide and Happiness © Explosm.net  
 TRAD. ELGUINDILLA.COM

En Alabama juegan blancas y ganan (siempre).

## Los pequeños descuidos

Es difícil que alguien, en el desarrollo de su profesión, nunca haya tenido descuido alguno. Lo importante es saber reconocer el error si el descuido ha conducido a tal y, si es posible, enmendarlo. Como meras anécdotas, comentamos aquí dos descuidos, sin trascendencia alguna, que hemos detectado en respectivos medios de comunicación.

El primero lo vimos en el programa *Saber y Ganar* de La 2 de RTVE. Uno de los juegos propuestos en ese programa concurso se denomina *Última llamada* y es una sección en la que se ha de emparejar cada una de seis palabras, locuciones o frases con una pista que, en general, es expresada oralmente por una voz en off, es una imagen o es una pieza musical, menos frecuente este último caso. En dicha sección del programa emitido el 28 de julio del año en curso se mostraban las palabras que aparecen en la imagen, es decir, los nombres de seis polígonos.

Las pistas dadas fueron, en el orden mostrado, las siguientes:

- También lo demostró Zhou Bi.
- Se puede decir que los franceses viven en él.
- En 1984 se eliminó su código.
- Tiene 27 diagonales y la suma de todos sus ángulos internos es igual a 1260 grados.
- Su área es igual a la semisuma de las bases por la altura.
- Allí trabajan más de 25 000 personas entre civiles y militares.



Imagen obtenida del vídeo del programa colgado en la página web <http://www.rtve.es>

Los concursantes dieron las respuestas correctas en todas las ocasiones salvo en la primera, en la que Manolo Romero (en la imagen), excelente concursante y con una larguísima trayectoria en el programa, no supo responder *triángulo*. Pero, ¿era correcta la construcción de la pista en ese caso?

Se conoce como *Zhou Bi*, nombre propio que aparece en la primera de las pistas, una obra matemática de la Antigua China, escrita, según algunos estudiosos, entre el año 500 y el 300 a.C. En ella se demuestra la relación entre los lados de un triángulo rectángulo, conocida como teorema de Pitágoras, aunque se cree que éste no conocía el resultado recogido en el *Zhou Bi*. En dicho tratado, la demostración se basa en la construcción de dos cuadrados, uno de lado  $a + b$  y otro de lado  $c$ ; el segundo inscrito en el primero, siendo  $a$  y  $b$  las longitudes de los catetos del triángulo rectángulo de partida y  $c$  la de su hipotenusa. La imagen de la derecha da una idea de tal construcción. El resto, un breve y sencillo ejercicio para el lector.

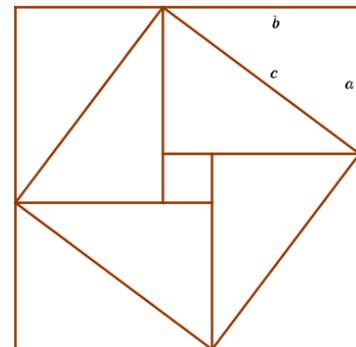


Imagen obtenida de <http://www.eldiariomontanes.es/videos/santander/2015/08/07/calamar-gigante-expuesto-supermercado-4405787340001-mm.html>,

página en la que se recogía la noticia.

El segundo de los descuidos que recogemos en estas páginas tiene que ver con el comentario que acompañaba un vídeo de la versión digital de *El Diario Montañés* del día 7 de agosto de 2015, en el que se recogía como noticia la captura de un calamar gigante en las aguas del mar Cantábrico, expuesto en un conocido supermercado de la ciudad de Santander. En la descripción del cefalópodo se decía "...el espécimen con 80 kilos de peso y 4,5 de longitud". Sin duda, cualquier persona entiende que 4,5 son metros, aunque el significado literal sea 4,5 kilos de longitud.

Anecdótico, sin más.

## Poesías áureas

Como es sabido, la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria viene impulsando desde hace dos años el Plan para el Fomento de la Competencia de Matemática. Cada vez son más los centros de nuestra región que se unen a este Plan y hacen su propio programa. El IES Vega de Toranzo, Alceda, es uno de los que lo desarrollan desde el comienzo. Durante el primer curso de implantación del Plan el instituto se ha centrado en el número áureo,  $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ , y ha realizado múltiples actividades interdisciplinares tomando como eje central  $\Phi$ , que van desde la creación de un rectángulo áureo compuesto de mandalas con simetría pentagonal, hasta el estudio de la evolución de la proporción áurea en el cuerpo humano a lo largo de la vida, pasando por la construcción de compases áureos o la comprobación de que en los huevos, tanto caseros como de granja, existe proporción áurea.

Una de las actividades que nos ha llamado la atención y que presentamos en esta sección es la creación de poesías áureas. La actividad fue propuesta por el orientador del centro y desarrollada por la profesora de Lengua y Literatura durante las horas de tutoría. Se mostraron a los estudiantes de 2º de ESO poesías, canciones y vídeos en los que se hacía referencia al número áureo. Un ejemplo de ello es **A la divina proporción**, poema de Rafael Alberti.

A ti, maravillosa disciplina,  
media, extrema razón de la hermosura,  
que claramente acata la clausura  
viva en la malla de tu ley divina.  
A ti, cárcel feliz de la retina,  
áurea sección, celeste cuadratura,  
misteriosa fontana de medida  
que el Universo armónico origina.  
A ti, mar de los sueños, angulares,  
flor de las cinco formas regulares,  
dodecaedro azul, arco sonoro.  
Luces por alas un compás ardiente.  
Tu canto es una esfera transparente.  
A ti, divina proporción de oro.

Rafael Alberti, 1946

Después se les explicó, a esos mismos alumnos, que para construir poesías áureas hay que tener en cuenta la relación existente entre el número áureo y la sucesión de Fibonacci, de modo que la métrica del poema siga los términos de dicha sucesión: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,... Finalmente, se les pidió a los estudiantes que creasen sus propias poesías áureas siguiendo la métrica: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 8, 5, 3, 2, 1, 1. El resultado lo podéis juzgar vosotros. Aquí están sus intentos. Igual no es tan fácil como cabría pensar.

### Tú y yo - Joseba Mantecón

Tú  
yo  
sí, no  
no lo sé  
sé que no lo es  
pero quisiera que fuera  
quisiera ver que todo fuera cierto pero no lo es  
mis ojos no ven, son ciegos  
miran y no ven  
no puedo  
no  
es

### La lucha - Sandra Fernández

Mar  
y  
cielo  
tú y yo  
todos unidos  
lucharemos por conseguir  
nuestra felicidad y todos nuestros sueños.  
Alcanzaremos la luna  
sin separarnos  
nosotros  
ellos  
tú  
yo

### Amistad - Sonia López

Mi  
luz  
llena  
de vida  
de esperanza  
y de personas geniales  
en cada momento de tu vida  
por juntar sus vidas  
indispensables  
son como  
agua  
sol  
mar

### Mar y sal - Héctor Gutiérrez

Mar  
sal  
juntos  
mueren  
cerca del río  
por juntar sus aguas  
en armonía al chocar con las olas formando  
una espumilla blanca  
con pececillos  
vagando  
en agua  
y  
luz

### Palabras - Patricia Pelayo

Si  
no  
simples  
palabras  
vuelan y sueñan  
sin ningún significado.  
Que tocan por la mañana  
como la luz luminosa  
que brilla sin más  
sencillas  
letras  
que  
son

### Razones - Tania Martínez

Yo  
y  
todos  
tenemos  
la razón en fin  
sin saber el porqué de ella  
somos como las matemáticas sin orden  
sin entenderlas las usamos  
sin significado  
sin fin  
pobre  
de  
mí

## Frases

La página <http://www.actiludis.com> está escrita por José M. de la Rosa Sánchez y el nombre de la página es el acrónimo de Actividades Lúdicas Educativas. Consta de secciones ligadas a diferentes disciplinas escolares (lengua, ciencias sociales, matemáticas, etc.) y otras de carácter divulgativo y lúdico, como el autor asegura. Una visita a la página siempre aporta algo interesante. De ella hemos tomado las siguientes frases.

Quien no quiere razonar es un fanático;  
quien no sabe razonar es un tonto;  
y quien no se atreve a razonar es un esclavo.

William Henry (1775 – 1836), químico inglés

Quien pregunta es tonto por cinco minutos,  
pero quien no pregunta es tonto para siempre.

Proverbio chino

## Guiños entre colegas

En fechas navideñas es costumbre cruzar entre familiares, amistades y compañeros mensajes de buenos deseos. En el colectivo profesional al que pertenecemos es frecuente hacer algunos guiños usando nuestro lenguaje simbólico. Transcribimos aquí uno de esos mensajes, que ha llegado a nuestras manos por algún camino olvidado. "La traducción" se deja a cargo de nuestros colegas.

$$\left[ \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (2,71828 \dots)^{r^2 y} \right] [chr(-1)st +]$$

# OLIMPIADAS Y OTROS CONCURSOS

## XIX OLIMPIADA MATEMÁTICA DE CANTABRIA PARA ESTUDIANTES DE 2º DE ESO

### PARTICIPACIÓN Y DESARROLLO

El día 25 de abril de 2015 se celebró, en las aulas de la Facultad de Ciencias, la XIX Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO. Como en ocasiones anteriores, la entidad organizadora de dicha prueba fue la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) que, una vez más, ha de sentirse satisfecha de la buena acogida que la Olimpiada ha tenido entre los estudiantes.

En esta convocatoria el número de inscritos fue de 191 estudiantes, de los que finalmente se presentaron a la prueba 159. Puede decirse que esta edición repite números respecto de la anterior, en la que los números respectivos fueron 187 y 151.

chas que otras por la sensación que su trabajo les hubiera producido, ninguno se iba con las manos vacías; a esos humildes presentes había que añadir, por un lado, la sensación de que compañeros y amigos en esos momentos eran duros competidores y, por otro, el resto de sensaciones derivadas de la magnífica experiencia: incertidumbre, expectación, responsabilidad, ilusión, preocupación, etc.



Dos momentos del desarrollo de la prueba.

Cada uno de los estudiantes presentados a la XIX Olimpiada fue obsequiado por la Organización con una camiseta y un diploma. Aun cuando al terminar los ejercicios planteados en la prueba, unas personas estuvieron más satisfe-

Los enunciados y las soluciones de los problemas que configuraron la prueba constituyen la sección siguiente. Unos y otras aparecen publicados en la página web de la SMPC:

<http://www.sociedadmatematicacantabria.es>

Indicar que las soluciones que aparecen en este Boletín no son una transcripción literal de las oficiales. Nos hemos tomado la libertad de mostrar, en ciertos casos, ligeras modificaciones o

vías alternativas para la resolución de tales ejercicios. Por otro lado, en alguno de los enunciados se han introducido pequeños cambios para facilitar la edición a dos columnas que tradicionalmente tiene la sección que nos ocupa.

En esta ocasión, el tema que subyace tras los enunciados es el juego del ajedrez. Nuestra felicitación, una vez más, a los responsables del diseño de la prueba por su originalidad y nuestro agradecimiento por su trabajo.



Los profesores organizadores y correctores de la prueba, tras finalizar la misma.

## PROBLEMAS

### INTRODUCCIÓN

El ajedrez es un juego cuyos orígenes se remontan a la India hacia el año 500, es ampliamente conocido en todo el mundo y despierta pasiones en millones de practicantes de las más diversas edades, formación cultural, clase social y lugar de residencia.

El ajedrez avanza casilla a casilla hacia su implantación en las escuelas. Los beneficios educativos de su enseñanza y práctica son evidentes según múltiples estudios. El 11 de febrero de 2015, recogiendo la voz de numerosas iniciativas de expertos y la declaración del Parlamento Europeo de 2012, la Comisión de Educación y Deporte del Congreso de los Diputados aprobó por unanimidad la proposición sobre la implantación y fomento de la práctica

del ajedrez en escuelas y espacios públicos y su promoción como deporte.



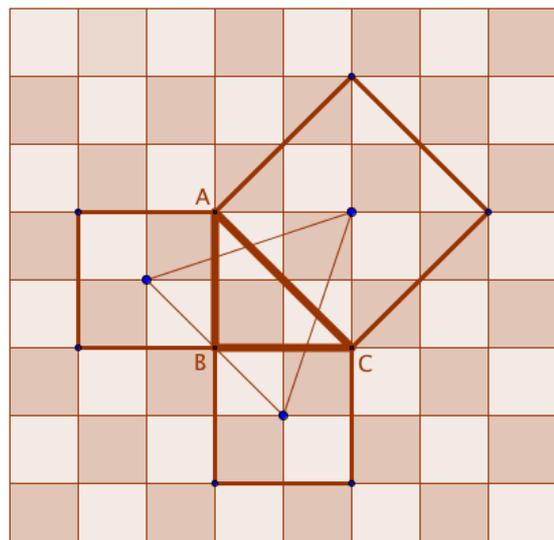
El ajedrez ha sido considerado como deporte por el Comité Olímpico Internacional y se celebran Olimpiadas anuales desde 1927.

Existen conexiones muy claras entre el ajedrez y las matemáticas, al menos en cuanto a procesos de análisis, métodos de razonamiento y notación del juego. La práctica del ajedrez puede ser, por tanto, provechosa para el desarrollo de las aptitudes matemáticas. Numerosos han sido, además, los matemáticos que han abordado problemas de ajedrez, tales como Carl Gauss y Leonard Euler.

En homenaje al ajedrez y a su relación con las matemáticas se proponen los siguientes problemas.

### PROBLEMA 1. GEOMETRÍA DE ESCAQUES

En un tablero de ajedrez, el lado de cada casilla mide 10 cm. Formamos un triángulo rectángulo ABC, como se ve en la figura.



- ¿Cuánto mide la hipotenusa del triángulo?
- Sobre cada uno de los lados del triángulo se construye un cuadrado y se unen los centros de los tres cuadrados, formando un triángulo. ¿Cuál es el área de ese triángulo?

## PROBLEMA 2. TORNEO DE AJEDREZ

Un torneo de ajedrez es una serie de partidas de ajedrez, jugadas competitivamente para determinar un ganador. La mayoría de torneos de ajedrez están organizados y regulados mediante las normas de la Federación Internacional de Ajedrez (FIDE). El formato de torneos está compuesto de los siguientes sistemas: de liga o "todos contra todos"; y sistema suizo o por eliminación directa.

A un jugador se le concede de forma general, por partida disputada, un punto (1) por la victoria, medio punto ( $\frac{1}{2}$ ) por tablas o empate, y cero puntos (0) por la derrota. Por convención, el primer jugador mencionado en un emparejamiento es quien lleva las piezas blancas.

El control de tiempo es un aspecto reglamentado en un torneo de ajedrez para consensuar la duración de las partidas que van a ser disputadas. Existen muy diversos ritmos de juego. Desde las partidas rápidas con 5 minutos por jugador, hasta las partidas de ritmo clásico, con 2 horas por jugador y una hora más una vez realizada la jugada 40. Actualmente, el ritmo "normal" de juego impuesto por la FIDE es de 90 minutos por jugador para toda la partida, más un incremento de 30 segundos por cada jugada realizada, lo que permite que a un jugador siempre le queden, al menos, 30 segundos para realizar su siguiente jugada.

El reloj de ajedrez consiste en un reloj de doble esfera que contabiliza el tiempo invertido por cada jugador al pensar sus jugadas durante una partida de ajedrez. Al pulsar el botón encima del reloj, este se detiene y pone en marcha el otro (los relojes nunca funcionan simultáneamente), haciendo correr el tiempo de su oponente.



- a) Seis jugadores han jugado un torneo de ajedrez de liga o "todos contra todos", a una vuelta. Completa la siguiente tabla con los datos que faltan, sabiendo que no hubo empates en la clasificación final.

Nota. En la tabla debe interpretarse: C=Carlsen, V=Vallejo, T=Tejedor, P=Polgar, A=Anand, I=Illescas; j=jugador, p=puntos; c=clasificación.

j	C	V	T	P	A	I	p	c
C		1	$\frac{1}{2}$			1		1º
V								2º
T		$\frac{1}{2}$		1			3	3º
P	0							4º
A	0		$\frac{1}{2}$				1,5	5º
I								6º

- b) Magnus Carlsen y Enrique Tejedor disputaron una partida a ritmo "normal". Tras realizar 27 jugadas, Carlsen, que jugaba con las piezas blancas, había consumido 87 minutos. A continuación, le tocaba jugar a Tejedor, que lo hacía con negras, y que había utilizado la mitad del tiempo consumido por Carlsen.

b<sub>1</sub>) Tras la jugada 27 de Carlsen y antes de la correspondiente jugada de Tejedor, ¿de cuántos minutos disponía cada jugador?

b<sub>2</sub>) ¿Durante cuánto tiempo pudo haber estado pensando su jugada Tejedor para quedarse con el mismo tiempo que tenía Carlsen?

## PROBLEMA 3. NUMERANDO CASILLAS

Hemos construido un tablero de ajedrez gigante de 80 filas y 80 columnas. Para numerar las casillas hemos partido de la casilla inferior izquierda y hemos avanzado en diagonales como se ve en el dibujo siguiente.

...	...						
fila 6	...						
fila 5	15	...					
fila 4	10	14	...				
fila 3	6	9	13	...			
fila 2	3	5	8	12	...		
fila 1	1	2	4	7	11	...	...
	columna 1	columna 2	columna 3	columna 4	columna 5	columna 6	...

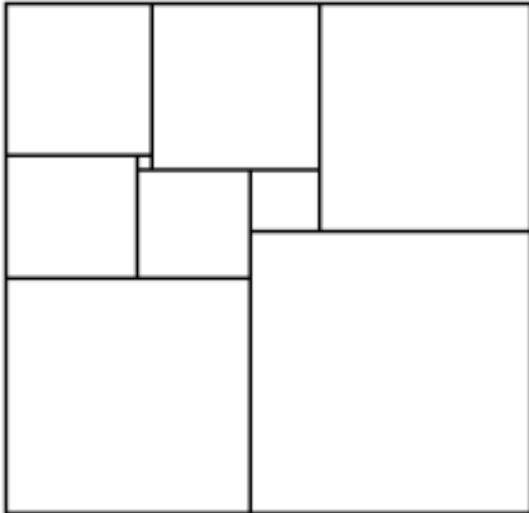
- a) ¿En qué fila y en qué columna está el número 25?

- b) ¿En qué fila y en qué columna está el número 2015?

- c) En un principio, todas las casillas del tablero son blancas. Cuando en una casilla ponemos un número impar, la casilla cambia de color (de blanca pasa a negra o de negra pasa a blanca) y también cambian de color las casillas que están a su alrededor (es decir, las que comparten con la casilla un lado o un vértice). ¿Puedes razonar de qué color queda la casilla que tiene el número 25?, ¿y la casilla con el número 2015?

