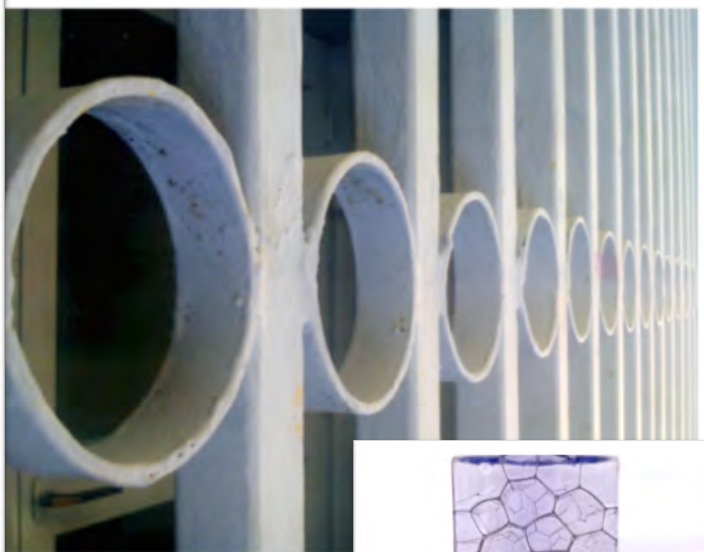




Boletín Informativo de la SMPC

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria - Curso 2014/2015 - Nº 16



ÍNDICE

EDITORIAL	3
EXPERIENCIAS Y PROYECTOS EDUCATIVOS	7
Pequeños investigadores en la ESO	7
Un curso de buenas experiencias. Estalmat - Cantabria	9
MATERIALES Y RECURSOS	19
Soroban, la “calculadora” japonesa tradicional	19
Menú de Problemas	25
Libros y Materiales Destacados	29
JORNADAS, TALLERES Y ENCUENTROS	39
VI Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria	39
XVII Años de la SMPC	51
XXV Aniversario de la FESPM	55
Matemáticas en Acción	59
Día Escolar de las Matemáticas	63
CULTURA Y MATEMÁTICAS	65
Efemérides	65
Curiosidades	83
OLIMPIADAS Y OTROS CONCURSOS	91
Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO	91
Olimpiada Matemática Nacional para Estudiantes de 2º de ESO	99
Olimpiada Matemática Española	107
Concurso del Cartel y Concurso de Fotografía Matemática	117
CONVOCATORIAS	121
Convocatorias de la SMPC	121
Otras Convocatorias	127
SOCIEDAD MATEMÁTICA DE PROFESORES DE CANTABRIA (SMPC)	131

**Edita:**

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC)

Autoría y Maquetación:

María José Fuente Somavilla

IES Augusto González de Linares
SANTANDER
mj.fuente@yahoo.es

Cecilia Valero Revenga

Facultad de Ciencias
SANTANDER
cecilia.valero@unican.es

Pilar Sabariego Arenas

IES Vega de Toranzo
ALCEDA
sabariego@gmail.com

Artículos, comunicaciones y correspondencia:***Por correo electrónico:***

A cualquiera de las tres direcciones anteriores

Por correo postal o fax:

Cecilia Valero Revenga
Facultad de Ciencias
Avenida Los Castros s/n
39005 SANTANDER
Teléfono: 942 20 15 20
Fax: 942 20 14 02

Tirada: 250 ejemplares

Imprime:

Copi Centro
Compañía de Comunicación Gráfica
Santander

Depósito Legal: SA-160-1998

ISSN: 1139-0263

El Boletín Informativo de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) ya cumple su edición número dieciséis y desde la redacción del mismo deseamos, una vez más, transmitir, a todo el colectivo de profesores de matemáticas de la Comunidad Autónoma de Cantabria, tanto los acontecimientos que se producirán en los próximos meses como la descripción de aquellos eventos relacionados con las matemáticas que se han desarrollado a lo largo del año 2014. En las dos situaciones se han seleccionado los que se han encontrado de interés más general.

De manera similar a como ha venido haciéndose en ediciones anteriores de este Boletín, comenzamos este Editorial reseñando las actividades promovidas por la SMPC. La publicación de este Boletín es una de dichas actividades. Con ella se pretende difundir la cultura matemática entre los profesores de matemáticas de los distintos niveles educativos, ampliando y reforzando así la relación entre los mismos; y quiere ser, además, un lugar donde dicho colectivo pueda dar a conocer los trabajos más novedosos en los diferentes ámbitos en los que desarrollan su labor profesional. El Boletín se distribuye en papel entre los socios de la SMPC y centros de enseñanza secundaria de la Comunidad Autónoma de Cantabria, y, además, está disponible en formato pdf en la página web de la SMPC:

<http://www.sociedadmatematicacantabria.es>

En dicha página se ofrece, además, información detallada de todas sus actividades, así como de otras más generales, tales como congresos o encuentros a nivel nacional que están próximos a celebrarse.

Entre las actividades programadas anualmente por la SMPC se encuentran los Concursos del Cartel y de Fotografía Matemática para el alumnado de Secundaria, y la Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO. De todos ellos se da información detallada en páginas interiores de este Boletín y puede afirmarse que los tres concursos mencionados son inherentes a la SMPC por el alto número de ediciones celebradas de todos ellos. Cada curso un buen número de estudiantes participan en esas pruebas, mostrando diferentes capacidades y gustos. En unos florece su vena artística cuando intervienen en los Concursos del Cartel y de Fotografía, y otros agudizan su ingenio resolviendo los problemas de la Olimpiada. En la Asamblea celebrada en

que siempre se puede hacer algo por el más desfavorecido. [...] Quienes hemos podido trabajar junto a Enrique, y aprender de él, no sólo somos mejores profesionales e ingenieros, también somos mejores personas, ya que nos ha hecho reflexionar sobre los diversos temas sociales ahondando en las desigualdades existentes en el mundo". Nuestro respeto y sincera felicitación al profesor Castillo.

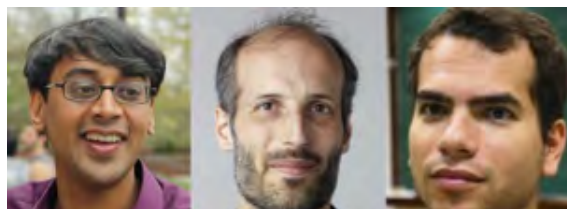


La persona a la que nos vamos a referir en las líneas siguientes no está ligada al colectivo de profesores ni investigadores de la disciplina matemática de Cantabria. Pero matemática sí es. El motivo de incluir su nombre en este Editorial es por haberse convertido en la primera mujer distinguida con la medalla Fields. **Maryam Mirzakhani**, de nacionalidad iraní, pero profesora en la universidad estadounidense de Stanford, ha sido galardonada con dicha distinción por sus sobresalientes y originales contribuciones en la dinámica y geometría de las superficies de Riemann y sus espacios modulares. El jurado, además, ha destacado la fuerte intuición geométrica de Mirzakhani y sus notables conocimientos en gran diversidad de técnicas matemáticas. En el acto de entrega de la medalla el jurado se expresó en los siguientes términos: *Ella encarna una rara combinación de capacidad técnica excelente, grandes ambiciones, visión de largo alcance y profunda curiosidad*. La siguiente foto recoge el momento de entrega de la medalla a la profesora Mirzakhani, quien aparece a la derecha.



La medalla Fields premia cada cuatro años, durante la celebración del Congreso Internacional de Matemáticas, a un máximo de cuatro matemáticos menores de 40 años, por sus destacados descubrimientos. En esta ocasión,

los otros tres premiados fueron Manjul Bhargava, profesor en la Universidad de Princeton, en Estados Unidos, Martin Hairer, de la británica Universidad de Warwick, y el brasileño Artur Ávila, primer latinoamericano en conquistar el galardón. Los tres matemáticos aparecen en la foto inferior, de izquierda a derecha, en el orden correlativo al de sus nombres.



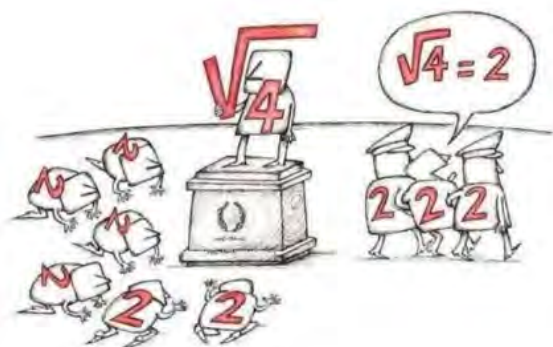
≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥

En la sección de *Efemérides* del Boletín número 14 aparecía una reseña biográfica acerca de Alan Mathison Turing, cuyo motivo era el centenario de su nacimiento. Por igual razón se publicaron diversos textos relacionados con la vida y obra de Turing, entre los que se encontraba *Alan Turing, el hombre que sabía demasiado*, de David Leavitt y que fue descrito en la sección *Libros y Materiales Destacados* del mismo Boletín. Ahora, la figura de Turing vuelve a estar de actualidad con el estreno, a finales de noviembre de 2014 en Estados Unidos y el 1 de enero de 2015 en España, de la película *The Imitation Game (Descifrando Enigma)*. Es una película dirigida por el noruego Morten Tyldum y protagonizada por Benedict Cumberbatch, al que acompañan en el reparto, entre otros, Keira Knightley, Matthew Goode, Mark Strong, Charles Dance y Alex Lawther.



La película está basada en la historia real del matemático y criptógrafo inglés que ayudó a desvelar el código de encriptación de mensajes utilizado por Alemania durante la Segunda Guerra Mundial. En el film se recogen tres etapas de la vida de Turing. La primera,

durante sus años escolares, cuando es intimidado y ultrajado por sus compañeros de escuela. La segunda etapa es la que transcurre en Betchley Park, cuando Turing descubre el método de cifrado de la máquina *Enigma* de los alemanes. Este periodo es el que ocupa la mayor parte de la cinta. La tercera etapa es la acaecida 10 años después de la guerra, cuando el matemático es interrogado por un oficial de policía sobre su vida y su trabajo durante la guerra.

[illegible][illegible]
$$\equiv \neq \equiv \neq \equiv \neq \equiv \neq \equiv \neq \equiv \neq \equiv \neq \equiv \neq \equiv$$

Este Boletín tiene como finalidad la divulgación de acontecimientos matemáticos y la publicación de colaboraciones de socios y no socios de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC). No hay contraprestación económica ni de servicios por su edición, ni incluye publicidad comercial. Por ello, entendemos que no se vulneran derechos de imagen o de autor cuando se utilizan algunos materiales. Si se conoce, se cita su procedencia y su autor; pero, en todo caso, si alguien considerase quebrantados sus derechos, se ruega nos lo advierta para proceder a la aclaración o rectificación que proceda.

PEQUEÑOS INVESTIGADORES EN LA ESO

ron muy atentos con todos los visitantes, explicándoles en qué consistía cada uno de los proyectos expuestos en los pósters. Cuando los miembros del Jurado visitaron su stand los atendieron igual que si fuesen unos visitantes más, pero con el hándicap del tiempo, puesto que, al tener que visitar un total de cuarenta stands, no podían permanecer más de cinco minutos en cada uno de ellos.

Ésta no es la primera vez que alumnos del IES Vega de Toranzo ganan un premio por sus trabajos de investigación. De hecho, la mayoría de los trabajos expuestos en el stand del *Finde Científico* ya habían sido premiados en otros concursos, tanto a nivel regional como nacional. Se podría decir, por tanto, que el Primer Premio obtenido en el *Finde Científico* ha sido un premio a toda una metodología de trabajo mediante proyectos.

A continuación exponemos los títulos de los proyectos de investigación realizados por los alumnos del centro, el nombre de los autores y de las profesoras que lo han dirigido, así como el premio obtenido, si lo tienen. Para profundizar en alguno de estos proyectos os remitimos al blog del Departamento de Matemáticas del IES Vega de Toranzo: <http://matematicasdesdealceda.blogspot.com.es>

1. **El viento sur y su influencia en la salud mental de las personas.** D. González Peña, E. Ibáñez Pérez, J. Mora Magaldi, J. A. Ortiz Gómez, S. Pérez González. Prof: P. Sabariego Arenas. *Primer Premio del IV Concurso Escolar de Trabajos Estadísticos, ICANE 2013.*

2. **Estudio comparativo de las preferencias deportivas de los alumnos de ESO.** H. Cano, P. Escudero, J. Fernández, T. Ruiz, R. Sainz. Prof: I. Payo Pila. *Accésit del IV Concurso Escolar de Trabajos Estadísticos, ICANE 2013.*

3. **Estudio comparativo de las pirámides poblacionales de las diferentes categorías territoriales.** P. Diego, C. Fernández, I. Ruiz, C. Tapissier. Prof: I. Payo Pila.

4. **Fases lunares y nacimientos.** A. Fernández Herrero, C. Martínez Gutiérrez, P. Revuelta López, A. Vallejo Teja. Prof: P. Sabariego Arenas. *Accésit del V Concurso Escolar de Trabajos Estadísticos, ICANE 2014.*

5. **Estudio de los nacimientos en 2013.** N. Laso Oria, V. Martín Mendizábal, L. Martínez Ibáñez, L. Pelayo Oria. Prof: P. Sabariego Arenas.

6. **Aditivos, ¿abusamos de ellos?** P. Aguado García, C. Castanedo Quevedo, E. Cullía Revuelta, M. García Cuesta, M. Pardo García. Prof: P. Sabariego Arenas.

7. **¿Dónde buscar un productor para nuestra película?** I. Castañeda Ruiz, J. Castañeda Ruiz, D. Iglesias Arroyo, R. Martínez Diego. Prof: P. Sabariego Arenas. *Segundo premio del V Concurso Escolar de Trabajos Estadísticos, ICANE 2014.*

8. **Influencia de la telebasura en el comportamiento adolescente.** M. Escudero, D. Díaz, L. Floranes, B. Ortiz. Prof. I. Payo Pila.

9. **Influencia de las tecnologías móviles en las relaciones sociales en la adolescencia.** J. Rodríguez, I. Fernández, C. Ibáñez, F. Sainz. Prof. I. Payo Pila.

10. **Cálculo de las mejores rutas de evacuación en una zona rural.** L. Calleja Lavín, V. Mantecón Mantecón, L. Portilla Queiro, A. Sainz Pelayo. Prof: P. Sabariego Arenas. *Mención Especial del Jurado en el VIII Premio para Estudiantes de Secundaria, Universidad Autónoma de Madrid.*

11. **Estudio de la endogamia en la zona pasiega mediante teoría de grafos y estadística.** L. Gutiérrez Pelayo, L. Iglesias Cobo, B. Lasso Ortiz, L. Martínez Fernández, M. Ruiz González. Prof: P. Sabariego Arenas. *Primer Premio del III Concurso de Investigación en ESO, Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria.*

12. **Buscando oro.** M. Escudero, J. Rodríguez, D. Díaz, I. Fernández, L. Floranes, C. Ibáñez, B. Ortiz, F. Sainz. Prof. I. Payo Pila. *Tercer Premio del III Concurso de Investigación en ESO, Consejería de Educación Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria.*

UN CURSO LLENO DE BUENAS EXPERIENCIAS ESTALMAT – CANTABRIA

Daniel Sadornil Renedo
Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación
Facultad de Ciencias, SANTANDER

Desde el curso 2008 - 2009 se desarrolla en Cantabria el Proyecto ESTALMAT, ESTímulo del TALento MATemático. En anteriores números del Boletín (9 a 11) se informó de los pasos dados para su puesta en marcha y de su primer año de andadura. Desde entonces, 90 estudiantes de Educación Secundaria han pasado ya por las aulas de la Facultad de Ciencias para participar en el Proyecto. En este número del Boletín presentamos las actividades realizadas en el curso 2013 - 2014. En estos seis años se ha ido consolidando el Proyecto y hemos sido partícipes del entusiasmo de los alumnos en el aprendizaje y disfrute de las matemáticas.

INTRODUCCIÓN

ESTALMAT es un Proyecto de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales que tiene como objetivo la detección y el estímulo del talento matemático precoz. El Proyecto comenzó en el año 1998 en la Comunidad de Madrid, de la mano de Miguel de Guzmán, y desde entonces se ha ido extendiendo por todo el territorio español. En el año 2008 la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) y el Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación (MATESCO) de la Universidad de Cantabria (UC) pusieron en marcha el Proyecto en Cantabria.



<http://www.estalmat.unican.es>

estalmatuc@unican.es

Los dos objetivos principales del Proyecto son los siguientes:

- Fomentar la afición y la habilidad especial en matemáticas de estudiantes de los primeros cursos de Educación Secundaria Obligatoria.
- Mostrar a los estudiantes participantes los procedimientos específicos del quehacer matemático, a través de la resolución de proble-

mas y de la puesta en práctica de estrategias de pensamiento eficaces en los procesos de invención y descubrimiento matemáticos.

Cada curso se seleccionan 15 estudiantes de Cantabria de entre los que se presentan a la prueba de aptitud. Estos estudiantes se incorporan al Proyecto durante dos años (más un tercer año de carácter voluntario) en los que, mediante una orientación semanal de tres horas, realizan talleres guiados por un profesor que les acerca al conocimiento desde su experiencia.

Las actividades que se desarrollan en estos talleres están específicamente diseñadas con este objetivo. El papel principal del profesor es el de moderador, activando y reconduciendo las actividades en función del trabajo que se realiza en el aula. Estas actividades están diseñadas para fomentar la capacidad especial de estos estudiantes e impulsar el gusto por el descubrimiento y la vocación científica. La metodología usada en las sesiones del Proyecto es principalmente activa; son los propios alumnos los que desarrollan los contenidos a partir de las aproximaciones e indicaciones del profesor.

No se trata de impartir más clases y contenidos siguiendo un desarrollo curricular, tal como se realiza en la docencia reglada. Los contenidos presentados se exponen desde una visión global e histórica (en algunos casos, tal como los propios matemáticos llegaron a ellos) y son los propios alumnos los que desarrollan los contenidos.

Como resultado del Proyecto, los estudiantes con talento desarrollan la capacidad de abstracción, la lógica, el método científico, el interés por la ciencia, el valor de esfuerzo y se fomenta y potencia su talento matemático.

SELECCIÓN DE LOS ALUMNOS

El 8 de junio de 2013 tuvo lugar la prueba de selección para la sexta promoción de Estal-mat-Cantabria. El proceso de inscripción se realizó a partir de un formulario vía web. Se inscribieron un total de 169 estudiantes (97 chicos y 72 chicas) de diferentes colegios de Cantabria.

La prueba no se basa en el conocimiento de técnicas avanzadas que sean diferentes a las que conocen estudiantes de 12 años o de 6º de Primaria (para los que está dirigida). El objetivo es mostrar qué estudiantes tienen especial capacidad para razonar y pensar matemáticamente. Esta prueba es muy diferente de una prueba curricular, los exámenes o controles que están acostumbrados a hacer.

Habitualmente en el entorno escolar en los controles se plantean ejercicios muy concretos; en este caso, se plantean problemas muy diferentes, muy abiertos, para buscar "el talento especial", que da nombre al Proyecto y que a veces se puede percibir tanto en una cosa bien hecha como en un intento no exitoso.

En su corrección, que se realiza de forma anónima, lo más importante no es únicamente dar con la solución exacta de los problemas, sino que es parte importante el cómo organizan las

cosas, en qué ideas se basan, qué les sugiere el planteamiento, en su visión geométrica, etc.



Estudiantes durante la prueba de aptitud.

A finales de junio de 2013 se realizó la entrevista con los estudiantes preseleccionados y sus familias, con el fin de asegurar su disposición a participar y realizar los esfuerzos que la pertenencia al Proyecto entraña. Todos los preseleccionados fueron admitidos en el programa.

Las localidades de las que provienen los estudiantes seleccionados en la sexta promoción del Proyecto son: Santander (5), Torrelavega, Renedo de Piélagos, Solórzano, Muriedas, Camargo, Boo de Piélagos, Carandía de Piélagos, Mortera, Aniezo y Santoña.

INAUGURACIÓN DEL CURSO

El sábado 5 de octubre de 2013 tuvo lugar el acto de inauguración del curso 2013 - 2014 del Proyecto Estal-mat-Cantabria en el Aula Magna de la Facultad de Ciencias. A este acto asistieron los alumnos de las promociones quinta y sexta, sus familiares, así como los profesores del Proyecto. Asimismo, asistieron como autoridades: Miguel Ángel Serna, consejero de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria; Francisco Matorras, decano de la Facultad de Ciencias; Fernando Etayo, vicerrector de Ordenación Académica de la Universidad de Cantabria y académico de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales; y María José Señas, vicepresidenta de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC). En el acto se dio la bienvenida a los 15 nuevos estudiantes seleccionados en la prueba de aptitud.



Foto de grupo de los alumnos con las autoridades en la inauguración del curso 2013 - 2014.
(Fuente: José R. Cavia)

Tras las palabras de las autoridades, tuvo lugar una conferencia impartida por Juan Antonio Cuesta, profesor del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación de la Universidad de Cantabria, y de título *"La Estadística, ¿para qué sirve y cómo funciona?"*. Dicha charla tuvo carácter divulgativo para que todo el público asistente siguiera sin dificultad los temas tratados. Entre otras cosas divertidas, el profesor Cuesta de tres problemas clásicos: estimar una cantidad (determinando el número aproximado de taxis que hay en una ciudad), describir unos datos (sobre los resultados del Informe Pisa) y verificar si cierta hipótesis es cierta (discriminación en la Universidad de Berkeley). Y tras la conferencia se ofreció a los asistentes un pequeño aperitivo en la cafetería de la Facultad de Ciencias donde pudimos conocernos todos y también reencontrarnos con los alumnos de la anterior promoción, que este curso comenzaban su segundo año en Estalmat. Durante ese tiempo, las familias de los alumnos del Proyecto nos agradecieron la labor que hacemos con sus hijos, alentándonos a seguir trabajando en esta actividad que impulsa el desarrollo de sus capacidades.

SESIONES DE ACTIVIDADES

Durante el curso 2013 - 2014 se han desarrollado un total de 18 sesiones de trabajo en la Facultad de Ciencias. En segundo curso se ha celebrado una sesión menos para que los alumnos participaran en la XVII Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO que organiza la SMPC. Algunas de estas sesiones se vienen realizando ya desde las primeras promociones del Proyecto, mientras que otras han ido surgiendo o modificándose a lo largo de los años.

En cada sesión de tres horas un profesor dirige a los alumnos en las actividades. La aproximación a determinados resultados mediante la experimentación y otras prácticas dan paso a la síntesis de los resultados por parte de los alumnos o, si es necesaria, a la explicación de conceptos por parte de los ponentes. Es decir, que el estudiante se acerca al conocimiento desde su propia experiencia a partir de las actividades elaboradas específicamente y el profesor tiene como papel principal el de moderador y es el que activa y reconduce las actividades en función del trabajo desarrollado en el aula. Esta metodología necesita, en ocasiones, de materiales y recursos concretos, unas veces comercializados y otras de creación por parte de los estudiantes. En la tabla de más abajo se detallan los títulos de las diferentes actividades realizadas.

El número de profesores implicados en las sesiones de Estalmat fue de 26: 15 profesores de Enseñanza Secundaria y 11 de Universidad. Además, en el curso 2013 - 2014 han colaborado también un miembro del Centro de Profesorado de Cantabria, una alumna del Máster Universitario en Formación del Profesorado de Educación Secundaria y un recién licenciado en Ciencias Matemáticas. La alumna de Máster realizó su trabajo fin de Máster apoyándose en su experiencia en las sesiones de Estalmat en que participaba con la profesora María José González: *Influencia del uso de GeoGebra en el aprendizaje de alumnos con talento matemático*.

PRIMER AÑO	SEGUNDO AÑO
Matemáticas en la historia	Principio de las cajas I
La aventura del cálculo	Principio de las cajas II y Principio de invarianza
Operaciones matemáticas en distintas culturas	Principio de inducción
Papiroflexia y matemáticas	Juegos y problemas clásicos
Superficies sorprendentes, caminos imposibles I	Divisibilidad
Superficies sorprendentes, caminos imposibles II	Lógica II
Geometría con GeoGebra	Mapas
Sistemas de numeración	Arte y matemáticas
Combinatoria	Elemental, querido Watson
Probabilidad	Viaje al infinito
Poliedros y simetría	Magia con cartas y números
Poliminós y policubos	GeoGebra al azar
¿Cómo afrontar fácilmente problemas complicados?	Ecuaciones de la física mediante análisis dimensional
Números metálicos	Cuando los números se corrigen entre sí
Áreas y perímetros, Figuras en tramas de puntos	Fractales
Mirar y ver	Haciendo que un ordenador nos entienda I
Lógica I	Haciendo que un ordenador nos entienda II
Ajedrez y matemáticas	

Las actividades se han realizado tanto en las aulas ordinarias como en los laboratorios de simulación (salas de ordenadores) que la Facultad de Ciencias ha cedido para su uso.



Alumnos trabajando en el aula.

A continuación señalamos un ejemplo de actividad que se realiza en la sesión de *Magia con cartas y números*. A los alumnos se les muestra algún “truco de magia” en el que las matemáticas juegan un papel importante en su desarrollo, es decir, que la justificación de su éxito no depende de las “manos” del que realiza el juego.

La dama a la derecha

1. Coloca en una fila seis cartas caras abajo y una dama cara arriba en cualquier posición dentro del grupo de cartas.
2. Intercambia la posición de la dama con cualquiera de las cartas adyacentes tantas veces como indique el lugar en que se encuentra (en cada movimiento tienes dos posibilidades: cambiarla con la carta de su izquierda o con la de su derecha).
3. Mueve ahora la dama dos veces más (recuerda que cada movimiento consiste en cambiar la posición de la dama con cualquier carta adyacente).
4. Veo que no has colocado la dama en la esquina, así que retira las dos cartas de las esquinas.
5. Mueve ahora la dama tres veces más.
6. Parece mentira, pero la dama ha vuelto a huir de las esquinas, retira de nuevo las dos cartas de los extremos.
7. Mueve la dama una vez más.
8. Parece que ahora no está en el extremo izquierdo, ¿verdad? Retira la carta de la izquierda.
9. Mueve para terminar la dama una vez.

Tras estas indicaciones... podemos asegurar que la dama está ahora en una esquina, más concretamente... en la esquina derecha.

Después de que sean los propios alumnos los que realicen el juego, se les insta a que encuentren el motivo del éxito asegurado, indicándoles simplemente que tienen que utilizar el álgebra para dar la posición de la dama en cada momento y que el concepto par/impar es muy importante en este caso.

ESTALMAT VETERANOS

En su origen, el Proyecto Estalmat se limitaba a estudiantes de 12 - 13 años (1º y 2º de ESO) y las actividades se realizaban en dos cursos. Sin embargo, debido al interés de los chicos y chicas participantes, que veían en el Proyecto una interesante y entretenida forma de adquirir conocimientos matemáticos, en algunas sedes del Proyecto Estalmat (implantado en nueve Comunidades Autónomas) se decidió continuar con estas sesiones. De esta forma, desde el curso 2012-2013, en Cantabria, para los que ya han pasado los dos años iniciales se ofrecen sesiones mensuales de carácter voluntario. Aquellos alumnos de Estalmat que lo desean pueden asistir a estas actividades.

En el curso 2013 - 2014 se han realizado un total de 7 sesiones para estos alumnos con los títulos siguientes:

Puntos y rectas del triángulo

Jugando con grado 3

Raíces de polinomios

Juegos de ingenio y de lápiz y papel

Estadística

Lógica difusa con GeoGebra

Es posible ganar en este juego

A estas sesiones han asistido alumnos que han pasado por el proyecto Estalmat con anterioridad, no sólo aquellos que lo habían completado el curso anterior. Además, debido al interés que habían mostrado en las actividades, y que algunos desconocían, se invitó a participar también en estos talleres a los 10 alumnos mejores clasificados (finalistas) en la XVII Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO que organizó la SMPC en 2013.

Estas sesiones han tenido un gran éxito entre todos los alumnos, tanto entre los que habían estado en Estalmat como entre los finalistas de la Olimpiada. Se nota, además, que la ma-

durez matemática va creciendo en ellos y se atreven más a conjeturar los resultados antes de resolver las cuestiones planteadas.



Sesión de veteranos *Lógica difusa con GeoGebra*.

Desde Estalmat-Andalucía se nos invitó a la III Escuela Internacional de Verano de Matemáticas del 1 al 15 de julio de 2014 en Sevilla que organizaban conjuntamente con la Sociedad Thales, en colaboración con el Instituto de Matemáticas de la Universidad de Sevilla (IMUS) y la Fundación Euler de la Universidad de San Petersburgo. Tras informar a los alumnos del programa Estalmat que habían participado activamente en las sesiones de veteranos y cumplían los requisitos, dos alumnos de Estalmat-Cantabria pasaron el verano de 2014 por dicha Escuela.

ACTIVIDADES ESPECIALES

Además de las sesiones matemáticas que se han mencionado anteriormente, en el curso 2013 - 2014 se han realizado otro tipo de actividades más lúdicas pero siempre con las matemáticas de fondo.

Matemáticas al Sprint

El 14 de diciembre de 2013 se celebró el concurso *Matemáticas al Sprint*. Ésta es una actividad ya tradicional desde el segundo año de puesta en marcha del Proyecto en Cantabria. En él participan, online, los alumnos de los Proyectos de las distintas Comunidades Autónomas. Durante dos horas, y trabajando en grupo, los estudiantes trataron de resolver los problemas que se les proponen; algunos problemas están encadenados y son necesarias las soluciones de algunos de ellos para poder encontrar las soluciones de los siguientes.

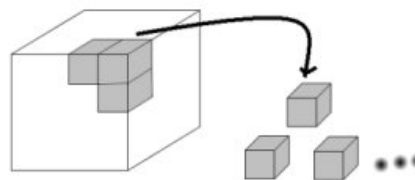
En *Matemáticas al Sprint* se fomenta el espíritu de colaboración para conseguir resolver los problemas correctamente en el menor tiempo posible.



Alumnos en *Matemáticas al Sprint*.

Uno de los problemas que tenían que resolver los alumnos de segundo curso fue el siguiente:

Un cubo de madera de dimensiones $8 \times 8 \times 8$ se recorta totalmente en piezas pequeñas, que son todas ellas cubos de $2 \times 2 \times 2$.



¿Cuál es la suma de las longitudes de las aristas de todos los cubos pequeños?

¡Atención! Debéis pasar dos números al problema 8. La cifra de las centenas de la solución pasa al problema 8 como número D y la suma de la cifra de las decenas más la de las unidades pasa como número E.

Mientras que el citado problema 8 era:

Encuentra el menor número positivo que al dividirlo por 7 su resto es 5, cuando se divide por D el resto es 3 y cuando se divide por E el resto es 1.

Convivencia en Viérnoles

El día 29 de marzo de 2014 Estalmat cambió de escenario. En lugar de realizar las actividades, como es habitual, en la Facultad de Ciencias, Estalmat-Cantabria se trasladó ese día al Centro de Profesorado de Viérnoles. Este hecho, que fue recibido con gran ilusión por parte de todos, fue posible gracias al apoyo de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria, que cedió las instalaciones, puso el transporte y la comida. Fue una jornada de convivencia desde las diez de la mañana hasta las seis de la tarde donde los alumnos de Estalmat-Cantabria junto con varios profesores realizaron diferentes actividades.