### PROBLEMA 4. UNIÓN DE TABLEROS

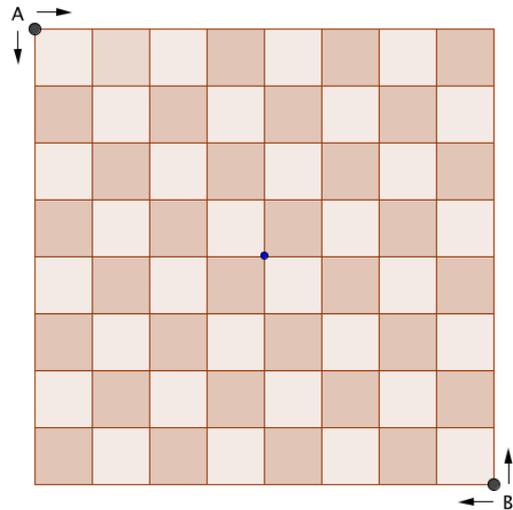
Se tiene un rectángulo formado por la unión de 9 tableros de ajedrez de distintos tamaños y no superpuestos, como vemos en la figura. Si el tablero más pequeño es 2 cm x 2 cm, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?



### PROBLEMA 5

Dos hormigas parten de esquinas opuestas de un tablero de ajedrez moviéndose a la misma velocidad y al azar por el contorno de las casillas, sin pisar el interior.

La hormiga A sólo avanza hacia la derecha o hacia abajo. La hormiga B sólo avanza hacia la izquierda o hacia arriba.



a) ¿Cuál es la probabilidad de que las hormigas se encuentren en el centro del tablero?

Nota: Si no has trabajado con probabilidad, imagina que de A salen 100 hormigas y que de B salen otras 100. ¿Cuántas de ellas se encontrarán en el centro?

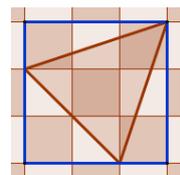
b) ¿Cuál es la probabilidad de que las hormigas se encuentren en algún punto del tablero?

### Solución del PROBLEMA 1

a) En todo triángulo rectángulo isósceles,  $hipotenusa = cateto \sqrt{2}$ . Por tanto, la longitud pedida es  $20\sqrt{2}$  cm.

b) El triángulo del que se pide el área está inscrito en un cuadrado equivalente a 9 casillas del tablero. La figura muestra esa situación.

Como la superficie de la parte del cuadrado no incluida en el triángulo equivale a 5 casillas, la superficie del triángulo equivale a 4 de las mismas. Como cada casilla tiene  $100 \text{ cm}^2$  de área, el área del triángulo es  $400 \text{ cm}^2$ .



### Solución del PROBLEMA 2

a) Argumentos lógicos básicos, teniendo en cuenta las reglas de puntuación, permiten completar la tabla, tal y como se muestra a continuación.

jugador	Carlsen	Vallejo	Tejedor	Polgar	Anand	Illescas	puntos	clasificación
Carlsen		1	½	1	1	1	4,5	1º
Vallejo	0		½	1	1	1	3,5	2º
Tejedor	½	½		1	½	½	3	3º
Polgar	0	0	0		1	1	2	4º
Anand	0	0	½	0		1	1,5	5º
Illescas	0	0	½	0	0		0,5	6º

b) En relación a los tiempos de Carlsen y Tejedor:

b<sub>1</sub>) Carlsen:

90 minutos – 87 minutos = 3 minutos.

El incremento por número de jugadas realizadas ha sido de 13,5 minutos, pues ha realizado 27 jugadas y por cada una tiene una bonificación de medio minuto.

Sumando ambos tiempos, se puede decir que a Carlsen le quedan 16 minutos y 30 segundos.

Tejedor:

90 minutos – 87/2 minutos = 46,5 minutos.

Como el número de jugadas efectuadas es 26, el incremento de tiempo ha sido de 13 minutos.

Por tanto, a Tejedor le quedan 59 minutos y 30 segundos.

b<sub>2</sub>) Como a Tejedor le quedan 59,5 minutos y a Carlsen le quedan 16,5 minutos, Tejedor dispone, en principio, de 43 minutos. Pero como hay que tener en cuenta que cuando Tejedor realice su jugada y pulse el botón, se le añadirán 30 segundos, Tejedor podrá pensar durante 43 minutos y 30 segundos para quedarse con el mismo tiempo que Carlsen.

### Solución del PROBLEMA 3

a) En la fila 1, los valores que van apareciendo son 1,  $2 = 1 + 1$ ,  $4 = 2 + 2$ ,  $7 = 4 + 3$ ,  $11 = 7 + 4$ ,  $16 = 11 + 5$ ,  $22 = 16 + 6$ ,  $29 = 22 + 7$ ,... Por tanto, el 25 se encontrará tres filas por encima de la del 22 y tres columnas a la izquierda de la del 22. Puesto que la posición del 22 es (fila 1, columna 7), la del 25 es (fila 4, columna 4).

b) Por la forma de construir la tabla, en el lugar (fila  $n$ , columna 1) aparece el número  $1 + 2 + \dots + n$ . O, equivalentemente, el lugar (fila  $n$ , columna 1) está ocupado por el número  $\frac{n(n+1)}{2}$ . Si al llegar a ese lugar el 2 015 ya ha aparecido en la tabla, se tiene  $2\,015 \leq \frac{n(n+1)}{2}$ .

Como  $2\,015 \leq \frac{n(n+1)}{2} \Leftrightarrow 4\,030 \leq n(n+1)$  y  $\sqrt{4\,030} \sim 63,48$ , se tiene que:

$$63 \cdot 63 < 4030 < 63 \cdot (63 + 1) = 4\,032$$

y, por tanto:

$$\frac{63 \cdot 63}{2} < 2\,015 < \frac{63 \cdot (63 + 1)}{2} = 2\,016$$

La última igualdad asegura que el 2 016 está en la posición (fila 63, columna 1) y, en consecuencia, el 2 015 está en la posición (fila 62, columna 2).

c) La casilla quedará negra si contando con ella y con las casillas de su alrededor hay un número impar de impares, y blanca cuando haya un número par de impares. La situación es la siguiente:

fila 6	21	27	34				
fila 5	15	20	26	<b>33</b>	<b>41</b>		
fila 4	10	14	<b>19</b>	<b>25</b>	32	40	
fila 3	6	9	<b>13</b>	18	24	31	39
fila 2	3	5	8	12	17	23	30
fila 1	1	2	4	7	11	16	22
	columna 1	columna 2	columna 3	columna 4	columna 5	columna 6	columna 7

fila 66	2211				
fila 65	2145				
fila 64	2080	2144			
fila 63	2016	<b>2079</b>	<b>2143</b>		
fila 62	<b>1953</b>	<b>2015</b>	2078	2142	2207
fila 61	<b>1891</b>	1952	2014	2077	2141
	columna 1	columna 2	columna 3	columna 4	columna 5

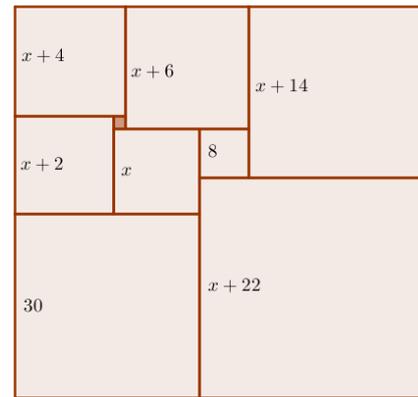
Luego, tanto la celda 25 como la celda 2015 quedan negras.

### Solución del PROBLEMA 4

Del enunciado se sabe que el cuadrado con sombreado más intenso en la figura adjunta tiene por lado 2 cm. En dicha figura aparece la longitud de los lados de cada cuadrado escrita en el interior del mismo. Cada una de esas longitudes se ha obtenido a partir de asignar el valor  $x$  a los lados de uno de los cuadrados y usar las relaciones entre los lados de tales cuadrados. El orden en que se han obtenido esos valores ha sido:  $x + 2$ ,  $x + 4$ ,  $x + 6$ , 8,  $x + 14$ ,  $x + 22$  y 30.

Como los lados opuestos de un rectángulo son iguales, debe verificarse:  $(x + 4) + (x + 6) + (x + 14) = 30 + (x + 22)$

De donde se deduce que  $x = 14$  cm. Por tanto, el rectángulo tiene por dimensiones 66 cm  $\times$  64 cm.



### Solución del PROBLEMA 5

a) Los desplazamientos de las hormigas de longitud máxima equivalen a 16 veces el lado de las casillas. Como el enunciado pregunta sobre la probabilidad de que las hormigas se encuentren en el centro del cuadrado, tendremos en cuenta sólo los desplazamientos de las hormigas que tengan longitud igual a la de 8 lados de las casillas, de los que diremos tienen longitud 8.

El número de caminos posibles que tiene la hormiga A para ir desde su posición inicial hasta el centro del tablero coincide con el número de filas de 8 elementos (pues son 8 los segmentos de la cuadrícula que han de recorrerse) en las que la letra D aparezca 4 veces y la letra A, otras 4; representando por D un desplazamiento a la derecha y por A uno hacia abajo. Ese número es el número de permutaciones con repetición de 2 elementos donde cada uno se repite 4 veces:

$$P_8^{4,4} = \frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 70$$

Por otro lado, el número total de desplazamientos que la hormiga A puede hacer de longitud 8 coincide con el número de filas de 8 letras donde cada letra es una A o una D (con el significado anterior). Ese número es  $VR_2^8 = 2^8 = 256$ .

Por tanto, la probabilidad de que la hormiga A llegue al centro del tablero es  $\frac{70}{256}$ . Como para B la situación es análoga, se tiene que la probabilidad de que se encuentren en el centro es:

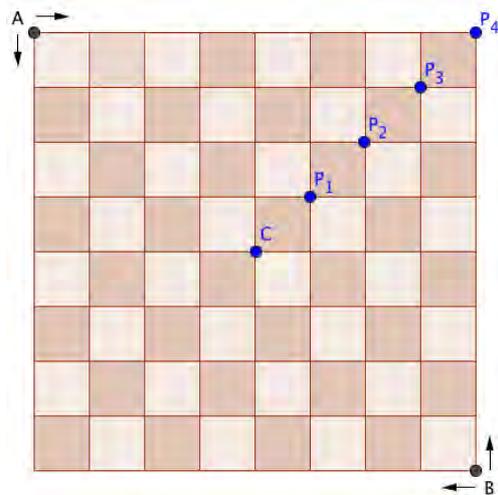
$$\left(\frac{70}{256}\right)^2 \approx 0,075 = 7,5\%$$

b) Las hormigas pueden encontrarse en el centro C, en cualquiera de los puntos señalados en la figura: P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub> y P<sub>4</sub>, o en cualquiera de los simétricos de esos puntos respecto de C. Es decir, pueden encontrarse sólo y exclusivamente sobre vértices de casillas situados en la segunda diagonal del tablero.

Como en el caso anterior, el número total de desplazamientos de longitud 8, para cualquiera de las hormigas es  $2^8 = 256$ .

Tanto para A como para B:

- El n° de formas de llegar a P<sub>4</sub> es 1
- El n° de formas de llegar a P<sub>3</sub> es 8
- El n° de formas de llegar a P<sub>2</sub> es  $P_8^{6,2} = 28$
- El n° de formas de llegar a P<sub>1</sub> es  $P_8^{5,3} = 56$



La probabilidad pedida es, por tanto:

$$p = 2 \left(\frac{1}{256}\right)^2 + 2 \left(\frac{8}{256}\right)^2 + 2 \left(\frac{28}{256}\right)^2 + 2 \left(\frac{56}{256}\right)^2 + \left(\frac{70}{256}\right)^2 \approx 0,1964 = 19,64\%$$

## ESTADÍSTICAS

Las gráficas y tablas, que aparecen a continuación, recogen algunos aspectos relacionados con las puntuaciones obtenidas en la XIX Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO.

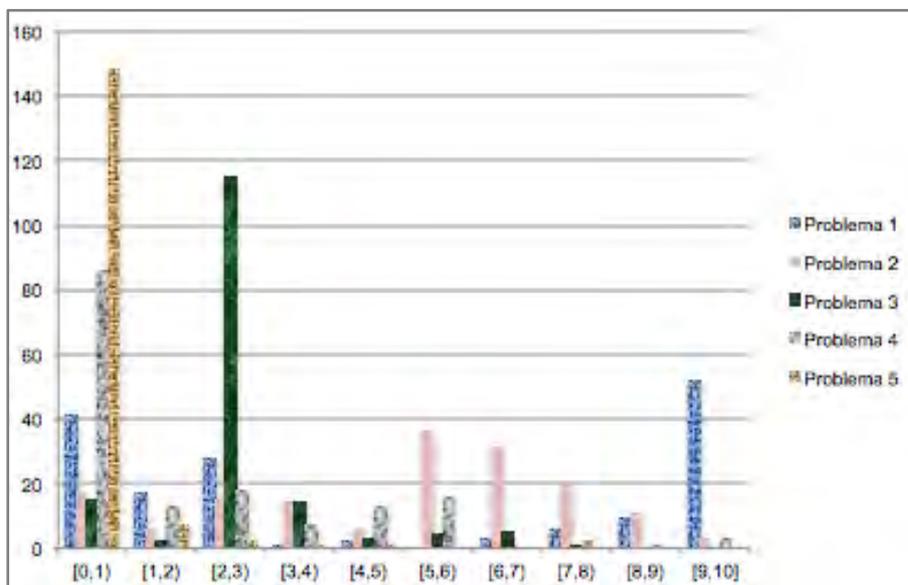
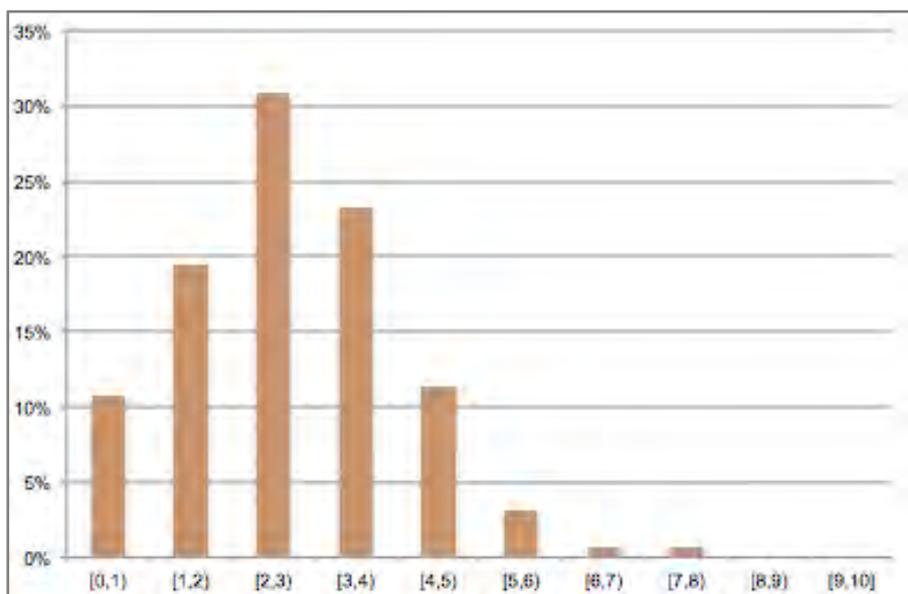


Tabla de frecuencias, por intervalos, de las calificaciones obtenidas en los diferentes problemas.



Porcentaje de estudiantes que obtiene una calificación final comprendida entre los extremos indicados.

	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Problema 5	PRUEBA
Nota media	4,47	4,91	2,16	1,71	0,11	<b>2,67</b>
Nota máxima	10	10	7	10	4	<b>8</b>
Nota mínima	0	0	0	0	0	<b>0</b>

En la tabla de la izquierda se señalan las notas medias, máximas y mínimas obtenidas en cada uno de los problemas de la prueba y en la prueba en su conjunto.

Recordemos que la nota final se obtiene como la media aritmética de las puntuaciones de los cinco problemas, donde cada uno de ellos tiene una calificación máxima de 10. En esta ocasión, la nota de corte de los finalistas fue de 4,8 (décima mejor calificación obtenida).

## CUADRO DE HONOR

La relación, por orden alfabético de apellidos, de los 10 primeros clasificados fue la que se muestra a continuación.

Pedro Javier Gómez Fernández  
David Gutiérrez Cambra  
Sara Gutiérrez González  
Mirela Langa  
Ana López Rivas  
Julio Medina Samamé  
Carlota Palomino González  
Rodrigo Peña Ruiz  
Manuel Peral García  
María de la Torre de las Cuevas



Estos diez alumnos tuvieron, por parte de la SMPC, un reconocimiento público a su trabajo. En un acto celebrado en el Salón de Actos de la Facultad de Ciencias, presidido por Carmen Espeso Ortiz, presidenta de la SMPC, esos diez estudiantes, rodeados de sus familiares, recibieron una mención especial y algunos regalos. También se aprovechó ese momento para que los padres de los tres estudiantes que iban a representar a Cantabria en la fase nacional de la Olimpiada Matemática concedieran a la SMPC los permisos necesarios para que la profesora que debía viajar con los chicos pudiera hacerlo sin ningún tipo de problema.



Los estudiantes elegidos para representar a Cantabria en la XXVI Olimpiada Matemática Nacional, que se celebraría en Huesca entre los días 24 y 28 de junio de 2015, fueron Pedro Javier Gómez Fernández, Mirela Langa y Carlota Palomino González. En las páginas siguientes se ofrece información detallada de la estancia de nuestros representantes en Huesca; tanto del concurso en sí, como de las impresiones que ellos trajeron de su participación en la Olimpiada Matemática Nacional.

## AGRADECIMIENTOS

Parece demás decir que detrás de cualquier evento hay personas que se encargan de su organización, pero nunca estará de más nuestro agradecimiento a las mismas. En particular, damos las gracias a cuantas personas han hecho posible la XIX edición de la Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO: diseñadores, cuidadores y correctores. Acerca de estos últimos, añadir que cada uno se encarga de la corrección de una única pregunta con desconocimiento total del nombre del estudiante al que corresponde el problema. Queremos dejar asimismo constancia de nuestro agradecimiento a todos los profesores que animan, inscriben y acompañan a sus alumnos a la prueba de Cantabria.

En las páginas finales de este Boletín se puede encontrar información de la convocatoria de la XX Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO.

# XXVI OLIMPIADA MATEMÁTICA NACIONAL PARA ESTUDIANTES DE 2º DE ESO

La Olimpiada Matemática Nacional para Estudiantes de 2º de ESO, que inicialmente estaba destinada a estudiantes de 8º de EGB, lleva celebrándose, contando ambos periodos, veintiséis años, siempre con la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) como entidad promotora. La Olimpiada culmina un proceso iniciado en todas las Comunidades Autónomas, con pruebas locales, provinciales y autonómicas para seleccionar a los representantes de cada región.

En esta ocasión, la XXVI Olimpiada Matemática Nacional para Estudiantes de 2º de ESO se celebró del 24 al 28 de junio de 2015 en Huesca. La Sociedad Aragonesa "Pedro Sánchez Ciruelo" de Profesores de Matemáticas y la FESPM fueron las entidades organizadoras.



A la XXVI Olimpiada Matemática Nacional acudieron un total de 61 estudiantes, 43 chicos y 18 chicas, representantes de Andalucía, Aragón, Canarias, Cantabria, Castilla y León, Castilla La Mancha, Cataluña, Ciudad Autónoma de Melilla, Comunidad de Madrid, Comunidad Foral de Navarra, Comunidad Valenciana, País Vasco, Extremadura, Galicia, Islas Baleares, Institutos Españoles en el Principado de Andorra, La Rioja, Principado de Asturias y Región de Murcia, acompañados por sus respectivos profesores, un total de 27.

Cantabria estuvo representada por los tres primeros clasificados en la decimonovena edición de la fase provincial. Pedro Javier Gómez Fernández, Mirela Langa y Carlota Palomino González asistieron a la prueba acompañados por la profesora María José Fuente Somavilla.



## PROGRAMA DE ACTIVIDADES

Junto a la prueba individual de resolución de problemas, el programa de la Olimpiada Matemática Nacional contempló, además de una amplia lista de talleres y juegos en los que se potenció la participación en grupo, actividades de carácter científico, cultural y deportivo con las que los estudiantes pudieron ampliar su conocimiento sobre aspectos diversos y, en particular, sobre algunos puntos interesantísimos de Huesca y de Zaragoza.

### Miércoles 24 de junio

18:00 – Recepción de los participantes y asignación de habitaciones.

20:30 – Cena en el IES Pirámide de Huesca.

21:45 – Bienvenida de la organización a los participantes y coordinadores. Presentación de la Olimpiada. Programa y grupos de trabajo. Indicaciones para el concurso de fotografía matemática.

23:00 – Descanso / Reunión con profesores.

### Jueves 25 de junio

08:30 – Desayuno.

09:15 – Prueba individual en el IES Pirámide de Huesca.

12:45 – Inauguración oficial.

13:15 – Comida en el IES Pirámide de Huesca.

15:30 – Baño en la piscina del IES Pirámide de Huesca.

18:00 – Sesión de resolución de problemas de la prueba individual.

20:30 – Cena en el IES Pirámide de Huesca.

21:30 – Visita al Planetario.

23:00 – Observación astronómica.

00:30 – Descanso.

### Viernes 26 de junio

07:45 – Desayuno.

08:30 – Bus a Zaragoza, Plaza del Pilar.

09:30 – Prueba por equipos por el centro histórico y monumental de Zaragoza.

11:45 a 12:30 – Tiempo libre en la Plaza del Pilar.

13:00 – Visita a la Escuela Museo Origami Zaragoza.

15:00 – Comida en el Parque de Atracciones de Zaragoza.

16:00 – Parque de Atracciones.

19:30 – Bus a Huesca.

21:00 – Cena en el IES Pirámide de Huesca.

22:00 – Monólogos Científicos de *The Big Van Theory*.

00:00 – Descanso.

### Sábado 27 de junio

08:15 – Desayuno.

09:00 – Bus a Huesca.

09:15 – Visita cultural por Huesca.

11:15 – Bus al Castillo de Loarre.

12:00 – Foto por comunidades y de grupo.

12:30 – Visita al Castillo de Loarre.

14:30 – Comida en la explanada del Castillo.

15:30 – Bus a Riglos.

16:15 – Visita al Centro de Interpretación Arcaz. Taller de matemáticas.

18:30 – Bus al IES Pirámide de Huesca.

19:30 – Baño en la piscina del IES Pirámide de Huesca.

21:00 – Cena de despedida en el IES Pirámide de Huesca.

22:00 – Descarga de fotografías del concurso.

23:00 – Reunión con profesores.

00:00 – Descanso.

### Domingo 28 de junio

07:45 – Desayuno.

08:30 – Bus a Zaragoza.

09:30 – Visita al Palacio de la Aljafería.

11:30 – Clausura en el Auditorio *Eduardo del Pueyo* del Conservatorio Superior de Música de Aragón. Conferencia *Matemáticas en tu Mundo*, por José María Sorando Muzás. Entrega de premios. Pase de las mejores fotografías.



13:30 – Aperitivo de despedida.

## PROBLEMAS DE LA PRUEBA INDIVIDUAL

### PROBLEMA 1

Se cortan las esquinas de un cubo, de 10 cm de arista, por los puntos medios de sus aristas, obteniéndose un *cubooctaedro*, formado por 6 caras cuadradas y 8 triángulos equiláteros (ver Figura 1).

a) Calcula el volumen de este cubooctaedro.

En otro cubo del mismo tamaño se marcan los puntos de las aristas que distan 2 cm del vértice más cercano y, después, se cortan las esquinas por esos puntos, obteniéndose, en este caso, un *cubo truncado*, formado por 6 caras octogonales (irregulares) y 8 triángulos equiláteros (ver Figura 2).

b) Calcula el área total de este cubo truncado.

c) ¿A qué distancia de los vértices se tendrían que haber cortado las esquinas para que los octógonos del cubo truncado fuesen regulares (iguales todas sus aristas)?

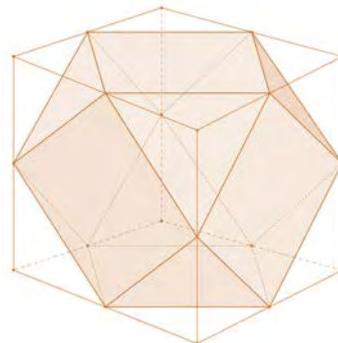


Figura 1: *Cubooctaedro*

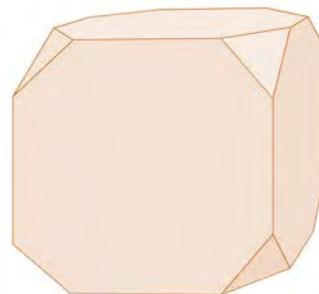


Figura 2: *Cubo truncado*

### PROBLEMA 2

Considera un cuadrado (como en el ejemplo de abajo) partido en nueve subcuadrados. Cada uno de estos subcuadrados está pintado de **rojo**, **verde** o **negro**. Una repintada de este cuadrado consiste en coger una fila, columna o diagonal, y en alterar los colores allí de modo que cambiamos **rojo** por **verde**, **verde** por **negro** y **negro** por **rojo**.

Ejemplo:



a) Transforma, mediante una sucesión de repintadas, el cuadrado de la Figura a) en el cuadrado con todos sus subcuadrados pintados de rojo.

b) ¿Se puede transformar, mediante una sucesión de repintadas, el cuadrado de la Figura b) en el cuadrado con todos sus subcuadrados pintados de rojo?

Ayuda: considera el número de subcuadrados verdes menos el número de subcuadrados rojos.

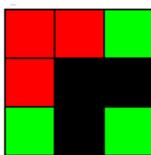


Figura a)

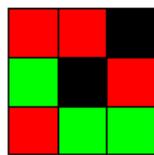


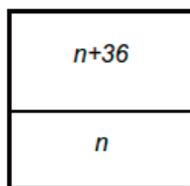
Figura b)

### PROBLEMA 3



El Castillo de Loarre, cuya imagen puedes ver en la foto, fue construido para organizar ataques contra las localidades situadas a sus pies. Es del siglo XI y, por su buena conservación, es uno de los mejores ejemplos de arquitectura militar y civil del románico en España. Este sábado lo visitaremos y lo haremos vestidos de guerreros medievales. Necesitaremos de un rey o una reina que nos dirija, pues es muy posible que mientras estemos en él se pueda producir un combate medieval. ¿Serías un buen rey o reina organizando a tus guerreros?

Supón que puedes disponer a todos tus arqueros en forma de cuadrado, con todos ellos uniformemente distribuidos en filas y columnas. El número de arqueros es tal que el cuadrado se puede dividir en dos rectángulos, de manera que uno de los rectángulos tiene 36 arqueros más que el otro (ver figura).



a) ¿De cuántos arqueros dispones en total?

Supón ahora que organizas a todos tus caballeros en una fila.

b) Si dispones de 25 caballeros entonces:

$$25! = 1551121004333098 \blacksquare 984000000$$

son todas las formas de disponer a todos tus caballeros en fila<sup>1</sup>.

¡Vaya!, se ha borrado una de las cifras. ¿Sabrías calcular el número que falta en el cuadrado  $\blacksquare$ ?

c) Por cierto, si dos de tus 25 caballeros quisieran ir juntos en la fila, ¿de cuántas formas podría ordenarse la fila?<sup>2</sup>

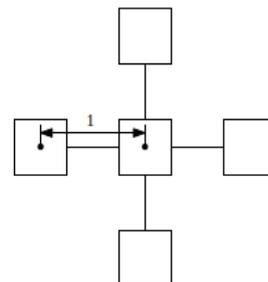
d) Si observas las formas de ordenar los caballeros, se tiene que  $4! = 24$  no acaba en cero pero  $5! = 120$  tiene un cero al final y  $25!$  tiene 6 ceros al final. ¿Cuántos ceros finales tendrá el número de formas de ordenar en fila a 100 caballeros?

<sup>1</sup> El modo de contar el número de formas de ordenar en una fila  $n$  elementos es calculando el factorial del número  $n$ , que se define como el número formado por el producto de todos los números naturales menores o iguales a  $n$  y se denota  $n!$ . Por ejemplo, si tenemos 2 caballeros llamados A y B los podemos ordenar en fila como: AB o BA, luego tenemos  $2 = 2 \cdot 1 = 2!$  formas. Si tenemos a 3 caballeros llamados A, B y C los podemos ordenar en fila como: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB o CBA, luego tenemos  $6 = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3!$  formas. Para el caso de 4 caballeros sería  $24 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4!$  formas. Para 5 caballeros sería  $120 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$  formas. Y así sucesivamente.

<sup>2</sup> Ya que el número es muy grande, lo puedes dar utilizando la notación de número factorial.

### PROBLEMA 4

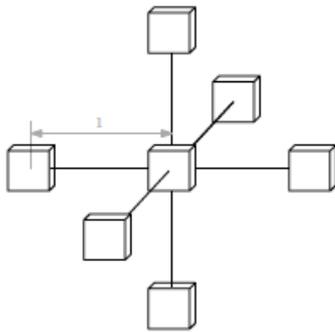
En el lejano planeta  $\mathbb{Z}_2$  existe una raza inteligente que se caracteriza por construir sus ciudades de una manera especial. Comienzan levantando un edificio central, y el resto los añaden por etapas. En la primera etapa construyen un edificio al norte del inicial, otro al sur, otro al este y otro al oeste, todos ellos a distancia 1 (ver figura). En cada etapa se procede de la misma manera con todos los edificios existentes: se construyen a su alrededor los cuatro edificios correspondientes, salvo aquellos que ya estén construidos de alguna etapa anterior.



a) ¿Cuántos edificios se construyen en la ciudad en la quinta etapa? ¿Y en la  $n$ -ésima?

- b) ¿Cuál es la distancia mínima al edificio central de los edificios que se construyen en la quinta etapa? ¿Y en la  $n$ -ésima?

Unos pocos siglos más tarde, volvemos para ver qué fue de estos simpáticos alienígenas. Su desarrollo científico y tecnológico ha sido considerable en este tiempo, ya que nos los encontramos afanados en la construcción de una compleja estación espacial en órbita alrededor de su planeta. Sin embargo, algunas costumbres nunca se pierden: el método de construcción de la estación es prácticamente el mismo que seguían para sus ciudades. Parten de un módulo central, donde se ubicará la sala de mando, y en sucesivas etapas acoplan a cada módulo existente hasta seis módulos más: encima, debajo, a la izquierda, a la derecha, delante y detrás, formando ángulos rectos y todos a la misma distancia, que volvemos a tomar igual a la unidad (ver figura). Por supuesto, si alguno de estos módulos ya ha sido añadido en una etapa anterior no lo vuelven a poner. Así pues, nos toca resolver otra vez el problema anterior, pero en esta ocasión en tres dimensiones.



- c) ¿Cuántos módulos se añaden a la estación en la quinta etapa? ¿Y en la  $n$ -ésima?
- d) ¿Cuál es la distancia mínima al módulo central de los módulos que se añaden en la quinta etapa? ¿Y en la  $n$ -ésima?



## CUADRO DE HONOR

Los seis estudiantes que recibieron Mención de Honor por su destacada Prueba Individual fueron (por orden alfabético de apellidos): Hug Camps Regás (Cataluña), Carlos Carrizo Vaqué (Castilla y León), Alejandro Moreno Díaz (Andalucía), Juan Prado Ardanuy (Aragón), Pedro Saavedra Ortiz (Andalucía) y Sara Vicente Arroyo (Extremadura).



El equipo ganador de la Prueba por Equipos fue el formado por Pablo Alonso Campos (Aragón), Jonathan Calvo Gallego (Institutos Españoles en el Principado de Andorra), Alberto Martín Heras (Castilla y León), José Miguel Reinaldos Miñarro (Región de Murcia), Miguel Ribas Moyá (Islas Baleares) y Roberto Vergara Sanchís (Comunidad Valenciana).

El equipo ganador del Concurso de Fotografía Matemática por Equipos fue el formado por Aurelio Bassets Marti (Ciudad Autónoma de Melilla), Bernardo Pereira Simoes Gomes Cardoso (Canarias), Mirela Langa (Cantabria), Silvia Martínez Sabio (Institutos Españoles en el Principado de Andorra), Alejandro Moreno Díaz (Andalucía) y José Pazos Pérez (Galicia).



Desde este Boletín queremos felicitar a todos los estudiantes que han participado en la Olimpiada, en particular a los representantes de Cantabria.



De izquierda a derecha: Carlota, Mirela y Pedro Javier.

## NUESTROS REPRESENTANTES OPINAN

**Pedro Javier Gómez Fernández**

He tenido la oportunidad y el privilegio de participar en la XXVI edición de la Olimpiada Matemática para Estudiantes de 2º de ESO en Huesca. ¡Ha sido una experiencia fantástica e inolvidable!

Los tres representantes de Cantabria y la profesora, María José, salimos, expectantes, desde la estación de autobuses de Santander, el miércoles 24 de junio. Tras un largo trayecto hasta Zaragoza, comimos unos bocatas, al igual que los representantes de otras Comunidades Autónomas, con los que nos encontramos y proseguimos el viaje hasta el IES Pirámide de Huesca, lugar donde residiríamos y realizaríamos la prueba individual.

Cuando llegamos, hacía un calor sofocante, pero al estar acompañados de tantos chicos con las mismas ganas de aprender que nosotros, se nos hizo más soportable. Tras ver nuestras habitaciones y conocer a nuestros compañeros de cuarto, hicimos un juego muy divertido para formar los equipos de la Prueba por Equipos y del Concurso de Fotografía Matemática por Equipos. A partir de ese momento, nos dejaron tiempo libre para conocernos mejor.

Hice muchos amigos y me llevo un gran recuerdo de todos ellos, juntos recorrimos los monumentos, castillos y museos de la magnífica y apretada agenda que nos tenía preparada la Sociedad Aragonesa de Profesores de Matemáticas, que se esmeró en ofrecernos lo mejor.



Tras la realización de la prueba individual, visitamos el Observatorio Astronómico de Huesca, donde nos presentaron los diez descubrimientos más notables de la década y pudimos ver el universo desde su sala 4D. También estuvimos en el impresionante centro histórico y monumental de Zaragoza, donde hicimos la Prueba por Equipos y lo pasamos genial, visitando las catedrales de La Seo y de El Pilar, siendo Zaragoza la única ciudad de España con dos catedrales. Seguido de esto, visitamos el Museo de Origami, el primer museo de papiroflexia del mundo, donde tuvimos la oportunidad de participar en un taller con un experto del tema y ver distintas obras hechas por artistas de todo el mundo.

Después de tanto arte, historia y ciencia, nos fuimos al Parque de Atracciones de Zaragoza, a pasarlo bien y a mojarnos un poco en sus atracciones acuáticas.



También visitamos el centro histórico de Huesca, algunas de sus iglesias y museos; pero la más relevante fue la visita al castillo románico de Loarre, situado en la sierra de Loarre, donde un experto nos mostró las armas y armaduras de la época medieval y desmintió algunos mitos popularizados falsamente por las películas. Con una guía vimos el castillo por dentro y sus distintas particularidades históricas. Durante el recorrido fui coronado "rey moro".





Seguimos rumbo a Riglos, un pueblo caracterizado por sus formaciones geológicas llamadas “mallos” donde colocan sus nidos numerosas aves, en especial los buitres leonados, que pudimos ver con prismáticos. Fuimos al Centro de Interpretación de Aves Arcaz, donde realizamos talleres con diferentes temáticas.

Al volver al instituto tuvimos una velada nocturna muy especial, disfrutando del famoso grupo de monologistas científicos *The Big Van Theory*.



Finalmente, el domingo 28 de junio, visitamos el bonito Palacio de la Aljafería en Zaragoza, camino del Conservatorio Superior de Música de Aragón, donde celebramos la clausura y despedida de la Olimpiada, con la entrega de diplomas y una conferencia matemática.

Me quedo con todo lo positivo que me ha aportado esta experiencia y todos los conocimientos que he adquirido gracias a la Olimpiada. ¡Repeti-

ría sin dudar! Por ello, animo a todos los chicos de 2º de ESO a participar y a apostar por estos retos y metas, ya que merece mucho la pena.

La Olimpiada ha sido un regalo y un premio al esfuerzo, que nos incentiva a seguir amando las matemáticas. La creatividad suele asociarse al arte y las letras, pero eventos como éste demuestran cuán creativas y divertidas son las matemáticas y, cuando lo descubres, tienes un amplio abanico de posibilidades con que mirar el mundo.

### Mirela Langa

La Olimpiada fue una experiencia genial y el hecho de que tuviera lugar en Huesca me alegró muchísimo ya que tenía la oportunidad de verme con mis tíos. El viaje fue en autobús y, aunque era una ocasión buena de conocer mejor a mis compañeros, me sorprendió el silencio que había, hasta que empezó a hablar nuestra profesora y la cosa se animó un poquito.

Cuando llegamos al IES Pirámide de Huesca me di cuenta a qué venía ese nombre, era chulísimo. Tenía muchas ganas de ver mi habitación y lo primero que hicimos fue buscar los enchufes para cargar los móviles. Empecé a sentir que este viaje por el mundo de las matemáticas había empezado cuando formamos los equipos con la ayuda de unos mosaicos cuyo nombre sería también el del grupo.

Todo estaba listo y mis nervios a tope al despertarme a la mañana siguiente sabiendo que llegaba lo más difícil: la prueba individual.



Pasada la prueba, intenté conocer mejor a los demás compañeros. Me parecieron geniales, todos eran diferentes, ¡algunos eran asombrosos! Tras un baño relajante en la piscina empezó la resolución de problemas. Jo, pensaba que no sería posible, pero estaba aún más nerviosa que por la mañana. En ese momento fue cuando pensé que, pasara lo que pasara en la prueba individual, tenía que disfrutar del viaje. Me salió bastante bien porque fue imposible no pasarlo de maravilla en el Planetario, sobre todo en la cabina de 4D.