Se comenzó con la sesión titulada *Problemas viejos, soluciones nuevas*, en la que los alumnos se dividieron en cinco grupos. Cada grupo estaba integrado por alumnos de los dos cursos de Estalmat, así unos y otros se ayudaban entre sí. Cada grupo tenía asignado un problema de la prueba de aptitud del año 2013, justamente la que habían realizado para ingresar en el Proyecto los alumnos de primero. Se trataba de que resolvieran meses después, sin presión y con alguna herramienta matemática más, aprendida en Estalmat, aquellos problemas. La mezcla de los dos cursos en cada grupo fomenta la interacción entre ellos.

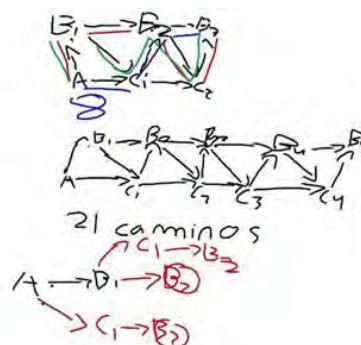


Los grupos de trabajo resolviendo problemas.

A continuación, una vez resueltos los problemas, se realizó una puesta en común de las soluciones donde cada grupo exponía la forma en la que lo habían logrado. Ellos mismos tenían que explicar los detalles y, de esta forma, se mejora notablemente la capacidad de

expresión y razonamiento matemático. Lo que para algunos era fácil de entender e intentaban explicar con sus propias palabras, otros reclamaban más rigor en los pasos a seguir.

En estas edades a los alumnos les cuesta, en ocasiones, formalizar y no apoyarse únicamente en la intuición. No obstante, el trabajo que realizan en Estalmat durante el curso mejora esta capacidad.



Esquema de resolución de uno de los problemas realizado por un grupo de trabajo.

Tras la comida, para poder despertar matemáticamente las neuronas, se realizaron rondas del concurso *Pasapalabra*, con términos matemáticos. Algunas de las definiciones habían sido diseñadas por profesores del Proyecto Estalmat hace unos años; otras, sin embargo, habían sido preparadas por alumnos de Estalmat y en ellas se notaba un carácter más informal (y, a veces, gracioso). Como ejemplo, las dos definiciones de hipotenusa y de cateto:

El lado más largo de un triángulo rectángulo.

En un triángulo rectángulo, el lado opuesto al ángulo de 90° .

Lados de un triángulo rectángulo que inciden en el ángulo recto.

Lado más tonto de algún triángulo.

Lógicamente, fue un momento de distensión y gran diversión cuando entre ellos no acertaban o se reían al escuchar algunas definiciones.

Finalmente, tuvo lugar una sesión de nudos en la que los alumnos no sólo aprendieron a realizar algunos de ellos con cuerdas sino que también se les explicó este concepto desde el punto de vista matemático. Mediante transformaciones elementales, aunque a primera vista no lo parece, se puede ver que los nudos siguientes son equivalentes:



Sesión de cine

El 12 de abril las actividades del Proyecto Estalmat se ampliaron con una sesión para padres y familiares de los alumnos. Con la participación de Emilio Ruiz, asesor de Atención a la Diversidad y Educación Permanente de Adultos del Centro de Profesorado d Cantabria, se realizó un cine-forum matemático con la película *La habitación de Fermat*.

En esta película de intriga cuatro matemáticos, que no se conocen entre sí, son invitados por un misterioso anfitrión con el pretexto de resolver un gran enigma. Pronto descubren que se encuentran en una sala que empieza a menguar y que corren el riesgo de morir aplastados entre sus paredes. Tendrán entonces que averiguar qué relación hay entre ellos y por qué alguien quiere asesinarlos.

Antes de comenzar la proyección de la película se les propuso por grupos una serie de acertijos y problemas matemáticos para que resolvieran de los que aparecen en ella. Tras la puesta en común de las propuestas de solución a las que habían llegado, vieron la película donde pudieron comprobar si sus soluciones eran las correctas.

Esta actividad tuvo gran éxito de participación y mostraron gran entusiasmo con la propuesta realizada. Ésta es también una forma de acercar las matemáticas a los padres de Estalmat y se acercuen a las actividades que realizan sus hijos.

Encuentro Cantabria-Burgos

Además de en Cantabria, el Proyecto Estalmat se desarrolla en las Comunidades Autónomas de Madrid, Cataluña, Castilla y León, Andalucía, Canarias, Galicia, Comunidad de Valencia y Castilla La Mancha. Algunas de las actividades, como la prueba de selección, el concurso de Matemáticas al Sprint y algunos de los temas tratados en las sesiones (no su desarrollo que depende de los propios profesores) son comunes a todas las sedes.

La última sesión del curso 2013 - 2014 se celebró el 24 de mayo y, por primera vez, se tuvo la oportunidad de realizar actividades conjuntas entre las sedes de Estalmat de Cantabria y de Burgos. A las ocho de la mañana los alumnos del Proyecto Estalmat-Cantabria acompañados por algunos padres y profesores salían en autobús desde la Facultad de Ciencias camino de las tierras del Cid y del Instituto de Educación Secundaria Cardenal

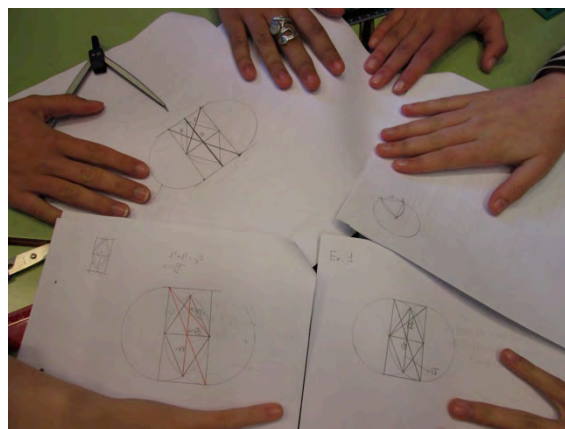
López de Mendoza, donde se celebrarían las actividades por la mañana.

El hilo conductor del día era la Catedral de Burgos, así que se comenzó con una conferencia a cargo de Enrique Hernando (responsable del Proyecto en Burgos) de título *Mirar el arte con ojos matemático la Catedral de Burgos*. En ella se mostraba cómo aparecen características matemáticas en los arcos, frisos, relieves, rosetones, suelos, etc. que se encuentran en la catedral.



Rosetón de la Catedral de Burgos y polígono estrellado.

A continuación, los alumnos tuvieron las sesiones de actividades correspondientes. Por un lado, los de primer año guiados por una profesora de Cantabria trabajaron con sucesiones y números poligonales. Mientras tanto, en segundo curso, los alumnos de Estalmat-Burgos mostraban cómo construir la vésica piscis y el triángulo de Reuleaux presentes en muchas construcciones arquitectónicas como en la catedral.



Construcción con regla y compás de la vésica piscis.

Tras las actividades de la mañana, los alumnos acompañados de monitores de tiempo libre comieron en los alrededores del Museo de la Evolución donde además realizaron diversos juegos y dinámicas de grupo. Este momento de asueto y descanso fue muy bien acogido por los estudiantes y disfrutaron mucho de las actividades propuestas.

Tras un corto paseo acompañado de algún helado, pues el calor invitaba a ello, se realizó una visita tanto cultural como matemática a la catedral de Burgos donde se pudo contemplar in situ todo lo que el profesor Enrique Hernando había mostrado en la conferencia. Además, él mismo hizo de guía y explicó durante hora y media este monumento burgalés declarado Patrimonio de la Humanidad por la Unesco en 1984.

Compartir estas experiencias entre todos fomentó la convivencia entre los estudiantes que tienen intereses comunes. Las matemáticas fueron el nexo de unión durante todo el día.

CLAUSURA DEL CURSO

El 31 de mayo se realizó, con la misma estructura que la organización, la clausura del curso 2013 - 2014 del Proyecto Estalmat-Cantabria. En esta ocasión, la conferencia fue a cargo de Mario Fioravanti, profesor de Geometría del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación de la UC y profesor de Estalmat, con el título "Las matemáticas del GPS". En ella se mostró cuáles son las matemáticas necesarias para poder determinar la posición en la Tierra a través de los satélites. También aparecieron los cronómetros e instrumentos de navegación usados en la antigüedad para poder guiarse.

En el acto de clausura se procedió a la entrega de diplomas a la quinta promoción de alumnos de Estalmat-Cantabria que el curso siguiente forman parte de las actividades de veteranos. Como novedad, en esta ocasión, ellos mismos dirigieron las siguientes palabras a los asistentes al acto, comentando su participación en el Proyecto:

Cuando todos nosotros empezamos hace dos años, ninguno nos imaginábamos que Estalmat iba a ser así. Muchos creíamos que iban a ser simplemente tres horas de matemáticas un sábado por la mañana, y que no íbamos a aprender nada más allá de lo relacionado con el instituto. Pero en estos dos años, hemos aprendido mucho más que hacer cuentas o problemas, en este año hemos aprendido cómo usar las matemáticas en el día a día, cómo

aprovechar todo lo que sabemos para aprender más y usarlo en situaciones que vayamos a vivir.

En estos dos años hemos creado entre nosotros un grupo, hemos conocido a nuevas personas y hemos hecho amigos. Tal vez al principio no teníamos una buena opinión de nuestros compañeros, pero, poco a poco, hemos hecho amigos. Sin embargo, todos nos apenamos cuando sabemos que este día sea tal vez (un concepto poco matemático) el último día que podamos estar todos juntos.

En este momento sólo podemos agradecer a todos los profesores por habernos aguantado y enseñado cada sábado desde hace dos años, y sobre todo al proyecto por darnos esta oportunidad de poder dar un toque matemático y divertido a nuestras vidas. Que nos han enseñado cosas apasionantes sobre las matemáticas, cosas apasionantes y útiles.

Gracias también a los padres, que nos han estado apoyando incondicionalmente, llevándonos a donde hiciera falta, recordándonos a veces que llegábamos tarde.

Gracias a todos los que hicieron esto posible. Gracias por estos dos años, y esperemos que esto no se quede aquí y que sigamos viviendo junto a las matemáticas muchos años más.

ESTALMAT EN LA PRENSA

El Proyecto Estalmat-Cantabria ha tenido este curso gran difusión en los medios de comunicación, algunas de las noticias aparecidas en los mismos se muestran al final del artículo.

Un día después de celebrarse la inauguración, tanto *El Diario Montañés* como *Alerta* se hicieron eco de la noticia en su edición impresa

A principios de noviembre *El Diario Montañés* realizó un reportaje sobre el Proyecto en el que además se incluía una breve entrevista a uno de los alumnos veteranos de la primera promoción.

Estalmat ha sido una experiencia enriquecedora para mí. [...] Durante dos años estuve asistiendo todos los sábados a clases sobre matemáticas vistas desde otro lado. Las sesiones no eran como las típicas clases en las que hay que hacer cuentas y resolver problemas, nos hacían ver cada tema que tratábamos desde otro punto de vista, enseñándonos diferentes planteamientos o estrategias. Realmente, esta forma de pensar e ir

más allá se puede aplicar en cualquier problema, asignatura o situación. [...] En contra de lo que la gente suele pensar, las personas que tienen interés por las matemáticas no somos bichos raros. Las matemáticas no tienen porque ser aburridas.

En el mes de abril apareció en la prensa una noticia sobre la Olimpiada Matemática Española celebrada en Requena (Alicante) para alumnos de bachillerato. De los tres estudiantes que representaron a Cantabria en esta competición, dos de ellos habían sido alumnos del Proyecto Estalmat y uno de ellos obtuvo una medalla de bronce repitiendo el éxito de otro antiguo alumno de Estalmat el año anterior en la Olimpiada celebrada en Bilbao en 2013.

En mayo, el diario *Alerta* anunció la inscripción para el proceso de selección de alumnos que compondrán la séptima promoción de Estalmat en Cantabria y que se iba a celebrar el 14 de Junio de 2014. Asimismo, al día siguiente de la realización de la prueba, en *El Diario Montañés* se destacaba su gran éxito de convocatoria al haber convocado a un total de 172 chicos y chicas de la región para obtener una de las 15 plazas. En dicha noticia aparecían frases como “me gustan los números y las operaciones”, “me encanta hacer cuentas y resolver problemas” o “me encantan las matemáticas” que algunos de los aspirantes contestaron a la periodista al preguntarles el motivo de haberse presentado.

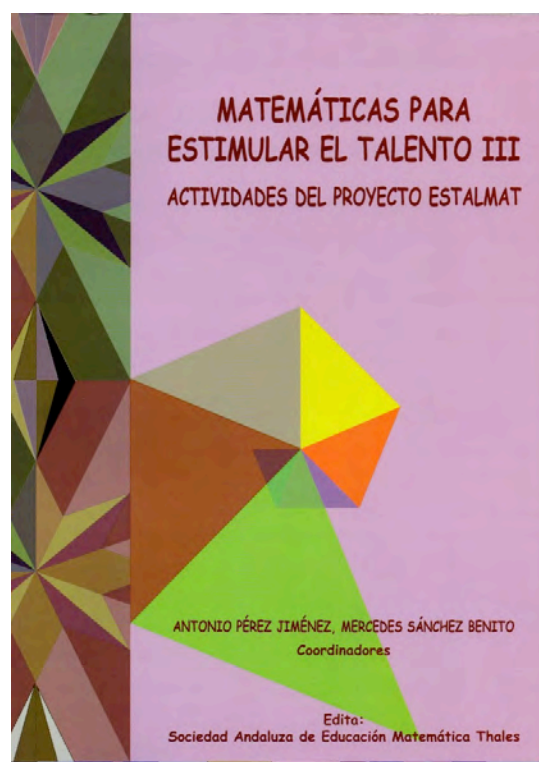
REUNION NACIONAL ESTALMAT

Todos los años se celebra el Seminario sobre actividades para estimular el talento matemático precoz y la Reunión Nacional de Estalmat. Este año 2014 se celebró el VII Seminario los días 4, 5 y 6 de abril en Barcelona. En este foro se presentan nuevas actividades para desarrollar en las aulas de Estalmat, se debate sobre la validez de las propuestas y se coordina el Proyecto de forma nacional.

Algunas de las sesiones de actividades presentadas por las diferentes sedes de Estalmat en España fueron: El problema de la Galería de Arte, Triángulos con GeoGebra y Scratch, El producto de matrices a partir del problema de los puentes de Königsberg, Probabilidad, diagramas de árbol y el ábaco probabilístico.

En la página web de Estalmat-Madrid se pueden encontrar tanto las presentaciones de este seminario como de los celebrados con anterioridad que pueden ayudar a preparar actividades para estudiantes con altas capacidades: www.uam.es/proyectosinv/estalmat/Seminarios.htm

A raíz de la celebración del V Seminario que se realizó en Castro Urdiales en 2012 surgió la posibilidad de publicar, a través de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES, un libro que recogiera algunas actividades desarrolladas en las distintas sedes de Estalmat para alumnos veteranos. En junio de 2014 se publicó dicho libro donde se presentan quince propuestas de sesiones. No es sólo una publicación destinada a Estalmat sino que también está dirigida a todos los profesores de matemáticas que en su tarea profesional se encuentran con estudiantes que tienen grandes deseos de ampliar sus conocimientos matemáticos.



Portada del libro de actividades para alumnos veteranos.

AGRADECIMIENTO

Todo esto es imposible de hacer sin las personas que hay detrás, por una parte los alumnos, que mantienen la ilusión por aprender y conocer; los padres y las madres, que les traen a las actividades; los profesores, que cuentan con entusiasmo cómo funcionan las matemáticas; y las instituciones que apoyan el Proyecto: la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria, la Universidad de Cantabria, el Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación, el Departamento de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación, y la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria.



Los 'veteranos' de Stalmat, en una sesión en la sala de ordenadores de la Facultad de Ciencias. JAVIER COTERA

Las matemáticas abren las puertas de la Universidad a 30 niños cántabros

Cada sábado, los mayores talentos de la región se juntan en la Facultad de Ciencias para descubrir los secretos de los números

de ALVARO SAN MIGUEL

SANTANDER. Un funcionario que suspendió su primer examen de acceso a la Universidad publicó en 1905 una serie de artículos que, entre otras cosas, le valieron un premio Nobel. Aunque nadie había visto nada en él, su talento natural le permitió revolucionar el mundo de la ciencia desde la oficina de parente donde trabajaba. Un simple traspie y Albert Einstein podría haber sido otra mente brillante perdida en la catacumbas de la historia.

Hoy en día es difícil que el talento se pierda por completo, aunque se puede malgastar. El proyecto Estalmat (Estímulo del Talento Matemático), fundado por la Real Academia de Ciencias en 1998, es una iniciativa que intenta rentabilizar esa fuente de energía que es el cerebro. «Si una persona tiene un talento especial es bueno potenciarlo. Y esto es como un entrenamiento», explica Daniel Sadornil, organizador del proyecto en Cantabria.

Cada año, desde 2008, se selecciona a 15 alumnos de doce años para

participar en el programa, que dura dos cursos. En 2011 se presentaron a la prueba 97 niños, al año siguiente 151 y este curso han sido 145. Cada año es más complicado entrar y, a pesar de que hay que estar todos los sábados en la Facultad de Ciencias, los alumnos llegan desde todas partes de Cantabria. Por ejemplo, entre los 15 niños seleccionados este año hay cinco de Santander, cuatro de Piélagos, dos de Camargo y uno de los siguientes municipios: Torrelavega, Solórzano, Santoña y Cabezón de Liébana.

Los padres de la lebaniega Ana

Este curso se han presentado 145 niños para ocupar una de las 15 plazas del primer curso de Estalmat

Busqué bajar a su hija cada sábado a Torrelavega, donde otra familia de Estalmat recoge a la niña y la lleva hasta Santander. «Mis padres se llevaron una alegría enorme cuando me cogieron para Estalmat», reconoce la pequeña al terminar una de las sesiones celebradas en la Universidad de Cantabria.

Más que aprender, descubrir

La profesora universitaria Cecilia Valero está con los de segundo curso para abordar el principio de las cajas -se basa en que si repartes nueve cosas en ocho cajas, al me-

nos una caja tendrá más de una cosa-. Primero propone un juego y los chicos se reparten en equipos. Los resultados se ponen en la pizarra y se van buscando patrones, sacando conclusiones. La profesora sólo hace preguntas. No enseña nada. Sólo ayuda a descubrir. Por eso los profesores insisten en que no les dan clases, sólo sesiones. «Aquí los niños no se benefician de conocimientos propios del currículum escolar, intentamos capacitarlos con un mayor nivel de abstracción», explica la profesora después de la sesión.

Esa esencia se impone desde la prueba de acceso. «Estalmat no es sólo para los que se les dan bien las matemáticas, es también para aquellos que tienen ciertas capacidades para ellas. De hecho podemos tener alumnos que no tengan unas notas muy brillantes, pero que razonen matemáticamente muy bien», explica Sadornil. «Para detectar a esos talentos al margen de las notas se utilizan unas pruebas que no tienen nada que ver con los ejercicios que hacen en clase. No es que sean más difíciles, sino que son más de razonar. Otra cosa es que el programa al final es voluntario y los que se presentan tienen gusto por las matemáticas y se les dan bien».

En total, cada sábado se juntan en la Facultad unos 40 pequeños talentos: los 15 de primero, los 15 de segundo y los 'veteranos', que pueden ir los sábados que quieran a una tercera sesión avanzada. El compromiso del profesorado es total. Participan trece docentes universitarios de distintos departamentos y 16 de Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO). Estalmat perdió su principal patrocinador (a nivel nacional) el año pasado. Los fondos para material y transporte han bajado mucho, aunque los responsables de Estalmat no quieren hablar de cifras, aunque reconocen que parte del material sale de su propio bolsillo.

Las familias no pagan nada por participar en el proyecto. «Sólo» ponen la materia prima.



Varios alumnos de los que ayer participaron en la prueba de talento matemático. ALBERTO AJA

«Me gustan las 'cuentucas'»

La prueba para acceder a un programa de talento matemático con solo 15 plazas congrega a 172 estudiantes de la región de entre 11 y 12 años

de NIEVES BOLADO

SANTANDER. «A mí, lo que me gusta es que me pongan unas cuentucas y resolverlas. Me encantan las matemáticas». Igor Garmendia tiene 14 años, es de Santander y ayer entró por primera vez su vida, con

desparpajo, en la Universidad. «Y para hacer un examen», enfatiza su madre. Igor, junto a 171 chavales de sexto de Primaria de toda la región de entre 11 y 12 años -más niños que niñas- participó en la séptima prueba-selección de 15 alumnos para formar parte del Programa de Estímulo del Talento Matemático (Estalmat), prueba que tuvo lugar en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria.

Daniel Sadornil, profesor de Matemáticas en la UC y coordinador del evento, explica que el objetivo de este reto, más que saber si un estudiante acierta un resultado exacto, es conocer «su capacidad de razonamiento, de abstracción. No sólo que se les dé bien la asignatura en el colegio, sino que tengan capacidad para aprender más», matiza.

Tres años de formación

Tras evaluar las pruebas a las que han sido sometidos, en las próximas semanas se sabrá quiénes son los estudiantes seleccionados por expertos en la materia. Los elegidos podrán asistir a un programa durante tres años, todos los sábados, que les ayudará a desarrollar precisamente ese talento matemático en ciernes. No es indispensable

DOS PROTAGONISTAS

Javier Ruiz

Reinosa

«Me gustan los números y las operaciones matemáticas. En verano mis padres me enseñan a hacer raíces»

Sara Arjita

Puerto Arce

«Me encanta hacer cuentas y resolver problemas. De mayor quiero ser profesora de matemáticas»



ble que sean ágiles en matemáticas, aunque quienes acudieron ayer a la prueba no bajaban de un 8 de media en las calificaciones escolares de dicha materia.

«Por que se admira tanto a quien es bueno en matemáticas? Sadornil cree tener la respuesta: «Pienso que es como consecuencia de un miedo social que nos inculcan desde pequeños hacia una disciplina convertida en el 'ogro' de los escolares. Para ser bueno en matemáticas, como en tantas otras asignaturas, hay que tener una buena base, pero sobre todo incentivar a los chavales para que piensen por sí mismos, que no les demos todo masticado».

Asignatura que es afición

Javier Ruiz Arenas es un reñimado del colegio San José-Niño Jesús, estudiante de sexto de Primaria y cuya su nota con el cálculo no baja de honorable alto. Le gustaría estudiar matemáticas «de mayor», «porque para mí es una asignatura fácil». Y lo razona así: «Es que me gustan los números y hacer operaciones». Su afición va más allá de la obligación escolar: «y en verano me gusta hacer operaciones con mis padres que me enseñan, por ejemplo, a hacer raíces cuadradas».

El mismo camino de triunfar en matemáticas lleva Sara Arjita, igualmente estudiante de sexto, pero en el colegio Bajo Pas de Puerto Arce, y en cuya cartilla de calificaciones merecen los ochos y novenos. «A Sara, como a Javier, le gustan los números, hacer cuentas y ver si está bien el resultado de un problema. Tanto, que aspira a ser profesora de matemáticas».

Casi todos los estudiantes se despidieron de su experiencia 'universitaria' llevándose un recuerdo de su primer año en forma de fotografía.

Noticias aparecidas en *El Diario Montañés* sobre el Proyecto Estalmat-Cantabria.



MATERIALES Y RECURSOS

SOROBAN, LA “CALCULADORA” JAPONESA TRADICIONAL

Luis Alberto Gómez Velarde
IES Miguel Herrero Pereda, TORRELAVEGA

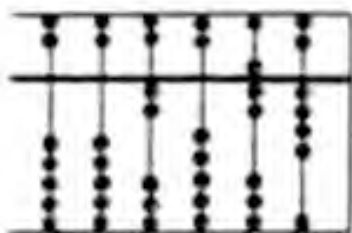
Isabel Gómez Velarde
IES Marqués de Santillana, TORRELAVEGA

En muchas ocasiones, entre profesores de ciencias (y especialmente de matemáticas), surge el debate sobre el uso de la calculadora en los exámenes. Los partidarios aluden a la importancia de incorporar las nuevas tecnologías al uso cotidiano; mientras que los que se oponen entienden que su utilización atrofiaría, de alguna forma, la habilidad de operar y realizar cálculos mentales. En lo que sí solemos estar de acuerdo es que si se permite el uso de calculadora, el tipo de ejercicios que deberíamos plantear en las pruebas tendría que ser distinto: más enfocados a interpretar resultados que a obtenerlos. Otro aspecto en el que coincidimos es que este uso se restringiría en los primeros años de aprendizaje de las matemáticas, cuando es importante que el alumnado adquiera y automatice las destrezas de cálculo y, para ello, el entrenamiento tradicional con lápiz y papel juega un papel básico. No obstante, sí es verdad que programas informáticos pueden ser importantes aliados para que el alumnado practique la operatoria de una forma más amena y lúdica y que la calculadora puede usarse como verificadora de resultados.

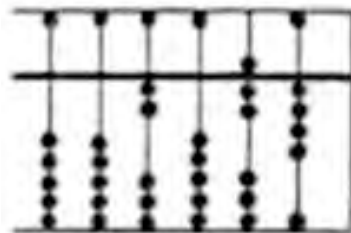
Creemos que es importantísimo trabajar desde edades muy tempranas el cálculo y, en especial, el cálculo mental, ya que nos encontramos en ESO y/o Bachillerato con alumnos que piden una calculadora para realizar operaciones como $15 + 78$, $9 - 21$, $18 \cdot 3$, $72 : 24$, $\frac{1}{4} + 1$, ... y que no tienen estrategias para calcular $137 + 99$ sumando 100 a 137 y luego restándole 1 unidad, o que no simplifican fracciones antes de realizar las siguientes operaciones con ellas (total, aunque los números sean grandes, ¡la calculadora no se queja!).

Hay una herramienta, muy usada en países asiáticos como China, Corea y Japón (países éstos que, ¿curiosamente?!, suelen tener buenos resultados en la prueba PISA), que resulta de gran ayuda para el cálculo mental: el ábaco. No deja de ser una calculadora “primitiva”, pero que tiene la especial ventaja de que se entienden muy bien los algoritmos que hay tras las operaciones básicas y requiere, por parte del alumno, más esfuerzo que la mera presión de las teclas: exige una comprensión de los algoritmos y el uso de estrategias que agilicen las operaciones, así como un nivel de concentración importante.

El origen del ábaco se remonta a Mesopotamia hace más de 2000 años antes de nuestra era. Desde entonces, ha sufrido algunas modificaciones hasta el que hoy se considera el más evolucionado y que permite obtener una mayor velocidad en la realización de las operaciones: el **soroban** o **ábaco japonés**. El soroban deriva del suan-pan, o ábaco chino, usado desde 1200, cuando en 1930 redujeron una cuenta tanto en la parte superior como en la inferior.



suan-pan
o
ábaco chino



soroban
o
ábaco japonés

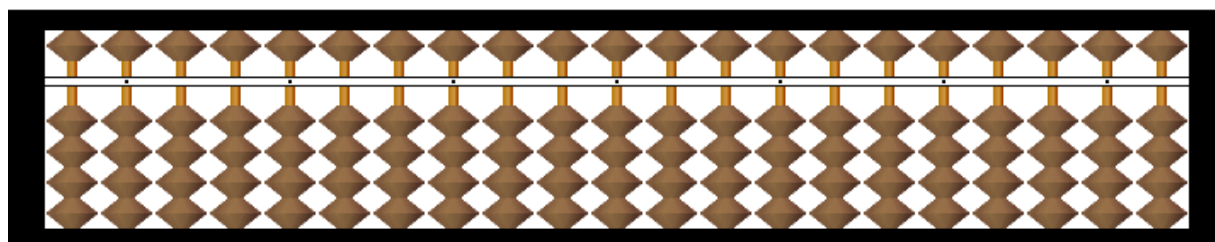
El soroban puede resultar una herramienta útil para la adquisición de la competencia matemática, ya que mejora los aspectos relativos al concepto de número, su representación, las magnitudes numéricas, los cálculos matemáticos y las estimaciones, ya que permite:

- Realizar representaciones numéricas en el sistema decimal con facilidad.
- Facilitar la comprensión del valor de las cifras según la posición que ocupen.
- Realizar las operaciones de izquierda a derecha (proceso natural y más rápido, al ser como se leen y escriben los números, con lo que no hay que esperar a que esté completamente escrito para empezar a operar).
- Comprender los algoritmos de las operaciones básicas.
- Incrementar la atención, concentración y memoria.
- Razonar de múltiples maneras de forma simultánea, usando estrategias.
- Mejorar la psicomotricidad de los dedos.
- Mejorar el razonamiento lógico y la agilidad mental.
- Mayor velocidad, en muchos casos, que una calculadora electrónica.
- Aumentar la capacidad para el cálculo mental.
- Motivar al usuario al resultar entretenido y ameno.
- Fomentar el interés por herramientas no habituales en nuestro entorno pero con gran interés histórico.

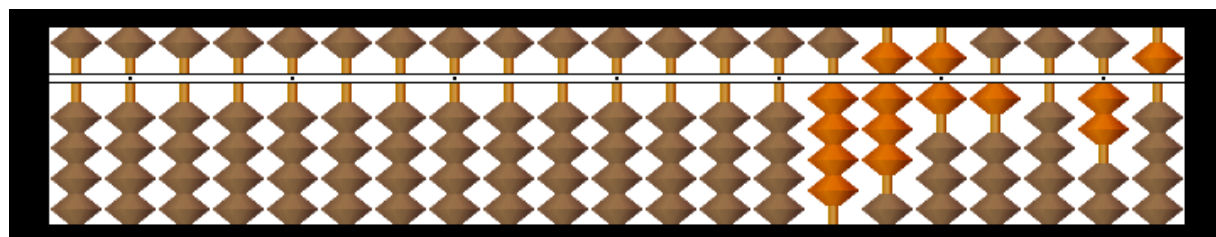
Esperamos que, con todas esas ventajas, estéis deseando ver cómo funciona esa “maravilla”.

Empezamos viendo **cómo se escriben los números**.

Para representar el 0 deben estar todas las cuentas separadas de la barra central, como muestra la siguiente imagen.



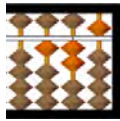
La cuenta que está en la parte superior indica 5 unidades y cada una de las cuatro cuentas de la parte inferior indica 1 unidad. Las columnas representan las unidades, decenas, centenas,... de forma que si queremos representar 4 861 025 debemos mover las cuentas como se indica en la imagen inferior.

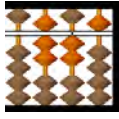
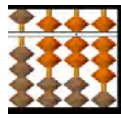


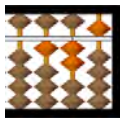
También se pueden expresar números decimales con coma fija, de forma que podemos reservar una o varias columnas para los decimales. Por ejemplo, si estuviésemos escribiendo números con dos cifras decimales, el número representado en la imagen anterior, sería 48 610,25.

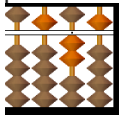


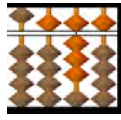
Veamos ahora **cómo sumar**. Para ello, debemos tener en cuenta que sumar consiste en añadir tantas cuentas como cifras se indiquen en las unidades, decenas, centenas,... y que siempre se opera de izquierda a derecha.

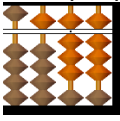
• Si queremos sumar $125 + 653$, escribimos el primer número, 125, , y, a continuación, añadimos a esa cantidad el segundo sumando, 653. Por tanto, añadimos 6 cuentas en la columna de las

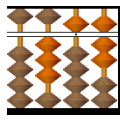
centenas, , 5 cuentas en las decenas, , y 3 cuentas en las unidades, , obteniendo como resultado 778.

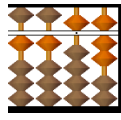
• Ahora vamos a sumar $125 + 463$. Escribimos 125, , y empezamos a añadir el segundo sumando añadiendo 4 cuentas en la columna de las centenas. La pega es que no hay 4 cuentas en dicha columna, luego tenemos que expresar ese número de otra forma, usando equivalencias. Como $4 = 5 - 1$, podemos expresar ese número añadiendo 5 (la cuenta superior que está disponible) y

quitando 1 (una cuenta de la parte inferior), quedando de la siguiente forma: . Ya hemos

añadido las 4 centenas, con lo que pasamos a la siguiente cifra que son las 6 decenas, , y

por último, las 3 unidades, , obteniendo como resultado 588.

• Realizamos ahora una suma con llevadas. Por ejemplo, $357 + 836$. Escribimos 357, , y, a continuación, añadimos 8 cuentas en las centenas. Hay un problema: sólo disponemos de 6 unidades en las centenas (una cuenta de 5 y una cuenta de 1). Como en el caso anterior, debemos reescribir el número 8 usando equivalencias. Como no hay suficientes cuentas en la columna de las centenas, usaremos las de las unidades de millar (columna a la izquierda). Podemos reescribir 8 como $10 - 2$, por lo que escribir 8 en una columna es lo mismo que añadir 1 cuenta en la columna inmediatamente contigua a la izquierda (cada cuenta de una columna equivale a 10 de la columna que está a su dere-

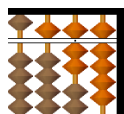
cha, al tratarse del sistema decimal) y quitar 2 cuentas en la columna en la que estamos, . Añadimos ahora 3 cuentas en la columna de las decenas. No hay problema, porque disponemos de 4

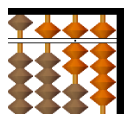


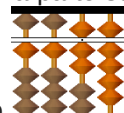
cuentas, así que añadimos las 3 que necesitamos, . Y, por último, hay que poner 6 cuentas en la última columna. Sólo disponemos de 2 cuentas en la parte inferior de esa columna (que serían 2 unidades), por lo que debemos reescribir 6 de otra forma, $6 = 5 + 1$, pero no tenemos 1 cuenta en la parte superior (que sería el 5), por lo que esta opción no es válida en nuestro caso. También sabemos que $6 = 10 - 4$, con lo que ponemos 1 unidad en la columna de la izquierda y quitamos 4 en nuestra columna. ¿Cómo quitamos 4 unidades si sólo hay 2 cuentas de 1 unidad? Se reescribe de otra forma, $4 = 5 - 1$. Por tanto: $6 = 10 - (5 - 1) = 10 - 5 + 1$, así que debemos poner una unidad en la columna de la izquierda y, en nuestra columna, quitamos la cuenta de 5 y añadimos una cuenta de

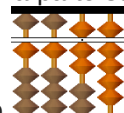


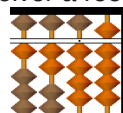
1, esto es, . Así, obtenemos el resultado, que es 1 193.

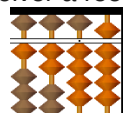


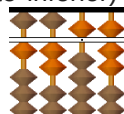
• Sumemos $579 + 678$. Escribimos el primer sumando 579, , y añadimos la primera cifra del segundo sumando, 6 centenas. En la columna de las centenas (la 3ª) no hay más que 4 cuentas (correspondientes a 4 unidades), con lo que no es posible poner 6 unidades en dicha columna, y habrá que reescribir el 6. Como $6 = 10 - 4$, podemos poner 1 unidad en la columna que está a la izquierda (serían 10 centenas) y quitar 4 unidades en la columna de las centenas. Como no hay 4 unidades para quitar, lo reescribimos, $4 = 5 - 1$. Teniendo en cuenta lo anterior, $6 = 10 - 4 = 10 - (5 - 1) = 10 - 5 + 1$, así que pondremos 1 unidad en la columna de la izquierda, quitamos 5 unidades (la cuenta de la parte su-

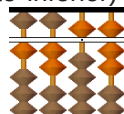


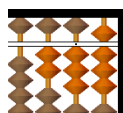
perior) de nuestra columna y pondremos 1 unidad (1 cuenta de la parte inferior), resultando . Ahora vamos con la siguiente cifra, las decenas. No podemos añadir 7 decenas porque sólo disponemos de 2 cuentas (2 unidades), así que reescribimos $7 = 10 - 3$. Podemos poner 1 unidad en las centenas (correspondientes a las 10 decenas que queremos) y luego quitar 3 decenas que no tenemos, 3 cuentas de la parte inferior, con lo que habrá que volver a reescribir el 3. Como $3 = 5 - 2$, tenemos que

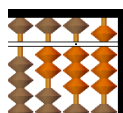


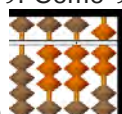
$7 = 10 - 3 = 10 - (5 - 2) = 10 - 5 + 2$, quedando . Por último, hay que añadir 8 unidades en la última columna que está llena, por lo que tenemos que expresar 8 de otra forma equivalente, como $8 = 10 - 2$, con lo que ponemos 1 unidad en la columna de la izquierda (la de las decenas) y quitamos 2 unidades en la columna que estamos. Como no podemos añadir 1 unidad en las decenas (2ª columna), expresamos esa unidad de otra forma, $1 = 5 - 4$, con lo que en la 2ª columna añadimos 5 unidades (la cuenta de la parte superior) y quitamos 4 unidades (4 cuentas de la parte inferior) y

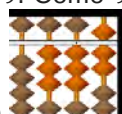


luego en la 1ª columna quitamos 2 unidades (2 cuentas de la parte inferior), obteniendo , que es el resultado de la suma, 1 257.



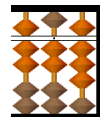
• Sumemos $238 + 99$. Escribimos 238, , y añadimos 99. Como $99 = 100 - 1$, basta añadir 1

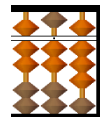
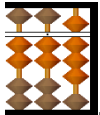


centena (3ª columna) y quitar 1 unidad (1ª columna), resultando , es decir, 337.

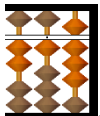
Es importante practicar mucho para dominar la técnica con la suma, ya que eso facilitará enormemente la comprensión de la resta.

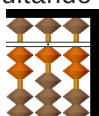
Pasemos ahora a **cómo restar**. Restar consiste en quitar tantas cuentas como cifras se indiquen en las unidades, decenas, centenas,... Análogamente a la suma, se utilizarán equivalencias cuando no sea posible eliminar una cifra por no tener las cuentas necesarias y se operará de izquierda a derecha.



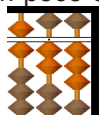
• Si queremos restar $728 - 516$, escribimos el minuendo, 728, , y después quitamos a esa cantidad el sustraendo, empezando por la cifra que está más a la izquierda, esto es, las 5 centenas. Para ello, quitamos 5 unidades (la cuenta de la parte superior) en la columna de las centenas (3ª), quedando .

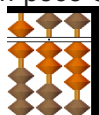
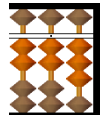
Ahora vamos con la siguiente cifra, quitamos 1 unidad en la columna

de las decenas (2ª), resultando .

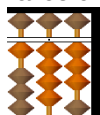
Por último, quitamos 6 unidades de la columna de las unidades (1ª), quedando , es decir, 212.

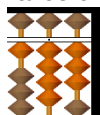
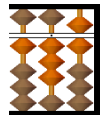
• La resta se complica un poco cuando hay llevadas. Veámoslo con un ejemplo: $623 - 487$. Escri-



bimos el minuendo, 623, . Quitamos el sustraendo, empezando por la cifra de la izquierda, hay que quitar 4 centenas. En la columna de las centenas (3ª) no hay 4 cuentas en la parte inferior para quitarlas, así que tenemos que reescribir $4 = 5 - 1$ ó $-4 = -5 + 1$, por lo que quitar 4 unidades es quitar 5 unidades (la cuenta superior) y poner 1 unidad (1 cuenta inferior), quedando .

Pasamos a la siguiente cifra. Debemos quitar 8 unidades (-8) en la columna de las decenas (2ª columna). Como no las hay en esa columna, reescribimos $-8 = -10 + 2$, así que quitamos 1 unidad en la columna de la izquierda (centenas) y añadimos 2 unidades en la columna



actual, obteniendo . Por último, hay que eliminar 7 unidades (1ª columna) que no tenemos, luego reescribimos $-7 = -10 + 3$, con lo que quitamos 1 unidad en la columna de la izquierda (2ª) y pondremos 3 unidades en la columna actual (1ª). Como no hay 3 cuentas inferiores para añadir en la 1ª columna, reescribimos $3 = 5 - 2$. Juntando todo, tenemos que $-7 = -10 + 5 - 2$, así que quitamos 1 unidad de las decenas (2ª columna) y en la 1ª columna pondremos 5 unidades (la cuenta superior) y quitamos 2 unidades (2 cuentas de la parte inferior), resultando .

es decir, 136.

La técnica de usar equivalencias puede resultar algo liosa al inicio pero, entrenando y con un poco de paciencia, se llega a adquirir una agilidad y destreza que permiten realizar sumas y restas con gran velocidad.

Hay algoritmos para realizar multiplicaciones, divisiones, potencias y raíces cuadradas, pero son algo más complicados y requieren un buen dominio de la suma y de la resta, así que no entraremos en ellos. También se pueden resolver logaritmos usando sus propiedades y unas tablas de logaritmos

decimales; de forma que hallar $\log_3 \left(\frac{5}{4} \right)$ es hacer $\log_3 \left(\frac{5}{4} \right) = \frac{\log \left(\frac{5}{4} \right)}{\log 3} = \frac{\log 5 - \log 4}{\log 3} = \frac{0,6989 - 0,6020}{0,4771}$ y, al final, se

reduce a realizar una resta y una división con el soroban. De forma similar se pueden resolver razones trigonométricas a partir de unas tablas y las operaciones anteriores. Así pues, el soroban resulta una calculadora potente que va más allá de las cuatro operaciones básicas.

Algunas páginas web interesantes:

El 12 de noviembre de 1946 se celebró en Tokio una competición entre el japonés Kiyoshi Matsuzaki, manipulando un soroban, y el estadounidense Thomas Nathan Wood, utilizando una calculadora electromecánica. Se realizaron cuatro pruebas, con la suma, la resta, la multiplicación y la división, más una quinta con problemas de operaciones básicas combinadas. El portador del soroban ganó 4 a 1, y solamente en las multiplicaciones pudo ganar el que utilizó la calculadora. En el siguiente enlace se muestra con detalle el tipo de pruebas de esta competición:

http://biblioteca.uam.es/ciencias/Exposiciones/matematicas/documentos/soroban_calculadora.pdf

El *Anzan* es una especie de deporte mental muy popular que se juega en Japón. Consiste en sumar números de diversa longitud que aparecen rápidamente en sucesión en una pantalla, por ejemplo 20 números de 4 dígitos que se visualizan en 15 segundos, o 10 números de 2 dígitos que pasan a toda velocidad en 5 segundos. Los concursantes, de todas las edades, suelen ser expertos en soroban y utilizan una especie de representación mental del ábaco para no perder la cuenta. Sin duda, es digno de ver a esas calculadoras humanas. En el siguiente enlace se puede comprobar su increíble habilidad con los números:

http://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=GXC41DphVI4

Si queremos practicar con un soroban interactivo, podemos hacerlo en la siguiente página web:

<http://www.alcula.com/soroban.php>

Excelente manual de soroban, elaborado por Fernando Tejón, que muestra de forma muy detallada todos los cálculos que se pueden realizar con el soroban. Lo podemos encontrar en:

<http://eib.sep.gob.mx/abacos/manualsoroban.pdf>

En <http://www.alohaspain.com> se puede encontrar información detallada de *ALOHA Mental Arithmetic*, programa de desarrollo mental dirigido a chicos de entre 5 y 13 años y apoyado en tres puntos básicos: el cálculo con ábaco, la aritmética mental y los juegos didácticos. Una de las comunicaciones de las VI JEMC fue el taller demostrativo *Beneficios del ábaco en el desarrollo mental de los niños*. Más información en la sección correspondiente de este Boletín.

En la página <http://miabaco.com> podemos comprar diferentes tipos de soroban, complementos, libros y manuales, así como realizar cursos online para aprender a usar el soroban. Los cursos ofrecen la formación necesaria a docentes para poder aplicar en sus aulas el soroban y sacarle el máximo partido. También se ofrece la posibilidad de ir a los centros y trabajar de manera directa con los alumnos.



De izquierda a derecha: *soroban con piezas blancas*; *soroban con piezas de colores*; *soroban con botón "reset"*, que permite "limpiar" el ábaco para comenzar los cálculos desde el principio de forma automática; los tres ábacos poseen varillas internas de madera, son de uso individual, y sus medidas de 26 cm x 6 cm lo convierten en el ábaco ideal para estudiar y llevar a clase; *funda personalizada*, para tener protegido el soroban y con espacio suficiente para guardar bolígrafos, lápices y otros útiles de escritura; *soroban grande* que, por un lado, facilita los movimientos a los más pequeños y, por otro, es una herramienta indispensable para el profesor en el aula; en este soroban las cuentas superiores no caen hacia abajo por sí solas.

MENÚ DE PROBLEMAS

Esta sección tiene por objetivo fundamental, como ya conocen las personas que leen año tras año este Boletín, proporcionar enunciados que puedan favorecer el desarrollo de destrezas y estrategias de resolución de problemas. Algunos de los problemas planteados en los Concursos de Primavera de Matemáticas, los de la edición de 2012 del Concurso de Cine y Matemáticas, o los que integraban la prueba de la XXI Olimpiada Matemática de 2013 han sido protagonistas de esta misma sección de algunos números de este Boletín. En esta ocasión, los problemas elegidos para este Menú son los que han constituido la prueba de acceso 2014 al Proyecto Estalmat, proyecto éste del que ya se ha hecho referencia en los números 10 y 11 de esta revista, y del cual también se da información en uno de los artículos del presente Boletín. Es, por ese motivo, que no vamos a hablar aquí de los fines y desarrollo de este proyecto, sino que nos limitaremos a describir las características esenciales de cualquier prueba de acceso, antes de dar la relación de los problemas que componen la de 2014. Esperamos que los enunciados aquí presentados sean útiles para los profesionales que abordan en sus aulas problemas con componentes heurísticos, no siempre presentes en las clases ordinarias. Para finalizar, agradecer a los responsables del Proyecto Estalmat el permiso para la publicación de tales enunciados en este medio y, en particular, a Daniel Sadornil Renedo, coordinador del proyecto en Cantabria, quien nos los ha facilitado.

Características de las pruebas de acceso al Proyecto Estalmat

Estas pruebas tienen como finalidad seleccionar a los alumnos que han de participar en el Proyecto Estalmat (programa de Estímulo del TALENto MATEmático) durante los dos cursos académicos siguientes a la celebración de cada una de las pruebas. Los problemas planteados están consensuados por los comités organizadores de las distintas sedes, y las pruebas son, pues, iguales en todas las Comunidades Autónomas que tienen implantado el proyecto y se celebran en la misma fecha, generalmente el primer sábado del mes de junio.

La información acerca de la fecha de celebración de la prueba de selección y de las condiciones de la misma puede llegar a los estudiantes por diferentes vías; a través de los colegios, a los que se envían dísticos con la convocatoria; a través de los anuncios en prensa y; cada vez con más frecuencia, a través del boca a boca. Pueden inscribirse chicos de 11 o 12 años y, de ellos, se elegirán a los 15 o 25 alumnos (según la población de la Comunidad Autónoma a la que pertenezcan) mejor clasificados. En el caso de Cantabria, son 15 los elegidos.

A continuación transcribimos la serie de recomendaciones que, por escrito, se hace a los estudiantes al inicio de la prueba.

Información importante que debes leer antes de comenzar a trabajar

DURACIÓN DE LA PRUEBA: 2 HORAS Y MEDIA

En primer lugar debes mirar todos los ejercicios y después comenzar con los que te parezcan más sencillos.

No es necesario que trabajes las tareas en el orden en que se te presentan. Escoge tú mismo el orden que te parezca mejor.

No queremos conocer solamente tus soluciones, sino, sobre todo, tus propios caminos que te han llevado a ellas.

Para ello, te hemos propuesto un problema en cada hoja. Puedes utilizar el espacio libre para tus observaciones y cálculos. Si este espacio no te basta, utiliza por favor el reverso de la hoja y, si aún te falta, utiliza otra hoja en blanco que nos puedes pedir (en la que debes señalar también el número que aparece en la esquina superior derecha de esta primera hoja). **De ningún modo debes utilizar una misma hoja para cálculos y observaciones que se refieran a dos ejercicios distintos.**

Al final debes entregarnos todos los papeles que hayas utilizado.

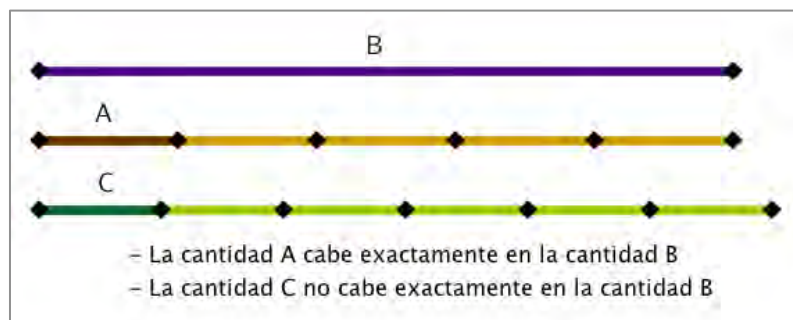
Nos interesa conocer las buenas ideas que se te ocurran en la solución de las tareas propuestas. Deberías tratar de describir estas ideas de la manera más clara posible. Para ello, nos bastarán unas breves indicaciones. También nos interesan las soluciones parciales de las tareas propuestas.

Tienes dos horas y media en total. No deberías emplear demasiado tiempo para un mismo ejercicio. Consejo: utiliza un máximo de 30 minutos para cada ejercicio.

Te deseamos mucho éxito.

1. DIVISORES

Diremos que una cantidad A *cabe exactamente* en otra cantidad B si B se puede obtener como suma de varias veces la cantidad A . Así, por ejemplo, 3 *cabe exactamente* en 12 porque 12 es cuatro veces 3, mientras que 3 *no cabe exactamente* en 7, porque 7 es dos veces 3 y un poco más. Del mismo modo, $1/2$ *cabe exactamente* en 5, porque 5 son diez mitades, mientras que $1/2$ *no cabe exactamente* en $3/4$, porque $3/4$ es una mitad y un poco más.



- Di una cantidad, más pequeña que $3/5$, que *quepa exactamente* en $3/5$, y otra, más pequeña que $8/3$, que *quepa exactamente* en $8/3$.
- ¿Cuál es la cantidad más grande, pero más pequeña que $8/3$, que *cabe exactamente* en $8/3$?
- ¿Cuál es la cantidad más grande, pero más pequeña que $3/5$, que *cabe exactamente* en $3/5$?
- Di la cantidad más grande que *cabe exactamente*, y a la vez, en $3/4$ y $5/6$.
- Di la cantidad más grande que *cabe exactamente*, y a la vez, en $9/4$ y $15/2$.
- Dadas dos fracciones cualesquiera, a/b y c/d , di un método general para encontrar la cantidad más grande que *cabe exactamente* y, a la vez, en esas dos fracciones.

2. EL JUEGO DE LOS CUADRADOS

Enrique y Celia se entretienen coloreando cuadrados en una cuadrícula, como la que ves en la figura, de manera que todas las figuras que se formen deben respetar las siguientes reglas:

- Las filas de abajo no pueden ser más cortas que las que están encima de ellas.
- Las columnas de la izquierda no pueden ser más bajas que las que están a su derecha.
- Una nueva fila debe comenzar siempre en la casilla de la izquierda y una nueva columna en la casilla de más abajo. Además, no pueden quedar cuadraditos sin colorear entre cuadraditos coloreados.

F								
E								
D								
C								
B								
A								
	1	2	3	4	5	6	7	8

Las siguientes figuras **no** son válidas, pues incumplen alguna de las reglas:

E				
D				
C				
B				
A				
	1	2	3	4

E				
D				
C				
B				
A				
	1	2	3	4

E				
D				
C				
B				
A				
	1	2	3	4

E				
D				
C				
B				
A				
	1	2	3	4

Cuando empiezan un juego, Celia debe colorear el cuadradito A1. Enrique, a continuación, puede colorear el A2 o el B1. Ahora Celia puede colorear el cuadradito que quiera siempre que cumpla las reglas del juego. Después coloreará Enrique, etc.

4. ETIQUETAS

A partir de unas cifras vamos a construir unas ETIQUETAS que las vamos a utilizar para codificar objetos de acuerdo con las siguientes reglas:

1. Una etiqueta puede no tener ninguna cifra, por ejemplo:



2. Puede tener una cifra o más de una.

1 2 4

3. Si tiene dos o más cifras, éstos son distintas y están ordenadas de manera creciente. Así, de las dos etiquetas de la derecha, la de arriba es válida y la de abajo no.

2 1 4

4. Por razones de seguridad, no hay ninguna etiqueta que tenga tres cifras consecutivas. Así, por ejemplo, la etiqueta de la derecha no es válida.

1 2 3

- a) Describe y haz el recuento de todas las etiquetas que puedes formar usando sólo las cifras 1, 2 y 3 (todas o algunas en cada etiqueta). Al número de etiquetas que obtienes lo vamos a llamar E3.
- b) Describe y haz el recuento de todas las etiquetas que cumplan las características que se exigen y que se pueden formar usando ahora sólo las cifras 1, 2, 3 y 4 (todas o algunas en cada etiqueta). Al número de etiquetas que obtienes lo vamos a llamar E4.
- c) Lo mismo con las cifras 1, 2, 3, 4 y 5. Al número que obtienes lo vamos a llamar E5.
- d) Finalmente, consideramos las cifras 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Sin necesidad de escribirlas todas, y a partir de los cálculos anteriores, ¿cuántas etiquetas podemos formar? Si a este número lo llamamos E6, ¿hay una relación con los números anteriores E3, E4 y E5?

5. MONEDAS

Alicia, Berta, Carlos, Daniel y Elena se reparten las monedas de una caja de acuerdo con las siguientes reglas:

1. Todos reciben, al menos, una moneda.
2. Alicia recibe menos monedas que Berta, Berta recibe menos que Carlos, Carlos recibe menos que Daniel y Daniel recibe menos que Elena.



Al principio, ninguno de ellos sabe el número de monedas que los demás han recibido. Cada uno sólo conoce las que él tiene y el número total de monedas repartidas.

- a) Si la caja tiene 15 monedas, ¿se puede deducir cuántas monedas ha recibido cada uno? Explica tu respuesta.
- b) Si la caja tiene 17 monedas, ¿Daniel puede saber cuántas monedas tiene cada uno?, ¿y Elena?, ¿y Alicia? Explica tus respuestas.
- c) Si la caja tiene 18 monedas, ¿quién puede saber cuántas monedas tienen los demás? Explica tu respuesta.
- d) ¿Cuál es el mínimo número de monedas que tiene que tener la caja para que nadie pueda saber, mirando sólo sus monedas, cuántas monedas tienen todos los demás? Explica tu respuesta.



LIBROS Y MATERIALES DESTACADOS

Esta sección ofrece referencias de libros y materiales seleccionados de cuantos se han publicado o elaborado a lo largo del año 2014, además de otros que a nuestro criterio son merecedores de su inclusión en esta lista. La relación ha sido confeccionada pensando en el interés general de los lectores del Boletín. Es nuestro deseo que la selección de textos incluida, que cubre un amplio abanico de temas y, por tanto, de preferencias, sea de utilidad. Creemos, y ése ha sido el espíritu que hemos empleado al efectuar la recopilación de las obras expuestas, que cualquier lector encontrará algún texto desconocido para él y que lo conducirá hacia su lectura. Con el objetivo de que sirva de orientación, siempre para cada libro se incluye algún fragmento o resumen de su contraportada.

EL LIBRO RESEÑADO: *Santander, mirar y ver... matemáticas, arquitectura e historia*

Colección:	Divulgación científica - 5
Autores:	Elisa Abad Palazuelos, Belén Barandica Romo, María José Fuente Somavilla, Isabel Gómez Velarde, Ezequiel Martínez Rosales, Ángela Núñez Castaín
Editorial:	Ediciones Universidad Cantabria
Año de publicación:	2014
Nº de páginas:	336
ISBN:	978-84-8102-720-4
Reseña:	Ángela Núñez Castaín



Los autores del libro *Santander, mirar y ver... matemáticas, arquitectura e historia*. De izquierda a derecha: Isabel Gómez Velarde, profesora de matemáticas del "IES Marqués de Santillana", Torrelavega; María José Fuente Somavilla, profesora de matemáticas del "IES Augusto González de Linares", Santander; Belén Barandica Romo, profesora de dibujo del "IES Muriedas", Muriedas; Ángela Núñez Castaín, profesora de matemáticas jubilada del "IES Alberto Pico", Santander; Elisa Abad Palazuelos, profesora de matemáticas del "IES Nuestra Señora de los Remedios", Guarnizo; Ezequiel Martínez Rosales, profesor de matemáticas jubilado del "IES Ricardo Bernardo", Solares.

Presentación

Hacer un recorrido por la ciudad de Santander, y mirar alrededor, puede ser una bonita experiencia; pero si en esa mirada se ve y se descubre algo más, será un ejercicio que despertará curiosidad e interés. Para conseguir este objetivo nos hemos servido de tres herramientas básicas: las *matemáticas*, que ofrecen un estudio preciso de las formas y las proporciones, acompañado de ejemplos que permiten

una mejor exposición y comprensión de los conceptos tratados; la *arquitectura*, que contempla la belleza y estilo de esas estructuras y las clasifica y ordena; y, por último, nos hemos servido de la *historia* para conocer más profundamente los lugares, su procedencia y qué personas y circunstancias han hecho posible su existencia a través del tiempo.

Nuestros primeros pasos se dieron al recorrer las calles y fotografiar aquellos lugares que tuvieran interés desde un punto de vista geométrico, ya fuese por sus formas, por las proporciones de los objetos expuestos o por las regularidades de los mismos, apreciables a simple vista. Un estudio más profundo nos obligó a obtener permisos especiales para poder acceder a planos originales o a zonas restringidas.

Por otra parte, hemos contado con la ayuda de herramientas tecnológicas que han contribuido enormemente a que el estudio fuera mucho más preciso. Concretamente, hemos utilizado el software libre de *Google Maps*, *GeoGebra* y el applet del proyecto *Descartes*. Notas matemáticas y un glosario de arquitectura complementan los contenidos que se van desarrollando en cada capítulo.

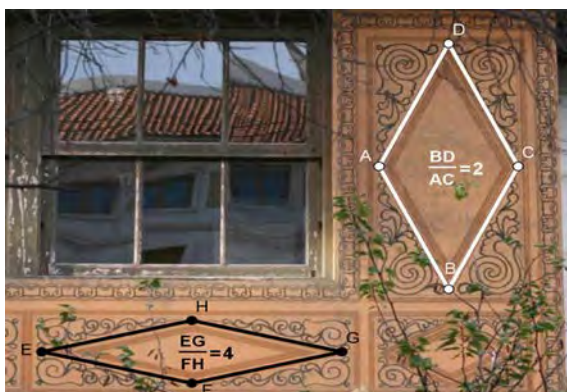
El libro viene acompañado por un CD en el que los contenidos matemáticos crean el guión del

mismo. Mediante *GeoGebra* o animaciones *Flash* se explican de forma interactiva los conceptos matemáticos, cómo se construyen y algunas de sus propiedades.

El recorrido por la ciudad lo hemos dividido en dos zonas: la zona centro, que *mira a la bahía*, y la zona de las playas o de El Sardinero, que *mira al mar abierto*. En cada una de estas zonas hemos elegido edificios o espacios que nos han parecido de interés histórico, artístico o que, simplemente, han coincidido con nuestros gustos particulares; así pues, no es un recorrido exhaustivo en un sentido determinado.

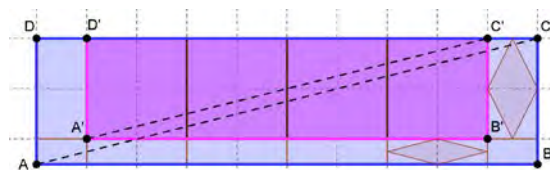
Algunos ejemplos

Si miramos el edificio de Correos, es uno de los mejores ejemplos de estilo regionalista de principios del siglo XX. El elemento más característico de dicho estilo es el mirador que posee en la fachada posterior que da a la Plaza de las Atarazanas y que está frente a la Catedral.



Al estudiar el mirador hemos observado que tiene unas proporciones muy interesantes, pues las medidas de los rombos que adornan la marquetería que lo rodea guardan una relación directa con el marco total del mirador y el conjunto de las cristalerías que contiene. Más concretamente, la proporción total del mirador es 4 y coincide con la de los rombos que aparecen en la parte inferior. Y el añadido de los

dos rombos laterales de proporción 2 hace que el rectángulo formado por los cuatro cuadrados de las cristalerías sea semejante al rectángulo total del mirador.

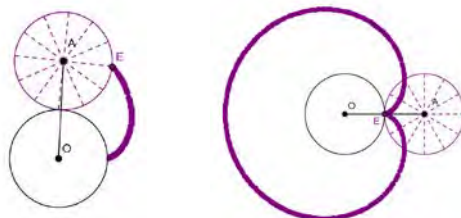


En esta figura se observa el rectángulo total del mirador, ABCD y, en su interior, el formado por las cuatro cristalerías cuadradas, A'B'C'D'.

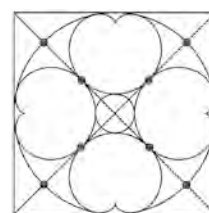
Además, en esa misma fachada podemos ver dos puertas con arcos carpaneles. Cada uno de ellos está formado por tres arcos de circunferencias tangentes, cuyos centros forman un triángulo equilátero.



Si nos fijamos ahora en una curva matemática, la cardioide, que es la más sencilla de las epicicloides, vemos que es la curva descrita por un punto E de una circunferencia de centro A que, sin deslizarse, rueda alrededor de otra circunferencia de igual radio de centro O. Y la podemos encontrar en varios sitios de la ciudad.



Detalle de una puerta del Paseo Pereda.

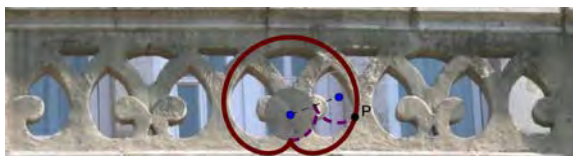




Ventana de la sacristía de la iglesia del Cristo, en la Catedral.



Las ventanas circulares de las capillas laterales de la Iglesia de La Anunciación están protegidas por rejas que forman un rosetón diédrico de orden 8 y sus pétalos son curvas cardioides.



La barandilla de piedra del balcón superior de la biblioteca de Alfonso XIII, en el Palacio de la Magdalena, presenta un friso tipo pm11 formado por curvas cardioides.

Y pasando a otros conceptos, un elemento característico que recorre la Avenida Reina Victoria es la barandilla, con sus pilares de hormigón, que protege casi todo el paseo marítimo desde San Martín hasta el hotel Chiqui. Los pilares están decorados con una vistosa cenefa de cerámica.

Hasta la Magdalena esas cenefas están formadas por mosaicos cuyas pequeñas piezas son de colores blanco, azul y amarillo. Podemos descubrir hasta cinco modelos distintos que corresponden a tres tipos de frisos, de los siete posibles que existen.