El tercer día empezó con una sonrisa ya que nos íbamos a la Plaza del Pilar en Zaragoza donde tuvo lugar la Prueba por Equipos. La Prueba fue muy divertida, como era de esperar, y no solo lo pasamos bien resolviéndola sino que también aprendimos muchas cosas.



Y llegó la tarde más esperada, la que íbamos a pasar en el Parque de Atracciones de Zaragoza. Pero antes asistimos al Museo de Origami. Nos dejó boquiabiertos. Nunca me imaginé que se pudieran hacer tantas cosas con papel. Bueno, y ya por fin en el Parque de Atracciones... Esa tarde acabaría convirtiéndose en la mejor de mi vida.



Por la noche disfrutamos con los graciosos monólogos científicos de *The Big Van Theory*. Nos reímos con ganas.

La mañana siguiente estaba sellada con la visita al Castillo de Loarre que me impresionó por lo antiguo y, a la vez, por lo magnífico que es. Participamos en un asalto en el que los guerreros éramos nosotros. Hasta pudimos probarnos un casco de verdad que pesaba un montón.



Por la tarde visitamos Riglos, una localidad que impresiona con sus antiguos edificios, y el Centro de Interpretación Arcaz, donde pudimos observar las aves de aquella zona.



Después pudimos darnos un baño en la piscina y descargarnos las fotos que habíamos estado haciendo para el Concurso de Fotografía Matemática. Esa era la última noche en el IES Pirámide por lo que nos acostamos muy tarde.

La mañana siguiente me desperté algo triste, al igual que mis compañeras de habitación, y empecé a hacer las maletas. Me dio mucha rabia no haber cogido una maleta más grande, ya que recibimos muchos regalos durante esos días.

Y partimos a nuestra última excursión, al Palacio de Aljafería. Fue muy entretenido. En él se mezcla el arte musulmán y el cristiano.

Bueno, y llegó el momento de la entrega de premios. La mayoría ya teníamos claro algunos niños que merecían ganar la prueba individual y nuestras expectativas se cumplieron. La emoción era tremenda. Después de esto, solo nos quedaba despedirnos, tomarnos algunas fotos de recuerdo e intercambiar whatsapps para poder seguir hablando.

La Olimpiada junta a niños muy diferentes, pero a los que les une una pasión y esa pasión son las matemáticas, la perfección.

**Carlota Palomino González**

La XXVI Olimpiada Matemática se celebró en Huesca. El viaje fue largo, ya que fuimos en autobús y duró aproximadamente 5 horas.

Cuando llegamos al IES Pirámide me sorprendió mucho ya que pensé que iba a ser más pequeño. Las instalaciones estaban muy bien; pero, sin duda, lo que más me gustó fue la piscina.

El día de nuestra llegada, para hacer los grupos para la Prueba por Equipos, nos dieron una pieza de un mosaico y teníamos que completarla con las piezas de los otros miembros que formarían cada grupo.

Durante la Olimpiada realizamos diferentes pruebas y en todas ellas aprendí mucho. También visitamos Huesca y Zaragoza.



En la Prueba por Equipos y en la Prueba de Fotografía Matemática me lo pasé muy bien. Todos aportábamos algo y nos respetábamos.



La Olimpiada estuvo muy bien organizada y lo que más me gustó fue que conocimos a mucha gente muy maja con la que actualmente sigo manteniendo el contacto. En definitiva, la Olimpiada ha sido ¡una experiencia inolvidable!



# LI OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA



La Real Sociedad Matemática Española (RSME) es la institución que convoca año tras año, y ya son cincuenta y una las ediciones, la Olimpiada Matemática Española (OME). En dicha Olimpiada se distinguen dos fases: la Fase Autonómica, Provincial o Local y la Fase Nacional. La organización de la Primera Fase está a cargo de alguna Sociedad Matemática o Departamento de la Comunidad, Región o Ciudad correspondiente. En Cantabria el responsable de tal organización es el Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación (MATESCO) de la Universidad de Cantabria (UC). La Fase Nacional de la edición 2015 se celebró en Badajoz y el Comité Organizador estuvo integrado por Eva T. López Sanjuán, Jesús Montanero Fernández y

María Isabel Parra Arévalo, profesores del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Extremadura. Junto a ellos han colaborado un buen número de compañeros y estudiantes. La relación de todos ellos y el resto de la información relacionada con este acontecimiento aparece en la página web de la Olimpiada, cuya dirección es: <http://matematicas.unex.es/olimpiada/ome51>

## FASE LOCAL

La Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria fue, un año más, el lugar elegido para la celebración de la Fase Local de la OME. Para esta ocasión, la RSME había acordado como fechas posibles de celebración el viernes 16 de enero y el sábado 17 de enero de 2015. El Comité Organizador designado por el Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación para la puesta en marcha de la Olimpiada eligió llevarla a cabo en viernes; como en las dos ediciones anteriores, frente al resto de las mismas, celebradas en sábado.

En esta edición, los estudiantes participantes en la Fase Local de la Olimpiada fueron 62 y procedían, con reparto desigual, de diferentes centros educativos de la Comunidad Autónoma de Cantabria: IES Santa Clara, IES José María Pereda, IES Las Llamas, IES Villajunco, IES Cantabria, IES Leonardo Torres Quevedo, Colegio San Agustín, Colegio La Salle, CE Castroverde, IES Javier Orbe Cano, IES Valle de Camargo, IES Marqués de Santillana, IES Bernardino de Escalante, IES Dr. José Zapatero Domínguez.

Las características de la prueba de la Fase Local se han mantenido respecto a las de ediciones precedentes. Así pues, los estudiantes debieron medir su fuerza e ingenio ante un total de seis problemas matemáticos repartidos a partes iguales en sesiones de mañana y tarde, de tres horas y media de duración cada una. Cada problema se puntuaba sobre 7 puntos, por lo que la calificación máxima posible era de 42. Como es habitual, el uso de calculadoras no estaba permitido. Las horas de inicio de las sesiones fueron las 10:00 y las 15:30 horas, respectivamente.



Dos momentos de la celebración de la prueba.

En el intervalo de tiempo entre las dos sesiones de problemas, los estudiantes pudieron asistir a la conferencia programada por el Comité Local de la OME que tenía como ponente al profesor de la Universidad de Cantabria Luis Alberto Fernández Fernández y que llevaba por título *La modelización matemática y el mundo real*.

Esta y otras actividades de carácter lúdico tienen como objetivo dar a conocer a los estudiantes, de manera relajada, ciertos aspectos matemáticos que no están tratados dentro de su formación académica.

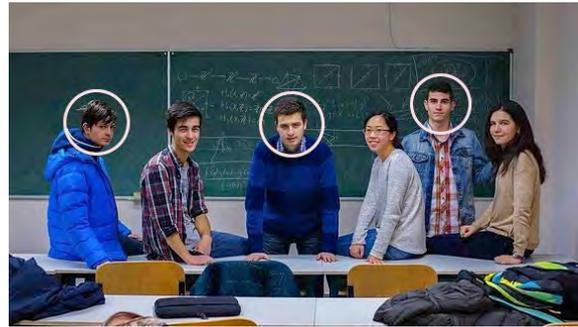
Los seis primeros clasificados en la Fase Local de la LI Olimpiada Matemática Española fueron los estudiantes relacionados en la tabla que se ofrece a continuación.

	APELLIDOS	NOMBRE
1	CRESPO RUIZ	LUIS
2	GÓMEZ RUIZ	ALEJANDRO
3	SANTOS GRANERO	JON ANDER
4	ARJONA MARTÍNEZ	JESÚS
5	SANTAMARÍA PÉREZ	JORGE
6	CORDERO VÁZQUEZ	JUAN CARLOS

Una vez más, debemos felicitar a Luis Crespo Ruiz pues su exitosa participación en Olimpiadas Matemáticas es una constante en los últimos años, ya sea en las de ESO o en las de Bachillerato, tanto a nivel local como nacional. También Jorge Santamaría Pérez repite triunfo y, junto a Jon Ander Santos Granero y Jesús Arjona Martínez, ha participado en el proyecto Estalmat - Cantabria, un programa bianual sobre estímulo del talento matemático que tiene alcance nacional y que en Cantabria acoge durante los cursos 2015-2017 a la octava promoción.

Los tres primeros clasificados fueron los representantes de la Comunidad Autónoma de Cantabria en la Fase Nacional de la LI Olim-

piada Matemática Española. Enhorabuena a todos ellos.



En la fotografía, publicada en *El Diario Montañés* acompañando el artículo *Genios de los números envidiados en España*, aparecen, junto a otros estudiantes, los tres primeros clasificados en la Fase Local de la LI OME. De izquierda a derecha y resaltados mediante un círculo: Jon Ander Santos Granero, Luis Crespo Ruiz y Alejandro Gómez Ruiz.

Las líneas siguientes están dedicadas a recoger tanto los enunciados de los problemas de la LI OME, a los que tuvieron que enfrentarse los participantes en la Fase Local, como las soluciones de los mismos. Tanto unos como otras aparecen publicados en:

[http://www.olimpiadamatematica.es/platea.pntic.mec.es/\\_csanchez/loc2015.html](http://www.olimpiadamatematica.es/platea.pntic.mec.es/_csanchez/loc2015.html)

pero su transcripción aquí no es literal, incluso en algunos casos se incorporan soluciones con ligeras diferencias. En el documento original proporcionado por la organización, de un mismo enunciado puede aparecer más de una solución, sin embargo aquí sólo ofrecemos una.

Como siempre, desde estas páginas queremos agradecer al Comité Local de la OME su labor desinteresada y buen trabajo realizado. En el momento actual está integrado por Carlos Beltrán Álvarez, Nuria Corral Pérez, Delfina Gómez Gandarillas, Demetrio González Plata y Jaime Vinuesa Tejedor.

## ENUNCIADOS Y SOLUCIONES

**Primera sesión.** Viernes mañana, 16 de enero de 2015.

### Problema 1

Demostrar que  $(a + by)^2 \leq ax^2 + by^2$  para cualesquiera  $x, y \in \mathbb{R}$  y cualesquiera  $a, b \in \mathbb{R}$  con  $a + b = 1$ ,  $a, b \geq 0$ . ¿En qué casos se da la igualdad?

#### Solución:

La cuestión es equivalente a probar que:

$$ax^2 + by^2 - (a + by)^2 \geq 0$$

Operando:

$$\begin{aligned} ax^2 + by^2 - (a + by)^2 &= \\ &= a(1 - a)x^2 + b(1 - b)y^2 - 2abxy = \\ &= abx^2 + aby^2 - 2abxy = \\ &= ab(x - y)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

La igualdad se da si y sólo si  $a = 0, b = 0$  o  $x = y$

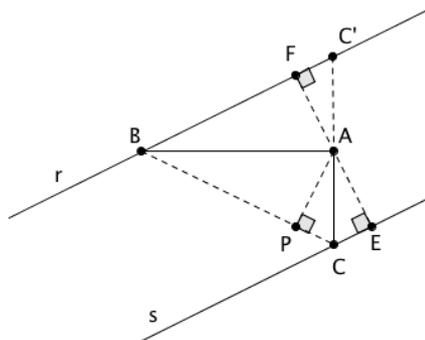
### Problema 2

Sean  $r$  y  $s$  dos rectas paralelas, y  $A$  un punto fijo a igual distancia de ambas rectas. Para cada punto  $B$  de la recta  $r$ , sea  $C$  el punto de

la recta  $s$  tal que  $\widehat{BAC} = 90^\circ$ , y sea  $P$  el pie de la perpendicular desde  $A$  sobre la recta  $BC$ . Demostrar que, independientemente de qué punto  $B$  de la recta  $r$  tomemos, el punto  $P$  está sobre una circunferencia fija.

**Solución:**

La siguiente figura ilustra la situación del enunciado y, en ella,  $C'$  representa el punto de corte de las rectas  $AC$  y  $r$ .



Por hipótesis, los segmentos  $\overline{AF}$  y  $\overline{AE}$  tienen igual longitud. Como  $\widehat{FAC'} = \widehat{EAC}$ , por ser ángulos opuestos por el vértice, los triángulos rectángulos  $AFC'$  y  $AEC$  son congruentes. Por tanto:  $\overline{AC} = \overline{AC'}$ . De donde se deduce que la recta  $AB$  es mediatriz de  $\overline{CC'}$  y, en consecuencia,  $\widehat{BC'A} = \widehat{BCA}$ . De esta forma, los triángulos rectángulos  $ACP$  y  $AC'F$  son congruentes. Así,  $\overline{AP} = \overline{AF}$ , es decir, el punto  $P$  está (con independencia de  $B$ ) sobre la circunferencia de centro  $A$  y radio la distancia de  $A$  a  $r$  (o a  $s$ ).

**Problema 3**

Un campeonato de baloncesto se ha jugado por sistema de liga a dos vueltas (cada par de equipos se enfrentan dos veces) y sin empate (si el partido acaba en empate hay prórrogas hasta que gane uno de los dos). El ganador del partido obtiene 2 puntos y el perdedor 1 punto. Al final del campeonato, la suma de los puntos obtenidos por todos los equipos salvo el campeón es de 2 015 puntos. ¿Cuántos partidos ha ganado el campeón?

**Solución:**

Si  $n$  denota el número de equipos que intervienen en el campeonato, se tiene que:

- se juegan un total de  $n(n - 1)$  partidos, sumando un total de  $3n(n - 1)$  puntos.
- cada equipo juega  $2(n - 1)$  partidos.
- Si  $x$  es el número de partidos ganados por el equipo vencedor, entonces el número de puntos obtenidos por dicho equipo es  $x + 2(n - 1)$ , que, como máximo, es  $4(n - 1)$  puntos.

De lo anterior, se puede establecer la relación:

$$2015 < 3n(n - 1) \leq 2015 + 4(n - 1)$$

De donde se deduce:

$$672 \leq n(n - 1) \Rightarrow 27 \leq n$$

$$(3n - 4)(n - 1) \leq 2015$$

Si  $n \geq 28$ , entonces  $(3n - 4)(n - 1) \geq 2015$ .

Por tanto,  $n = 27$

Como  $3 \cdot (n - 1) = 2015 + x + 2(n - 1)$ , se tiene, para  $n = 27$ :

$$x = (3 \cdot 27 - 2)(27 - 1) - 2015 = 39$$

El número de partidos ganados por el equipo campeón es 39.

**Segunda sesión.** Viernes tarde, 16 de enero de 2015.

**Problema 4**

Los enteros positivos  $x, y, z$  cumplen

$$x + 2y = z$$

$$x^2 - 4y^2 + z^2 = 310$$

Halla todos los posibles valores del producto  $xyz$ .

**Solución:**

Partiendo de las igualdades iniciales, se obtienen las relaciones:

$$x^2 - 2xz + z^2 = 4y^2$$

$$x^2 - 310 + z^2 = 4y^2$$

De donde se deduce que  $xz = 155 = 5 \cdot 31$

Puesto que  $x + 2y = z$ , y  $x, y, z$  son enteros positivos, se tiene  $z \geq x$ . Por tanto, las únicas soluciones de la ecuación anterior son  $x = 1, z = 155$  y  $x = 5, z = 31$ . Y, respectivamente,  $y = 77, y = 13$ .

El producto pedido es, en cada caso:

$$1 \cdot 77 \cdot 155 = 11\,935$$

$$5 \cdot 13 \cdot 31 = 2\,015$$

**Problema 5**

En una recta se tienen cuatro puntos  $A, B, C$  y  $D$ , en ese orden, de forma que  $\overline{AB} = \overline{CD}$ . El punto  $E$  está fuera de la recta y  $\overline{CE} = \overline{DE}$ . Demostrar  $\widehat{CED} = 2\widehat{AEB}$  si y sólo si  $\overline{AC} = \overline{EC}$

**Solución:**

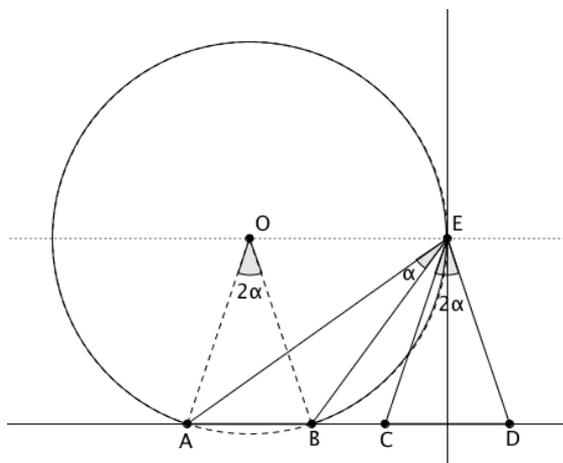
Sea  $\widehat{CED} = 2\alpha$  y sea  $O$  el centro del arco capaz  $c$  de ángulo  $\alpha$  y segmento  $\overline{AB}$  que está en el mismo semiplano que  $E$  respecto a la recta  $AB$ . Ver figura siguiente.

En esas condiciones:

- los triángulos  $ABO$  y  $CDE$  son iguales.
- $OECA$  es paralelogramo

Además, se tiene:

$$\begin{aligned} \widehat{AEB} = \alpha &\Leftrightarrow E \text{ pertenece al arco } c \\ &\Leftrightarrow OECA \text{ es rombo} \\ &\Leftrightarrow \overline{AC} = \overline{EC} \end{aligned}$$



### Problema 6

Hallar todas las ternas de números reales positivos  $(x, y, z)$  tales que verifiquen el sistema:

$$\begin{aligned} 2x\sqrt{x+1} - y(y+1) &= 1 \\ 2y\sqrt{y+1} - z(z+1) &= 1 \\ 2z\sqrt{z+1} - x(x+1) &= 1 \end{aligned}$$

### Solución:

La media aritmética de dos números positivos es mayor o igual que su media geométrica. Aplicando esta propiedad a los números  $x^2$  y  $x+1$ , se tiene:

$$x^2 + (x+1) \geq 2\sqrt{x^2(x+1)} = 2x\sqrt{x+1}$$

dándose la igualdad si y sólo si  $x^2 = x+1$

Teniendo en cuenta la primera de las ecuaciones del sistema, se deduce:

$$y^2 + y + 1 \leq x^2 + x + 1$$

Siguiendo un razonamiento similar en cada caso se obtiene:

$$x^2 + x + 1 \leq z^2 + z + 1 \leq y^2 + y + 1 \leq x^2 + x + 1$$

Es decir:  $x^2 + x + 1 = z^2 + z + 1 = y^2 + y + 1$

Y dichas igualdades se producen cuando y sólo cuando  $x, y, z$  son raíces de la ecuación  $r^2 = r + 1$ . Puesto que dicha ecuación sólo tiene una solución positiva,  $x, y, z$  son iguales entre sí e iguales a la raíz positiva de la ecuación  $r^2 - r - 1 = 0$

Por tanto, la única solución del sistema es:

$$\left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)$$

## FASE NACIONAL

Badajoz fue el escenario elegido para el desarrollo de la Fase Nacional de la LI Olimpiada Matemática Española. Durante los días 19, 20, 21 y 22 de marzo de 2015 la ciudad pacense acogió a los 77 estudiantes procedentes de las diferentes Comunidades Autónomas Españolas que, junto a sus profesores, acudieron a participar en el concurso.

David Sevilla, en un tiempo vinculado directamente con la Universidad de Cantabria, fue el profesor del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Extremadura encargado del diseño y mantenimiento de la página web de la Olimpiada. En la dirección:

<http://matematicas.unex.es/olimpiada/ome51>

el lector puede encontrar toda la información y todas las imágenes relacionadas con el desarrollo de la quincuagésimo primera edición de la Olimpiada Matemática Nacional. Por nuestra parte, indicar que el Comité Organizador, relacionado al inicio de este artículo, además de tener a punto cada aspecto ligado directamente con la prueba, diseñó un programa completo de actividades, tanto para los participantes como para los profesores. El programa oficial se inició el jueves día 19 con una visita guiada por la ciudad de Badajoz, seguida de un acto de

bienvenida y recepción por parte del Ilustrísimo Señor Alcalde del Ayuntamiento de Badajoz en las Antiguas Casas Consistoriales.



Acto de recepción en las Antiguas Casas Consistoriales.

Durante la mañana del viernes 20, mientras los estudiantes se enfrentaban a la primera sesión de problemas, los acompañantes pudieron asistir a las charlas *LaTeX* y *TikZ*, *herramientas para escribir textos matemáticos con gráficas y dibujos*, y *Magia y Matemáticas*, impartidas por Fernando Sánchez Fernández y José Navarro Garmendia, respectivamente. Por la tarde, todos los asistentes pudieron disfrutar de una visita guiada por la ciudad de Elvas, en el país vecino de Portugal.



Panorámica del aula donde se celebraron las pruebas.



Alejandro Gómez Ruiz, muy concentrado, en un momento de la prueba.



Jon Ander Santos Granero, pensando alguno de los problemas.



Luis Crespo Ruiz, el más experimentado de los participantes de Cantabria, muy pendiente de su trabajo.

Los representantes cántabros echando el pulso a los problemas de la competición.



Foto del grupo de participantes en la Olimpiada.

El sábado 21 estuvo ocupado básicamente con la segunda sesión de problemas, la realización de la foto de grupo y el acto de entrega de premios. El domingo 22 fue el día de despedida. Los participantes volvían a sus lugares de origen.

Todos los estudiantes asistentes, además del diploma acreditativo de su participación en la Olimpiada, fueron obsequiados con el libro *Divulgaciones Mathematicae*, editado por la Universidad de Extremadura con motivo de la celebración de la 51 Olimpiada Matemática Española. La obra está integrada por una serie de artículos elaborados por profesores de la mencionada Universidad. Desde la página web de la olimpiada se puede acceder al texto en formato pdf.



En la imagen superior, los estudiantes cántabros durante su visita a la ciudad portuguesa de Elvas. En la inferior, tras recibir su diploma de participación en la Olimpiada.

Luis Crespo Ruiz, Alejandro Gómez Ruiz y Jon Ander Santos Granero acudieron a Badajoz acompañados de Francisco Santos Leal, profesor del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación (MATESCO) de la Universidad de Cantabria, y padre de Jon Ander. Luis y Alejandro también tuvieron la dicha de disfrutar de la presencia de sus padres, tal y como se recoge en una de las imágenes siguientes.

En las últimas ediciones de la Olimpiada Matemática Nacional, las sucesivas delegaciones cántabras cosecharon diferentes éxitos, sus logros suman diversas Medallas de Plata y de Bronce.

En la edición de este año, Luis Crespo Ruiz ha obtenido una Medalla de Oro, proclamándose, además, el mejor de los participantes. Luis corona así una magnífica trayectoria en este concurso, en el que ha intervenido en cuatro ocasiones, pues su singladura comenzó siendo aún estudiante de ESO. Su primera participación se produjo en 2012 y en esa ocasión obtuvo una Medalla de Bronce. En las pruebas de 2013 y 2014 conquistó sendas Medallas de Plata. Nuestra más sincera felicitación a Luis. Enhorabuena.



Momento inicial del acto de entrega de premios.



Luis Crespo Ruiz recibiendo su Medalla de Oro y abandonando el estrado con el aplauso de los asistentes.

Los seis medallistas de oro de la LI Olimpiada Matemática formaron parte del Equipo Olímpico que representó a España en la 56ª Olimpiada Internacional de Matemáticas, celebrada en Chiang Mai (Tailandia) en julio de 2015. Esos seis medallistas fueron, en orden de clasificación:

- Luis Crespo Ruiz (Cantabria)
- Gonzalo Cao Labora (Galicia)
- Ismael Sierra del Río (Madrid)
- Jesús Dueñas Pamplona (Castilla y León)
- Cesc Folch Aldehuelo (Cataluña)
- Berta García González (Madrid)

Sin duda, la experiencia de participar a nivel internacional no será olvidada por Luis, como así se lo imaginaban y se lo hicieron saber Alejandro y Jon Ander, orgullosos de su compañero. Como tampoco ellos olvidarán esos días en Badajoz, en los que conocieron a un buen número de chicos y chicas con expectativas y gustos similares a los suyos, y transcurridos los cuales, el número de sus amistades se vio incrementado notablemente. Alejandro y Jon Ander mostraron, una vez más, su buen talante alegrándose profundamente por su amigo y, a la vez, competidor, al que no dejaron de animar y de desear suerte ante el nuevo reto que tenía delante.

Si el lector desea conocer con más detalle a Luis, sus gustos y aficiones, y sus sensaciones tras el éxito conseguido, puede leer la entrevista aparecida en *El Diario Montañés* a los pocos días de su victoria. Se puede acceder a la misma en:

<https://www.unican.es/NR/rdonlyres/092F787C-EB3F-424E-B127-49EB858B26D7/106536/DM20150331EntrevistaLuis.pdf>

Desde aquí nuestro agradecimiento a Alejandro, Jon Ander y Luis, por constituir la imagen de esos jóvenes modernos que disfrutan, entre otras cosas, con aprender. Suerte a los tres.



La delegación cántabra al completo. De izquierda a derecha, los padres y hermana de Luis; Francisco Santos Leal, profesor de MATESCO y padre de Jon Ander; los tres olímpicos cántabros; y, a la derecha, los padres de Alejandro.

Antes de dar paso a los enunciados de la prueba, no queremos olvidar a los creadores del cartel anunciador y felicitarles por su diseño. Los cincuenta y un círculos que componen el pentágono aluden de manera muy curiosa al número de olimpiadas celebradas. Los colores del fondo y de los círculos no centrales coinciden con los colores de los aros olímpicos. Una original composición.



También queremos hacer extensivas nuestras palabras de felicitación y agradecimiento a todas las personas que han hecho posible esta nueva edición de la Olimpiada Matemática Nacional, profesores y estudiantes que dedicaron su tiempo para que todo resultara bien. Gracias.

## ENUNCIADOS

Los enunciados dados a continuación se han obtenido de la página:

[http://www.olimpiadamatematica.es/platea.pntic.mec.es/\\_csanchez/olimp2015.htm](http://www.olimpiadamatematica.es/platea.pntic.mec.es/_csanchez/olimp2015.htm)

Desde esa dirección también se puede acceder a las soluciones oficiales de tales enunciados.

**Primera sesión.** Viernes, 20 de marzo de 2015.

### Problema 1

Sobre la gráfica de una función polinómica con coeficientes enteros, se eligen dos puntos con coordenadas enteras. Probar que si la distancia entre ellos es un número entero, entonces el segmento que los une es paralelo al eje de abscisas.

### Problema 2

En el triángulo  $ABC$ , sea  $A'$  el punto simétrico de  $A$  respecto del circuncentro  $O$  de  $ABC$ . Probar que:

a) La suma de los cuadrados de los segmentos de tangentes trazadas desde  $A$  y  $A'$  a la circunferencia inscrita en  $ABC$  es igual a

$$4R^2 - 4Rr - 2r^2$$

siendo  $R$  y  $r$  los radios de las circunferencias circunscrita e inscrita de  $ABC$ , respectivamente.

b) La circunferencia de centro  $A'$  y radio  $A'I$  corta a la circunferencia circunscrita de  $ABC$  en un punto  $L$ , tal que  $AL = \sqrt{AB \cdot AC}$

### Problema 3

En la pizarra está escrito un entero  $N \geq 2$ . Dos jugadores  $A$  y  $B$  juegan alternadamente, empezando por  $A$ . Cada jugador en su turno reemplaza el número existente por el que resulte de realizar una de estas dos operaciones: restar 1 o dividir entre 2, siempre que se obtenga un entero positivo. El jugador que llegue al número 1 gana.

Determinar razonadamente el menor número par  $N$  que le exige a  $A$  jugar al menos 2015 veces para ganar (no se contabilizan los turnos de  $B$ ).

**Segunda sesión.** Sábado, 21 de marzo de 2015.

### Problema 4

Todas las caras de un poliedro son triángulos. A cada uno de los vértices de este poliedro se le asigna de forma independiente uno de entre tres colores: verde, blanco o negro. Decimos que una cara es extremeña si sus tres vértices son de distintos colores, uno verde, uno blanco y uno negro. ¿Es cierto que, independientemente de cómo coloreemos los vértices, el número de caras extremeñas de este poliedro es siempre par?

### Problema 5

Sean  $p$  y  $n$  enteros positivos, tales que  $p$  es primo,  $n \geq p$ , y  $1 + np$  es un cuadrado perfecto. Probar que  $n + 1$  es suma de  $p$  cuadrados perfectos no nulos.

### Problema 6

Sean  $M$  y  $N$  puntos del lado  $\overline{BC}$  del triángulo  $ABC$  tales que  $\overline{BM} = \overline{CN}$ , estando  $M$  en el interior del segmento  $\overline{BN}$ . Sean  $P, Q$  puntos que están respectivamente en los segmentos  $\overline{AN}, \overline{AM}$  tales que  $\angle PMC = \angle MAB$  y  $\angle QNB = \angle NAC$ . ¿Es cierto que  $\angle QBC = \angle PCB$ ?

## OLIMPIADAS INTERNACIONALES

No es costumbre incluir en este Boletín información de las diferentes olimpiadas que tienen carácter internacional, tales como la Olimpiada Matemática Internacional (IMO) y la Olimpiada Iberoamericana de Matemática (OIM). Sólo en su número 10 apareció un artículo recogiendo los pormenores de dicho concurso, coincidiendo con la celebración de la IMO 2008 en Madrid. En esta ocasión, la asistencia de un representante cántabro tanto a la IMO 2015, celebrada en Tailandia, como a la OIM 2015, celebrada en Puerto Rico, merece una excepción. ¡Ojalá no sea la única!

Antes de continuar, vamos a hacer una pequeña aclaración. Aun cuando parece que esta sección no debe incluirse en un artículo que lleva por título LI Olimpiada Matemática Española, nos hemos tomado la licencia de que no sea así por considerar los encuentros internacionales mencionados como el colofón de trabajos previos. Además, los tutores que preparan y acompañan a los representantes españoles forman parte también del conjunto de personas sobre las que recae una gran parte de la organización de la fase local y de la fase nacional. Gracias a todos ellos.

La **Olimpiada Matemática Internacional** es una competición matemática a nivel mundial para estudiantes de Bachillerato y que cada año se celebra en un país diferente. La primera IMO se celebró en 1959 en Rumanía y contó con la participación de 7 países. En la actualidad, los países participantes son más de 100, procedentes de los 5 continentes. La IMO 2015 supuso la quincuagésimo sexta edición del concurso y se celebró en Chiang Mai (Tailandia).

Tal y como se recoge en su página web, el logo diseñado para esta ocasión representa la silueta de un elefante, animal estrechamente vinculado a la historia de Tailandia y venerado en el país. Su trompa elevada es un gesto de amistad y respeto, simbolizando la cortesía, la humildad y la hospitalidad del pueblo tailandés.



La letra "O" en IMO representa el globo terráqueo, queriendo expresar la llegada a Tailandia de jóvenes de todo el mundo para participar en una competición matemática y hacer amigos dentro y fuera de ella. Los colores del logo son los de la bandera nacional tailandesa.



En esta sección no vamos a hacernos eco de todos los aspectos del certamen, de los que se puede encontrar información pormenorizada en su página web: <http://www.imo2015.org>

Sólo indicaremos algunos detalles.

- El número total de participantes en la IMO 2015 fue 553.

- La delegación española estuvo integrada por los 6 estudiantes relacionados en el apartado anterior y por los profesores que los acompañaron, Marco Castañón López y María Gaspar Alonso-Vega, a la que agradecemos la gentileza con la que nos ha cedido las fotografías que acompañan este texto.

- Los representantes españoles obtuvieron una Medalla de Bronce y dos Menciones de Honor. Ismael Sierra del Río fue el ganador de la Medalla de Bronce, y Gonzalo Cao Labora y Cesc Folch Aldehuelo los destinatarios de las Menciones Honoríficas. Nuestra felicitación a los tres.



En la foto superior, la delegación española a su llegada a Tailandia. En el centro de la imagen inferior y en posición adelantada, Ismael Sierra acompañado de otros de los participantes y galardonados, entre los que puede verse a Luis Crespo.

Por su parte, el representante cántabro, Luis Crespo, no solo está satisfecho de su participación en la

Olimpiada Internacional sino que también está muy contento con la experiencia vivida, a la que ha sumado su participación en la Olimpiada Iberoamericana de Matemática a la que fue invitado.

La **Olimpiada Iberoamericana de Matemática**, según reza su reglamento permanente, es un concurso entre jóvenes estudiantes de países iberoamericanos, cuyo objetivo primordial es estimular el estudio de las matemáticas y el desarrollo de jóvenes talentos en esta ciencia. Asimismo, se apunta que el certamen debe ser un marco propicio para el intercambio de experiencias y para la profundización de la amistad entre los países participantes. La OIM 2015 ha sido la trigésima edición del concurso y se celebró entre los días 6 y 13 de noviembre de 2015 en Puerto Rico, más concretamente en la ciudad de Mayagüez.

En esta ocasión, al certamen han acudido un total de 82 estudiantes procedentes de 22 países iberoamericanos. La delegación española, que estuvo integrada por el jefe de delegación y 4 estudiantes, tuvo un éxito reseñable en su participación pues se consiguió una Medalla de Oro, dos Medallas de Plata y una Medalla de Bronce. Enhorabuena a los cuatro estudiantes y, en particular, a Luis, que consiguió una Medalla de Plata. El lector puede encontrar más información en <http://ompr.weebly.com/xxx-ibero.html>



Logo de la XXX OIM junto a una breve galería de imágenes que recogen distintos momentos de la Olimpiada: aspecto de los palcos del teatro Yagüez donde se celebró el acto de inauguración, presentación de la delegación española en dicho acto e instantáneas de las pruebas y de las diversas actividades programadas.

## CONVOCATORIA DE LA LII OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

La Real Sociedad Matemática Española (RSME) ya ha **convocado** la **LII Olimpiada Matemática Española (OME)**, cuya **Fase Nacional se celebrará entre los días 31 de marzo y 3 de abril de 2016 en Barcelona**. Las bases completas de la convocatoria, así como el boletín de inscripción, están publicados en [http://www.olimpiadamatematica.es/platea.pntic.mec.es/\\_csanchez/olimanun.htm](http://www.olimpiadamatematica.es/platea.pntic.mec.es/_csanchez/olimanun.htm)

En los párrafos siguientes nos hacemos eco de un resumen las bases más relevantes. Añadimos, asimismo, el anexo aparecido en dichas bases, donde se recoge el número posible de participantes por Comunidades Autónomas.

- 1) Podrán participar todos los alumnos del sistema educativo español que estén matriculados durante el curso 2015 - 2016 en Bachillerato. Con carácter excepcional, y si son avalados por escrito por su profesor, también podrán tomar parte alumnos de 3º o 4º de ESO de excelentes capacidades. La participación es individual.
- 2) Los interesados en participar lo solicitarán por escrito, cumplimentando íntegramente el boletín de inscripción, el cual enviarán, bien por sí mismos o a través del Centro en que realicen sus estudios, al delegado de la Real Sociedad Matemática Española para esta Olimpiada en su Comunidad (o Ciudad) Autónoma.

- 3) La Primera Fase, también llamada **Fase Local**, de la LII Olimpiada Matemática Española se efectuará a nivel de Comunidad Autónoma o de Distrito Universitario y consistirá en la resolución de problemas de matemáticas, en una o dos sesiones, a realizar entre los días **15 y 16 de enero de 2016**. Solamente se permitirá la utilización de útiles de dibujo y escritura. En particular, no está permitido el uso de calculadoras, aparatos electrónicos, teléfonos móviles, libros, tablas u otros documentos distintos de los que proporcione el Tribunal.
- 4) La Real Sociedad Matemática Española premiará a los alumnos ganadores de la Fase Local con un diploma acreditativo y una cuota anual de socio-estudiante, lo que da derecho, entre otros beneficios, a recibir la revista "*La Gaceta*" de la Real Sociedad Matemática Española durante un año. Estos premios son independientes y compatibles con cuantos puedan concederse, además, en cada Comunidad Autónoma o Distrito Universitario.
- 5) La Segunda Fase, o **Fase Final**, de la LII Olimpiada Matemática Española tendrá lugar en **Barcelona** entre los días **31 de marzo y 3 de abril de 2016** y se desarrollará según los términos que se detallarán en una convocatoria posterior. En ella participarán los seleccionados de la Primera Fase de cada Comunidad (o Ciudad) Autónoma.
- 6) Los alumnos españoles que hayan obtenido Medalla de Oro en la Fase Final formarán parte del Equipo Olímpico de España que ostentará su representación en la 57ª Olimpiada Internacional de Matemáticas, que se celebrará en Hong Kong (China) en julio de 2016. Corresponde a la Comisión de Olimpiadas de la Real Sociedad Matemática Española decidir la composición del Equipo que representará a España en la XXXI Olimpiada Iberoamericana de Matemática, que tendrá lugar en Chile en septiembre de 2016.

Anexo: Número de seleccionados por cada Comunidad (o Ciudad) Autónoma para participar en la Fase Final.

Comunidad (o Ciudad) Autónoma	Andalucía	Aragón	Asturias	Canarias	Cantabria	Castilla – La Mancha	Castilla y León	Cataluña	Comunidad Valenciana	Extremadura	Galicia	Islas Baleares	La Rioja	Madrid	Navarra	País Vasco	Región de Murcia	Ceuta	Melilla
Nº de seleccionados	12	3	3	3	3	3	3	9	6	3	3	3	3	9	3	3	3	1	1

Las pruebas de la **Fase Local en Cantabria** se desarrollarán en **dos sesiones de tres horas** (una por la **mañana** y otra por la **tarde**) el **viernes 15 de enero de 2016** en la **Facultad de Ciencias** de la Universidad de Cantabria (Avenida de los Castros, s/n, Santander). El comienzo de la primera sesión tendrá lugar a las **10 horas**.