Sin embargo, las cenefas de los pilares que siguen desde la Magdalena hasta el final de la Segunda Playa de El Sardinero no son mosaicos sino que están hechas con azulejos. Son más sencillas y presentan tres modelos distintos que corresponden, en este caso, a dos tipos de frisos.



En Reina Victoria, con mosaicos.



En la Segunda Playa de El Sardinero.



Frisos p111 en los pilares. Traslación horizontal.



Friso p112 en Reina Victoria. Giro de 180° y traslación.



En Reina Victoria.



En la Segunda Playa de El Sardinero.



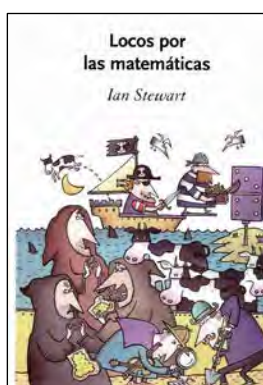
Frisos pm11. Simetría vertical y traslación.

Para concluir

Y, de esta manera, el libro, con 24 capítulos y más de trescientas páginas, pretende interesar al lector en un conocimiento más profundo de la ciudad de Santander desde un punto de vista un poco especial.

Es el deseo de los autores de este libro que sus páginas sirvan, además de a profesores de matemáticas, a estudiantes de todos los niveles y al público en general, pues está escrito en un lenguaje muy asequible y sencillo. Asimismo, los autores esperan ampliar el círculo de colaboradores para próximos trabajos, pues de esa manera se enriquecerán los contenidos que podrá compartir un mayor número de personas.

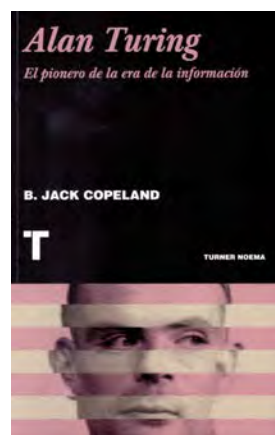




Estadística para todo(s). Luis Alberto Fernández Fernández, Fernando Etayo Gordejuela (editores). Colección Divulgación Científica - 6. Ediciones Universidad Cantabria. ISBN: 978-84-8102-721-1. 332 páginas. *Estadística para todo(s)* es un volumen recopilatorio de las contribuciones más interesantes programadas en el ciclo de talleres divulgativos "Matemáticas en acción" que la Universidad de Cantabria ha venido organizando desde el curso 2004/05. Los autores de cada capítulo son reconocidos especialistas en el ámbito de la estadística, aunque el libro está escrito en un tono esencialmente divulgativo, asequible a los lectores con curiosidad en temas científicos. Además, se han buscado especiales relaciones con otras ramas del saber que demuestran la universalidad de la estadística como disciplina: desde la medicina y la ciencia de los materiales, hasta la literatura pasando por los juegos de azar, la política y la economía, entre otros.

Locos por las matemáticas. Ian Stewart. Editorial Crítica. Colección Drakontos. ISBN: 978-84-8432-617-5. 254 páginas. Las matemáticas no son sólo una maravillosa herramienta lógica, con una espléndida vida propia condensada en teorías, axiomas, teoremas o proposiciones, o el mejor instrumento creado por los humanos para describir los fenómenos naturales. Son, asimismo, un inmenso universo en el que se pueden llevar a cabo apasionantes aventuras intelectuales, o, si se prefiere, practicar juegos extraordinariamente divertidos y de muy variada dificultad. En este territorio se mueve Ian Stewart, el más prestigioso divulgador de las matemáticas, que nos enfrentará en este libro a retos apasionantes. La teoría de probabilidades aplicada al Monopoly, las estrategias ganadoras en juegos matemáticos, por qué cada cultura tiene su propio calendario, demostraciones de imposibilidad, por qué las tostadas caen siempre del lado de la mantequilla, o cuántos trabajadores fueron necesarios para construir la Gran

Pirámide de Keops son algunos de los temas que el profesor Stewart aborda y desgrena en las páginas de este libro fascinante.



Alan Turing. El pionero de la era de la información. B. Jack Copeland. Colección Noema. Turner Libros. ISBN: 978-84-15832-12-6. 336 páginas. ¿Quién fue Turing y cuáles fueron sus logros durante sus 41 años de vida? Hoy es conocido como el genio que descifraba las comunicaciones secretas de los alemanes durante la Segunda Guerra Mundial. Fue también el padre de la informática moderna: cada vez que hacemos clic para abrir un archivo estamos poniendo en práctica sus ideas y sus visiones. Pero fue también un hombre que se preguntaba si a los ordenadores podrían gustarles las fresas con nata o si serían capaces de componer música. Un genio introvertido, de curioso aspecto y sentido del humor infantil, que sufrió una humillante condena por ser homosexual y acabó su vida envenenado con arsénico. (¿Se suicidó Alan Turing? ¿Lo asesinaron? El autor tiene sus teorías, y alguna información de primera mano, sobre este tema controvertido). Una obra imprescindible para geeks informáticos, interesados en la tecnología y en la historia de las guerras mundiales.

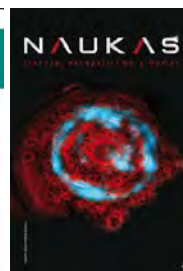
Rompiendo códigos. Vida y legado de Turing. Manuel de León, Ágata Timón. Colección ¿Qué sabemos de? - 48. Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC). ISBN: 978-84-00-09768-4. Editorial Los libros de la Catarata. ISBN: 978-84-8319-885-8. 96 páginas. Alan Turing es uno de los grandes nombres de la ciencia del siglo XX. Sus aportaciones fundacionales a la computación —su famosa máquina de Turing— determinaron el desarrollo de la sociedad en la que vivimos. Junto al ejército aliado, participó en las labores de descifrado de las comunicaciones nazis, sus ideas pioneras sentaron las bases de la inteligencia artificial, trabajó en

la construcción de los primeros ordenadores e, incluso, con unas investigaciones inconclusas, contribuyó a crear una nueva rama del conocimiento: la biología matemática. Pero, tal y como se resalta en este libro, detrás de esta carrera multidisciplinar encontramos una mente matemática, quizás una de las más brillantes del siglo pasado. Turing fue, ante todo, un matemático que supo aplicar algunas de las cuestiones más fundamentales de la disciplina al avance del mundo moderno y cuya temprana muerte, trágica e injusta, nos privó de saber hasta dónde hubiera podido llegar su genio.



Matemáticas en la catedral de Burgos. Grupo EsTalMat de Burgos. Asociación Castellano y Leonesa de Educación Matemática “Miguel de Guzmán”. Caja Círculo. ISBN: 978-84-89805-30-9. 166 páginas. En la catedral de Burgos y, probablemente, en muchos edificios singulares de nuestro patrimonio, es posible encontrar una gran cantidad de elementos y contenidos matemáticos. Basta que miremos estas construcciones con “ojos” diferentes: formas geométricas, proporciones, números, sucesiones y ritmos se presentan con facilidad si somos capaces de abrir nuestra mirada. La geometría y la aritmética surgirán de modo natural si nos adentramos en los muros o miramos el exterior de estos edificios. El objetivo primordial de las actividades del libro es, precisamente, el que nuestros alumnos y nosotros mismos seamos capaces de mirar la catedral de Burgos con ojos matemáticos.

XVIII Concurso de Primavera de Matemáticas 2014. Asociación Matemática Concurso de Primavera. Comunidad de Madrid. ISBN: 978-84-693-0270-6. 122 páginas. En este libro están resueltos los problemas de las dos fases del XVII Concurso de Primavera de Matemáticas 2013. El texto también contiene los enunciados del XXXI Concurso “Puig Adam” de Resolución de Problemas, XIII Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid, L Olimpiada Matemática de la Comunidad de Madrid, XIX Olimpiada de Mayo. Este libro se convierte así en un valioso material para que todos los profesores de matemáticas puedan usarlo en su labor docente.



La vida entre teoremas. Antonio Córdoba. Colección Divulgación y Ensayo. Jot Down Books. ISBN: 978-8-494093-93-7. 284 páginas. El lenguaje determina la forma en la que componemos nuestras ideas. Como lenguaje universal que son, las matemáticas han ayudado a construir nuestra forma de pensar y, por tanto, han contribuido a la formación de nuestro mundo actual. El autor nos muestra las matemáticas que han acompañado el desarrollo de la sociedad y la cultura a lo largo de los últimos siglos. Aprovecha este recorrido para explicar de forma sencilla los grandes avances y problemas matemáticos que han ido apareciendo, así como la evolución de las matemáticas gracias a los desarrollos tecnológicos que ellas mismas han ayudado a construir. El libro también está repleto de experiencias personales que aportan una visión crítica del mundo de la investigación y de la comunidad académica. El lector podrá descubrir, a lo largo de estas páginas, matemáticas donde antes solo veíamos arte, historia, tecnología. Este libro nos muestra las matemáticas escondidas en nuestras vidas.

Revista Naukas. Ciencia, escepticismo y humor. Revista – 3. <http://naukas.com> 116 páginas. En esta revista a todo color, financiada por los propios lectores, se incluyen, entre otros artículos, los siguientes: “Siete escenarios apocalípticos improbables, pero... ¿imposibles?”, de Sergio L. Palacios, “Matemáticas contra los desastres naturales”, de Natalia Ruiz Zelmanovitch, “Más rápido que la luz: cuando Einstein te multa por exceso de velocidad”, de Mario Herrero-Valea. Podemos encontrar otros interesantes artículos en la siguiente dirección: <http://naukas.com/categorias/ciencia/matematicas>

Hasta el infinito y más allá. Mati y sus mateaventuras. Clara Grima Ruiz, Raquel García Ulldemolins. Espasa Libros. ISBN: 978-84-670-2456-2. 128 páginas. Ven, acércate. Comprueba que nadie está escuchando. Te voy a contar un secreto... En las páginas de este libro se han escondido muchas matemáticas. Son traviesas, misteriosas y divertidas. Se han disfrazado de cuentos y aventuras. Pero seguro que tú, que tienes cara de ser muy inteligente, las vas a descubrir... ¿Te atreves? Dale la mano a Mati, acompaña a Sal y a Ven, y no olvides acariciar a Gauss de vez en cuando, que es muy mimoso. Vamos, ven: a la una, a las dos... ¡y a las tres!



Anatomía del juego. Un análisis comparativo de las posibilidades de ganar en los diferentes juegos de azar. Miguel Córdoba Bueno. Editorial Dykinson, SL. ISBN: 978-84-9031-475-3. 430 páginas. Evidentemente, las posibilidades de acertar tienen que ser estadísticamente plausibles, ya que si no, la gente no jugaría. Pero como veremos a lo largo de estas páginas, estas posibilidades son muy diferentes según los distintos juegos, y en algunos casos, hasta nos sorprenderá lo difícil que es conseguir un premio “gordo”. En este libro no se pretende hacer un análisis exhaustivo de la multitud de juegos que existen, ni se quiere hacer un análisis operativo o una historia completa de la evolución de los juegos. Las pretensiones son mucho menores; solo se desea comentar coloquialmente las características de algunos juegos muy populares, e informar al lector de lo que puede ganar, cómo puede ganarlo, lo que arriesga y la expectativa que tiene de ganar o de perder dinero, cuantificando las probabilidades correspondientes de cada posible premio. Se empieza haciendo un análisis del juego desde un punto de vista sociológico y cultural. A continuación, se pasa al análisis de juegos, comenzado por los denominados pasivos, tanto los dependientes exclusivamente del azar, entre los que destacan los diferentes tipos de lotería, como aquellos que dependen del resultado de determinados sucesos futuros, como pueden ser las quinielas. Después se tratan los denominados juegos iterativos, aquellos en los que se juega de forma repetitiva en un breve lapso de tiempo, y en los que el resultado depende del azar. Son los llamados juegos de casino, como la ruleta o los dados.

Apuntes y problemas de lógica matemática. Alessandra Gallinari. Editorial Dykinson, SL. ISBN: 978-84-9849-475-4. 276 páginas. Los principales objetivos de este libro son: - Introducir herramientas y conceptos básicos de la lógica matemática y sus aplicaciones. - Ayudar a aprender a razonar y formalizar correctamente. - Fijar las bases teóricas para el estudio de la lógica informática, así que se pueda tener una formación global acerca de los procedimientos formales y algorítmicos de razonamiento automático y resolución formal de problemas. - Facilitar la comprensión de los conceptos teóricos de

la lógica matemática, presentando una amplia colección de problemas con soluciones completas. La primera parte de la publicación trata la lógica proposicional y la segunda la lógica de predicados. El libro incluye también dos capítulos preliminares: el primero es una breve introducción histórica a la lógica y a sus relaciones con la filosofía, las matemáticas y la informática; el segundo es un repaso de la teoría de conjuntos.

Fundamentos y práctica de las matemáticas financieras. Miguel Córdoba Bueno. Editorial Dykinson, SL. ISBN: 978-84-9849-796-0. 350 páginas. Cuando hablamos de finanzas, o de algo que tenga un contenido financiero, solemos pensar en un hecho relacionado con el dinero, con cobros y pagos. Y ello en sí es la base de las finanzas. Financiar es poner fondos en un negocio para que éste pueda desarrollarse, o bien hacer inversiones con dichos fondos. Un banco financia a una empresa otorgándole un préstamo; los adquirentes de letras del tesoro financian el déficit público; las compañías de seguros aceptan dinero para incorporarlo a un plan de pensiones con el que después de varias décadas pagan una cantidad mensual al suscriptor del plan, etc. Por tanto, cuando hablemos de fenómenos de tipo financiero, nos estaremos refiriendo a aquellos fenómenos en los que el capital y el tiempo interactúan dentro de dicho fenómeno, jugando un papel preponderante de cara a los resultados del mismo.



Razonamiento matemático. Epistemología de la imaginación. (Re)pensando el papel de la epistemología en la matemática educativa. Luis Mauricio Rodríguez-Salazar, Ricardo Quintero-Zazueta, Abel Rubén Hernández-Ulloa (coordinadores). Gedisa Editorial. ISBN: 978-607-8231-00-3. 416 páginas. Este libro es la primera contribución que presentan, de manera conjunta, algunos de los miembros del *Grupo de Investigación Nuovo Cimento*. El trabajo, siguiendo la línea de investigación iniciada hace una década por el fundador del grupo, que tiene como base la teoría epistemológica de Jean Piaget, dio origen a una propuesta teórica nueva: la *epistemología de la imaginación*. Su campo de estudio es el espacio entre lo psicológico y lo social, bajo un lenguaje simbólico que no pertenece enteramente al ámbito de la mente individual, pero tampoco pertenece

exclusivamente al mundo de las representaciones socialmente aceptadas. Se propone entonces como un espacio psico-social en un “universo empírico de la imaginación”, universo imaginado por los sujetos, el cual se convierte en empírico al actuar, de manera coordinada, sobre sus propias representaciones simbólicas. En el marco de la *epistemología de la imaginación*, la estructuración matemática del mundo pertenece a dicho universo, estructuración que es analizada por lo que se propone como una *epistemología de la imaginación científica de la matemática educativa*.

Historia de la matemática. Volumen 1. De la Antigüedad a la Baja Edad Media. Julio Rey Pastor, José Babini. Gedisa Editorial. ISBN: 978-84-9784-780-3. 206 páginas. *Historia de la matemática, vol. 1* es una lectura fundamental para entender el origen de las matemáticas y su establecimiento como ciencia. Este volumen cuenta sus inicios en la prehistoria, el paso por la matemática babilónica, la griega y la romana, para terminar con el saber antiguo en la Edad Media con los escritos árabes como intermediarios. “El libro [...] no pretende ser una suma de conocimientos enciclopédicos [...], sino dar a conocer todo aquello que es fundamental para seguir el desarrollo de las ideas básicas desde la antigüedad hasta hoy”. “El texto se reedita [...], sin apenas haber envejecido [...] y con las innovaciones más interesantes que se han producido en los dos extremos de la historia: en el de la antigua ciencia babilónica y en el de la matemática contemporánea, espero [...] que sirva para despertar en jóvenes nuevas vocaciones en estos temas”. (Del prefacio de Juan Vernet).

Historia de la matemática. Volumen 2. Del Renacimiento a finales del siglo XX. Julio Rey Pastor, José Babini. Gedisa Editorial. ISBN: 978-84-9784-781-0. 220 páginas. Aquí el lector encontrará los primeros avances en el álgebra del siglo XVI y descubrirá los fascinantes progresos desde la física matemática y la geometría no euclidiana hasta la teoría de conjuntos y de la probabilidad, mostrando sus principios y aplicaciones. De esta manera, se culmina esta lectura fundamental para todos los amantes de las matemáticas. “La historia de la matemática, de Rey Pastor y José Babini, llenaba en el momento de su aparición un hueco notorio de la bibliografía hispanoamericana; y muy pronto fue la obra que se utilizó de base para los es-casos cursos de historia de la matemática que se profesaban en nuestras universidades [...]. Especialmente interesantes resultan las “notas complementarias” en que los autores desarrollan, con toda libertad, alguno de los temas aludidos en el correspondiente capítulo”. (Del prefacio de Juan Vernet).



Ciencias Aplicadas I. Formación Profesional Básica. Varios autores. Editorial Donostia-rra. ISBN: 978-84-7063-485-7. 304 páginas. Este libro, estructurado en 17 unidades didácticas, trabaja el módulo de *Ciencias Aplicadas I* de los ciclos formativos de Formación Profesional Básica. En cada unidad, los contenidos adoptan la siguiente distribución: presentación-portada, breve presentación del tema, desarrollo de los contenidos, repasamos, mapa conceptual y autoevaluación.

Matemáticas con calculadora. 3º de ESO. Varios autores. División Educativa CASIO ESPAÑA. Sociedad Andaluza de Educación Matemáticas THALES. ISBN: 978-84-15641-05-6. 260 páginas. Este libro recoge los contenidos del currículum de matemáticas para 3º de ESO, orientado a aquellos profesores que deseen trabajar los mismos con la calculadora como recurso didáctico. Los materiales desarrollados muestran el gran abanico de posibilidades que una calculadora, herramienta fundamental en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ofrece para abordar currículum de esa materia de 3º de ESO. Los autores de cada uno de los temas han elegido en cada momento aquel tipo de calculadora que consideraban adecuada para el desarrollo de los contenidos y actividades abordadas.

El ajedrez de la filosofía. Francisco J. Fernández. Colección Hispanica Legenda. Plaza y Valdés Editores. ISBN: 978-84-92751-86-0. 256 páginas. *El ajedrez de la filosofía* reivindica la legitimidad de un objeto de estudio fascinante. Su pretensión es justificar la multiplicidad de perspectivas desde las

que puede ser explorado el juego del ajedrez. Así ha de entenderse la presencia de argumentos de tipo jurídico o lingüístico, pero también lógicos o metamatemáticos, incluso literarios o estéticos. Todo este panorama abigarrado con tal de demostrar que es posible tomarse el aje-



dreza en serio, que es posible construir tal objeto de reflexión. No se pretende disimular las dificultades, sino identificarlas; por eso se ha procurado ser más significativo que exacto. Pero es que el libro es también un diario, un *decursus vitae*, un relato: la forma en que cabe escribir el jugar del pensamiento y el pensar del jugador.



Formación didáctica para profesores de matemáticas. Miguel Ángel Luengo. Colección Campus – 22. Editorial CCS. ISBN: 978-84-8316-417-5. 184 páginas. Este libro pretende una doble función; por un lado, que sea un curso para la formación didáctica inicial de profesores de matemáticas, en los niveles de ESO y Bachillerato y, por otro, que su lectura sirva para mejorar este tipo de formación para cualquier profesor de estos u otros niveles educativos. Consta de cuatro capítulos: Secuencia de contenidos, Programación de objetivos de aprendizaje, Evaluación y Metodología. En cada capítulo se hace una exposición teórica que sirve para fundamentar los ejemplos de matemáticas que se ven a continuación. También se proponen una serie de actividades, esenciales para la realización del curso con aprovechamiento y adecuadas para complementar la lectura.

Actividades prácticas de matemáticas y su didáctica 2. Grado Maestro de Primaria. Andrés Nortes Checa (coordinador). Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Educadores – 24. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9842-696-0. 248 páginas. Después de haber publicado *Actividades prácticas de matemáticas y su didáctica 1*, en este libro se completan los contenidos correspondientes a Educación Primaria con una serie de actividades distribuidas a lo largo de siete bloques: Resolución de problemas, Números y operaciones, Proporcionalidad aritmética y geométrica, Medida, Geometría del espacio, Probabilidad y Nuevas tec-

nologías. En total, 30 actividades. Cada actividad lleva tres apartados previos dedicados a *Aspectos Históricos*, a *Aspectos Matemáticos* y a *Aspectos Didácticos* para, a continuación, presentar las cuestiones que constituyen cada actividad. Al final del libro se presentan las soluciones.

Comprende y observa las mates. Una experiencia diferente aprendiendo matemáticas. Ángel Hernández Jiménez. Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Educadores – 25. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9023-155-5. 100 páginas. Galileo Galilei consideraba que no se podía enseñar nada a ningún hombre, tan sólo se le podía ayudar a descubrirlo dentro de sí. Bajo esta filosofía está escrito este libro, útil para padres, profesores, estudiantes de magisterio,... que quieran ayudar a sus hijos o alumnos a descubrir al matemático que llevamos dentro. En esta obra van a encontrar herramientas didácticas (explicaciones, ejemplos,...) que pretenden convertir el aprendizaje de las matemáticas que un niño de Educación Primaria tiene que conocer, en una experiencia entretenida y diferente, donde lo que parece difícil se transforme en fácil, donde se motiva al estudiante a observar las mates en el mundo que le rodea y, lo que es muy importante, fomentando un aprendizaje con comprensión, porque aprender sin pensar es un esfuerzo perdido.

El maravilloso mundo de los números. Taller de matemáticas. Andrés Nortes Checa, Rosa Nortes Martínez-Artero. Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Ingenio – 10. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9023-097-8. 226 páginas. Este libro es un taller de matemáticas dedicado a *El maravilloso mundo de los números* y está dividido en dos partes: en la primera, se tratan “números” narcisistas, romanos, palíndromos,...; y en la segunda, “números en” la magia, en la sentencia de un juez, en las herencias,... En este libro encontrarás demostraciones triviales y de cierta envergadura, pero todas hechas a modo de juego, de adivinanza, de desafío para que el lector pueda sumergirse, hacerlas suyas, darles una respuesta y comprender el contenido matemático.

Retos matemáticos para Segundo Ciclo de Secundaria. Juan Diego Sánchez Torres. Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Ingenio – 11. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9023-131-9. 170 páginas. Este libro está formado por 110 retos matemáticos, creados para servir de diversión a los chicos y chicas de 14 a 16 años que quieran disfrutar de la parte más agradable y lúdica de las matemáticas, al tiempo que mejoran su talento y su ingenio, y aprenden más sobre esta ciencia. Son retos

con distinto nivel de dificultad, desde los facilísimos hasta los verdaderamente duros de roer, que abarcan todas las partes de las matemáticas que se estudian en el Segundo Ciclo de Secundaria. Si te gustan los retos matemáticos, este libro te encantará; si no te, tal vez no te encante, pero encontrarás algunos que te sorprendan y te agraden. ¡Atrévete a intentarlo!

101 juegos de lápiz y papel. Para aprender y disfrutar. Juan José Jurado Soto, Manuel López de la Nieta Moreno. Colección Juegos – 32. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9023-111-1. 228 páginas. Las propuestas que presenta este libro pueden ser realizadas de forma fácil, solo precisan algo para escribir y dibujar. Los juegos facilitan el desarrollo de capacidades como la imaginación, la memoria, la creatividad, la psicomotricidad fina, la observación, etc. que favorecen áreas como el lenguaje, las matemáticas o la plástica. Además, contribuyen a mejorar valores fundamentales para vivir en sociedad, como el respeto a los demás, la aceptación de las normas,... El libro está dirigido, fundamentalmente, a maestros, monitores y educadores, para ponerlo en práctica con aquellos que precisen ejercitarse mentalmente, tanto niños pequeños como personas mayores.



Enigmas diabólicos y juegos increíbles. Varios autores. Vox. Larousse Editorial. ISBN: 978-84-9974-149-9. 72 páginas. Este libro propone más de 300 juegos para estimular el cerebro: adivinanzas, jeroglíficos, enigmas matemáticos, juegos de lógica, sudokus, enredos, mensajes encriptados, cuadrados mágicos, paradojas, etc. en un auténtico recorrido por la historia de la humanidad. Desde las misteriosas piedras de Stonehenge hasta la habilidad de los hackers, a esta fiesta del deporte mental están invitados los egipcios, los alquimistas medievales, los chinos, los piratas, el inquilino más famoso del 21 B de Baker Street, Julio Verne, los espías, la policía científica y hasta un grupo de extraterrestres. El libro contiene las soluciones de todos los juegos.

Origami para chicas. Didier Boursin. Larousse Editorial. ISBN: 978-84-15785-69-9. 120 páginas. Este libro propone 40 modelos de origami para complementar el vestuario, deco-



rar o regalar: joyas, cajas, frascos, marcos, flores, etc. Incluye, además, 112 hojas decoradas y separables y 100 pegatinas recolocables para personalizar cada modelo. Escoge un papel, dobla siguiendo los esquemas y descubre efectos insólitos en cada pliegue...

JUEGOS



Icosoku es un juego de ingenio y lógica. ¿Cómo se juega? Se colocan, al azar, 12 botones, numerados a modo de vértices de un icosaedro. Para ganar se han de distribuir 20 triángulos (las caras del icosaedro), de manera que la suma de los puntos alrededor del vértice sumen el número por él indicado. Para crear un nuevo desafío, basta cambiar un par de botones. ¡Siempre hay solución! Más información en <http://www.cayro.es>

Gear Cube es un cubo con engranajes. Las distintas capas van unidas, por lo que el movimiento de una capa implica inevitablemente el giro de otra. Al utilizar un mecanismo de engranaje completo, requiere doce giros de 90 grados para que se realice una rotación completa. El nivel de dificultad de este puzzle es medio-bajo a pesar de que pueda parecer muy complicado. ¿Te atreves? Más información en: <http://www.cayro.es>



Hip Hop es un juego de estrategia y azar formado por un tablero, 104 fichas y un dado. El ganador es el que consigue cerrar más cuadrados o círculos. Lanza el dado y coloca la ficha que éste te indica en el tablero. Si tienes más "ojos" que tus contrincantes les ganarás. Más información en <http://www.cayro.es>



Tangram Doble es una versión del clásico juego del tangram. El juego dispone de 2 tangrams de plástico, de diferente color, y unas tarjetas clasificadas por niveles de dificultad en las que, por una cara, se indica la silueta de la figura a realizar y, por la otra, se da la solución. Este juego fomenta, sobre todo, la orientación espacial y la imaginación. Se pueden realizar competiciones entre dos jugadores. Más información en <http://www.cayro.es>



Cartatoto Sumas y Cartatoto Multiplicaciones son juegos de 110 cartas cada uno que representan, respectivamente, las tablas de sumar y de multiplicar del 1 al 10. En ambos juegos cada tabla se localiza fácilmente por el color que le corresponde. En el anverso de cada carta figura la operación; y en el reverso, el resultado. La eficacia del método pedagógico *Cartatoto* ha sido recompensada con una medalla de oro en el Concurso *Lépine*, y permite que los niños progresen rápidamente a la vez que se entretienen. Las cartas hacen que los niños optimicen su memoria visual y les incitan a desarrollar su rapidez de respuesta, bazas de mucho provecho en el cálculo mental. Más información en <http://www.cayro.es>

¡Toma 6! es un juego de 114 cartas. ¿Cómo se juega? Cada jugador recibe 10 cartas. Cada carta tiene un número y un dibujo de cabezas de buey. Hay que jugar las cartas, de manera inteligente, en una de las cuatro filas. Pero, atención, en cada fila sólo caben cinco cartas. Así que si colocas la sexta carta de una fila, tendrás que coger las cinco que haya, con todos sus bueyes (puntos negativos). Más información en <http://www.mercurio.com.es>



Shell Game es un juego solitario de memoria. Tal vez conozcas el clásico juego del trile, donde los trileros intentan engañar a sus espectadores haciéndoles pensar que un objeto está escondido debajo de un cubilete y no en otro. En la mayoría de los casos, no importa lo concentrado que estés, conseguir acertar es poco probable. El objetivo de la versión de este clásico no es engañar, sino mejorar nuestra memoria y habilidades lógicas para ganar. ¡Eres a la vez el trilero y el espectador! El juego incluye un cuaderno con espiral con 60 retos (de principiante a experto), 6 conchas, 6 cangrejos y 3 piedras. Más información en las siguientes páginas web:

<http://www.thinkfun.com>
<http://www.mercurio.com.es>



SuperTmatik Quiz Matemáticas. Eudactica. Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC). Este juego de cartas fomenta la adquisición, la ampliación y la consolidación de una amplia gama de conocimientos matemáticos (porcentajes, fracciones, números romanos, geometría, símbolos y lenguaje matemático, problemas y mucho más). Caja juego incluye 54 cartas, con 378 cuestiones y sus respectivas respuestas, y tiene 4 niveles de dificultad. Para proclamarse ganador del juego debe completarse la palabra "superT". La forma de conseguir cada una de sus letras está detallada en las instrucciones. ¡Ánimo, aplícate y sé el primero en reunir las! Más información en la página web: <http://www.eudactica.com>

JORNADAS, TALLERES Y ENCUENTROS



Las Sextas Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria, organizadas por la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC), se celebraron los días 21 y 22 de febrero de 2014. Las actividades programadas para dichas Jornadas se desarrollaron, como viene siendo habitual, en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria, cuyos responsables siempre han mostrado su apoyo incondicional a los organizadores de las Jornadas y a los de cuantos eventos se promueven desde la SMPC. Por este motivo, desde estas páginas y en nombre de la SMPC, damos nuestro agradecimiento a los diferentes equipos decanales de la Facultad de Ciencias.

PROGRAMA

VIERNES 21 de FEBRERO			
16:00 h - 17:00 h	Recepción / Stands		Entrada al Salón de Actos
17:00 h - 17:30 h	Inauguración		Salón de Actos
17:30 h - 18:30 h	Conferencia de Inauguración: <i>El misterio de la Tierra Paralela</i> Neila Campos González. Universidad de Cantabria y Agrupación Astronómica Cantabra		Salón de Actos
18:30 h - 18:45 h	Descanso		
18:45 h - 19:15 h	XXV Aniversario de la FESPM y XVII Años de la SMPC Ejecutiva de la FESPM y Junta Directiva de la SMPC		
19:15 h - 20:00 h	Comunicaciones		
	<i>Beneficios del ábaco en el desarrollo mental de los niños. Taller demostrativo</i> Olga Lasalle y Fernando Fernández (ALOHA) Aula 7	<i>Sistema estadístico de Cantabria</i> Francisco Parra (ICANE) Aula 8	<i>Ajedrez educativo, experiencia en un instituto de Cantabria</i> María José Fuente (IES Augusto González de Linares) Aula 9
SÁBADO 22 de FEBRERO			
09:00 h - 10:30 h	Talleres		
	<i>Elaboración de ítems en evaluaciones internacionales de matemáticas</i> Sara González y Claudia Lázaro (UTEA) Aula 7	<i>GeoGebra también en la tablet</i> Agustín Carrillo (Universidad de Córdoba e Instituto GeoGebra de Andalucía) Aula 8	<i>La calculadora científica como recurso didáctico en el aula</i> Abel Martín y Marta Martín (CASIO) Aula 9
10:30 h - 11:00 h	Visita a los stands y a la exposición sobre astronomía		
11:00 h - 11:30 h	Café		
11:30 h - 12:30 h	Sesión Núcleo Temático: <i>Competencia matemática en la sociedad</i> - Tomás Recio (profesor de la Universidad de Cantabria). Moderador - José Luis Blanco (director general de Ordenación e Innovación Educativa, Cantabria) – Fomento de la competencia matemática - Ismael Sanz (director del Instituto Nacional de Evaluación Educativa – PIAAC - José Luis del Río (jefe de la Unidad Técnica de Evaluación y Acreditación, Cantabria) – PISA Salón de Actos		
12:30 h - 13:30 h	Conferencia de Clausura: <i>Matemáticas y Computación</i> Antonio Pérez (IES Salvador Dalí)		Salón de Actos
13:30 h - 14:00 h	Evaluación y Clausura		Salón de Actos

La mesa que presidió el acto de inauguración de las VI JEMC estuvo integrada por María Luisa Sáez de Ibarra Trueba, directora general de Personal y Centros Docentes, de la Consejería de Educación,

Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria; Fernando Etayo Gordejuela, vicerrector de Ordenación Académica de la Universidad de Cantabria; Carmen Espeso Ortiz, presidenta de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria; Francisco Matorras Weinig, decano de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria y José Luis Montaña Arnáiz, director del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación de la Universidad de Cantabria.