Como novedad este curso, los estudiantes interesados deberán realizar su **preinscripción** con anterioridad al **miércoles 13 de enero de 2016**, utilizando la aplicación online al efecto disponible en la página web del concurso en Cantabria: <http://www.unican.es/Departamentos/matesco/olimpiada-Matematica.htm>

Además, al inicio de la primera prueba, los alumnos deberán entregar el correspondiente boletín de inscripción (firmado por padre/madre/tutor) para completar su inscripción y poder participar en las pruebas. Los estudiantes también deberán ir provistos de un documento acreditativo de su identidad (DNI / NIE).

Para más información sobre la Fase Local en Cantabria, dirigirse a:

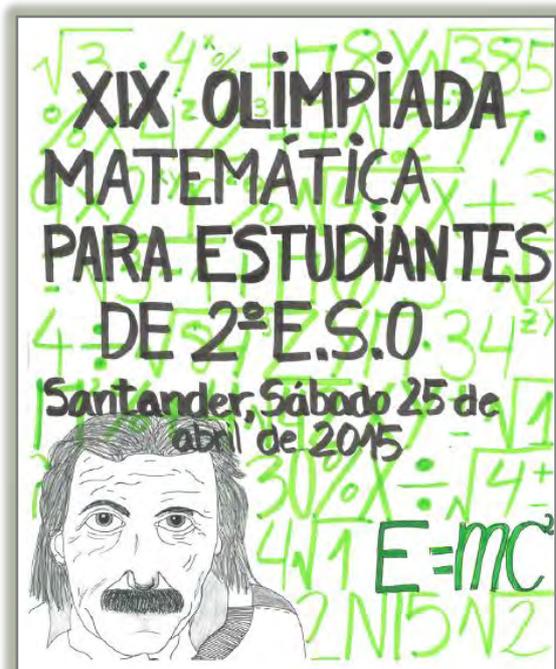
Delfina Gómez Gandarillas  
 Comité Local de la Olimpiada Matemática Española  
 Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación  
 Facultad de Ciencias - Universidad de Cantabria  
 Avenida de los Castros s/n  
 39005 SANTANDER  
 Fax: 942 20 14 02  
 e-mail: [olimpiada.matematica@unican.es](mailto:olimpiada.matematica@unican.es)

página web: <http://www.unican.es/Departamentos/matesco/olimpiada-Matematica.htm>

# CONCURSO DEL CARTEL anunciador de la XIX Olimpiada Matemática de 2º ESO y CONCURSOS DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC), a finales de 2014, hizo pública la convocatoria del decimoséptimo Concurso del Cartel Anunciador de la Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO, la convocatoria del decimocuarto Concurso de Fotografía Matemática para Estudiantes y la convocatoria del primer Concurso de Fotografía Matemática para Profesores, cuya fecha de celebración sería primavera de 2015. El objetivo fundamental de los dos primeros concursos mencionados es promover en los estudiantes el gusto por realizar composiciones artísticas o buscar a su alrededor objetos o situaciones en las cuales se ponga de manifiesto el maridaje entre los elementos empleados o hallados y la disciplina matemática. Una vez más, el lector podrá valorar la calidad o el grado de acierto de las obras premiadas. Desde estas líneas, solicitamos a los profesores su colaboración para motivar a sus alumnos a participar en estos concursos, recordándoles que ajusten sus presentaciones a las bases de los mismos, para que los miembros del Jurado seleccionador no tengan que desestimar trabajos interesantísimos por incumplimiento de la normativa que rige tales concursos. Y, además, aprovechamos la ocasión para alentar a esos mismos profesores a participar en próximas convocatorias del Concurso de Fotografía Matemática para Profesores donde ellos han de ser los artistas. ¡Ánimo!

Puede decirse que el prólogo de la Olimpiada Matemática de 2º ESO lo constituye el **CONCURSO DEL CARTEL**, que es uno de los medios que la SMPC tiene para su difusión en los centros escolares de Cantabria. Como puede verse en la imagen del cartel, la fecha de celebración de la XIX Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º ESO fue el día 25 de abril de 2015.



En la presente edición el trabajo ganador puede considerarse un tanto ambivalente pues la temática que recoge está a caballo entre matemáticas y física. No es necesario indicar la

imposibilidad de concebir la física sin las matemáticas, como el hecho de reconocer que una buena parte de los avances en matemáticas han estado motivados en distintos momentos de la historia por problemas relativos a la física. Lugares destacados en el cartel lo ocupan imágenes de dos de los símbolos científicos de la primera mitad del siglo XX: un dibujo de Einstein y la expresión de la más famosa de sus ecuaciones, la de la energía de un cuerpo en reposo.

Los datos completos de la autora del cartel y una foto de la misma se muestran a continuación.



Lucía Cuesta Santamaría

3º de ESO

IES Fuente Fresnedo

Laredo

El **CONCURSO DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA PARA ESTUDIANTES**, convocado por la SMPC y descrito en estas líneas, es el número catorce. Los estudiantes que participen en el Concurso han de tener entre 12 y 20 años y su cometido, como cabe esperar, es captar con sus cámaras situaciones de la vida cotidiana, objetos del mundo que nos rodea o creaciones propias en los que pueda apreciarse cierto vínculo con algún concepto o contenido matemático.

La geometría es la materia que más éxito tiene entre los estudiantes como punto de encuentro entre las matemáticas y el ambiente diario. El lector puede apreciar que en cinco, de las seis obras premiadas, subyace contenido geométrico: ángulos y triángulos, círculos y esferas, paralelismo. Sólo una tiene un motivo numérico, la titulada *Piña de pino*, de la que el autor indica, en el comentario que ha de acompañar a la fotografía, la presencia de la sucesión de Fibonacci.

Los niveles en los que se convoca el Concurso son tres, premiando dentro de cada modalidad dos obras, salvo empate, circunstancia en la que se amplía el número de premiados:

- Primer nivel (para estudiantes de 1º y 2º de ESO)
- Segundo nivel (para estudiantes de 3º y 4º de ESO)
- Tercer nivel (para estudiantes de Bachillerato, de Ciclos Formativos y de Formación Profesional Básica – FPB –)

El Jurado encargado del fallo de este Concurso está integrado por profesores de la SMPC. En general, su tarea no resulta fácil, pues en muchas ocasiones la calidad y la originalidad de las fotografías presentadas son muy similares. En esas circunstancias, decidir qué fotografías premiar o, por el contrario, cuáles dejar fuera, tiene su dificultad. En todo caso, las características más valoradas por el Jurado son, por un lado, las que desde siempre caracterizan una buena fotografía, tales como la nitidez o el enfoque y, por otro, la singularidad y la plasticidad para captar el mundo matemático que puede esconder un objeto. La belleza de algunas imágenes y la simplicidad de otras son algunos de los aspectos que finalmente ayudan a decantarse al Jurado por unas u otras obras.

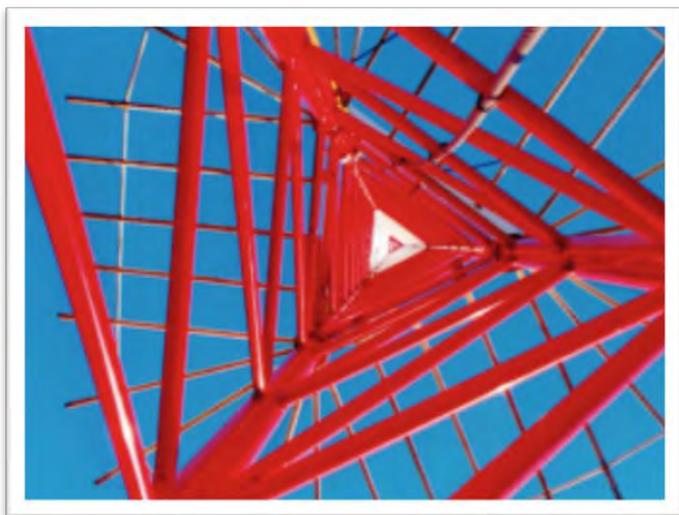
Del **CONCURSO DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA PARA PROFESORES** se ha celebrado, como se señalaba al inicio de estas páginas, la primera edición.

El número de participantes no ha sido demasiado elevado, pero pronosticamos que la participación en próximas convocatorias será más nutrida. Como en la presentación de este apartado, animamos a los compañeros de profesión a ponerse manos a la obra para captar en una imagen las matemáticas de su entorno.

Las fotografías relacionadas a continuación son las premiadas en la última edición de estos dos Concursos.

## Obras premiadas en el Concurso de Fotografía para Estudiantes

### NIVEL “Primero y Segundo de ESO”



#### Primer Premio

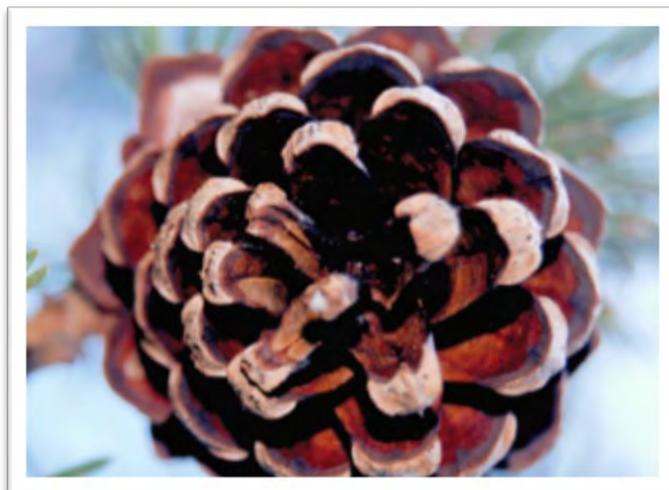
“Triángulos al infinito”

Amaya Muela Santos

IES Garcilaso de la Vega

Torrelavega

**Segundo Premio**  
"Piña de pino"  
Guillermo Cerón Encinas  
IES Garcilaso de la Vega  
Torrelavega



**NIVEL "Tercero y Cuarto de ESO"**

**Primer Premio**  
"Árbol de esferas"  
Nerea García Gómez  
IES La Marina  
Santa Cruz de Bezana



**Segundo Premio**  
"Círculo que da la vida"  
Paula Rodríguez Gutiérrez  
Colegio San José - Niño Jesús  
Reinosa



**NIVEL “Bachillerato, Ciclos Formativos y PCPI”**



**Primer Premio**

“Armonía paralela hacia el infinito”

María Diez Revilla

Colegio San José - Niño Jesús

Reinosa



**Segundo Premio**

“90° sobre hierba”

Ainara Ispizua Ceballos

IES Valle de Piélagos

Renedo de Piélagos

**Obra premiada en el Concurso de Fotografía para Profesores**



“Matriz ampliada de un sistema compatible determinado”

César Llata Peña

IES Valle de Camargo

Muriedas

Como viene siendo habitual, el conjunto de galardonados recibió una mención especial y un obsequio en un evento celebrado en el Salón de Actos de la Facultad de Ciencias. El acto tuvo lugar el día 30 de mayo de 2015 y estuvo presidido por Carmen Espeso Ortiz, presidenta de la SMPC. En la mesa presidencial Carmen estuvo acompañada por algunos miembros de la SMPC, entre los que se hallaban: Juan Martín Pindado, responsable de la Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO; Emilio Rodríguez Ruiz, encargado del Concurso de Fotografía Matemática para Estudiantes; y Jaime Suárez Martínez, artífice del Concurso de Fotografía Matemática para Profesores.

Si algún centro deseara mostrar las fotografías premiadas en los Concursos de Fotografía Matemática 2015, podrá solicitarlas a los responsables de los mismos en calidad de préstamo temporal. En todo caso, siempre podrán ser exhibidas en las aulas, si así lo decidiese cualquier profesor interesado, sin más que acceder a la página web de la SMPC: <http://www.sociedadmatematicacantabria.es>



A la izquierda, mesa presidencial del acto de entrega de premios del Concurso del Cartel y de los Concursos de Fotografía Matemática; a la derecha, el responsable del Concurso de Fotografía Matemática para Estudiantes de 2º de ESO, Emilio Rodríguez Ruiz, junto al panel de las fotos premiadas.



Premiados de los Concursos de Fotografía Matemática.

En las nueve últimas ediciones de este Boletín, incluida la presente, las fotografías premiadas son utilizadas para confeccionar su portada. Queremos, de esta manera, corresponder con el trabajo de los estudiantes y, desde estas líneas, deseamos agradecerles el que su creación artística permita hacer más atractiva la presentación de esta publicación.



Portadas de los últimos números del Boletín, confeccionadas con las fotos premiadas en los Concursos de Fotografía Matemática.

En otras páginas de este Boletín aparece la convocatoria, tanto del XVIII Concurso del Cartel Anunciador de la XX Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO como del XV Concurso de Fotografía Matemática para Estudiantes y del II Concurso de Fotografía Matemática para Profesores. En fechas próximas, desde la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria, entidad organizadora de estas actividades, se enviará la información de la convocatoria a todos los centros escolares. Nos atrevemos a recomendar el cumplimiento estricto de las bases para evitar que algunas de las obras presentadas, casi siempre de una calidad excepcional, no puedan ser valoradas.

# CONVOCATORIAS

## CONVOCATORIAS DE LA SMPC

### XX OLIMPIADA MATEMÁTICA DE CANTABRIA PARA ESTUDIANTES DE 2º de ESO

#### Introducción

Cada año la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) convoca la Olimpiada Matemática Nacional para estudiantes de 2º de ESO. En esta ocasión, nos complace informar que será Cantabria la Comunidad que acoga la vigésima séptima edición de la mencionada prueba y que las fechas para la competición son entre **el día 22 y el día 26 de junio de 2016**. La página web de la SMPC ofrecerá información puntual de todos los pormenores que cualquier celebración de este tipo conlleva.

Con el fin de seleccionar a los representantes de nuestra Comunidad en dicha prueba, la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) convoca la XX Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO, a celebrar el sábado **23 de abril de 2016**.

En esta fase autonómica pueden participar todos los Centros Educativos de la región en los que se imparta 2º de ESO.

La Olimpiada Matemática persigue, entre otros, los siguientes objetivos:

- Popularizar las matemáticas con una actividad formativa, motivadora y divertida para alumnado y profesorado.
- Promocionar entre los alumnos el gusto por las matemáticas a través de la resolución de problemas.
- Promover la puesta en práctica de razonamientos y procesos de pensamiento útiles en la resolución de problemas.
- Favorecer el intercambio y el conocimiento mutuo entre centros, profesores de matemáticas y alumnos de 2º de ESO en la región.
- Potenciar las capacidades de los alumnos en este tipo de tareas.

#### Bases

- 1ª. Los participantes de la Olimpiada Matemática serán estudiantes de 2º de ESO de Centros Educativos de Cantabria.
- 2ª. La celebración de la Olimpiada Matemática se realizará el sábado **23 de abril de 2016** a las **10 horas** en la **Facultad de Ciencias** de la Universidad de Cantabria.



- 3ª. La Comisión Organizadora estará compuesta por miembros de la SMPC que no tengan familiares ni alumnos que participen en la Olimpiada.
- 4ª. La prueba será elaborada por la Comisión Organizadora y constará de cinco problemas de matemáticas, a resolver en un tiempo máximo de dos horas. Se permitirá la utilización de instrumentos de dibujo y de calculadora que, en su caso, deberán aportar los participantes.
- 5ª. La Comisión Organizadora designará los representantes que velarán por el desarrollo normal de la prueba y elegirá un Jurado que se encargará de la evaluación de los problemas realizados.
- 6ª. Entre los seis alumnos seleccionados para representar a Cantabria en la XXVII Olimpiada Matemática Nacional no podrá haber más de un alumno por Centro Educativo.
- 7ª. El fallo del Jurado se hará público y será inapelable.
- 8ª. La participación en la Olimpiada supone la plena aceptación de estas bases cuya interpretación, en último extremo, corresponderá a la Comisión Organizadora.
- 9ª. En caso de duda sobre el cumplimiento de algún punto de estas bases se deberá comunicar a la Comisión Organizadora con anterioridad a la inscripción.

## Premios

Todos los participantes recibirán un diploma acreditativo. Además, se hará mención especial a los diez estudiantes mejor clasificados, que recibirán premios. Ni el Jurado ni la Comisión Organizadora harán público el nombre de los Centros Educativos a los que pertenecen los participantes mejor clasificados, por lo que se ruega que tampoco lo hagan los profesores o centros participantes. Por otro lado, los seis estudiantes mejor clasificados, una vez aplicada la disposición recogida en la base 6ª, representarán a Cantabria en la XXVII Olimpiada Matemática Nacional. Estos estudiantes viajarán a la sede que acoja la Olimpiada Nacional con dos miembros de la SMPC. Los gastos del desplazamiento y los gastos de la estancia serán sufragados por la SMPC y por la FESPM.

## Condiciones de participación

Además del cumplimiento de las bases expuestas, cada Centro Educativo interesado en participar en la Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO deberá rellenar, en el periodo comprendido **entre el 1 de marzo y el 8 de abril de 2016**, el formulario de inscripción que estará disponible en la página web de la SMPC, <http://www.sociedadmaticacantabria.es>

Cada centro escolar designará un profesor que será el interlocutor entre el centro y la Comisión Organizadora, encargándose de cumplimentar el formulario de inscripción. A él se dirigirán todos los comunicados e informaciones de la Comisión.

Para cualquier duda o sugerencia, se puede enviar un correo electrónico a la siguiente dirección:  
[smpcolimpiadaeso@gmail.com](mailto:smpcolimpiadaeso@gmail.com)



## XVIII CONCURSO DEL CARTEL ANUNCIADOR de la XX Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) convoca el XVIII Concurso del Cartel anunciador de la XX Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO, que se celebrará el próximo mes de abril de 2016.



### Bases

Los participantes deberán atenerse a las bases que a continuación se detallan:

- 1ª. Los participantes serán alumnos de 1º, 2º o 3º de ESO de centros públicos, privados o concertados de Cantabria.
- 2ª. El cartel se presentará en tamaño DIN-A3 y posición vertical.
- 3ª. Se admite cualquier tipo de letra de tamaño no inferior a 1,50 centímetros de altura.
- 4ª. El cartel deberá contener el siguiente lema:

**XX OLIMPIADA MATEMÁTICA  
PARA ESTUDIANTES DE 2º DE ESO  
Santander, sábado 23 de abril de 2016**

- 5ª. Se deberá dejar un área despejada en la parte inferior, de 6 cm de alto y 29,7 cm de ancho para incorporar los nombres de las entidades patrocinadoras y de la SMPC.
- 6ª. El cartel ganador de este concurso será el anunciador de la XX Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO.
- 7ª. Los carteles participantes en el concurso quedarán en poder de la SMPC.
- 8ª. De entre sus socios, la SMPC designará un Jurado que se encargará de la valoración de los trabajos presentados.
- 9ª. El Jurado elegirá un único cartel ganador. No obstante, si, a su juicio, la calidad de los trabajos presentados no fuera suficiente, podrá declarar el premio desierto.
- 10ª. El fallo del Jurado será inapelable.