Desde sus inicios, las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria tienen, entre sus principales objetivos, los que ya se han enumerado con anterioridad en otros números de este Boletín:

- Promover la colaboración y el intercambio de experiencias docentes entre grupos de profesores de matemáticas.
- Intercambiar información sobre cuestiones relacionadas con la formación del profesorado, delimitando prioridades y abordando temáticas de interés y de actualidad para el profesorado de matemáticas.
- Desarrollar un debate sobre la calidad de la docencia en matemáticas, planteando cuestiones y transmitiendo soluciones novedosas orientadas a mejorar el rendimiento de los estudiantes.
- Contribuir a transmitir y a hacer visible la cultura matemática en la sociedad cántabra.
- Favorecer el encuentro de docentes de todas las etapas educativas con el fin de compartir trabajos e inquietudes del profesorado de matemáticas de nuestra región.



Cartel anunciador de las VI Jornadas.

Esta actividad va dirigida a profesores de matemáticas de todos los niveles educativos. Si bien en las primeras ediciones contaron con la asistencia, casi en exclusiva, de profesorado de Educación Secundaria, en la actualidad, aunque ese sector sigue siendo el más numeroso, la participación se ha extendido de manera real a todo tipo de profesorado. Una participación que no se limita a la asistencia, sino que la disposición tanto de docentes de Educación Infantil y de Educación Primaria, como de Universidad, se extiende a la presentación de comunicaciones, talleres y conferencias.

CONFERENCIAS DE INAUGURACIÓN Y DE CLAUSURA

CONFERENCIA INAUGURAL: *El misterio de la Tierra Paralela*

Neila Campos González, Universidad de Cantabria

Neila Campos González es profesora del Departamento de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación de la Universidad de Cantabria y miembro de la Agrupación Astronómica Cántabra. Así pues, en esta intervención la profesora aunó dos de las disciplinas que para ella resultan más interesantes: matemáticas y astronomía.



Los Jardines de Piquío de la ciudad de Santander cuentan entre sus elementos característicos con una Bola del Mundo, que, en realidad, es un poderoso instrumento astronómico llamado Tierra Paralela. Este objeto fue el punto de referencia sobre el que la profesora Campos articuló su exposición, en la que mostró cómo utilizar dicha esfera terrestre como reloj de Sol o cómo manejarla para conocer en tiempo real en qué lugares del mundo está amaneciendo o anocheciendo, para constatar cómo la longitud de las sombras depende

de la hora, de la fecha y del lugar o, para incluso, determinar el Sol de Medianoche en los círculos polares.

CONFERENCIA DE CLAUSURA: *Matemáticas y Computación*

Antonio Pérez Sanz, IES Salvador Dalí, Madrid



Pocas serán las personas del ámbito matemático español que no hayan oído hablar de Antonio Pérez Sanz, profesor recientemente jubilado, cuyo último periodo de vida laboral lo desarrolló en el IES Salvador Dalí, de Madrid. Pero si hay algo por lo que se conoce a Antonio Pérez ha sido por su trabajo en divulgación matemática y su interés por hacer de las clases de matemáticas un permanente centro de interés para sus estudiantes. Con ese espíritu abordó también esta conferencia.



Prácticamente ninguno de nuestros alumnos entendería su vida sin smartphones, tablets, ordenadores, portátiles, pizarras digitales,... Pero mientras todos esos dispositivos son los cauces habituales de información para los jóvenes, no son, ni de lejos, sus vías de formación. Ésa fue la reflexión, el

punto de partida, de la intervención del profesor Pérez, que indicó la escasa o nula presencia de tales objetos en las aulas. Añadió, asimismo, que las matemáticas no son ajenas a esa situación y que en ningún caso su enseñanza ha sufrido los cambios significativos que propiciaría el uso sistemático de los recursos informáticos que tenemos a nuestro alcance. Mediante ejemplos concretos, el profesor sugirió una nueva manera de abordar de enseñanza de la disciplina matemática, teniendo como vehículo las TICs y como línea conductora la investigación matemática. Está garantizado que la propuesta del profesor Pérez nada tiene que ver con la actitud del colega reflejado en la viñeta, que el primero usa con ironía en alguna de sus charlas.

ACTO CONMEMORATIVO

XXV Aniversario de FESPM XVII Años de la SMPC

Ejecutiva de la FESPM y Junta Directiva de la SMPC

En el ánimo de los responsables de las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria está hacer llegar a todos los docentes de esa disciplina las aportaciones que se producen desde las distintas organizaciones o asociaciones que aglutinan a colegas de profesión. Para hacer este objetivo más visible, se organizó esta charla, con la que conmemorar, además, las ya largas trayectorias de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) y de la propia Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC).

La FESPM había cumplido, con unos meses de anterioridad a la celebración de las Jornadas, su aniversario de plata, concretamente el 16 de noviembre de 2013. La celebración oficial de esta fecha tuvo lugar en el Parlamento de Sevilla con un acertado programa, que incluía la conferencia impartida por el profesor de la Universidad de Granada Rafael Pérez Gómez titulada *La promesa pitagórica*. En un momento de la misma, el ponente condujo la lectura de dicha promesa, instante que se encuentra entre los más emotivos de la celebración. Si el lector lo desea, puede ver dicha conferencia *online* en la dirección <http://www.fespm.es/La-promesa-pitagorica>, donde también encontrará el texto que da el título a la charla.

Sobre esa celebración y la trayectoria de la FESPM a lo largo de esos 25 años, versaron las palabras de los ponentes del acto de inauguración de las Jornadas. Dicho acto se inició con las palabras de Carmen Espeso, que fue dando paso al resto de los comunicantes: Agustín Carrillo, Ángela Núñez y Claudia Lázaro.



En cuanto a la SMPC, los intervinientes hicieron un breve repaso a los inicios de la misma, una Sociedad que junto con otras veinte, repartidas por toda la geografía española, constituyen la FESPM. Se recordó, por ejemplo, el acto de inauguración de la Sociedad, en abril de 1996, con la participación y apadrinamiento de Antonio Aranda y Miguel de Guzmán, y se fueron desgranando las diferentes fases por la que ha ido pasando la Sociedad hasta llegar al momento actual, enumerando cada una de las actividades que regularmente se llevan a cabo en el seno de la SMPC, siempre con la ilusión de trabajar por la mejora de la educación matemática.

Con el objetivo de ofrecer al lector toda la información relacionada con este acto, en las páginas siguientes a las ocupadas por esta sección, se da cuenta de las intervenciones íntegras de Ángela Núñez y Claudia Lázaro.

COMUNICACIONES Y TALLERES

Beneficios del ábaco en el desarrollo mental de los niños. Taller demostrativo

Olga Lasalle y Fernando Fernández, ALOHA

En esta sesión se presentó el programa ALOHA Mental Arithmetic, un programa de desarrollo mental dirigido a chicos de entre 5 y 13 años y apoyado en tres puntos básicos: el cálculo con ábaco, en el que se centró este taller; la aritmética mental; y los juegos didácticos. ALOHA nació en Malasia en 1993 y se ha ido extendiendo gradualmente a otros países, hasta ser una realidad en más de veinte, entre los que se encuentra España, que lo adoptó en 2009.

El proyecto pretende, partiendo del cálculo con el ábaco, un desarrollo integral de las capacidades cerebrales, fomentando, en palabras de los conductores del taller, la atención, la concentración, la creatividad, la imaginación, la orientación espacial, la memoria fotográfica o la capacidad de escucha, entre otras.

Resumiendo brevemente la línea de actuación del programa, podría decirse que:

1. Los niños descubren el funcionamiento básico del ábaco.
2. Empiezan a realizar operaciones aritméticas con este instrumento.
3. De forma progresiva, los niños aprenden a visualizar el ábaco en su cabeza y a utilizar esta imagen mental para calcular.
4. Con la práctica, los niños son capaces de prescindir totalmente del ábaco para realizar mentalmente operaciones a gran velocidad.



Al final del programa, los niños pueden realizar operaciones de hasta 17 dígitos.

En <http://www.alohaspain.com> se puede encontrar información detallada de los diferentes aspectos de interés del programa: características principales, beneficios, centros, etc. En esa dirección también pueden encontrarse las normas básicas de uso del ábaco.

En el taller se mostraron, además, actividades concretas que permitieron a los asistentes conocer por sí mismos los retos y dificultades a los que se enfrentan los estudiantes.

En un artículo de este Boletín, *Soroban, la "calculadora" japonesa tradicional*, podemos aprender a sumar y restar con el soroban o ábaco japonés.

Sistema estadístico de Cantabria

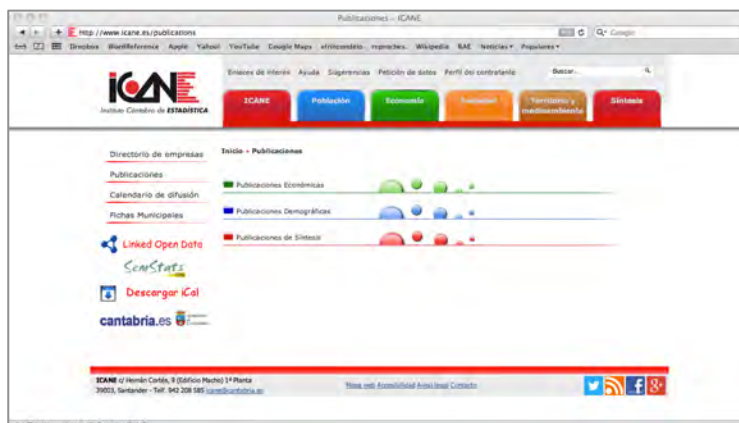
Francisco Parra, ICANE



En su intervención, Francisco Parra habló de los diferentes objetivos que tiene planteado el Instituto Cántabro de Estadística (ICANE). El de mayor calado es tomar el pulso a la actual situación socioeconómica de nuestra Comunidad Autónoma y, tras efectuar los estudios correspondientes, darla a conocer a la ciudadanía a través de cuantos medios estén a su alcance. Añadir que todos estos trabajos se realizan de acuerdo con la ley del Plan Estadístico y los Programas Anuales de Estadística.

Una buena parte de la difusión efectuada por el ICANE se hace desde su página web, cuya dirección es <http://www.icanes.es>. Dicha página goza de un formato sencillo y de fácil navegación, y desde ella son accesibles las diferentes publicaciones.

Pero, además, el ICANE está relacionado con el ámbito educativo de manera directa, promocionando diferentes actividades que impliquen a los estudiantes a participar en trabajos que conlleven la aplicación de aspectos básicos de Estadística.



Una de las actividades que más éxito está teniendo es el *Concurso Escolar de Trabajos Estadísticos*, orientado a todos los escolares que cursen estudios de ESO, Bachillerato o Ciclos Formativos. En 2014 celebró su quinta edición y las bases por la que se rige aparecieron publicadas en el BOC nº 14, de 22 de enero de 2014. La participación en este Concurso supone toda una lección matemática desde la investigación, puesto que en el proceso del mismo se ha de decidir el tema de estudio, la muestra a elegir, las herramientas a aplicar, cómo inferir conclusiones plausibles, cómo darlas a conocer, etc.

En el momento de la exposición del señor Parra, todavía los estudiantes estaban en proceso de elaboración de los trabajos, y desde finales de mayo todos los que fueron participantes conocen los resultados, pero si el lector no está informado acerca de los tipos de trabajos ganadores y desea saber cómo se ha resuelto ese Concurso, puede entrar en:

<http://www.icanes.es/c/documentlibrary/getfile?uuid=e4961539-c5c0-4f7f-b343-7d78cdfce292&groupId=10138>

Una información completa sobre los trabajos premiados en los cuatro primeros certámenes puede verse en:

<http://www.icanes.es/c/documentlibrary/getfile?uuid=309b8d8f-ee9b-42f2-92dd-f0cf189ca644&groupId=10138>

Ajedrez educativo, experiencia en un instituto de Cantabria

María José Fuente, IES Augusto González de Linares



Más de treinta centros educativos de Cantabria se han adherido al proyecto experimental "Ajedrez Educativo", programa que pretende evaluar los efectos positivos de la práctica del ajedrez en la escuela, especialmente en los alumnos que presentan dificultades de aprendizaje.

En esta comunicación, *Ajedrez educativo: experiencia en un instituto de Cantabria*, se habló de las características, las modalidades, el desarrollo, la aplicación, el seguimiento y la evaluación del proyecto que se está llevando a cabo en el IES Augusto González de Linares, Santander.



Elaboración de ítems en evaluaciones internacionales de matemáticas

Sara González y Claudia Lázaro, UTEA

Las evaluaciones externas han ido alcanzando cada vez mayor protagonismo porque proporcionan datos fiables y válidos para conocer el nivel competencial conseguido por los alumnos y establecer de este modo el nivel de calidad alcanzado por el sistema educativo, así como para tomar decisiones que contribuyan a la mejora de su calidad.



España participa desde hace años en estudios internacionales de evaluación de las competencias alcanzadas por estudiantes de diferentes edades. Esta participación española se lleva a cabo en un marco de colaboración entre diferentes organizaciones internacionales, como la Organización para la Cooperación y Desarrollo (OCDE) y la Asociación Internacional para la Evaluación del rendimiento educativo (IEA), el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, a través del Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE), y las Administraciones Educativas de las Comunidades Autónomas.

Los marcos de las evaluaciones externas internacionales, como TIMSS y PISA, que miden resultados de estudiantes en matemáticas, proporcionan una guía de gran utilidad para conocer las características específicas de sus pruebas y cómo relacionar contenidos, competencias, criterios de evaluación y referentes curriculares en el diseño de instrumentos de evaluación.

En este contexto, y con este taller, Sara González y Claudia Lázaro, de la Unidad Técnica de Evaluación y Acreditación (UTEA), se propusieron difundir, analizar y explotar didácticamente las publicaciones del INEE de ítems liberados de pruebas empleadas para la evaluación de la competencia matemática en Educación Primaria y en Educación Secundaria. Estos recursos permiten conocer las distintas tipologías de pruebas y analizar sus elementos principales. Además, las ponentes proporcionaron a los participantes el diseño de ítems basados en los estándares de pruebas externas internacionales en matemáticas.

GeoGebra también en la tablet

Agustín Carrillo, Universidad de Córdoba

En el mes de septiembre de 2013 se ponía a disposición las *GeoGebra Tablet Apps*. Con ellas, *GeoGebra* se convertía en una herramienta aún más accesible. Desde la aparición de su primera versión hasta ahora, se ha recorrido un largo camino, gracias, en particular, a que es un software libre y a su disponibilidad para distintos sistemas operativos. Esas circunstancias, junto con su amigabilidad en el uso, la han convertido en un recurso imprescindible en el aprendizaje de las matemáticas.



La calculadora científica como recurso didáctico en el aula

Abel Martín y Daniel Vila, CASIO

Es indigno de personas excelentes perder horas, a la manera de esclavo, en hacer cálculos. Leibniz. Con esta cita, un tanto devastadora según sus palabras, dio comienzo la intervención de los ponentes. Tras una breve reflexión acerca de la frase del insigne matemático, siguieron otras acerca de la dificultad que hay en las aulas para que las calculadoras científicas se conviertan en un verdadero recurso didáctico y no un mero instrumento de cálculo. Se recordaron algunas de las publicaciones, unas a punto de cumplir quince años y otras con más, que tenían como objetivo dar las pautas oportunas sobre el uso de las calculadoras, gráficas o científicas, que las convierten en ese potente recurso, aún hoy en día infravalorado. Una vez más, instaron a los profesionales de la enseñanza a reconocer que sólo hay cierto peligro en la utilización de una calculadora si se hace sin el asesoramiento didáctico oportuno.



La exposición se centró a continuación en mostrar las potencialidades de la calculadora fx 570ES PLUS, de CASIO, recomendada por su versatilidad, precio y amplitud de prestaciones.

Todos los contenidos trabajados en este taller se hicieron marcando el componente didáctico de su uso. Algunos de esos contenidos fueron: el uso de la tecla ANS, cómo multiplicar sin saber la tabla, los modos MthIO y LineIO para mostrar la jerarquía de las operaciones, juegos de la tecla estropeada para buscar métodos alternativos a las diferentes operaciones, problemas relacionados con la vida cotidiana, distribuciones estadísticas, etc.

Para aquellas personas que estén interesadas en conocer algo más de lo mostrado en esta sesión o con un mayor detalle les remitimos a la siguiente página:

<http://www.aulamatematica.com/Calculadora.cientifica/Jornadas/SMPC2014.htm>

Para concluir, transcribimos textualmente una parte de la reseña elaborada para este taller por los ponentes del mismo.

La inclusión de estas nuevas herramientas educativas matemáticas de última generación ha supuesto un enriquecimiento en la adquisición de conceptos y en la búsqueda de métodos alternativos a los "tradicionales", posibilitando una metodología "más innovadora" que se ha traducido en unos mejores resultados académicos con respecto a los correspondientes grupos "testigo", donde no se han utilizado en ningún momento este tipo de máquinas.

Es hora de comenzar a derribar esos "muros infranqueables" que presenta la enseñanza secundaria, y no digamos la primaria, esclava de los algoritmos y del cálculo mecánico que, como profesorado, vamos transmitiendo de generación en generación, y busquemos ese objetivo fundamental que ha de ser: ¡¡ENSEÑAR A PENSAR!!

SESIÓN NÚCLEO TEMÁTICO

COMPETENCIA MATEMÁTICA EN LA SOCIEDAD

En esta sesión, a modo de mesa redonda, estuvieron invitados a participar Nuria Ayala, jefa de la Unidad Técnica de Innovación Educativa, Cantabria; Ismael Sanz, director del Instituto Nacional de Evaluación Educativa; y José Luis del Río, jefe de la Unidad Técnica de Evaluación y Acreditación, Cantabria. El moderador fue Tomás Recio, profesor de la Universidad de Cantabria. Cada uno de los intervinientes abordó una de las cuestiones candentes en el panorama educativo actual.



Nuria Ayala sustituyó al, inicialmente previsto, director general de Ordenación e Innovación Educativa del Gobierno de Cantabria, José Luis Blanco. En su participación, la señora Ayala habló de lo que se entiende por Competencias Básicas y por Competencias Clave y su repercusión en *El fomento de la Competencia Matemática*, como fue titulada su intervención; completó su exposición con la relación de los recursos vinculados a la Reforma Curricular que conlleva la LOMCE, la nueva Ley de Educación, y de los Planes de Fomento de la Competencia Matemática.

En referencia a esos Planes de Fomento, la ponente presentó el documento elaborado desde la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria. Este trabajo, de 120 páginas, se divide en tres bloques básicos, junto con el cuarto bloque, dedicado a la bibliografía. Los tres primeros bloques se titulan:

El plan. Antecedentes, objetivos y fases

La competencia matemática en los ámbitos de la vida del centro

El proyecto de mejora educativa en el centro

y a lo largo de los mismos se desgranar cuantos aspectos pueden incidir de manera directa o indirecta en la formación matemática de un individuo.

En el primer bloque, entre otras cuestiones, se da una justificación del Plan, ligada a las evaluaciones externas (TIMSS, PISA, TALIS o de Diagnóstico), protagonistas asimismo de alguna de las sesiones de estas Jornadas. El segundo bloque se centra en el análisis de la competencia matemática, indicando tanto sus dimensiones, como los ámbitos de aplicación. Por último, en el tercero de los bloques, se explica cómo, a partir del concepto de eje temático, se elaboran los Proyectos de Mejora en los centros.

Los estudios PISA y PIAAC: una evolución comparada fue el título dado a la participación de Ismael Sanz. En ella se nos recordó que ambos son programas de evaluación a nivel internacional, con la diferencia de que en el primero las personas evaluadas son estudiantes de 15 años y en el segundo son personas de entre 16 y 65 años, es decir, que podrían incorporarse o están ya en el mundo laboral. En ambos casos se evalúan competencias clave, entre las que se halla la competencia matemática, pero, como cabe esperar, cada programa goza de ciertas peculiaridades. Por un lado, en PISA se evalúa el conocimiento adquirido tanto en el ámbito escolar como el logrado por otras vías menos formales, como puede ser en el medio familiar y social. En PIAAC, los aspectos evaluados tienen que ver con aptitudes cognitivas y competencias profesionales, que son componentes básicos para poder afrontar con cierto éxito el desempeño de una profesión.

Los programas PISA y PIAAC difieren también en el número de ediciones. De ambos se llevó a cabo una en 2012, pero mientras para PIAAC suponía la primera de sus ediciones, para PISA era la quinta, una cada tres años desde el año 2000. Sin embargo, esta situación sí permite hacer cierta comparación entre los resultados, puesto que, por ejemplo, un adulto de 27 años que haya sido evaluado por PIAAC en el 2012 fue evaluado por PISA en el 2000. De esta manera, se puede realizar un análisis de la evolución sufrida por los participantes en el programa PIAAC, teniendo como referencia sus puntuaciones en las pruebas PISA de las que hubiese formado parte. La capacidad de poder comparar los resultados deparados por ambos programas permite dar una perspectiva general acerca del grado de bondad del sistema educativo y de la formación recibida.

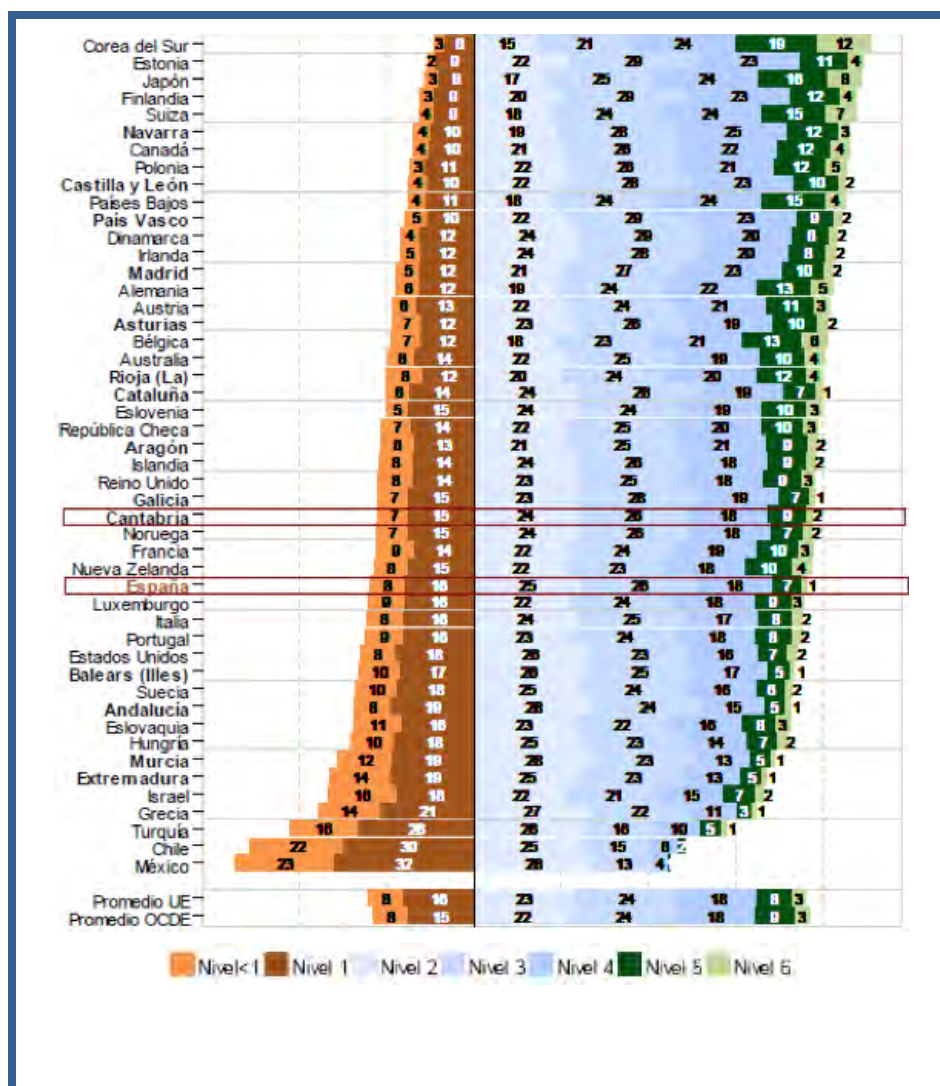


Bajo el escueto título de *PISA*, José Luis del Río hizo, por un lado, una valoración del informe de la edición PISA 2012 y, por otro, realizó un somero repaso de las interpretaciones del mismo dadas por algunos analistas.

En su intervención, el ponente puso de relevancia las notables diferencias entre una y otras, debido, según su parecer, a que los articulistas apoyan sus conclusiones fundamentalmente en el índice de estatus social, económico y cultural. Partiendo de este hecho, y puesto que la escuela no tiene la capacidad inmediata para cambiar el perfil socioeconómico y cultural de las familias de los estudiantes, parece inmediata la veracidad de las conclusiones de los analistas de los que discrepa el señor del Río. Según los primeros, los resultados siguen siendo los no deseables porque son producto no sólo del aprendizaje producido en la escuela, sino de factores ligados al ámbito social y familiar y esta parte no se ve afectada de cambios profundos y, si se producen, no son en el sentido deseado. Por su parte, el ponente hace una lectura más optimista de

la situación. Según sus palabras, si el informe PISA sólo reflejara los resultados de los estudiantes que con 15 años cursan 4º de ESO, la situación sería bien distinta. De esa manera, sólo se estaría valorando a estudiantes que tienen el ritmo escolar previsto en el sistema educativo y no como sucede ahora, donde un 33% de los chicos que realizan las pruebas PISA son chicos que con 15

años cursan estudios de nivel inferior a 4º de ESO, circunstancia que en otros países de la OCDE no alcanza el mismo rango. El señor del Río traslada así el problema al fracaso escolar, planteando la necesidad de analizar las causas del alto porcentaje de estudiantes que repiten algún curso a lo largo de la enseñanza obligatoria.



Pisa 2012 – Informe español.
Imagen tomada del documento del Plan de Fomento de la Competencia Matemática.
Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria.

Una interpretación en la línea que sugiere José Luis del Río permite ser más optimistas sobre la preparación matemática de nuestros alumnos. Dejamos al lector que, frente a los datos de la tabla, tome su propia postura, ¿será la del optimista sin más, o la del optimista bien informado, como dicen algunos bienhumorados?

Para acabar este apartado ofrecemos al lector algunas direcciones donde puede encontrar documentos que abordan los aspectos generales de los temas aquí tratados.

<http://www.educantabria.es/docs/anunciosyconvocatorias/marzoabrilmayo2013/FormularAplicarInterpretar.pdf>

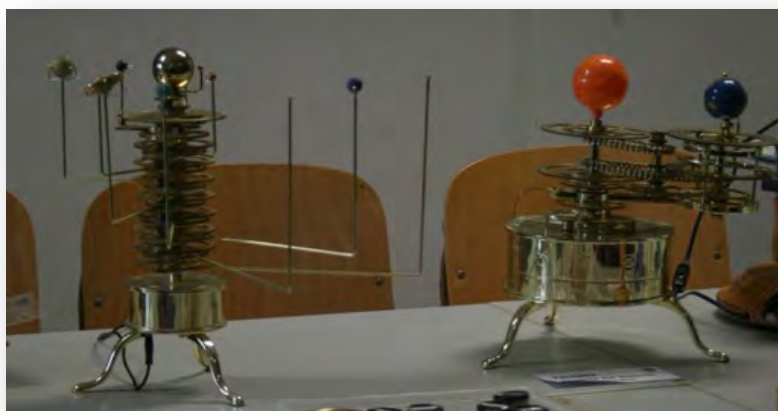
<http://www.mecd.gob.es/inee/estudios/piaac.html>

<http://www.oecd.org/piaac-es/>

<http://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>

EXPOSICIÓN SOBRE ASTRONOMÍA

Como se ha podido ver al inicio de esta sección, la conferencia inaugural de las Jornadas llevó por título *El misterio de la Tierra Paralela* y fue impartida por Neila Campos González, profesora de la Universidad de Cantabria. Ella y otros miembros de la Agrupación Astronómica Cántabra, junto con los responsables de la puesta en marcha de las Jornadas, tuvieron la gentileza de organizar, de manera simultánea a los talleres, una exposición con diferentes instrumentos relacionados con la astronomía, algunas maquetas y fotografías realizadas por astrónomos aficionados. En dicha exposición pudieron verse distintos telescopios destinados a la observación nocturna y solar. Los miembros de la Agrupación Astronómica Cántabra ofrecieron a los visitantes detalles sobre todo ello.



XVII AÑOS DE LA SMPC

Ángela Núñez Castaín
IES Alberto Pico, SANTANDER

Como se ha comentado en la reseña de las Sextas Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria, el acto de apertura de las mismas incluyó un evento conmemorativo del veinticinco aniversario de la Federación Española de Sociedad de Profesores de Matemáticas (FESPM) y otro del décimo séptimo aniversario de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC). En esas líneas también anunciábamos al lector la posibilidad de conocer la intervención completa de Ángela Núñez Castaín en dicho acto que, en calidad de primera presidenta de la SMPC, hizo un recorrido por toda su trayectoria. A continuación transcribimos sus palabras, de las que se han omitido, como cabe esperar, las de saludo al inicio de la intervención y las de agradecimiento al final, así como los giros propios de una exposición oral, como fue en su día. El texto está acompañado de las imágenes que se fueron pasando a lo largo de ese paseo por la historia de la SMPC.

Gonzalo Sánchez Vázquez fundó la Sociedad Andaluza de Educación Matemática *Thales* y fue quien, junto con Luis Balbuena Castellano, fundador de la Sociedad *Isaac Newton* de Profesores de Matemáticas de Canarias, crearan la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM).

Pues bien, Gonzalo fue la persona “culpable” de que se creara nuestra Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC). Fue profesor mío en la Universidad de Sevilla y fue el que me animó a formar la Sociedad.

Nos acompañaron en el acto oficial de constitución de la SMPC Miguel de Guzmán Ozámiz y Antonio Aranda Plata, dos personas de gran prestigio dentro del mundo de la educación matemática. Y la primera conferencia que organizamos la dictó el profesor y genial conferenciante Claudi Alsina Catalá, con el título “*La matemática hermosa se enseña con el corazón*”.



Gonzalo Sánchez y Luis Balbuena



Miguel de Guzmán



Antonio Aranda



Claudi Alsina

Y así empezó todo. Desde entonces, la SMPC ha organizado y organiza multitud de actividades, tanto para profesores como para alumnos.

El hecho de haber sido la primera Presidenta de la SMPC es lo que ha determinado que me propusieran dirigir estas palabras de recuerdos y conmemoración de nuestra Sociedad. Aunque eso no quiere decir que fuera únicamente responsabilidad mía el inicio de esta gratificante aventura.

Tengo que citar aquí algunas de las personas que me acompañaron en aquellos momentos de abril de 1996, y también de años siguientes, y que juntas quisimos, y logramos, poner en marcha la SMPC, con el fin de colaborar en la mejora de la enseñanza de las matemáticas. Y estas personas son:

Ángel García Santiago, Claudia Lázaro del Pozo, Begoña Martínez Barreda, Amador Álvarez del LLano, Luis Sánchez García, Elisa Abad Palazuelos, José Antonio Álvarez, Sara María Alonso, José Antonio Cordón Muñoz, María Ángeles Estevan Más, Rosa Fernández Merayo, Charo Iturralde García-Diego, Pilar Marcos Cembreros, Segundo Polanco Lequerica, Tomás Recio Muñiz, Emilio Rodríguez Ruiz, Luis Ruiz Granda, Pilar San Emeterio Herrera, Jesús Serna Gutiérrez, Paz Valle López-Dóriga, Teresa Varela Ancochea, Cecilia Valero Revenga, José Antonio Cagigas Rodríguez, Isabel Gómez Velarde, María José Fuente Somavilla, Ezequiel Martínez Rosales.



Noticia de prensa de la presentación de la SMPC, donde aparecen Claudia Lázaro y Begoña Martínez.

Dentro de las actividades que viene organizando la SMPC citaré, en primer lugar, la Olimpiada Matemática para Estudiantes de 2º de ESO, de la que en este año se celebra la décimo octava edición. Todos los años participan del orden de 100 alumnos que provienen en su mayoría de Centros Educativos de Santander, aunque también los hay del resto de la provincia.



Fase Local de la Olimpiada Matemática del año 1999.



Ángel García, Begoña Martínez, Amador Álvarez, Pilar Marcos y Tere González en la Olimpiada de 1999.

Como hecho extraordinario, en el año 2001 conseguimos organizar la Fase Nacional de la Olimpiada en su duodécima edición. Fue una experiencia extraordinaria.

La primera actuación fue concienciar a la población de Cantabria del acontecimiento. Para ello, realizamos seis exposiciones matemáticas en distintos puntos de la región. Concretamente hicimos las exposiciones:

1. *Geometría mudéjar en Aragón*, cedida por la Sociedad Aragonesa *Pedro Sánchez Ciruelo*. Expuesta en la sede de la ONCE en Santander y en el Castillo de San Vicente de la Barquera.
2. *Instrumentos y unidades de medidas tradicionales en Extremadura*, cedida por la Sociedad Extremeña *Ventura Reyes Prosper*. Estuvo expuesta en la Casa de Cultura de Torrelavega.
3. *Sellos matemáticos*, cedida por la Sociedad Andaluza de Educación Matemática *Thales* (Jerez). Expuesta en Los Corrales de Buelna y en la Escuela de Marina Civil de la Universidad de Cantabria en Santander.

4. *Grabados de Escher* de la Sociedad de Educación Matemática de la Comunidad Valenciana *Al-Kwarizmi*. Expuesta en el Centro de Profesores y Recursos de Torrelavega.
5. *Chistes matemáticos*, cedida por la Sociedad Andaluza de Educación Matemática *Thales* (Granada). Expuesta en el Instituto La Albericia de Santander.
6. *Fotografía matemática* de la Asociación Pedagógica *Fotografía y Matemáticas* de Granada. Expuesta en el Instituto Santa Clara de Santander.

Durante la Olimpiada se realizaron las clásicas pruebas escritas, celebradas en el Centro de Profesores y Recursos de Viérnoles. También en Viérnoles se alojaron tanto los alumnos asistentes como los profesores acompañantes, que vinieron de todo el territorio español. Se celebraron dos conferencias y las pruebas por equipos se efectuaron en el recinto de la Magdalena. Y, por supuesto, tuvieron lugar actividades lúdicas, como la asistencia a la Verbena de San Juan de Los Corrales, una comida en la Caldas, invitados por el Ayuntamiento de Los Corrales, otra comida en San Vicente de la Barquera, invitados por su Ayuntamiento, visitas a Santillana del Mar y al Parque de Cabárceno, subida al teleférico de Fuente Dé y posterior senderismo por los Picos de Europa, etc.

Para los ganadores de la Olimpiada, y me refiero ahora, no sólo a la Fase Nacional, sino también a la Fase Local, es muy emocionante la entrega de premios y, sobre todo, la asistencia a la Fase Nacional junto con estudiantes del resto del país. La verdad es que es una experiencia muy enriquecedora, conocen y se tratan con alumnos de su misma edad y, sobre todo, con intereses similares respecto a los estudios.



Elisa Abad, Teresa Varela y Ángel García en la Península de la Magdalena durante la prueba por equipos de la Fase Nacional de la XII Olimpiada Matemática.



Entrega de premios de la XII Olimpiada Matemática. Los alumnos ganadores procedían de Andalucía, Castilla León, Extremadura, La Rioja y Marruecos.

Juntamente con la celebración de la Olimpiada Matemática se convocan cada año los concursos de *Fotografía Matemática* y de *Carteles Anunciadores de la Olimpiada*, en los cuales hay también bastante participación.

EL DIARIO MONTAÑÉS MIÉRCOLES, 16 DE MAYO DE 2001 CANTABRIA 7

Seis exposiciones completarán la XII Olimpiada de Matemáticas

El concurso, de ámbito nacional, se celebrará en Santander

MARIANA CORES SANTANDER
Con motivo de la XII Olimpiada Matemática Nacional que se va a celebrar en Santander del 22 y al 27 de junio, José Antonio Cagigas, consejero de Cultura y Deportes, junto a Ángela Núñez Castaín, presidenta de la Asociación de Profesores de Matemáticas de Cantabria, presentaron ayer la primera de las seis exposiciones relacionadas con el mundo de las matemáticas, titulada «Geometría mudéjar en Aragón».

En la sala de exposiciones de la ONCE se mostrarán durante este mes 44 fotografías que son un reflejo fiel de las imágenes detalladas de los monumentos más representativos del mudéjar en Aragón, junto a una serie de planos para que los estudiantes puedan entender mejor la geometría. En el mes de junio esta exposición se trasladará al Castillo de San Vicente de la Barquera.

Dicha exposición forma parte de otras cinco realizadas por distintas asociaciones de matemáticas de otras comunidades autónomas que se mostrarán al público, además de en Santander, en otros puntos de la región.

José Antonio Cagigas quiso resaltar la importancia de las matemáticas en nuestra sociedad: «con las exposiciones, desde la consejería, queremos acercar esta ciencia a todo el público. Hay que hacer un esfuerzo y sacar las matemáticas de determinados círculos para que todos las puedan disfrutar». También aseguró que el mundo de la ciencia «no se puede separar del mundo artístico».

Por su parte, Ángela Núñez explicó que «aunque esta olimpiada es la duodécima que se celebra en España, este año va a ser la primera vez que se desarrolle en Cantabria. En ella van a participar 52 alumnos de segundo de ESO procedentes de casi todas las comunidades autónomas. El objetivo de esta celebración es hacer más atractivas las matemáticas y tratar de sensibilizar a la población sobre lo importante que es mejorar los conocimientos en dicha materia».

José Antonio Cagigas junto a Ángela Núñez, en la exposición.

Anuncio de prensa de las exposiciones celebradas con motivo de la Olimpiada Matemática Nacional en Cantabria.

Y en medio de todo esto se creó el Boletín Informativo de la SMPC que, con período anual, publica diversos artículos y nos informa de las actividades de la Sociedad. Primero fue Amador Álvarez del Llano el que lo dirigió. Después fueron Claudia Lázaro del Pozo y Segundo Polanco Lequerica. Y ahora son María José Fuente Somavilla y Cecilia Valero Revenga las personas que hacen posible que salga a la luz.

Y respecto a la presidencia de la Sociedad, después de mí, la han presidido, sucesivamente, Claudia Lázaro del Pozo, Begoña Martínez Barreda, María José González López, María José Señas Pariente y, en estos momentos, Carmen Espeso Ortiz.

La responsable de la puesta en marcha de las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas, que se celebran cada dos años, fue Begoña Martínez Barreda. En las Primeras Jornadas Begoña contó con la colaboración de Rosa Fernández, Charo Iturralde, Pilar Marcos y Paz Valle.



Charo Iturralde, Rosa Fernández, Pilar Marcos y Paz Valle.
Primeras Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria, 2004.

Otra actividad a nivel nacional, y creada por Miguel de Guzmán, pero que está ya muy enraizada en Cantabria es Estalmat; tiene como objetivo detectar, orientar y estimular de manera continuada, a lo largo de dos cursos, el talento matemático excepcional de estudiantes de 12-13 años. La Comisión de Organización de Estalmat-Cantabria la forman actualmente María José Señas Pariente, Daniel Sadornil Renedo, Fernando Etayo Gordejuela, Mario Fioravanti Villanueva y Elena Álvarez Saiz.

Los cursos de formación de profesores también han sido una actividad muy interesante. Por ejemplo, recuerdo ahora un curso titulado "*Matemáticas y diversidad*", impartido por Antonio Pérez Sanz, de Madrid, que mañana dará la conferencia de clausura de estas Jornadas. Otro del proyecto "*Construir las Matemáticas*" que dio Rafael Pérez Gómez, de Granada. Una mesa redonda sobre "*El uso de la calculadora en la selectividad*", en la que intervino José Luis Álvarez García, de Asturias. Cursos del proyecto *Descartes* y, últimamente, de *GeoGebra*. Y muchísimos más que no tengo en mi memoria.

Además, gracias a que nuestra Sociedad pertenece a la FESPM, tenemos acceso a otras muchas actividades, tales como las Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM), la revista SUMA⁺, los Seminarios, la Olimpiada Matemática Nacional, la Escuela Miguel de Guzmán, etc.

Con todo esto y mucho más, que seguramente se me escapa, de lo que sí estoy segura es de una cosa. La existencia de nuestra Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria ha marcado en mí un antes y un después. Ha influido en mi vida profesional muy positivamente. Para mí el enseñar matemáticas ha sido un auténtico placer. Siempre he estado innovando y aplicando métodos que hicieran que mis alumnos también disfrutaran y aprendieran con verdadero entusiasmo. Y todo eso ha sido gracias a establecer contacto con muchas personas que tenían los mismos intereses que yo, personas que me daban ideas, que me aportaban conocimientos muy útiles y eficaces. Voy a nombrar algunos de ellos de nuestra Federación, que sin ellos mi vida profesional habría sido completamente distinta: Luis Balbuena Castellano, de Canarias, Claudi Alsina Catalá, de Cataluña, Rafael Pérez Gómez, de Andalucía, Antonio Pérez Sanz, de Madrid, José Luis Álvarez García, de Asturias, Enma Castelnuovo, de Italia, Pepe Muñoz Santonja, de Andalucía, Tomás Recio Muñiz, de Cantabria. Como veis, de muy distintos lugares.

Y finalmente, todas esas ventajas, esos conocimientos, esa influencia positiva, ¿gracias a qué?

A haber existido la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria.

A los más jóvenes que aún no sois socios, de verdad os digo que compensa, que enriquece. Os animo a que os asociéis.

XXV ANIVERSARIO DE LA FESPM

Claudia Lázaro del Pozo
IES Santa Clara, SANTANDER

Una parte del acto de inauguración de las Sextas Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria incluía, como ya se ha comentado en la reseña de las mismas, un homenaje a la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM), que había celebrado su XXV aniversario a finales de 2013. En esta sección transcribimos la intervención de Claudia Lázaro del Pozo que, en calidad de Tesorera y Secretaria de Relaciones Internacionales de la FESPM, fue la persona encargada de dirigirse a los asistentes. En su intervención Claudia Lázaro destacó, haciendo uso de su propia vivencia, el interés de pertenecer a estas instituciones, tanto desde una vertiente profesional como desde un punto de vista personal.

Antes de transcribir los párrafos pronunciados en el acto de apertura de las Sextas Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria, voy a reproducir las líneas que, a modo de resumen, describían la finalidad de esa parte del acto, en la que se ofreció una semblanza de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) y de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC).

El 16 de noviembre de 2013 la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) celebró su XXV aniversario con un acto conmemorativo que tuvo lugar en el Parlamento de Sevilla.

Uno de los momentos más emocionantes de la celebración fue la lectura por parte de todos los asistentes de la *Promesa Pitagórica*, que recoge de manera excelente el espíritu de la Federación. Esta proclamación fue conducida por Rafael Pérez, profesor de la Universidad de Granada y primer director de la revista *Suma*, quien durante la celebración del XXV aniversario impartió una brillante conferencia con ese título.



Acto conmemorativo del XXV aniversario de la FESPM, Sevilla 2013

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) es una de las veintiuna Sociedades integrantes de la FESPM. Nació en 1996 y en abril de ese año contamos con el inestimable apadrinamiento de Antonio Aranda y de Miguel de Guzmán, quienes participaron en Santander en el acto de inauguración. Desde entonces hemos seguido embarcados con ilusión en esta andadura de trabajar por la educación matemática, organizando diferentes actividades para alumnos y profesores de Cantabria de todos los niveles educativos.

En este espacio de las VI Jornadas de la Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria, trataremos de difundir brevemente lo que tanto la SMPC como la FESPM nos aportan profesionalmente, con el fin de animar a más profesores a que compartan con nosotros esta apasionante aventura.

Los párrafos escritos a continuación constituyen, ahora ya sí, mi intervención en la inauguración de las VI ^{FE}J_C, en los que he mantenido el estilo original, propio de una exposición oral. Se podrá comprobar que están redactados desde mi experiencia personal como miembro de la FESPM; si en su momento evité hacer un recorrido exhaustivo por la historia de la FESPM fue porque los destinatarios de mis palabras ya disponían de otros documentos, algunos de ellos publicados a raíz del XXV aniversario de la Federación, donde acceder a esa información. Añadir que a lo largo del texto se han intercalado imágenes de algunos de los eventos a los que he tenido la dicha de asistir.



VI JEMC, Santander 2014

Después del excelente y completo recorrido histórico que nos ha presentado Ángela Núñez sobre la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) y la correspondiente vinculación con la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM), mi intención es resaltar la importancia de pertenecer a estas instituciones, tanto desde una vertiente profesional como desde un punto de vista personal.

A lo largo de estos años he tenido un papel doblemente activo en la SMPC, desde su fundación, y también en la FESPM, en la que formo parte de su Comisión Ejecutiva. En la SMPC comencé como secretaria, luego fui presidenta y volví a retomar la secretaría durante la segunda presidencia de Ángela. Hace ya tiempo que no pertenezco a su Junta Directiva; si bien, colaboro y disfruto con algunas de sus actividades y, principalmente, me he volcado en la organización de las cuatro últimas ediciones de las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria (JEMC). En cuanto a la FESPM, me integré en su Ejecutiva como tesorera en el año 2000 y, en la actualidad, ocupo también la Secretaría de Relaciones Internacionales.

En cuanto a la vertiente profesional, en el momento de escribir estas líneas estoy a punto de comenzar el año vigésimo cuarto de experiencia docente, y de los veintitrés años completados, dieciocho han estado fuertemente ligados a la SMPC y a la FESPM.

Ya desde la fundación de la SMPC la relación con otros compañeros de Sociedades de otros lugares y con figuras de la talla de Miguel de Guzmán, Luis Balbuena, Antonio Pérez Sanz o José Luis Álvarez, entre muchos otros, supuso una provechosa ayuda para la organización de actividades de formación de profesorado en la Asesoría de Matemáticas de la que me hacía cargo en aquella época en el Centro de Profesores y Recursos (CPR) de Torrelavega. No dispongo ni de espacio ni de tiempo suficiente para plasmar todas las actuaciones y actividades al servicio de la educación matemática, en las que he tenido la fortuna de participar: Olimpiadas Matemáticas, Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas, Día Escolar de las Matemáticas, Boletín de la SMPC, revista Suma de la FESPM, seminarios en el Centro Internacional de Encuentros Matemáticos (CIEM), de Castro Urdiales, etc.



XIV JAEM, Girona 2009



XIV Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO, Santander 2010

Una vez incorporada al aula, he utilizado en numerosas ocasiones los vídeos de las series *Más por menos* y *Universo Matemático*, de Antonio Pérez, y, ¡cómo no!, he aprovechado diferentes aplicaciones de *GeoGebra*. En este sentido, me he beneficiado de la formación que, en numerosas ocasiones, Tomás Recio, gran impulsor de la geometría dinámica, nos ha facilitado. Especialmente interesantes y gratos han sido algunos cursos al respecto, celebrados en el CIEM. Para finalizar con el recorrido profesional, destacaría que a través de la Federación he estrechado relaciones con el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE), lo que, por supuesto, también repercute positivamente en mi trabajo actual en la Unidad Técnica de Evaluación y Acreditación de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria. Por último, he de decir que tanto la SMPC como la FESPM me aportan ventajosas fuentes de información para preparar clases del Máster de Formación de Profesorado de Secundaria.



Seminario Federal CIEM,
Castro Urdiales, 2013

Obviamente, no pretendo monopolizar la importancia ni la influencia de las Sociedades de Profesores en mi bagaje como docente, pero sí me parece de justicia destacar su relevancia y señalar que he encontrado en estos organismos algo complementario a lo que me ofrecen otras instituciones y organizaciones. En cualquier caso, este reconocimiento a las aportaciones profesionales no es óbice para ser consciente de que tanto en la SMPC como en la FESPM debemos plantearnos mejoras que no deberíamos dejar de lado. Por señalar alguna, citaría la atención a la Educación Infantil y la Educación Primaria. A pesar de que tratamos de tener presentes estas etapas educativas en el planteamiento de nuestras actividades, quizás por la falta de socios de maestros de Infantil y de Primaria, no siempre resulta sencillo presentar una oferta atractiva y adecuada para esos niveles.



XIV JAEM, Girona 2009

En cuanto al aspecto personal, puedo asegurar que la participación activa en el binomio Sociedad-Federación ha rebasado las relaciones meramente profesionales con otros muchos "militantes", tanto de Cantabria como de las otras veinte Sociedades de Profesores de Matemáticas que actualmente integran la Federación. Creo firmemente que los afectos extendidos a través de la red federal me ayudan a procurar ser mejor profesora de matemáticas y también a intentar ser mejor ciudadana, mejor amiga, mejor madre,... ; en resumen, mejor persona.



V Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º ESO, Santander 2001



Olimpiada Matemática Nacional para estudiantes de 2º de ESO, Cataluña 2000



XV JAEM, Gijón 2011

Quiero terminar apuntando un aspecto en el que confluyen ambas vertientes (profesional y personal) que he tratado de exponer. Toda esta labor de casi dos décadas de SMPC en la que tantos socios y colaboradores han participado con sus diversas contribuciones, podría correr el riesgo de decaer o, incluso de extinguirse, si las Sociedades de Profesores no se renuevan, si no acogen a nuevos profesores jóvenes y les facilitan su integración, dándoles la posibilidad de asumir responsabilidad y aportar aires frescos, seguramente más cercanos a un enfoque competencial de las matemáticas. En este sentido, resulta altamente satisfactorio contar con nuevas incorporaciones, como la de Sara García, pilar fundamental en la organización de las últimas JEMC y actual responsable de la participación de la SMPC en redes sociales, como *Facebook* y *Twitter*. Al mismo tiempo que las aportaciones de profesores noveles nos renuevan a los más veteranos, espero que ellos también se puedan aprovechar del valor de la experiencia. Por ello, concluyo con el deseo de que nuevos socios se incorporen a la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria.

¡Todos podemos aportar y recibir!

¡Todos podemos apoyarnos a crecer profesional y personalmente!

MATEMÁTICAS EN ACCIÓN

Como en ocasiones anteriores, el Boletín de la SMPC se hace eco, una vez más, del ciclo de talleres *Matemáticas en Acción*, que durante el curso 2013/14 ha celebrado su décimo aniversario. El Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación (MATESCO) de la Universidad de Cantabria (UC) es el organizador de estos talleres y los profesores Fernando Etayo Gordejuela y Luis Alberto Fernández Fernández sus principales responsables. El objetivo de los talleres es divulgar el contenido matemático existente tanto en otras disciplinas científicas como en las actividades de nuestro día a día más cercano. Dirigidos tanto a alumnos de la Universidad de Cantabria como a profesores de Educación Secundaria, *Matemáticas en Acción* se ha convertido en la cita ineludible de los miércoles alternos a lo largo del curso, a la que también se unen personas que simplemente tienen interés por las matemáticas. Desde aquí queremos felicitar a Fernando y a Luis Alberto por el éxito de los talleres, así como por su buen trabajo y acierto a la hora de elegir y convencer a los profesores participantes de cada edición.

A continuación vamos a exponer brevemente el contenido de las diez charlas que han compuesto esta décima edición el ciclo de talleres *Matemáticas en Acción*. De este modo mostraremos la diversidad de ponentes que han participado y una idea de las temáticas que se han tratado.



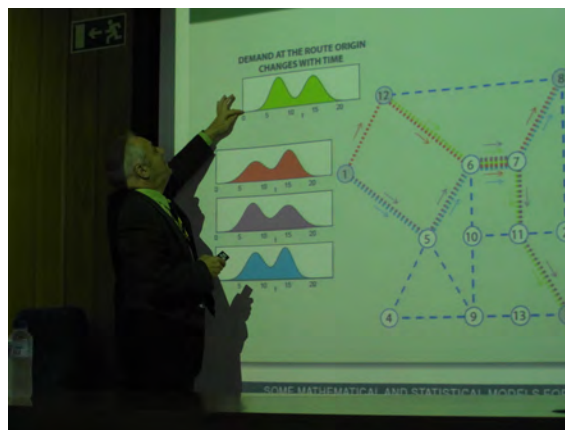
El año 2013 fue el “Año Internacional de la Estadística” y *Matemáticas en Acción* lo celebró dedicando dos talleres del ciclo a la estadística. El primero, que además sirvió como taller inaugural, fue el titulado **Problemas complejos con soluciones estadísticas simples** cuyo responsable fue Juan Antonio Cuesta, del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación de la Universidad de Cantabria.

En este taller el profesor Cuesta utilizó herramientas estadísticas muy elementales para mostrar la solución de problemas que van desde por qué Bush no debió haber sido el presidente de EE.UU. hasta comprender la llamada “contabilidad de Bárcenas”, pasando por casos de fraude o por la estimación de los recursos de ejército alemán durante la Segunda Guerra Mundial.



¿Por qué Bush no debió ganar las elecciones?

El segundo taller, también dedicado a conmemorar el “Año Internacional de la Estadística”, fue conducido por el profesor Enrique Castillo Ron, del Departamento de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación de la Universidad de Cantabria. Su título fue **Modelos matemático-estadísticos para la predicción del tráfico** y el profesor Castillo lo dividió en dos partes: en la primera, mediante un modelo bayesiano, estudió los flujos de tráfico origen-destino en los arcos y en las subrutinas correspondientes a un periodo de tiempo, por ejemplo diariamente. En la segunda, mostró cómo puede conocerse la evolución de los flujos durante dicho periodo de tiempo y presentó una red bayesiana que predice el tráfico en cualquier instante y punto de la red a partir de los datos de tráfico hasta un momento dado.

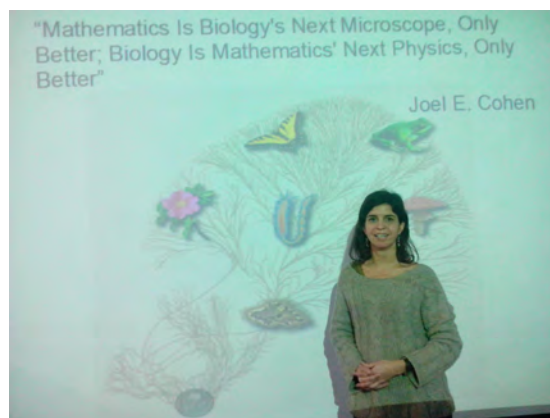


El profesor Castillo Ron en un momento de su charla.

Las matemáticas de las olas, gotas y torbellinos fue el título que eligió Diego Córdoba Gazolaz, del Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT), para su taller. Con una temática distinta de los dos primeros talleres, el profesor Córdoba hizo un viaje a través del tiempo (desde el siglo XVII con el trabajo de Isaac Newton hasta el siglo XIX cuando Navier y Stokes introdujeron el término de viscosidad y llegaron a las ecuaciones que hoy denominamos de “Navier-Stokes”) para explicarnos cómo las matemáticas desempeñan un papel crucial para entender la dinámica de las olas, gotas y torbellinos.

Peregrina Quintela Estévez, profesora del Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad de Santiago de Compostela, fue la encargada de conducir el taller titulado **¿Dónde están las matemáticas de la industria?** Desde él intentó cambiar tres opiniones muy extendidas sobre las matemáticas: que son una ciencia abstracta, que es muy difícil entender para qué sirven, y que no tienen una aplicación directa al mundo real. Para ello comenzó haciendo un repaso histórico en el que mostraba cómo los matemáticos no sólo han hecho matemáticas en sentido abstracto sino que han hecho matemáticas mientras resolvían los problemas del mundo real que les iban surgiendo. Después explicó al auditorio la existencia de una simbiosis entre las matemáticas y otras ciencias que hace que las primeras “sean invisibles”. Por ejemplo, muchas personas saben que la comunicación mediante teléfonos móviles se basa en ondas, pero no saben que las ondas están definidas mediante series de Fourier. Además, la profesora Quintela aprovechó el taller para mostrar cuáles son los objetivos de la Red Española Matemática - Industria: por un lado, potenciar las relaciones estratégicas entre los grupos de investigación españoles y la industria y, por otro, incrementar la presencia de los métodos y técnicas matemáticas en el sector productivo. Por último, hizo un recorrido sobre varios sectores industriales mostrando ejemplos sencillos de aplicación de las matemáticas en cada sector.

Desde el Departamento de Matemática Aplicada I, de la Universidad Politécnica de Cataluña, vino Marta Casanellas Rius a presentar el taller titulado **Las matemáticas de la evolución de las especies**. Según Darwin “Todas las especies de la Tierra provienen de un ancestro común” y la profesora Casanellas mostró las matemáticas que existen tras algunas de las técnicas empleadas para construir árboles filogenéticos, que son los que muestran el proceso evolutivo que ha dado lugar a cada especie desde su ancestro.



La profesora Casanellas posando tras finalizar la charla.

El taller que cerró el ciclo de talleres fue el titulado **Santander, mirar y ver... matemáticas, arquitectura e historia**. Este taller lleva el título del libro del que son autores los profesores que lo llevaron a cabo: Elisa Abad Palazuelos, Departamento de Matemáticas del IES Nuestra Señora de los Remedios (Guarnizo), Belén Barandica Romo, Departamento de Dibujo del IES Muriedas (Camargo), María José Fuente Somavilla, Departamento de Matemáticas del IES Augusto González Linares (Peñacastillo-Santander), María Isabel Gómez Velarde, Departamento de Matemáticas del IES Marqués de Santillana (Torrelavega), Ezequiel Martínez Rosales, Departamento de Matemáticas del IES Ricardo Bernardo (Solares) y Ángela Núñez Castaín, Departamento de Matemáticas del IES Alberto Pico (Santander). Estos profesores mostraron cómo ver la ciudad de Santander desde un punto de vista matemático y nos hicieron observar tanto la geometría de la arquitectura de los edificios y monumentos como la historia o las anécdotas de los mismos. Además, nos enseñaron cómo la fotografía, el software *GeoGebra*, los applets *Descartes* y la tecnología *Flash* se pueden poner a nuestro servicio de un modo integrado para hacer estudios matemáticos.



Los autores del libro "Santander, mirar y ver... matemáticas, arquitectura e historia" posan al finalizar su charla.

Los otros cuatro talleres que completaron esta edición del ciclo *Matemáticas en Acción* fueron los siguientes:

Física cuántica: la tecnología del futuro, de David Pérez García, del Departamento de Análisis Matemático de la Universidad Complutense de Madrid.



El profesor Pérez posando al final de su charla.

La naturaleza está escrita en lenguaje matemático, de Marian Ros Lasierra, del Instituto de Biomedicina y Biotecnología de Cantabria (IBBTEC).

Simulación de materiales en la edad del silicio. Cómo SIESTA puede ayudarnos, de Javier Junquera Quintana, del Departamento de Ciencias de la Tierra y Física de la Materia Condensada de la Universidad de Cantabria.

Criptografía: la ciencia de los secretos, de Ignacio Fernández Rua, del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Oviedo.



Asistentes al taller del profesor Fernández Rua, participando activamente.

A los profesores participantes, gracias por su trabajo y su interés por la divulgación matemática. Esperamos que los talleres hayan servido de inspiración a todos los asistentes.

Si el lector está interesado en conocer con más detalle el contenido de cualquiera de los talleres, en la página web del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación, <http://www.matesco.unican.es>, podrá encontrar el material que cada autor utilizó en su exposición y que tan gentilmente pone a disposición de quien quiera estudiarlo.

Como en boletines anteriores, en el actual queremos recoger la relación de objetivos generales propuestos para cada ciclo de *Matemáticas en Acción* y que, curso tras curso, como se deduce de la aceptación por parte del público asistente, se ven ampliamente cubiertos:

- Difundir el papel esencial desempeñado por las matemáticas en campos muy variados del conocimiento científico y técnico.
- Mostrar la aplicación de las matemáticas a problemas reales y enseñar cómo se construyen modelos matemáticos para estudiar un problema real.
- Completar la visión de las matemáticas ofrecidas en las enseñanzas regladas con una visión interdisciplinar.
- Servir como punto de encuentro de personas provenientes de diferentes ámbitos que utilizan las matemáticas como base o herramienta fundamental en su trabajo o estudio.

Para aquellos lectores que aún no conocen con todo detalle las condiciones para el seguimiento del ciclo *Matemáticas en Acción*, cabe indicar que está especialmente dirigido a alumnos de la propia Universidad de Cantabria y a profesores de Educación Secundaria.

La entrada es libre y gratuita, por lo que no es necesaria matrícula previa alguna.

Los alumnos de grado de la UC que asistan al menos a ocho talleres recibirán la correspondiente certificación que les permitirá obtener el reconocimiento de un crédito con cargo a participación en actividades universitarias culturales. Los alumnos de primer y segundo ciclo de la UC que asistan al menos a seis talleres recibirán la correspondiente certificación que les permitirá obtener un crédito de libre elección por curso de corta duración. Del mismo modo, los profesores de Educación Secundaria que asistan al menos a seis talleres recibirán la correspondiente certificación que les permitirá obtener un crédito de formación.

En cada sesión se efectúa un control de firmas entre aquellas personas que están interesadas en recibir certificación de asistencia.