### Inscripciones

Los carteles deberán enviarse a la dirección:

**XVIII Concurso del Cartel Anunciador de la  
XX Olimpiada Matemática de Cantabria  
para Estudiantes de 2º de ESO**

**Sociedad Matemática de Profesores  
de Cantabria (SMPC)**

**Centro de Profesorado de Cantabria  
Avenida del Deporte, s/n  
39011 Santander**

Dentro del sobre se harán constar los siguientes datos: nombre y apellidos del alumno participante, centro al que pertenece, nombre y correo electrónico del profesor responsable.

### Fecha límite de inscripción

Se admitirán los carteles recibidos **hasta el 5 de febrero de 2016** y los que, llegando con posterioridad, acrediten una fecha de envío anterior a ese día mediante el sello en el sobre de la correspondiente oficina de correos.

### Premios

El ganador obtendrá un lote de material didáctico relacionado con las matemáticas.

## XV CONCURSO DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA para Estudiantes

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) convoca el XV Concurso de Fotografía Matemática para Estudiantes. Su objetivo es ver en la vida real cualquier aspecto matemático, ya sea numérico o gráfico. Los principios que regulan este concurso son:

1. Se pueden reflejar polígonos, círculos, curvas variadas, paralelas, secantes, ángulos, transformaciones geométricas, cuerpos geométricos, gráficos estadísticos, expresiones numéricas, etc. En las fotografías no deben aparecer personas, matrículas de coches, etc., así como tampoco su fecha de realización.
2. Las imágenes se pueden obtener de la naturaleza, la arquitectura, la escultura, el diseño gráfico, la artesanía, etc.
3. Pueden participar en este concurso estudiantes de ESO, de Bachillerato, de Ciclos Formativos y de Formación Profesional Básica (FPB).
4. Cada fotografía será realizada por un único autor, no admitiéndose más de tres fotografías por estudiante. Cada fotografía deberá ir acompañada de un breve texto explicativo y de un título, alusivo a la noción o concepto matemático al que haga referencia la foto.
5. El concurso se convoca a tres niveles: Primer Nivel, para alumnos de 1º y 2º de ESO; Segundo Nivel, para alumnos de 3º y 4º de ESO; y Tercer Nivel, para alumnos de Bachillerato, de Ciclos Formativos y de FPB.
6. Las fotografías se entregarán convenientemente montadas sobre cartulina o cartón. Se acompañarán con un sobre cerrado en cuyo interior figurará el nombre, domicilio particular, localidad, teléfono, curso y centro de estudios de su autor, así como el número de teléfono, número de fax del centro y correo electrónico del profesor responsable. Debajo de la fotografía y en el exterior del sobre deberá figurar el texto explicativo y el título.
7. El formato exigido será, como mínimo, de 13x18 cm.
8. Se valorará tanto el contenido matemático como la calidad técnica y artística, aunque con un mayor peso del primero. El título, matemáticamente correcto, ha de corresponderse con la foto.

9. Se admitirán las fotografías recibidas **hasta el 18 de marzo de 2016** y las que, llegando con posterioridad, acrediten una fecha de envío anterior a ese día mediante el sello en el sobre de la correspondiente oficina de correos. Las fotografías deberán enviarse a la dirección:

### XV Concurso de Fotografía Matemática para Estudiantes

**Sociedad Matemática de Profesores  
de Cantabria (SMPC)**

**Centro de Profesorado de Cantabria  
Avenida del Deporte, s/n  
39011 Santander**

10. Un Jurado, nombrado al efecto, fallará el concurso. El fallo del Jurado se hará público y será inapelable. Se podrán declarar desiertos los premios convocados cuando, a juicio del Jurado, las obras presentadas no tuvieran suficiente calidad.
11. Premios: Primer y Segundo Premio por cada nivel, consistente en material didáctico relacionado con las matemáticas.
12. Las fotografías participantes en el concurso quedarán en poder de la SMPC. En los últimos años las mismas son utilizadas para confeccionar la portada de este Boletín.



*Iba el ciclista tranquilamente por su  $y=b$ , recto camino horizontal a la altura  $b$ , cuando se encuentra con un insalvable  $x=a$ , de tangente infinita, mala cosa dividir por cero. ¿Podrá nuestro héroe continuar su marcha por un placido  $y=b$ ? Foto de Erik Johansson, tan imposible como superar una discontinuidad de salto.*

## II CONCURSO DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA para Profesores

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC), con el objetivo de mostrar la variedad de situaciones en las que aparecen las matemáticas, ya sea en la naturaleza, la arquitectura, el urbanismo o el arte, en general, y con el propósito de fomentar la creatividad de los profesores de Cantabria, convoca el II Concurso de Fotografía Matemática para Profesores, con las siguientes bases:

1. Pueden participar en este concurso profesores de centros públicos, privados o concertados de Cantabria, independientemente del nivel educativo y de la materia en el que ejerzan su trabajo.
  2. Cada participante podrá presentar un máximo de tres fotografías, originales, no presentadas anteriormente en otros concursos, en blanco y negro o en color, con un tamaño mínimo de 18x24 cm y un tamaño máximo de 24x30 cm.
  3. En las fotografías tendrá cabida cualquier elemento, de cualquier contexto, en el que se perciba cierta relación con las matemáticas. No deben aparecer personas, matrículas de coches, etc., así como tampoco su fecha de realización.
  4. Cada fotografía deberá ir acompañada de un título, alusivo a la noción o concepto matemático al que haga referencia la foto. El título, matemáticamente correcto, ha de corresponderse con la foto.
  5. Cada fotografía se presentará montada sobre una cartulina o cartón de color blanco que sobresalga 4 cm por cada lado de la fotografía. El título, y solamente el título, se escribirá en el reverso de la cartulina.
  6. La ficha de participación (con nombre del autor y datos de su centro de trabajo) que debe acompañar a cada fotografía se entregará en sobre cerrado, en cuyo exterior figurará exclusivamente el título de la fotografía.
  7. Se admitirán las fotografías recibidas **hasta el 7 de abril de 2016** y las que, llegando con posterioridad, acrediten una fecha de envío anterior a ese día mediante el sello en el sobre de la correspondiente oficina de correos. Las fotografías deberán enviarse a la siguiente dirección:
- II Concurso de Fotografía Matemática  
para Profesores**  
**Sociedad Matemática de Profesores  
de Cantabria (SMPC)**  
**Centro de Profesorado de Cantabria  
Avenida del Deporte, s/n  
39011 Santander**
8. Un Jurado, nombrado al efecto, fallará el concurso. El Jurado valorará la calidad técnica de la fotografía, la creatividad, el contenido matemático y su relación con la idea expresada en el título.
  9. El fallo del Jurado se hará público y será inapelable. Se podrán declarar desiertos los premios cuando, a juicio del Jurado, las obras presentadas no reúnan la calidad necesaria.
  10. Los premios, relacionados con la fotografía y/o las matemáticas, estarán en función, entre otros aspectos, de la disponibilidad de recursos económicos y/o dotaciones de patrocinadores. Un participante no podrá obtener más de un premio.
  11. La SMPC podrá hacer uso de las obras premiadas con fines promocionales y divulgativos, reseñando en todo caso el nombre del autor. A tal efecto, los premiados aportarán una copia en CD durante el acto de entrega de los premios.
  12. Las fotografías seleccionadas en primera instancia junto con las premiadas formarán parte de una exposición itinerante que estará a disposición de los centros educativos que lo soliciten para su exposición temporal.
  13. Las fotografías seleccionadas serán expuestas en la Facultad de Ciencias de Santander.
  14. Las obras no premiadas podrán ser retiradas durante la entrega de premios. Las copias físicas no retiradas en ese momento pasarán a ser posesión de la SMPC, aunque, lógicamente, el concursante mantendrá la autoría.
  15. La participación en este concurso implica la aceptación de estas bases. Los casos no previstos en ellas los resolverá la SMPC.

## VII JORNADAS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN CANTABRIA

El carácter bianual de la celebración de las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria hace que el Boletín de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) se haga eco, de forma alternativa, de la convocatoria de dichas Jornadas y de la reseña de su desarrollo. En esta ocasión es la convocatoria de la séptima edición la que nos ocupa.

Junto con ese anuncio queremos ofrecer, sobre todo pensando en las personas que recientemente se han incorporado a la SMPC o al ámbito educativo, una idea acerca del contenido de ese tipo de encuentros. Pensamos que una galería de imágenes en torno a distintos momentos o diferentes actividades de las que constituyen

las Jornadas puede ser una agradable manera de hacerlo. Invitamos, pues, al lector a echar un vistazo a las fotografías que acompañan estas líneas; seguro que después de verlas y leer sus pies de foto tendrá cierta percepción de lo que la asistencia a las Jornadas le puede deparar.



Momentos de los actos de inauguración de las Primeras, Quintas y Sextas Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria.



Momentos de algunas de las actividades habituales de las Jornadas: conferencias, talleres, ponencias, etc.

Deseamos también que este resumen gráfico sirva para rendir un pequeño pero merecidísimo reconocimiento a cuantas personas se han ido encargando de la organización de estas Jornadas. A nadie le resulta difícil observar que la puesta en marcha de cualquier evento necesita de la voluntad y la buena disposi-

ción de algunas personas, así como de recursos económicos y cierta infraestructura. El conseguir todo ello no es una tarea fácil y supone esfuerzo y entusiasmo por parte de los organizadores; por todo ello, nuestro agradecimiento. Asimismo, aprovechamos estas líneas para felicitarles por el éxito de su trabajo, pues cada edición logra despertar el interés del público y alcanzar un alto nivel de participación.



Algunas de las exposiciones organizadas en respectivas Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas.

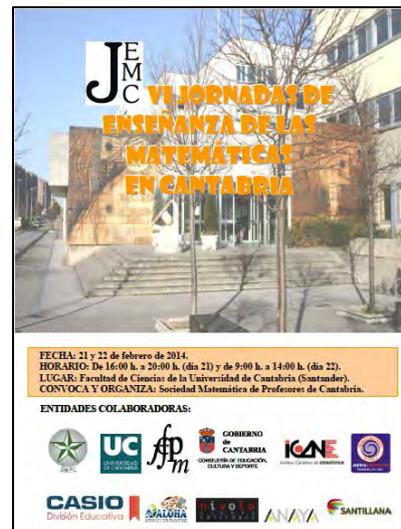
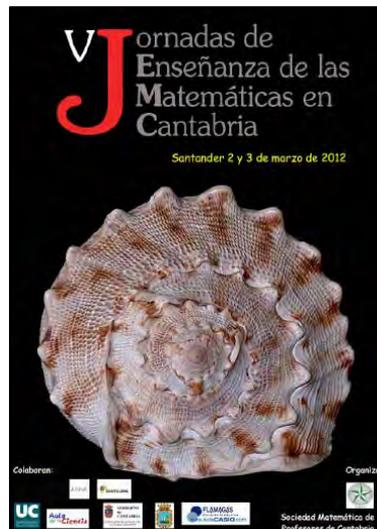
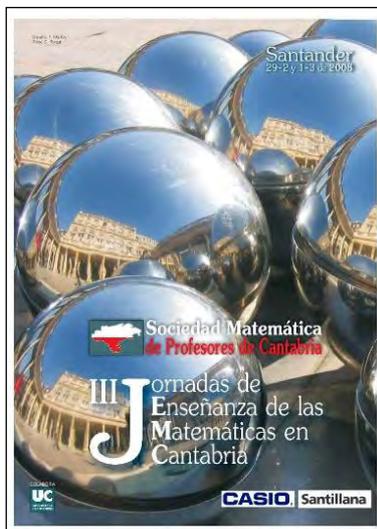


Vamos a utilizar estas líneas para invitar a cuantas personas estén implicadas con la enseñanza de las matemáticas a acudir a este encuentro de carácter regional donde tendrán la oportunidad de compartir ideas, inquietudes, actividades, etc. con otros compañeros. Si bien estos seminarios se iniciaron con la partición casi exclusiva de profesores de Secundaria, con el transcurso de los años se han ido incorporando a los mismos profesores del resto de los niveles educativos, algo que nos congratula enormemente.



Momentos de cuatro mesas redondas celebradas en diferentes ediciones de las Jornadas.

Las VII  $J_{MC}^E$  se celebrarán los días **26 y 27 de febrero de 2016** (viernes tarde y sábado mañana, respectivamente). La inscripción puede realizarse online en la página web de la SMPC, antes del 20 de febrero de 2016. Sobre el programa de las Jornadas podemos adelantar que, como viene siendo habitual, los actos de inauguración y de clausura se acompañarán de sendas conferencias plenarias y que el grupo de actividades centrales estará integrado por comunicaciones, talleres y una mesa redonda. Una vez más, será un buen momento para dar a conocer la SMPC y sus actividades.



Algunos de los carteles anunciadores de las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria.

Para estar puntualmente informados sobre las convocatorias de la SMPC se puede contactar con la Sociedad vía correo postal o correo electrónico, así como consultar su página web y sus perfiles en Twitter y FaceBook.

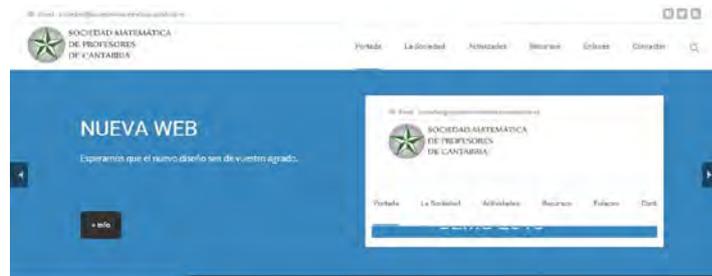
Correo Postal:

**Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC)**  
**Centro de Profesorado de Cantabria**  
 Avenida del Deporte s/n, 39011 Santander  
 Tel.: 942 35 40 15 - Fax: 942 32 38 27

Correo Electrónico:

[sociedad@sociedadmatematicacantabria.es](mailto:sociedad@sociedadmatematicacantabria.es)

Página Web:



<http://www.sociedadmatematicacantabria.es>

Twitter:



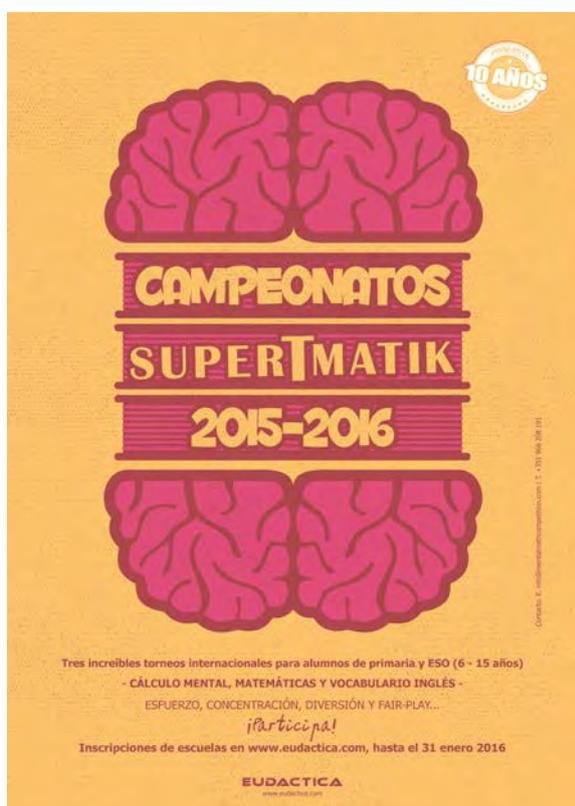
[@SMatematicaPC](https://twitter.com/SMatematicaPC)

FaceBook:



<http://www.facebook.com/pages/Sociedad-Matem%C3%A1tica-de-Profesores-de-Cantabria/1436138723279107>

## X Campeonato Internacional Cálculo Mental



La X edición del *Campeonato Internacional superTmatik Cálculo Mental* está en marcha. Este Campeonato es una competición internacional de matemáticas para estudiantes de Primaria y Secundaria (6 -15 años). *SuperTmatik Cálculo Mental* es un juego didáctico que combina estimulación mental y diversión; especialmente indicado para la práctica de las cuatro operaciones matemáticas básicas.

Los objetivos principales del Campeonato son fomentar el interés por la práctica del cálculo mental, desarrollar destrezas numéricas y de cálculo, reforzar el componente lúdico en el aprendizaje de las matemáticas y encontrar y divulgar talentos en el área del cálculo mental.

## OTRAS CONVOCATORIAS

Para la participación de los alumnos sólo es necesario registrar el centro en la competición. El próximo paso es enseñar el reglamento del Campeonato y las reglas del juego a los alumnos de las clases que participen y dejarles practicar con sus compañeros antes de empezar la competición.

Se puede encontrar el formulario de registro, el reglamento y más información en la página web del Campeonato: <http://www.eudactica.com>

En la anterior página web puede adquirirse, además, el juego *superTmatik Cálculo Mental*.

## II Campeonato Ibérico Quiz Matemáticas

La II edición del *Campeonato Ibérico Quiz Matemáticas* también está en marcha. Este torneo matemático está destinado a estudiantes de 5º de Primaria, 6º de Primaria, 2º de ESO y 3º de ESO. *SuperTmatik Quiz Matemáticas* fomenta la adquisición, la ampliación y la consolidación de una amplia gama de conocimientos matemáticos: números romanos, fracciones, geometría, símbolos y lenguaje matemático, problemas y mucho más.

Se puede encontrar el formulario de registro, el reglamento y más información en la página web del Campeonato: <http://www.eudactica.com>

Los centros que necesiten juegos de cartas *superTmatik Quiz Matemáticas* podrán solicitárselos a la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) o bien adquirirlos en la página web del Campeonato.



Para consultar dudas se dispone, además, de la siguiente dirección de correo electrónico:

[info@mentalmathcompetition.com](mailto:info@mentalmathcompetition.com)

## XXIII Concurso Canguro Matemático

La asociación castellano-leonesa *Canguro Matemático Europeo* organiza este Concurso dentro de la convocatoria que, a nivel europeo, hace la organización *Canguro sin Fronteras*.

En este Concurso colaboran los profesores de los departamentos de matemáticas de los centros que participan, siendo algunos de los objetivos del Concurso los siguientes:

- ✓ Que sea un concurso para todos los alumnos y no sólo para los que obtienen mejores notas. No debe hacerse una selección previa de los alumnos sino animar a todos a participar.
- ✓ Conseguir que cada alumno, a través de las matemáticas, se plantee un reto consigo mismo y con los demás. El concurso no es, ni pretende ser, una competición entre centros.
- ✓ Incentivar el gusto por el estudio de las matemáticas.
- ✓ Incorporar a aquellos alumnos que tienen "miedo" a las matemáticas al estudio de las mismas, haciendo que descubran su sentido lúdico.
- ✓ Tratar de que los alumnos consigan divertirse resolviendo cuestiones matemáticas.
- ✓ Seguir aumentando el número de participantes de las convocatorias anteriores y conseguir las cuotas de participación existentes en otros países europeos.