Sesiones del ciclo de talleres divulgativos Matemáticas en Acción Curso 2014/2015	
	1. Día 15/10/14. <i>Emergencias por riesgos naturales: el deslizamiento de Sebrango de 2013</i>. Alberto González, Departamento de Ciencias de la Tierra y Física de la Materia Condensada, Universidad de Cantabria. 2. Día 29/10/14. <i>Matemáticas contra los tumores cerebrales</i>. Víctor M. Pérez, Departamento de Matemáticas, Universidad de Castilla-La Mancha. 3. Día 12/11/14. <i>Reconociendo nudos matemáticos</i>. María Teresa Lozano, Departamento de Matemáticas, Universidad de Zaragoza. 4. Día 26/11/14. <i>Rompiendo mitos con matemáticas en la ESO</i>. Pilar Sabariego, IES Vega de Toranzo, Cantabria. 5. Día 14/01/15. <i>Modelización matemática de la sincronización macroscópica</i>. Diego Pazó, Instituto de Física de Cantabria (IFCA). 6. Día 18/02/15. <i>Matemáticas para un mundo más seguro: del análisis de riesgos al análisis de riesgos adversarios</i>. David Ríos, ICMAT-CSIC y Real Academia de Ciencias. 7. Día 04/03/15. <i>De grupos de simetría al Bosón de Higgs</i>. Teresa Rodrigo, Instituto de Física de Cantabria (IFCA). 8. Día 18/03/15. <i>Matemáticas de la vida: nuevas fronteras en biología de sistemas</i>. Raúl Fernández, Instituto de Biomedicina y Biotecnología de Cantabria (IBBTEC). 9. Día 22/04/15. <i>El poder de los objetos matemáticos en el mundo actual: el operador laplaciano</i>. Juan Luis Vázquez, Departamento de Matemáticas, Universidad Autónoma de Madrid. 10. Día 06/05/15. <i>Modelado matemático en fotografía y sistemas de visión tridimensional</i>. Antonio Martos, Dogram, Oviedo.
	Todos los talleres se desarrollan en el Salón de Actos de la Facultad de Ciencias, los miércoles de 18:00 a 19:30 horas.



XV DÍA ESCOLAR DE LAS MATEMÁTICAS

El **Día Escolar de las Matemáticas (DEM)** se viene celebrando desde el año 2000, de ahí que, como reza el título de este artículo, el curso pasado se haya cumplido la edición número quince de esta actividad. En aquel momento la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) deseó instaurar un día en el que los centros educativos pudieran realizar actividades matemáticas relacionadas con un tema concreto, determinado previamente por la FESPM. Esta idea tuvo su origen en que la UNESCO declarase Año Mundial de las Matemáticas al año 2000 y la concreción de la fecha de celebrar el DEM el 12 de mayo está ligada al hecho del nacimiento del célebre y reconocido matemático Pedro Puig Adam, iniciador de la didáctica de las matemáticas en España, que hubiera cumplido 100 años el 12 de mayo de 2000.

El tema elegido para el DEM 2014 fue *Matemáticas y Computación*. Con ocasión de esta edición se inauguró un nuevo portal que va a acoger anualmente las actividades propuestas para este día:

<http://dem.fespm.es>

Por esa razón, en dicha página hay información completa acerca de las actividades pensadas para el DEM objeto de esta sección; y su creación ha conllevado que el cuadernillo en papel que venía publicándose hasta la edición anterior, haya pasado a ser un díptico en el que aparecen las líneas generales de la propuesta efectuada desde la FESPM, cuya elaboración este año ha recaído básicamente en Antonio Pérez Sanz, Francisco Maíz Jiménez y José Luis Muñoz Casado.



Díptico publicado para el XV Día Escolar de las Matemáticas.

Las actividades para el XV DEM aparecen distribuidas en secciones, las tres primeras son:

- ✧ Historia de la computación
- ✧ La computación en la educación matemática
- ✧ La computación en la investigación y desarrollo de la propia matemática

Cada una de las secciones anteriores está, a su vez, dividida en apartados.

En el caso de la *Historia de la computación* son dos tales apartados, titulados *Aparatos* y *Tuning y enigma*, respectivamente. En el primero, se habla de diferentes aparatos surgidos a lo largo de los siglos para simplificar el tedioso trabajo asociado a los cálculos y agilizarlos; aparece desde el ábaco neperiano hasta las calculadoras mecánicas del siglo XX. En el segundo, se rinde un homenaje a Turing, cuyos trabajos e ideas fueron el germen del que nacieron y se desarrollaron dos de las disciplinas más apasionantes del siglo XX: la computación y la inteligencia artificial, términos que hoy se emplean con naturalidad en los más diversos ambientes.

La computación en la educación matemática abarca tres apartados de un gran interés práctico y didáctico: *Ejemplos*, *Software para tu clase* y *Top 10*. De los dos primeros no se necesita indicar el contenido, puesto que los títulos son suficientemente explícitos; en el tercero se ofrece una relación de sitios web de contenido matemático diverso: Proyecto Gauss, DivulgaMat, ThatQuiz, Amolasmates y otros, unos más conocidos, otros menos.

En la sección que lleva por título *La computación en la investigación y desarrollo de la propia matemática* se dan ejemplos que muestran cómo ha afectado la computación a la forma de investigar e incluso a la propia idea de demostración matemática. El problema de colorear un mapa con cuatro colores y el de la búsqueda de un patrón para los números primos son esos ejemplos.

El resto de las secciones son *Concurso RSA*, *Actividades*, *Mediateca*, *Coordinación* y *Conferencia*. De esta última queremos resaltar que ofrece un enlace al vídeo de la conferencia del XV DEM. En esta ocasión, la charla estuvo a cargo de Tomás Recio Muñiz, conocido por la gran mayoría de los lectores de este Boletín pues es un profesor de renombre del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria. La conferencia llevaba por título *Mate-máquinas o Maquimáticas* y a partir de ella se pretendía hacer una reflexión sobre el tipo de matemáticas que enseñamos en los institutos.

El profesor Recio, además de un excelente investigador, es conocedor, por razones diversas, de la situación actual de las matemáticas en los distintos niveles educativos, si a ello añadimos el tema, siempre actual, y el estilo apasionado del que viste sus intervenciones, que suele acompañar de cierta controversia, la charla no cabe duda merece ser escuchada. Invitación hecha.



El profesor Recio en un momento de su intervención.

Detalle del apartado *Ejemplos*, sección *La computación en la educación matemática*, de la página <http://dem.fespm.es>

El tema elegido con motivo del XVI Día Escolar de las Matemáticas 2015 es:

MATEMÁTICAS Y JUEGOS

CULTURA Y MATEMÁTICAS

EFEMÉRIDES

Amador Álvarez del Llano
IES La Marina, SANTA CRUZ DE BEZANA

Bhaskara II, el brillante colofón de la edad de oro de la matemática india

Bhaskara II (1114 – 1185), también conocido como Bhaskaracharya (el maestro Bhaskara), fue una de las principales figuras del periodo clásico o edad de oro de las matemáticas indias. Su obra, que perduró durante centurias, le proporcionó un gran prestigio ya en vida. Así lo atestigua el hecho de que uno de sus nietos, astrónomo de la corte del rey Singahana, fundara un monasterio hacia el 1207 dedicado al estudio de sus obras y que éstas fueran copiadas y comentadas en el subcontinente indio hasta el siglo XIX. Una inscripción hallada en un templo hindú elogiaba su figura en los siguientes términos:

Triunfador es el ilustre Bhaskaracharya cuyas hazañas reverencian los sabios e instruidos. Poeta dotado de fama y merecimientos religiosos es como la cresta de un pavo real.



Bhaskara II

El maestro Bhaskara coronó una de las etapas más brillantes de la historia de las matemáticas indias, cuyo desarrollo parece que se inició dos milenios antes de nuestra era. No obstante, el curso de la historia de la antigua matemática hindú ha generado profundas controversias entre sus investigadores y, a día de hoy, resulta muy difícil establecer un relato único y coherente de su desarrollo.

La carencia de datos claros y contrastados dificulta la separación entre la información válida y las meras especulaciones e invenciones, lo que ha originado posiciones contrapuestas entre los historiadores de las matemáticas indias. Por un lado, están los que atribuyen una exagerada antigüedad a los logros de las matemáticas indias e ignoran las influencias de otras culturas sobre ellas. Postura que, a menudo, se sustenta en el chovinismo nacionalista. En frente se sitúan los historiadores que, en mayor o menor grado, participan de la llamada visión eurocéntrica de la historia de las matemáticas. Para ellos, las matemáticas nacen y se constituyen como ciencia en Grecia y, tras languidecer durante un milenio, vuelven a resurgir en Occidente cuando los renacentistas redescubren el pensamiento griego. El milagro heleno es la única fuente de la racionalidad occidental y las manifestaciones matemáticas en otras civilizaciones están bajo la influencia griega.

Hay varios factores que alimentan esta controversia; en primer lugar, la incertidumbre que reina en la cronología de los documentos que han llegado hasta nosotros y en la datación precisa de la consecución de algunos de sus principales resultados matemáticos, ya que en las etapas iniciales del desarrollo matemático hindú los conocimientos científicos se transmitieron por vía oral mucho antes de ponerse por escrito.

Un segundo factor a considerar es el hecho de que las antiguas matemáticas indias tenían un papel auxiliar o aplicado. Sus métodos se utilizaban para resolver problemas en las construcciones civiles o religiosas, en la astronomía y la astrología, etc. Por ello, los resultados matemáticos que aparecen en los tratados tienen un papel meramente instrumental y, además de carecer de referencias a datos históricos o biográficos, carecen de las correspondientes demostraciones. Esta carencia de pruebas lógicas ha llevado a muchos historiadores a considerar que las matemáticas indias no alcanzaron el estatuto de una ciencia matemática en sentido estricto.

Un tercer aspecto, sumamente controvertido, es el referido al grado de originalidad de las matemáticas indias; aspecto que tiene que ver con el estudio de las mutuas influencias con las culturas matemáticas de China, Mesopotamia y, por supuesto, de Grecia y Alejandría. En este punto, la especulación supera claramente a las evidencias, ya que son muchos los elementos pendientes de investigación. Se sabe, por ejemplo, que existieron relaciones comerciales entre Grecia y la India desde tiempos remotos y, cuando Egipto se convirtió en provincia romana, estas relaciones se incrementaron por la vía alejandrina. Es plausible que el tráfico comercial llevase aparejado también un intercambio de ideas. Está comprobado que la astronomía griega tuvo una notable influencia en la hindú, y que una parte sustancial de sus conocimientos geométricos provenía de Alejandría. En el caso del álgebra, es probable que la influencia se ejerciese en sentido contrario, así lo atestigua el hecho de que el simbolismo numérico, las operaciones aritméticas y el desarrollo algebraico alcanzasen un nivel superior en la matemática hindú. En cualquier caso, es evidente que el desarrollo de las matemáticas en ambas civilizaciones tuvo diferencias notorias; mientras las matemáticas griegas tuvieron un desarrollo independiente, en la India crecieron como herramientas auxiliares de otras disciplinas. Diferente fue también el enfoque que le dieron ambas civilizaciones; mientras la mente griega fue eminentemente geométrica, la hindú era fundamentalmente aritmética y algebraica.

También están pendientes de investigaciones más profundas las conexiones con las matemáticas de Mesopotamia y de China. En el primer caso, se sabe que las relaciones fueron muy tempranas; y en lo que concierne a China, hay evidencias de que se establecieron embajadas indias en este país a partir del siglo IV de nuestra era y que China, a su vez, envió delegaciones a la India. Sin duda, estas relaciones llevaron aparejado un importante flujo de intercambios científicos y matemáticos entre ambas civilizaciones.

El último factor a considerar, y no el menos importante, está relacionado con el lenguaje y el estilo de la mayoría de textos matemáticos indios. La lengua en que se redactaron estos textos fue generalmente el sánscrito, o alguno de sus dialectos, lengua muerta que fue base de las lenguas indoeuropeas. En cuanto al estilo, utilizaron invariablemente un lenguaje poético oscuro y místico, que buscaba la mayor brevedad en la exposición, captando la esencia de los argumentos y resultados. Con ello, trataban de favorecer su memorización, pero resultaban prácticamente ininteligibles para los no iniciados, y su interpretación ha resultado sumamente complicada para los investigadores occidentales que, en ocasiones, han llegado a conclusiones muy cuestionables.

Los primeros atisbos de manifestaciones matemáticas en el subcontinente indio surgieron a partir de las excavaciones realizadas en torno a 1921 en el valle del Indo. Estas prospecciones sacaron a la luz restos de dos importantes ciudades, Harappa y Mohenjo-Daro, fruto de los asentamientos de grupos de población procedentes de la meseta de Irán que se produjeron al inicio del tercer milenio antes de nuestra era. Esta antigua civilización, a la que se conoce como de Harappa o de Mohenjo-Daro, se extendió desde las estribaciones del Himalaya hasta la ciudad portuaria de Lothal, en el mar de Arabia.

La civilización de Harappa alcanzó su máximo esplendor entre los años 2500 a 1800 a.C. Estaba organizada en asentamientos urbanos que alcanzaron proporciones muy superiores a las ciudades egipcias o mesopotámicas. La estructura urbana de estas ciudades adoptaba una forma reticular, con las calles principales orientadas en la dirección norte-sur y estaban dotadas de sistemas de alcantarillado subterráneo, estanques públicos y, entre otros elementos arquitectónicos notables, poseían sistemas de graneros para almacenar los excedentes de sus cosechas de trigo y cebada. La sociedad Harappa era eminentemente agrícola y alcanzó un notable rendimiento en la producción de las tierras, cultivadas a orillas de los ríos Saraswati e Indo. Para ello, se aprovechaban eficazmente sus inundaciones periódicas, controlándolas mediante sistemas de diques contruidos con ladrillos.

La civilización Harappa había desarrollado una notable tecnología para cocer ladrillos, que les proporcionaba una gran solidez y permitía su uso, tanto en la construcción residencial como en la de diques. En todos los asentamientos se han encontrado este tipo de ladrillos. Aunque se han contabilizado hasta quince tamaños diferentes, en cada tamaño se mantiene una relación fija entre longitud, anchura y espesor que corresponde a la proporción 4: 2: 1. Esta proporción es la considerada óptima para los ladrillos utilizados en la construcción.

Aunque se carece de testimonios escritos, al no haber podido descifrar ninguna de las inscripciones encontradas, los restos aportados por las prospecciones indican que existió una relación estrecha y centralizada, tanto comercial como política, entre las principales ciudades de la civilización Harappa.

Su sociedad estaba fuertemente organizada y jerarquizada, y existía una clase dirigente que planificaba y gestionaba el esfuerzo común. Tal nivel organizativo es difícilmente explicable sin recurrir a unos mínimos conocimientos matemáticos. Por otra parte, en las excavaciones realizadas en el puerto de Lothal se hallaron plomadas de diferentes pesos, pero que cumplían una curiosa propiedad: si se tomaba como unidad el peso de la plomada más frecuente (27,884 g), los pesos del resto de plomadas estaban en razones correspondientes a 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 2; 5; 10; 20; 50; 100; 200 y 500. Lo que evidencia una normalización favorecida por la necesidad de medidas comunes en los intercambios comerciales y una temprana aparición del sistema decimal característico del sistema numérico hindú. Otra evidencia de la existencia de un sistema común de medidas lo constituye el hallazgo de un fragmento de concha de 33,5 mm de longitud, marcado con nueve líneas paralelas separadas por espacios regulares. Esta unidad de medida se ha denominado pulgada del Indo, por ser el doble de una unidad de medida sumeria llamada *sushi*.

Hacia el año 1800 a.C. se inicia el declive de la civilización de Harappa. Entre las múltiples causas barajadas, la hipótesis más plausible es que se debiera a drásticos cambios medioambientales que desecaron o modificaron el curso del río Saraswati; cambios que resultaron fatales para una sociedad sumamente dependiente de la producción agrícola y que ocasionaron el abandono de los asentamientos urbanos a partir del año 1750 a.C.

Entre los años 1700 y 1500 a.C., según las diferentes fuentes históricas, se produjo una invasión de tribus arias provenientes de las estepas de Ucrania. Esta emigración, cuyas causas se desconocen, bordeó por ambos lados el mar Aral extendiéndose los más occidentales por Europa, y el resto, tras atravesar la meseta iraní, se asentó en el valle del Indo. Con ellos se inicia la cultura indoaria, cuya sociedad presentaba características significativamente diferentes de las de Harappa. La sociedad hindú estaba dividida en castas: los brahmanes o sacerdotes, los *kshatriyas* o guerreros, que más adelante se convertirían en terratenientes y en aristócratas, los *vaishiyas* (comerciantes, luego funcionarios y administrativos) y los *sudras* o agricultores. Fuera de las castas estaban los *parias* o intocables.

En la religión indoaria no existían templos y el culto a las divinidades se realizaba en altares contruidos ex profeso para realizar sacrificios, mediante los que se solicitaban dones a los dioses. Según sus creencias, los dioses estaban obligados a conceder las peticiones cuando se realizaban con total precisión los rituales prescritos. Correspondía a los brahmanes intermediar entre los dioses y los hombres a través de estos rituales, cuya creciente complejidad y detalle determinaron que esta casta sacerdotal desarrollara una amplia gama de conocimientos, entre los que se incluían contenidos astronómicos y matemáticos.

En un principio estos conocimientos se transmitían oralmente entre los miembros de la casta, pero la rápida expansión, y consiguiente dispersión, de los indoarios por el valle del Indo primero, y más adelante por el del Ganges, hizo necesario codificarlos en lenguaje sánscrito alrededor del año 1000 a.C. Los textos resultantes recibieron el nombre de vedas (o sabiduría). Hubo cuatro vedas fundamentales, escritos a lo largo de varias centurias, que describen el conjunto de conocimientos necesarios para realizar con la adecuada precisión los sacrificios propiciatorios. Entre ellos, las reglas para la construcción de altares, los himnos, las fórmulas mágicas propiciatorias, etc.

Con el paso del tiempo, se añadieron a los vedas unos apéndices llamados Vedangas que condensaban en sutras o aforismos las principales normas de actuación de los sacerdotes en los rituales del sacrificio. Sus contenidos se encuadran en seis ramas diferentes del conocimiento: fonética, gramática, etimología, medidas, astronomía (*Jyotis*) y las reglas de los rituales y ceremonias (*Kalpasutras*). En las dos últimas se incluyen la mayor parte de resultados matemáticos desarrollados por la cultura védica. Una parte de los *Kalpasutras*, los llamados *Sulbasutras*, proporcionaba reglas para la medida y construcción de los distintos tipos de altares. Las fechas que los historiadores asignan a la aparición de los *Sulbasutras* oscilan entre el siglo octavo antes de nuestra era y el siglo II (d.C.). En cualquier caso, el material matemático recogido en ellos debía tener una antigüedad muy superior, ya que inicialmente, como ocurrió con el resto de conocimientos de la cultura védica, debieron transmitirse por vía oral antes de ponerse por escrito. G. Gheverghese Joseph señala que la forma del sánscrito utilizada en la redacción de los *sulbasutras* es anterior al sánscrito clásico, cuyas reglas gramaticales estableció Panini en el siglo V a.C. Basándose en este hecho, sostiene que debieron ser escritos entre el siglo VIII a.C. y el siglo V a.C. Los principales *Sulbasutras*, por orden de antigüedad, fueron Baudhayana, Apastamba y Katyayana. Algunos historiadores incluyen también a Manava, pero su obra tiene menos relevancia que la de aquéllos.

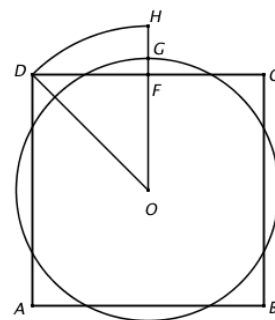
Las construcciones de altares (vedi) y la ubicación de fuegos sagrados (agni), en los que se desarrollaban los ritos védicos (yajnas), debían cumplir normas estrictas en cuanto a sus formas y áreas para que las rogativas fueran efectivas. Los dedicados al culto público adoptaban formas complejas – halcones, tortugas, etc.– en función del contexto y propósito del rito. La superficie habitual era de siete purusas y media cuadradas (aproximadamente 41 metros cuadrados), pero podían llegar a construirse altares de 15 x 30 metros para cultos especiales. La figura básica en la construcción de los altares era el cuadrado y, por ello, el problema geométrico más sencillo que se planteaba era la construcción de un cuadrado de área dada. Las complejas reglas brahmánicas planteaban también otras construcciones geométricas de mayor dificultad como, por ejemplo, la construcción de un cuadrado a partir de la suma de dos cuadrados desiguales o cuya área fuera una fracción de otro dado. Para construir otras formas –rectángulos, trapecios, triángulos, círculos, etc.– se recurría a transformaciones del cuadrado que conservaban el área. Entre ellas, eran especialmente relevantes el problema de la cuadratura del círculo y su recíproco, la circularidad del cuadrado, que se planteaban en la construcción de altares circulares. La resolución de alguno de estos problemas hizo surgir la necesidad de obtener valores aproximados de radicales cuadráticos.

En función de los problemas planteados en estas construcciones, los contenidos matemáticos desarrollados en los Sulbasutras pueden encuadrarse en tres apartados fundamentales:

- a) Resultados y teoremas geométricos formulados explícitamente.
- b) Procedimientos para construir diversas formas geométricas basados en los resultados y teoremas anteriores.
- c) Procedimientos y algoritmos surgidos en los cálculos para resolver las construcciones señaladas en el apartado anterior.

Entre los resultados geométricos destaca la formulación del teorema de Pitágoras en términos de lados y diagonales de cuadrados y rectángulos. En Baudhayana se expresa así: *La cuerda estirada en el sentido de la diagonal de un cuadrado produce un área de tamaño doble del cuadrado original.* Más general es la formulación de Katyayana: *la cuerda estirada a lo largo de la longitud de la diagonal de un rectángulo produce un área igual a la que producen conjuntamente los lados horizontal y vertical.* Las aplicaciones del teorema se extienden a la mayoría de construcciones geométricas.

Como botón de muestra de las construcciones geométricas abordadas en los Sulbasutras, se expone a continuación el procedimiento seguido para determinar un círculo de área igual al de un cuadrado ABCD de lado a unidades. La regla proporcionada dice así: Se traza el segmento OD que une el centro del cuadrado y el vértice D. A continuación, con centro en O y radio OD, se dibuja el arco DH desde el vértice D hasta alcanzar, en H, la perpendicular al lado DC que pasa por su punto medio, F. El radio del círculo buscado será la mitad del lado del cuadrado más la tercera parte del segmento FH que sobresale del cuadrado. Ese radio en la figura es OG.



Obviamente, el procedimiento da una simple aproximación. En los Sulbasutras no se hacen distinciones entre procedimientos exactos y aproximados y, a falta de otras evidencias, es imposible saber si sus autores eran conscientes de esta diferencia.

Una posible justificación de esta regla podría basarse en una aplicación del teorema de Pitágoras. Si designamos por r al radio del círculo, tendremos:

$$r = OG = OF + FG = OF + \frac{1}{3}(OH - OF)$$

Como $OH = OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ y $OF = \frac{a}{2}$, podemos escribir la ecuación inicial en la forma:

$$r = \frac{a}{2} + \frac{1}{3}\left(\frac{a\sqrt{2}}{2} - \frac{a}{2}\right) = \frac{a(2 + \sqrt{2})}{6}$$

Si se igualan las áreas del cuadrado y del círculo, se obtiene la ecuación $a^2 = \frac{\pi}{36} a^2 (2 + \sqrt{2})^2$, de donde se obtiene un valor de: $\pi = 3,088$.

El problema recíproco, convertir un círculo en un cuadrado, se resuelve en los tres Sulbasutras con la misma regla: Divídase el diámetro en 15 partes y tómense 13 de ellas como lado del cuadrado. Es decir, con nuestro simbolismo actual, $a = \frac{26}{15}r$, de donde el valor de π , en este caso, sería:

$$\pi = \left(\frac{26}{15}\right)^2 \sim 3,0044$$

Como se ha dicho, algunas construcciones geométricas requerían el cálculo de raíces de enteros, como por ejemplo $\sqrt{2}$. Apastamba y Katyayana dieron reglas que pueden simbolizarse en la siguiente ecuación: $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 34} = 1,4191176 \dots$ El valor proporcionado coincide en las dos primeras cifras decimales con el valor real.

Como era habitual en la antigua matemática hindú, los autores de los Sulbasutras no proporcionaron ninguna pista ni justificación sobre los fundamentos de sus reglas. Algunos historiadores han buscado explicaciones plausibles sobre cómo pudieron alcanzar estos resultados. Para la anterior aproximación se ha dado una justificación de tipo geométrico, que puede consultarse en el artículo *La historia de las matemáticas como recurso: algoritmos para el cálculo de raíces (1ª parte)*, publicado en otro número del Boletín. Una segunda vía, de tipo algebraico, parte de considerar un cuadrado de 12 unidades de lado a partir del que se quiere construir un segundo que duplique su área, $A = 2 \cdot 12^2 = 288$ unidades cuadradas. La mejor aproximación entera del lado de este segundo cuadrado será 17 unidades ya que

$17^2 = 289$ y, en consecuencia, $A = 2 \cdot 12^2 = 17^2 - 1$. De donde se obtiene: $\sqrt{2} = \sqrt{\frac{17^2-1}{12^2}}$. Para que el radicando sea un cuadrado perfecto, deberá poderse escribir como:

$$\frac{17^2 - 1}{12^2} = \left(\frac{17}{12} - r\right)^2 = \frac{17^2}{12^2} - 2\frac{17}{12}r + r^2$$

Considerando que r es una cantidad pequeña, se puede prescindir del término r^2 y tendremos:

$$\frac{17^2 - 1}{12^2} \sim \frac{17^2}{12^2} - 2\frac{17}{12}r$$

de donde: $r = \frac{1}{12 \cdot 2 \cdot 17} = \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 34}$, con lo que: $\sqrt{2} = \frac{17}{12} - r \sim \frac{17}{12} - \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 34}$

Escribiendo la primera fracción como suma de fracciones unitarias: $\frac{17}{12} = 1 + \frac{5}{12} = 1 + \frac{4+1}{12} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \cdot 4}$ y, sustituyendo, se obtiene la aproximación védica: $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 34}$

A mediados del primer milenio antes de nuestra era se produjo una doble reacción contra la excesiva rigidez y complejidad de los ritos védicos. Dos reformadores religiosos, Vardhamana Mahavira (530 – 477 a.C.) y el príncipe Siddharta Gautama (546 – 466 a.C.), más conocido por el nombre de Buda, estuvieron al frente de ellas. El primero revitalizó y extendió la religión jainista, que ya existía antes de su época. Una consecuencia directa de estas reformas religiosas fue la paulatina extinción de los sacrificios védicos y, con ello, el declive de su cultura en general y de su geometría en particular. La gran dispersión de los hindúes por el subcontinente indio y el sistema de castas, que dejaba los conocimientos matemáticos en manos de una reducida élite, fueron un obstáculo importante para la transmisión de las ideas matemáticas y la causa del estancamiento de su desarrollo. La condensación de los conocimientos en los sutras o aforismas, siendo una buena estrategia para facilitar su memorización, tenía el inconveniente de exigir interpretaciones elaboradas y complejas que, con el declive y dispersión de la cultura védica, dejó de estar al alcance de gran parte de los miembros de la casta depositaria de estos conocimientos.

Los factores apuntados explican, en buena medida, la gran discontinuidad que se observa en el desarrollo de las matemáticas indias desde el final de la cultura védica hasta el inicio del periodo clásico a comienzos del siglo VI; lo que contrasta con la evolución de otras disciplinas, como la medicina, la química o la filosofía, cuyos conocimientos se desarrollaron en torno a escuelas. Pero también existieron factores externos que contribuyeron a este estancamiento, como las convulsiones e inestabilidad política que padeció el país entre el siglo II y el siglo IV hasta la instauración de la dinastía Gupta el año 320. Desde sus inicios, el imperio Gupta pacificó y consolidó la vida política en sus dominios, que se fueron extendiendo por todo el subcontinente e incluso traspasaron sus límites hacia el sudeste

asiático. Su mecenazgo de las ciencias, la filosofía, la medicina y otras artes permitió la creación de centros del saber matemático en las ciudades septentrionales de Kusum Pura y Ujjain, y en la meridional Mysore. Las escuelas de astrónomos-matemáticos, constituidas en esos centros, fueron las palancas del florecimiento de ambas disciplinas durante las siete centurias que abarcó el periodo clásico de las matemáticas indias.

Debe señalarse, no obstante, que existieron algunos nexos de unión entre la antigua matemática hindú y el periodo clásico. La actividad matemática en la cultura jaina, tal como se recoge en su literatura canónica, y el manuscrito de Bakhshali cumplieron esa función. Al parecer, los budistas mostraron una mayor inclinación por el cultivo de la medicina mientras los jainas hallaron en la reflexión matemática el mejor modo de desarrollar sus ideas cosmológicas y sus principios religiosos y filosóficos. El propio Mahavira era considerado un notable matemático y en la literatura jainista se incluía el conocimiento de Sankhayana, ciencia de los números en la que se incluía también la aritmética y la astronomía como un componente básico de la formación de sus sacerdotes. Durante el periodo jaina, las matemáticas se convirtieron en una disciplina abstracta que se cultivaba por sí misma y no como auxiliar de otras disciplinas o técnicas.

El estudio de las matemáticas jainistas es un tópico relativamente reciente y son escasas las obras conocidas de ese periodo, por lo que el conocimiento de su desarrollo es aún fragmentario e inseguro. No obstante, los documentos existentes muestran un alto nivel de originalidad, con notables desarrollos de los temas tratados en las matemáticas védicas y aporte de nuevos resultados. Las principales obras de la literatura jaina se escribieron entre el siglo V a.C. y el siglo II a.C., pero otras obras menores continuaron apareciendo incluso hasta el siglo XVIII. Una de las obras más notables, *Sthananga-Sutra* refiere cuáles fueron los principales temas tratados en la tradición matemática jaina: parikarama (operaciones fundamentales), vyavahara (teoría de números), rajju (geometría), rasi (geometría de sólidos), kalasavarna (fracciones), yavat-tavat (ecuaciones simples), varga (ecuaciones cuadráticas), ghana (ecuaciones cúbicas), varga-varga (ecuaciones bicuadradas) y vikalpa (permutaciones y combinaciones).

Su concepción cosmológica de un universo plano formado por anillos alternos de agua y tierra, cuya anchura se duplicaba en cada vuelta, que rodeaban a una región central circular (isla de Jambú) cuyo diámetro era de 100 000 yojanas, equivalente a un millón de kilómetros, les llevó a profundizar en el estudio de la geometría del círculo y de las progresiones. Entre otros resultados, los matemáticos jainas desarrollaron fórmulas aproximadas para el cálculo de la longitud del arco y de las áreas subtendidas por un arco y su cuerda. Fueron conscientes de que la razón del área de un círculo al cuadrado de su radio era la misma que la de la circunferencia al diámetro y rechazaron que dicha razón fuera el valor 3 dado por las matemáticas védicas, proponiendo su sustitución por $\pi \sim \sqrt{10}$.

Uno de los temas favoritos de las matemáticas jainas fueron las permutaciones y combinaciones. En el texto *Bhagwati sutra* se proponen varios problemas sencillos sobre cómo hallar el número de combinaciones que pueden obtenerse de un número dado de categorías filosóficas fundamentales, tomadas de uno en uno, de dos en dos o de tres en tres, y proporciona reglas para su cálculo que podrían simbolizarse en las siguientes fórmulas:

$$C_n^1 = n, \quad C_n^2 = \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}, \quad C_n^3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$P_n^1 = n, \quad P_n^2 = n(n-1), \quad P_n^3 = n(n-1)(n-2)$$

En estos desarrollos aparece también uno de los primeros triángulos de Pascal, denominado Meru Prastara, cuya regla de formación se apoya en la relación $C_{n+1}^r = C_n^r + C_n^{r-1}$.