Alumnos del IES Augusto González de Linares, en la cita XXII Concurso Canguro Matemático.

La prueba consiste en un test de 30 preguntas, en orden creciente de dificultad, para cada uno de los seis niveles, con cuestiones de elección múltiple. Los niveles para participar son: 1º de ESO, 2º de ESO, 3º de ESO, 4º de ESO, 1º de Bachillerato y 2º de Bachillerato.

Más información de la convocatoria y de las bases en: <http://www.canguomat.org.es>

#### IV Concurso de Matemáticas Pangea



Hace unos 250 millones de años la masa de la Tierra estaba unida en un solo supercontinente llamado Pangea (*Pangaea*), a partir del cual se

formaron los continentes de nuestra era. Con la creciente globalización, el mundo se parece cada vez más a Pangea, donde todos los territorios estaban conectados. De ahí nace el lema del Concurso, "*Las Matemáticas Conectan*", una declaración de intenciones de reunir a estudiantes de diferentes lugares, estilos de vida y niveles de educación. De esta manera, los niños tienen la oportunidad de compartir sus experiencias y su gusto por las matemáticas con otros niños.

El Concurso de Matemáticas Pangea en España se organiza en la edición 2016 para estudiantes desde 4º de Primaria hasta 4º de ESO.

El Concurso consta de rondas preliminares en los centros educativos, finales en las diferentes provincias participantes y ceremonias de entrega de premios. La primera ronda consta de 20 problemas, de los cuales 4 están en la categoría más fáciles y accesibles, 12 en los de nivel medio y otros 4 en los más difíciles. Esto permite participar y sentirse a gusto a estudiantes con niveles diferentes e intereses distintos en la disciplina matemática.

Más información de la convocatoria, de las bases y de la inscripción en:

<http://concursopangea.visionlingua.com/wp>

#### Concurso de Resolución de actividades del Calendario Matemático 2015 - 2016

DIAS	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SABADO	DOMINGO
1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	

Author: Rafael Martínez Caballero. Profesor jubilado de Matemáticas, Cantabria.

La Sociedad de Educación Matemática de la Comunidad Valenciana "*Al-Khwarizmi*" publica, como en cursos anteriores, su Calendario Matemático con un problema o actividad por día que puede ser de interés para su uso en el aula. Además, su resolución permite participar a estudiantes de Secundaria en un concurso diseñado a tal efecto con las dos modalidades siguientes:

*A la solución más ingeniosa:* Podrá participar cualquier estudiante de ESO o Bachillerato que dé respuesta (solución/comentario) a una actividad planteada un día cualquiera del Calendario Matemático 2015-2016. Cada centro seleccionará las mejores soluciones de sus alumnos enviando sólo una por cada día e incluyendo: nombre completo del estudiante, curso y nivel, centro, dirección, teléfono y correo electrónico. Los premiados recibirán el correspondiente diploma acreditativo.

*Al trabajo en grupo:* Podrá participar un solo grupo de cualquier centro de ESO y/o Bachillerato que dé respuesta (solución/comentario) a todas las actividades planteadas un mes cualquiera del Calendario Matemático 2015-2016. Deberá indicarse el nombre completo del centro, dirección, teléfono y correo electrónico, así como el nombre de todos los estudiantes que lo integran y del profesor que lo coordina. Los agraciados recibirán el correspondiente diploma acreditativo.

En ambas modalidades el plazo de recepción terminará el último día del mes siguiente al que correspondan las actividades. Las soluciones deben dirigirse a [calendarmatematic@gmail.com](mailto:calendarmatematic@gmail.com) o enviarse a:

Rafael Martínez Calafat  
Carrer d'Alacant, 14, 1r-B  
12004 - Castellón

Las soluciones presentadas podrán publicarse si la comisión seleccionadora lo considera oportuno.

## VII Concurso Escolar de Trabajos Estadísticos

El Instituto Cántabro de Estadística (ICANE), en colaboración con la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria, convoca cada curso el *Concurso Escolar de Trabajos Estadísticos*.

El objetivo de este Concurso es, por un lado, dar a conocer la actividad estadística desarrollada en el ICANE y, por otro lado, propiciar el uso de datos sobre la realidad socio-económica de Cantabria en los centros educativos de la región. Esta iniciativa permite trabajar con los alumnos problemas relacionados con temas cotidianos, fomentando razonamientos críticos, el trabajo en equipo, etc.

El Concurso está orientado a todos los escolares que cursen estudios de ESO, Bachillerato o Ciclos Formativos; asimismo, pueden participar los alumnos oficiales de Enseñanza de Adultos que están estudiando para la obtención del Gra-

duado en Educación Secundaria o para la prueba de libre acceso a Ciclos Formativos de Grado Medio, menores de 19 años.

Los trabajos deben ser realizados por grupos de un máximo de cinco estudiantes y estar dirigidos por un profesor. Su contenido será estadístico de tema libre y en ellos se podrán abordar una o varias fases del proceso estadístico. Se pueden usar datos extraídos de las publicaciones del ICANE, o de su web, o realizar un estudio estadístico similar a alguno publicado por el ICANE, pero referido a su centro escolar, municipio o comarca, y comparar los resultados.

Se establecen dos categorías de premios (ESO y Bachillerato/Ciclos Formativos) que cuentan cada una de ellas con un Primer y un Segundo Premio, respectivamente.

Bases e información adicional del Concurso puede obtenerse a través de:

<http://www.icane.es>  
<http://www.educantabria.es>

## IV Olimpiada Estadística

El Instituto Nacional de Estadística (INE), la Facultad de Estudios Estadísticos (FEE) de la Universidad Complutense de Madrid y la Sociedad de Estadística e Investigación Operativa (SEIO) convocan la Cuarta Olimpiada Estadística para estudiantes de ESO, Bachillerato y Ciclos Formativos de Grado Medio en grupos.



La Olimpiada Estadística tiene como objetivos:

- Promover la curiosidad y el interés en la estadística entre los estudiantes.
- Incentivar en los docentes el uso de nuevos materiales para la enseñanza de la estadística, fomentando el uso de datos reales y buscando aplicaciones de los conocimientos estadísticos a los alumnos.
- Mostrar y acercar el protagonismo de la estadística en distintos aspectos de la sociedad a estudiantes y docentes, dándola a conocer como estudio universitario.
- Promover el trabajo en equipo y la colaboración para conseguir objetivos comunes.

Sobre los tipos de grupos participantes, tutores de los mismos, categorías, etc. se puede encontrar información en:

[http://www.ine.es/explica/olimpiada2016\\_inicio.htm](http://www.ine.es/explica/olimpiada2016_inicio.htm),

donde figuran, asimismo, las bases completas de la convocatoria y los requisitos de inscripción.

### VIII Congreso Científico para Escolares

El Museo Nacional de Ciencias Naturales (MNCN) celebrará la próxima primavera la *VIII edición del Congreso Científico para Escolares*. Con las fechas aún por fijar, aunque muy probablemente tenga lugar después de las vacaciones de Semana Santa, el MNCN acogerá nuevamente este Congreso que tiene como objetivo principal que los alumnos de ESO tengan la oportunidad de experimentar, desde muy temprana edad, el contacto con la realidad del mundo de la ciencia. En este caso, desde una faceta muy habitual para los investigadores y científicos, como es la asistencia a congresos.

En el Congreso, además de ponencias marco impartidas por especialistas en el ámbito científico, se cuenta con la participación de los alumnos, dos de cada centro seleccionado que, junto con su profesor, tienen que elaborar una comunicación sobre el proyecto científico en el que han trabajado. La duración de esta comunicación es de 10 minutos. Un comité seleccionará uno de los proyectos al que se le concederá un certificado, un lote de libros para la biblioteca del centro y la posibilidad de visitar el museo con toda su clase de forma gratuita.

También se propone realizar actividades complementarias, como visitar alguno de los laboratorios del Museo o alguna de las colecciones y exposiciones.



Alumnos del IES Vega Toranzo exponen su proyecto científico en el VII Congreso Científico para Escolares.

Bases e información adicional del Congreso puede consultarse en: <http://www.mncn.csic.es>

### X Edición de Mates Solidarias

Está abierto el plazo de inscripción de la X Edición de *Mates Solidarias*, que pone en marcha Cooperación Internacional ONG en los centros educativos españoles.

Este proyecto educativo es la oportunidad perfecta para reforzar el estudio de una asignatura complicada, sensibilizar a los más pequeños con causas sociales próximas a su entorno e involucrar a sus familias y a los docentes en la transformación social.

¿Cómo funcionan las *Mates Solidarias*? Al final de cada evaluación las calificaciones de los alumnos se convierten en donativos: 5 euros si el alumno tiene aprobado, 6 euros por alcanzar un bien, 7 euros si el alumno obtiene notable, 10 euros al conseguir un sobresaliente. La recaudación conseguida se destina a diferentes proyectos sociales de Cooperación Internacional ONG. Los fondos recaudados con esta iniciativa se destinan a la Operación Rehabilitación de Viviendas de familias con escasos recursos.

En este proyecto pueden participar los profesores, apuntando a sus alumnos, y también las familias de modo particular, inscribiendo a sus hijos en esta iniciativa. Es muy sencillo, tan solo hay que rellenar la ficha de inscripción y enviarla a [mates@ciong.org](mailto:mates@ciong.org)

Más información en la página web: <http://www.ciong.org/detalleProyecto.php?tipoObjeto=10&familia=8&idObjeto=275>



# SOCIEDAD MATEMÁTICA DE PROFESORES DE CANTABRIA (SMPC)

---

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) empezó su andadura en abril de 1996, en un acto al que no faltó Miguel de Guzmán Ozámiz (1936-2004), presidente de las Sociedades Matemáticas a nivel internacional, eminente matemático, humanista y persona de bien. La SMPC se fundó con el objetivo de ser un punto de confluencia y de intercambio de experiencias entre los profesores de matemáticas de Cantabria, de todos los niveles educativos, Primaria, Secundaria y Universidad, tanto de enseñanza pública como privada. Pero la SMPC también da la oportunidad de exponer sus ideas a todas aquellas personas interesadas por las matemáticas, en su vertiente didáctica o científica. El fundamento de la SMPC es colaborar en la mejora de la calidad de la enseñanza de las matemáticas y tener una proyección pública, mediante la cual dar a conocer su postura en todos los asuntos relacionados con la educación matemática.

La SMPC forma parte de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM), que está integrada por colectivos de profesorado que trabajan con propósitos análogos a los que tiene la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria. En la FESPM hay sociedades pertenecientes a todas las Comunidades Autónomas.

En el Boletín número 13, la persona que en aquel momento ocupaba el cargo de presidenta de la SMPC, María José Señas Pariente, escribió unas palabras que dan una magnífica idea del cometido de la SMPC. Es, por esa razón, que desde entonces las mantenemos en esta sección.

*[...] La SMPC viene organizando desde hace años diferentes actividades para alumnos y profesores de Cantabria con el fin de divulgar el conocimiento matemático en nuestra Comunidad Autónoma y mejorar los correspondientes procesos de enseñanza y aprendizaje. Es necesario emplear todos los recursos que existen en nuestra Sociedad para mejorar el nivel de educación matemática de los jóvenes, ya que de él, entre otros, dependerá el futuro y nuestra posición en el mundo actual.*

*Difundir la cultura matemática entre los estudiantes y profesores de Cantabria y que éstos sirvan de vía de transmisión para que la sociedad alcance mayores niveles de conocimiento matemático; descubrir a los jóvenes un mundo de posibilidades por medio del saber matemático; ampliar sus perspectivas de futuro y formarles para una sociedad en continuo cambio; fomentar el interés por las matemáticas mediante la organización de actividades motivadoras e innovadoras fuera del aula; e incluso fomentar la detección temprana y el estímulo de talentos matemáticos, son algunos de los objetivos que la SMPC establece como base para el desarrollo de su programación anual. [...]*

La SMPC ha organizado a lo largo de sus diecinueve años de vida numerosas actividades destinadas al profesorado de matemáticas, algunas dentro del Convenio de Colaboración con la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria. Ciñéndonos a las actividades desarrolladas a lo largo de los cinco últimos años, indicar que entre ellas están dos cursos de formación para profesores del Proyecto Estalmat, uno a nivel regional y otro a nivel nacional; tres ediciones de las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria; tres cursos acerca del uso de *GeoGebra*; y un curso a distancia acerca del software *TutorMates* (con la colaboración de Addlink Research, empresa que ha desarrollado dicho software). La mayoría de los cursos mencionados se han celebrado o bien en el Centro Internacional de Encuentros Matemáticos (CIEM) de Castro Urdiales o bien en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria.

Las diversas actividades pueden llevarse a cabo gracias al esfuerzo y gentileza de un pequeño número de profesores que, de forma desinteresada, ponen parte de su tiempo libre a disposición de la SMPC. La gestión de los no muy abundantes recursos es tarea también de este reducido colectivo. Como viene siendo habitual, aprovechamos este hueco para hacer un llamamiento al resto de socios u otras personas que estén interesadas en colaborar, cuya incorporación suponga un enriquecimiento de la labor de la entidad y permita garantizar su continuidad. Para informar acerca del interés en participar, escribir un mensaje a la siguiente dirección, señalando aquellos apartados en los que se desearía colaborar: organizar y/o impartir algún curso de formación, cooperar en la puesta en marcha de alguna de las actividades de la SMPC, dirigir algún taller, etc.: [sociedad@sociedadmatematicacantabria.es](mailto:sociedad@sociedadmatematicacantabria.es)

En otro orden de cosas, informar que el pasado 23 de septiembre de 2015 se celebró la Asamblea General Anual de la SMPC en la que se acordaron las fechas para la realización de actividades para estudiantes y para profesores a celebrar a largo del curso 2015-2016. De los detalles de todas ellas se da cuenta en la sección de este Boletín titulada *Convocatorias de la SMPC*. En esa misma reunión se definieron los miembros de la Junta Directiva y los Responsables de las Actividades.

En la Asamblea también se informó de las últimas novedades de interés para los socios de la SMPC, entre las que se encontraban los siguientes cursos:

- "*Aprender a aprender con GeoGebra*", destinado al profesorado de Educación Infantil y Educación Primaria, a celebrar en la Facultad de Ciencias los días 14, 19 y 21 de noviembre de 2015, y reconocido con 1 crédito de formación por la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria.
- "*2D+3D = GeoGebra*", destinado al profesorado de ESO y Bachillerato, a celebrar en la Facultad de Ciencias los días 21, 26 y 28 de noviembre de 2015, y reconocido con 1 crédito de formación por la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria.
- "*Las calculadoras en los currículos LOMCE*", curso online a realizar a través de la plataforma educativa Moodle de la SMPC entre enero y marzo de 2016, y reconocido con 4 créditos de formación por la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria.

Junta Directiva	
<b>Presidenta</b>	Carmen Espeso Ortiz
<b>Vicepresidente</b>	Mario Fioravanti Villanueva
<b>Secretario</b>	Luis Ceballos Barón
<b>Tesoreros</b>	Emilio Seoane de la Losa Paz Valle López-Dóriga
<b>Vocales</b>	María José Fuente Somavilla Sandra Pana Tanasescu Almudena Señas Pariente



Puesto que no sólo la formación y el trabajo acerca a las personas, en la Asamblea se acordó celebrar una comida de hermandad, de la da testimonio la imagen mostrada.

Responsables de las Actividades	
<b>Boletín Informativo</b>	María José Fuente Somavilla Pilar Sabariego Arenas Cecilia Valero Revenga
<b>Página Web</b>	Neila Emma Campos González
<b>Redes Sociales</b>	Sara González Gutiérrez
<b>Olimpiada Matemática para Estudiantes de 2º de ESO</b>	Juan Martín Pindado
<b>Concurso del Cartel Anunciador de la Olimpiada Matemática para Estudiantes de 2º de ESO</b>	Sergio Trueba López
<b>Concurso de Fotografía Matemática para estudiantes</b>	Emilio Rodríguez Ruiz
<b>Concurso de Fotografía Matemática para profesores</b>	Jaime Suárez Martínez
<b>Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas</b>	Mario Fioravanti Villanueva Emilio Seoane de la Losa
<b>Proyecto Estalmat</b>	Carmen Espeso Ortiz

Los socios son la parte fundamental de la SMPC. Asociarse da derecho a participar activamente en la vida de la Sociedad, a tener puntual información de ella y a obtener descuentos en las actividades que se organicen. Los socios reciben cada año el *Boletín Informativo de la SMPC*, así como *SUMA+*, revista de didáctica de las matemáticas de periodicidad cuatrimestral (marzo, julio y noviembre) y que es publicada por la FESPM. Los socios abonan una cuota anual de 40 euros, que se cobra por domiciliación bancaria.

Para hacerse socio de la SMPC basta con rellenar la ficha de inscripción y la ficha de domiciliación bancaria para el pago de las cuotas. Una vez cumplimentados ambos impresos, deben ser entregados a alguno de los miembros de la Junta Directiva o enviados a la SMPC por alguna de las siguientes vías:

	<b>Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC)</b>
Correo Postal	 <b>Centro de Profesorado de Cantabria</b> Avenida del Deporte s/n, 39011 Santander Tel.: 942 35 40 15 - Fax: 942 32 38 27
Correo Electrónico	sociedad@sociedadmatematicacantabria.es
Página Web	http://www.sociedadmatematicacantabria.es
Twitter	@SMatematicaPC
Facebook	http://www.facebook.com/pages/Sociedad-Matem%C3%A1tica-de-Profesores-de-Cantabria/1436138723279107

D/D<sup>a</sup> ....., DNI .....

con domicilio en ....., CP: ....., calle: ..... nº: .....,  
teléfono: ..... y e-mail: .....

solicita ser dado de alta como miembro de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria.

Centro de trabajo: ....., localidad: ..... CP: .....  
calle: ....., nº: ....., teléfono: ....., fax: .....  
y e-mail: .....

Nombre y apellidos: .....

IBAN: 

País	DC	Entidad	Oficina	DC	Cuenta

Banco/Caja: ....., agencia: .....

localidad: ....., CP: ....., calle: .....

Sr/Sra Director/a del Banco/Caja:  
Le ruego atiendan, con cargo a mi cuenta y hasta nueva orden, los recibos que periódicamente les presentará la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria para el pago de mi cuota de afiliación.

Atentamente (fecha y firma):

# Anotaciones

---

# SOCIEDAD MATEMÁTICA de

SOCIEDAD MATEMÁTICA de



PROFESORES de CANTABRIA

# PROFESORES de CANTABRIA