Aunque no establecieron de forma explícita las propiedades de las potencias, se observan evidencias de que poseían conocimientos sobre ellas, como se pone de manifiesto en las reglas dadas en la obra *Anuyoga Dwara Sutra*, cuyas expresiones algebraicas serían respectivamente:

$$a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{4}} = \left(a^{\frac{1}{4}}\right)^3 \quad a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{8}} = \left(a^{\frac{1}{8}}\right)^3$$

Utilizaron también los términos *ardhacheda*, *trakacheda* y *caturthacheda* de una cantidad, que se definían como el número de veces que dicha cantidad se puede dividir por 2, 3 y 4 respectivamente sin dejar resto; por ejemplo, el ardhacheda de 32 sería 5 ya que $32 = 2^5$. Lo que coincidiría con las nociones actuales de logaritmos de base 2, 3 y 4, respectivamente.

Sus ideas filosóficas sobre el tiempo y el espacio les llevaron a interesarse por el estudio de los grandes números y a clasificarlos en tres grandes categorías: numerables, innumerables e infinitos. Dentro de esta última distinguieron diferentes clases de infinito, cuestión que las matemáticas occidentales no abordaron hasta el siglo XIX con la obra de Cantor.

El manuscrito de Bakhshali fue hallado por un agricultor a comienzos del siglo XIX en la localidad que le da nombre. Los historiadores han sostenido vivas controversias respecto a su datación y a su adscripción a un periodo específico de las matemáticas indias. Mientras algunos lo consideran como un producto de la tradición jaina, G. Gheverghese Joseph considera que puede tratarse de una de las primeras obras del periodo clásico. G. R. Kaye, que realizó su primera traducción el año 1933, situó la obra en el siglo XII, lo que le permitió identificar influencias griegas y árabes en ella. Investigadores posteriores han puesto en entredicho tanto su datación como sus conclusiones. Basándose en que está escrito con caracteres sarada y en el dialecto gaina, desaparecidos hacia el año 300 d.C. y considerando el tipo de unidades monetarias utilizado en los problemas, la mayoría de historiadores considera que fue escrito antes del año 200 d.C. y que se trata de la copia de un original escrito al principio de nuestra era.

El manuscrito presenta algunas características diferenciales respecto a obras anteriores. Una de ellas es la original estructura seguida en la presentación de los contenidos:

- Formulación de la regla (sutra).
- Ejemplo relevante (udaharana) presentado primero en palabras y, a continuación, en la correspondiente notación.
- Justificación de la operación (karana) de la regla.

El último paso era muy poco frecuente en las obras matemáticas indias, que omitían generalmente cualquier intento de derivar o justificar las reglas propuestas, tarea que parecían dejar para sus comentaristas. Otro aspecto reseñable, que contrasta significativamente con el resto de la literatura matemática hindú, es su carácter de síntesis de conocimientos matemáticos anteriores, redactada con el único interés del cultivo de las matemáticas por sí mismas.

El contenido del manuscrito supone un avance notable respecto a los resultados de obras anteriores. Por ejemplo, mientras que los Sulbasutras se limitaban a calcular valores aproximados de $\sqrt{2}$, el manuscrito propone la siguiente regla:

$$\sqrt{A} = \sqrt{a^2 + r} \sim a + \frac{r}{2a} - \frac{\left(\frac{r}{2a}\right)^2}{2\left(a + \frac{r}{2a}\right)}$$

que permite hallar la raíz cuadrada de cualquier número y, además, proporciona un mayor grado de aproximación.

Los problemas planteados abarcan aspectos prácticos como la regla de tres, incrementos y descuentos porcentuales, problemas de aleación, velocidades y distancias, etc. Mención especial merece el sistema de notación utilizado, que presenta cierta similitud con el empleado por los matemáticos del periodo clásico. Se introducen símbolos para las cantidades negativas, para la representación de fracciones e incluso para el cero, que comparte símbolo, un punto negro, con la cantidad desconocida o incógnita. La facilidad con que se utiliza en el manuscrito el sistema numérico posicional, que incluye al cero, parece indicar que este sistema le antecedió en varios siglos. Algunos de los problemas incluidos muestran una continuidad de los trabajos sobre series iniciados en el periodo jaina. El contenido algebraico incluye la solución de la ecuación cuadrática, soluciones de sistemas de ecuaciones lineales con hasta cinco incógnitas y tímidos inicios del análisis indeterminado, que será plenamente desarrollado en el periodo clásico.

El manuscrito de Bakhshali proporciona una idea bastante precisa del estado de las matemáticas indias antes del periodo clásico. Pone de manifiesto que, en las postrimerías de la segunda centuria, habían alcanzado un importante nivel a la vez que se independizaban de requerimientos religiosos o puramente prácticos. En este sentido, las matemáticas del manuscrito resultan ser más seculares y menos concisas que las de obras anteriores.

Además de las matemáticas jainas y el manuscrito de Bakhshali, en ese largo interludio de las matemáticas indias se produjo la consolidación de lo que había de constituir la máxima aportación de la cultura india a las matemáticas: nuestro actual sistema de numeración. En palabras de Laplace: *“la India nos proporcionó el ingenioso método de expresar todos los números por medio de diez símbolos, cada uno de ellos con un valor según su posición y un valor absoluto; una idea profunda e importante que nos parece ahora tan sencilla que ignoramos su verdadero mérito. Pero la simplificación y facilidad que proporcionó a los cálculos puso la aritmética en el primer plano de las invenciones provechosas; y apreciaremos aún más la grandeza de este resultado si tenemos en cuenta que esta idea escapó al genio de Arquímedes y de Apolonio, dos de las grandes mentes que produjo la antigüedad”*.

Se sabe que antes del año 600 d.C. se había desarrollado plenamente este sistema en la India, apoyado en cuatro pilares básicos: la base decimal, el principio posicional, la invención de los numerales y la introducción del cero. La invención de las cifras hindúes tuvo un lento desarrollo a largo de más de un milenio. Los primeros numerales conocidos fueron los Kharosthi, que aparecieron en inscripciones datadas entre el siglo IV a.C. y el siglo II de nuestra era. Hacia el año 300 a.C. surgen las cifras Brahmi. En paralelo a la invención de ambos tipos de numerales se había incorporado el principio del valor posicional. Durante el imperio gupta se produce una evolución hacia los numerales Gwalior, que presentan cierta similitud con las cifras utilizadas en la actualidad. Parece que fueron éstos los que inspiraron el nacimiento de los numerales árabes. Más adelante, los numerales indios siguieron evolucionando hacia un nuevo tipo de cifras denominado Devenagari.

Se ignora en qué momento apareció el cero en las matemáticas indias. El primer documento que evidencia su uso es el manuscrito de Bakhshali, por lo que se puede conjeturar que el uso matemático del cero se produjo antes de la segunda centuria de nuestra era. En un primer momento se simbolizó mediante un punto negro, más adelante por un círculo con un punto en su interior y, finalmente, por el óvalo vacío que utilizamos en la actualidad. Su nombre hindú, *sunya*, cuyo significado es vacío, parece estar relacionado con la costumbre de los matemáticos indios de dejar en los ábacos una columna vacía. La introducción del cero como un número más no estuvo exenta de dificultades, especialmente en lo que atañe a su inclusión en las reglas de aritmética, y en especial de la división. Prueba de ello es que las matemáticas europeas no pudieron resolverlas hasta el siglo XVII.

A partir del siglo VI puede decirse que el sistema decimal posicional hindú estaba firmemente establecido en los círculos académicos de la India, y comienza a extenderse más allá de sus fronteras. Inicialmente pasa a China y Alejandría y, a partir del siglo VIII, los sabios de Bagdad adaptarán y extenderán el sistema hindú por todo el imperio árabe.

En los primeros siglos de nuestra era aparecieron en la India unos tratados astronómicos, *Siddhantas*, que introducían importantes cambios en los métodos y prácticas astronómicas. Se abandona el método tradicional de rastreo del movimiento de planetas referido a 27 estrellas y se sustituye por los doce signos del zodiaco. Estos cambios conllevaron también el uso de métodos matemáticos más avanzados y complejos, como la trigonometría y las ecuaciones indeterminadas, para determinar las posiciones y los periodos de las revoluciones de los planetas, la predicción de eclipses, etc. La influencia helenística en estos cambios es evidente; no obstante, los matemáticos indios supieron reestructurar estas influencias de tal modo que los resultados de sus adaptaciones acabarían imponiéndose en el futuro desarrollo de las matemáticas. Frente a la propuesta de la trigonometría ptolemaica de situar la semicuerda como base de las relaciones trigonométricas, los matemáticos hindúes introdujeron la trigonometría del seno que pervive en la matemática actual. Los *Siddhantas* se convertirán en los textos dominantes durante los siete siglos que abarca el periodo de las matemáticas clásicas, cuyo inicio se sitúa en los trabajos de Aryabhata y se extiende hasta la época de Bhaskara II. Los principales matemáticos de este periodo fueron fundamentalmente astrónomos, pero los requerimientos de esta ciencia les llevaron a lograr importantes desarrollos en varias áreas de las matemáticas. Por su importancia, cabe destacar entre los matemáticos de este periodo a Aryabhata I (476 – 550 d.C.); Brahmagupta (598 – 668 d.C.); Bhaskara I (ca. 600 – 680 d.C.); Mahavira (ca. 800 – 870 d.C.); Aryabhata II (ca. 920 – 1000 d.C.) y Bhaskara II o Bhaskaracharya (1114 – 1185 d.C.).

Aryabhata I fue la figura dominante de la escuela de Kusum Pura. Su obra, un breve tratado astronómico titulado *Aryabhatiya*, recoge algunos de los resultados más importantes de las matemáticas védicas y jainas, junto a una síntesis de los *Siddhantas* más antiguos. Además de proporcionar una exacta descripción del estado de las matemáticas indias de su época, ejerció una notable influencia

en los matemáticos posteriores, muy similar a la que ejerció la obra de Luca Pacioli sobre los matemáticos renacentistas italianos un milenio después.

En el *Aryabhatiya* se proporcionan reglas para las operaciones aritméticas, incluidas la extracción de raíces cuadradas y cúbicas, y se aborda el estudio de las progresiones, proporcionando reglas para el cálculo de la suma de términos de una progresión aritmética o el número de sus términos conocido el primero, la diferencia y la suma. Se dan reglas correctas para calcular la suma de números naturales, de sus cuadrados y sus cubos y se hace uso de las progresiones geométricas para resolver complicados problemas de interés compuesto. También se resuelven problemas de cálculo del cuarto proporcional, regla de tres, etc. El uso que se hace en la obra del sistema numérico hindú evidencia que ya estaba perfectamente implantado en esa época.

En el campo de la geometría se proporcionan reglas para el cálculo de áreas, algunas de ellas erróneas. Al lado de estos errores aparecen brillantes resultados, como la aproximación de π por el valor 3,1416, una precisión superior a las utilizadas por los matemáticos jainas e incluso a la aproximación arquimediana de $\frac{22}{7}$. Esta mezcla de resultados brillantes y errores groseros, que se da también en otros matemáticos hindúes, justifica en buena medida la apreciación del erudito árabe Al Biruni, cuando afirmaba que la matemática india era “una mezcla de vulgares guijarros y valiosos cristales”.

Las contribuciones más importantes de la obra de Aryabhata se produjeron en el campo del álgebra y la trigonometría. Aunque algunos resultados algebraicos habían aparecido en obras anteriores, puede decirse que con Aryabhata el álgebra inicia la evolución que la llevará a convertirse en una rama diferenciada de las matemáticas, a la que irán dando diferentes nombres: *kuttaka ganita*, o más adelante *bijaganita*, que literalmente significa ciencia del cálculo con elementos incógnitos. En el *Aryabhatiya* se exponen métodos para la resolución de ecuaciones simples y cuadráticas. Para estas últimas no se da un método general de resolución, se proporcionan reglas diferentes en cada problema, y únicamente para obtener la solución positiva. Pero lo más relevante en este campo es la primera formulación de problemas de análisis indeterminado, que conducían a ecuaciones del tipo $ax \pm c = by$ y la introducción del método *kuttaka* (pulverizador) para su resolución.

Para ilustrar su uso, considérese la ecuación $137x + 10 = 60y$. El primer paso para su resolución consiste en realizar las divisiones enteras recogidas en la tabla situada a la derecha.

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto
137	60	2	17
60	17	3	9
17	9	1	8
9	8		1

Si se prescinde del primer cociente, 2, el número de cocientes obtenido es impar, con lo que se procede a elegir un factor m que, multiplicado por el último resto y sustrayendo 10 al producto, dé como resultado un número divisible por el penúltimo resto, 8. El mínimo valor de m será 18, ya que $1 \cdot 18 - 10 = 8$, que dividido por 8 da cociente 1. A continuación, se forma la siguiente tabla, cuyo proceso de formación se detalla a continuación.

0	1°	2°	3°	4°	5°
1	2	2	2	2	297
2	3	3	3	130	130
3	1	1	37	37	37
4	1	19	19	19	19
5	18	18	18	18	18
6	1	1	1	1	1

La primera columna está formada, en las cuatro primeras filas, por los cocientes de las divisiones sucesivas que figuran en la primera tabla. En la quinta y sexta fila figuran el factor elegido m y el cociente obtenido al dividir por 8. Para formar la cuarta fila de la segunda columna se multiplica en la primera columna 18 por el número superior y se suma al producto el número situado debajo: $18 \cdot 1 + 1 = 19$. Para el resto de valores de la segunda columna se toman los correspondientes de la primera. Continuando este proceso, la tercera fila de la tercera columna será 37 ya que $19 \cdot 1 + 18 = 37$. La segunda fila de la cuarta columna $130 = 37 \cdot 3 + 19$ y, finalmente, la primera fila de la quinta columna $297 = 130 \cdot 2 + 37$.

Completada la tabla, tenemos que $x = 130$ e $y = 297$ constituyen una solución de la ecuación dada. Teniendo en cuenta que $130 = 10 \pmod{60}$ y $297 = 23 \pmod{137}$, tendremos que $x = 10$ e $y = 23$ son las soluciones mínimas de la ecuación. A partir de ellas se obtiene la solución general de la ecuación: $x = 10 + 60k$ e $y = 23 + 137k$, siendo k un número entero.

El proceso es ligeramente diferente si el número de cocientes es par, como ocurre con:

$$179x + 21 = 29y$$

Si se realizan las divisiones sucesivas, como en el caso anterior, se obtienen los cocientes 6, 5 y 1 (ver tabla a la derecha). En este caso, se busca un factor m tal que $m \cdot 1 + 21$ sea divisible por el penúltimo resto, que es 4. El menor valor de m resulta ser 3 ya que $3 \cdot 1 + 21 = 24$ y $24 = 4 \cdot 6$

6	6	6	297
5	5	48	48
1	9	9	9
3	3	3	3
6	6	6	6

Con lo que $x = 48$ e $y = 297$ es una solución de la ecuación y, dado que $48 = 19 \pmod{29}$ y $297 = 118 \pmod{179}$, se tiene que $x = 19$ e $y = 118$ es una solución mínima y la solución general vendrá dada por: $x = 19 + 29k$ e $y = 118 + 179k$, siendo k un número entero.

El *Aryabhatiya* proporciona una de las primeras tablas de senos para ángulos de un cuadrante de 90° , dividido en 24 intervalos angulares iguales de amplitud $3\frac{3}{4}^\circ$ cada uno. Para elaborar la tabla se toma un radio de la circunferencia de 3 438 unidades y la circunferencia igual a $60 \cdot 360 = 21\,600$ unidades, lo que supone tomar un valor para $\pi \sim 3,14136$. Al seno de $3\frac{3}{4}^\circ$ se le asigna un valor igual a la medida del arco, por tratarse de un ángulo pequeño. Es decir, $r \cdot \sin 3\frac{3}{4}^\circ = 60 \cdot 3\frac{3}{4} = 225$. Para hallar los valores de las restantes entradas de la tabla, se utiliza la fórmula de interpolación: $S_{n+1} = S_n + S_1 - \frac{R_n}{S_1}$, donde S_n es el n -simo seno de la sucesión (con $1 \leq n \leq 24$) y $R_n = S_1 + \dots + S_n$

La obra de Aryabhata tuvo importantes comentaristas, entre los que destacan Varahanihira y Bhaskara I. El primero de ellos, que vivió entre los años 505 y 587, proporcionó una detallada exposición de la trigonometría, perfeccionó la tabla de senos de Aryabhata y suministró diversas relaciones entre el seno indio, el coseno indio y el seno verso. Bhaskara I, que vivió alrededor del año 600, contribuyó a perfeccionar el método de resolución de ecuaciones indeterminadas de primer grado.

Después de Aryabhata, Brahmagupta fue el siguiente matemático del periodo clásico. Había nacido alrededor del año 598, posiblemente en Ujjain, y se convirtió en uno de los matemáticos más eminentes de esa escuela. Escribió dos obras, la primera, a la que tituló *Brahma Sphuta Siddhanta*, es destacable por la excepcional calidad de sus contenidos matemáticos y por su influencia en el renacimiento científico de la cultura árabe. En el año 665 escribió su segunda obra, *Khanda Khadyaka*, un tratado de astronomía en el que incluyó importantes resultados trigonométricos, entre los que destaca un método para la obtención de senos de ángulos intermedios a partir de una tabla de senos dada, que equivale a la fórmula de interpolación de Newton-Stirling hasta las diferencias de segundo grado.

En el capítulo de *Brahma Sphuta Siddhanta* que llamó *Ganita* (cálculo aritmético) expone de forma lúcida la aritmética de los números negativos y del cero, aunque en este último caso, evita pronunciarse sobre el resultado de $\frac{a}{0}$ ($a \neq 0$) y desliza algunos errores de importancia como $\frac{0}{0} = 0$. También se incluyen en este capítulo desarrollos sobre progresiones y un algoritmo para el cálculo de raíces cuadradas que equivale a la fórmula iterativa de Newton-Raphson.

La parte geométrica muestra algunas de sus aportaciones más importantes en este campo, como su generalización de la fórmula de Herón para calcular el área de un cuadrilátero, aunque Brahmagupta debía ignorar que únicamente es válida para cuadriláteros cíclicos. Introdujo también las fórmulas para calcular las diagonales de un cuadrilátero.

En el capítulo llamado *Kuttaca* se recogen algunas de sus brillantes aportaciones al álgebra, como, por ejemplo, la conocida solución general de la ecuación cuadrática, que ya incluye las raíces positivas y negativas. Pero lo más relevante en este campo es el tratamiento que da a las ecuaciones indeterminadas, tema especialmente atractivo para los matemáticos hindúes, en el que realizaron grandes avances pero que no llegaron a influir en el desarrollo de las matemáticas occidentales, pues sus trabajos no llegaron a ser conocidos en Europa hasta el siglo XIX.

Brahmagupta proporcionó por primera vez la solución general de la ecuación $ax + by = c$, siendo a , b y c enteros, y abordó el estudio de las ecuaciones indeterminadas de segundo grado $Nx^2 \pm k = y^2$, en particular $Nx^2 + 1 = y^2$, que ha recibido erróneamente el nombre de ecuación de Pell. Brahma-

gupta basó la resolución de este tipo de ecuaciones en dos importantes lemas. El primero afirma que si (a, b) es una solución de la ecuación $Nx^2 + k = y^2$ y (a', b') lo es de $Nx^2 + k' = y^2$, entonces $(ab' \pm a'b, bb' \pm Naa')$ es una solución de la ecuación $Nx^2 + kk' = y^2$. A partir de este lema se obtiene el llamado corolario de Brahmagupta: Si se considera la ecuación $Nx^2 + k = y^2$, tomando $a = a'$ y $b = b'$ y aplicando el lema anterior, se tiene que $(2ab, b^2 + Na^2)$ es una solución de $Nx^2 + k^2 = y^2$.

Como consecuencia de lo anterior, para resolver la ecuación $Nx^2 + 1 = y^2$, podemos proceder hallando dos soluciones particulares, (a, b) y (a', b') . A continuación, aplicando el primer lema, se obtiene una tercera solución: $(ab' \pm a'b, bb' \pm Naa')$, y si se aplica el corolario a la solución particular (a, b) , obtendremos una cuarta solución: $(2ab, b^2 + Na^2)$. De esta forma, repitiendo el procedimiento, podemos obtener el conjunto de soluciones a partir de una solución particular.

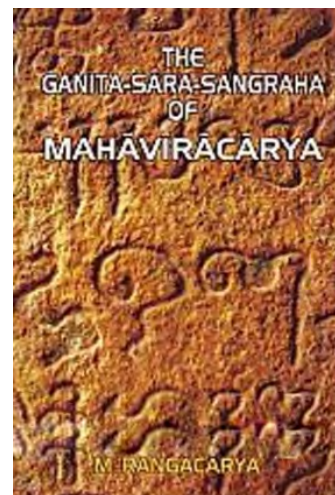
El segundo lema afirma que si (a, b) es una solución particular de $Nx^2 + k = y^2$, entonces $\left(\frac{a}{k}, \frac{b}{k}\right)$ será una solución de $Nx^2 + 1 = y^2$. Análogamente, $\left(\frac{a}{m}, \frac{b}{m}\right)$ será una solución de $Nx^2 \pm \frac{k}{m^2} = y^2$ y (na, nb) una solución de $Nx^2 \pm n^2k = y^2$, siendo m y n racionales arbitrarios.

Como consecuencia de estos resultados, para obtener la solución de la ecuación $Nx^2 + 1 = y^2$ se procede recurriendo a una ecuación auxiliar $Na^2 \pm k = b^2$, donde elegido arbitrariamente a , la elección de k se hace de forma que el segundo miembro resulte ser un cuadrado perfecto: b^2 . Dado que $(2ab, b^2 + Na^2)$ es una solución de $Nx^2 + k^2 = y^2$, aplicando el segundo lema, $\left(\frac{2ab}{k}, \frac{b^2 + Na^2}{k}\right)$ lo será de $Nx^2 + 1 = y^2$. Sripati introdujo a principios del siglo XI una simplificación del método, que prescindía de la ecuación auxiliar. Si m^2 es un número racional dado, se verifica una de las dos ecuaciones: $N \cdot 1^2 \pm (m^2 - N) = m^2$. En consecuencia, si $(1, m)$ es solución de $Nx^2 + (m^2 - N) = y^2$, de acuerdo con el corolario, $(2m, m^2 + N)$ es solución de $Nx^2 + (m^2 - N)^2 = y^2$ y, por el segundo ma, $\left(\frac{2m}{m^2 - N}, \frac{m^2 + N}{m^2 - N}\right)$ será solución de $Nx^2 + 1 = y^2$.

La influencia de Brahmagupta sobre los matemáticos posteriores sobrepasó los límites de la India. Durante la época Thang (618 – 907), su obra fue traducida al chino y ejerció una notable influencia en la astronomía y las matemáticas chinas. También fue traducida al árabe junto con las obras de Aryabhata, aportando componentes fundamentales para el desarrollo de la matemática y la astronomía árabes, como se pone de manifiesto en la obra algebraica y astronómica de Al-Khwarizmi.

Tras la desaparición de Brahmagupta brilló en la escuela de Mysore la figura de Mahavira, el matemático más brillante del siglo IX. Era jainista por religión y su principal obra *Ganita Sara Samgraha* representa la culminación de la tradición matemática jaina y una síntesis mejorada de las aportaciones de algunos de sus predecesores, como Aryabhata, Bhaskara I y Brahmagupta.

Después de Mahavira, el astrónomo-matemático hindú de mayor importancia e influencia fue Bhaskara II, también conocido como Bhaskaracharya (el maestro Bhaskara). Nació el año 1114 en Vijayapura, perteneciente al estado de Mysore. Su padre era un reputado astrónomo brahmán llamado Mahesvara, que tomó a su cargo su formación astronómica y matemática. Más adelante, Bhaskaracharya se convertiría en el director del prestigioso observatorio astronómico de Ujjain, puesto en el que habían precedido Varahamihira y Brahmagupta.



Texto reeditado en 2011.
con el trabajo de Mahavira

Su obra más importante fue *Siddhanta Siromani*, escrita hacia el 1150 y dividida en cuatro secciones que pueden considerarse como tratados independientes: *Lilavati*, dedicada fundamentalmente a la aritmética, *Bijaganita* (álgebra), *Goladhyaya* (la esfera o globo celeste) y *Grahaganita* (matemáticas de los planetas). Como era habitual en la antigua India, están escritas en lenguaje poético. Más adelante añadió un comentario, titulado *Vasnadhyaya*, que proporciona una explicación más detallada de sus obras astronómicas.

En 1183, a la edad de 69 años, escribió *Karanakutūhala*, un tratado dividido en diez capítulos en los que simplifica los métodos para determinar los movimientos de los planetas y confeccionar almanaques.

Lilavati lleva el nombre de una hija de Bhaskaracharya que, según una bella leyenda, frustró su matrimonio al pasar accidentalmente la hora favorable para su celebración, fijada de acuerdo con las predicciones astrológicas de su padre. Al parecer, la novia impaciente se acercó a la clepsidra con tan mala fortuna que una perla de su tocado cayó en su interior y obtuvo la salida del agua. De esta forma, pasó inadvertidamente la hora propicia y no pudo celebrarse la ceremonia. Conmovido por el infortunio de su hija, Bhaskaracharya le dio su nombre a su obra aritmética.



Página de un manuscrito de *Lilavati* de Bhaskara II.

En sus trece capítulos incluye, además de aritmética, algo de geometría de triángulos rectángulos, trigonometría, problemas de sombras y un capítulo sobre *kuttaka*, que volverá a repetirse en *Bijaganita*. Entre los contenidos aritméticos presenta una exposición completa del sistema decimal, las ocho operaciones de la aritmética, fracciones, las reglas de tres, cinco, siete y nueve, problemas de interés, progresiones aritméticas y geométricas y una exposición de la aritmética del cero, que salva las notorias lagunas observadas en la obra de Brahmagupta. Resuelve por primera vez la cuestión de la división de un número no nulo por cero al señalar que dicho cociente es infinito y que $\infty \pm a = \infty$. Es cierto que estos brillantes resultados quedan parcialmente empañados cuando afirma que $\frac{a}{0} \cdot 0 = a$.

También se incluye en el *Lilavati* una excelente colección de problemas de matemática recreativa, algunos originales y la mayoría recopilados de sus predecesores. Es probable que Bhaskara escribiera el *Lilavati* con la intención de proporcionar a sus estudiantes los conocimientos básicos para una aplicación mecánica de los procedimientos. En *Bijaganita*, en cambio, proporcionó, además de las reglas, sus fundamentos teóricos.

Bijaganita es una obra algebraica de nivel avanzado. En sus doce capítulos trata, entre otros temas, la aritmética de los números negativos y el cero, los números sordos, el método *kuttaka*, las ecuaciones lineales y cuadráticas, determinadas e indeterminadas, y los sistemas de ecuaciones. En el campo del álgebra Bhaskaracharya abordó el estudio de cuatro tipos de ecuaciones determinadas: las ecuaciones lineales con una incógnita; las ecuaciones lineales con varias incógnitas; las ecuaciones con una, dos o más incógnitas y exponente de segundo grado o superior en una de ellas o en dos o más y; por último, las ecuaciones con producto de incógnitas. También estudió los sistemas formados por estos tipos de ecuaciones.

Bhaskara también mostró gran interés por los problemas del análisis indeterminado. En este punto completó y perfeccionó los métodos de Aryabhata y Brahmagupta (*Kuttaka*) e introdujo un nuevo método, denominado *chakravala* o cíclico, para facilitar la obtención de las soluciones enteras de la ecuación $Nx^2 + 1 = y^2$. Los métodos de Brahmagupta y Sripati no siempre daban soluciones enteras de esta ecuación, pero observaron que si el interpolador k de la ecuación auxiliar $Na^2 + k = b^2$ tomaba los valores $\pm 1, \pm 2, \pm 4$, se obtenían siempre soluciones enteras de $Nx^2 + 1 = y^2$. El método cíclico de Bhaskara resolvió el problema de cómo formar una ecuación auxiliar con tales valores del interpolador de forma sistemática, sin recurrir al tanteo como habían hecho sus predecesores.

Para explicar de manera sucinta el funcionamiento de su método cíclico, considérese la ecuación auxiliar $Na^2 + k = b^2$ siendo a, b, k números enteros. Para un valor arbitrario de m se cumple que $N \cdot 1^2 + (m^2 - N) = m^2$. Aplicando el primer lema de Brahmagupta, se obtiene $N(am + b)^2 + k(m^2 - N) = (bm + Na)^2$ y, dividiendo por k^2 , se obtiene: $N \left(\frac{am+b}{k} \right)^2 + \frac{m^2-N}{k} = \left(\frac{bm+Na}{k} \right)^2$. A partir de

ella, Bhaskara busca un valor m para el que $\frac{am+b}{k}$ sea entero. De entre todos los valores posibles, elige aquél que minimiza $|m^2 - N|$. Si m_0 es dicho valor, entonces $a_1 = \frac{am_0+b}{k}$, $b_1 = \frac{bm_0+Na}{k}$ y $k_1 = \frac{m_0^2-N}{k}$ son números enteros y la ecuación auxiliar original pasa a ser $Na_1^2 + k_1 = b_1^2$. Repitiendo el proceso un número finito p de veces, se llegará, afirma Bhaskara, a la ecuación $Na_p^2 + k_p = b_p^2$, en la que el interpolador k_p toma alguno de los siguientes valores $\pm 1, \pm 2, \pm 4$, siendo a_p, b_p enteros.

Bhaskara aplicó el método cíclico para resolver ecuaciones indeterminadas del tipo $ax^2 + bx + c = y^2$ y también la ecuación de Pell $Nx^2 + 1 = y^2$ para valores de $N = 8, 11, 32, 61, 67$. Para $N = 61$, obtuvo como valores mínimos de la solución: $x = 226\,153\,980$ e $y = 1\,776\,319\,049$. Curiosamente, quinientos años más tarde, Fermat propuso el reto de resolver esa misma ecuación a su amigo Frénicle de Bessy. Se ignora lo sucedido, tan sólo se sabe que, cien años más tarde, Lagrange resolvió el problema utilizando series convergentes de la fracción continua de la raíz cuadrada de 61.

En las secciones astronómicas del *Siddhanta Siromani*, Bhaskara proporciona resultados trigonométricos relevantes, como es el caso de las conocidas fórmulas $\sin(a \pm b) = \sin a \cdot \cos b \pm \cos a \cdot \sin b$. Pero el resultado más sorprendente proviene de sus estudios sobre el problema de la determinación de los eclipses. Este fenómeno tenía una gran relevancia religiosa y su acertada predicción confería un gran prestigio a los científicos. Tanto Aryabatha como Brahmagupta habían abordado el problema a partir del estudio del movimiento instantáneo verdadero del satélite en un momento determinado de tiempo. Para ello, emplearon la fórmula $u' - u = v' - v \pm e$ ($\sin w' - \sin w$), donde u, v, w son la longitud verdadera de la luna, la longitud media y la anomalía media en un momento dado; u', v', w' simbolizan esas mismas cantidades después de un intervalo específico de tiempo y e representa la excentricidad de la órbita. Manjula, un astrónomo del siglo X, advirtió que la ecuación podía reducirse a $u' - u = v' - v \pm e (w' - w) \cos w$. Bhaskara completó este resultado calculando otro de los datos esenciales para predecir el momento del eclipse: el ángulo de posición de la eclíptica. Para ello, utilizó una regla que puede considerarse la diferencial del seno, $d(\sin w) = \cos w dw$.

Además de este resultado, hay otras evidencias en la obra de Bhaskara que refuerzan la idea de que fue uno de los primeros matemáticos en concebir los principios básicos del cálculo diferencial. Por ejemplo, para calcular el movimiento instantáneo de un planeta consideró el intervalo de tiempo entre dos posiciones sucesivas inferior a una unidad infinitesimal de tiempo, el truti, que toma igual a $1/33750$ de segundo. Sabía que cuando una variable alcanzaba el valor máximo su diferencial se anulaba. También hay trazas en su obra del teorema que en la actualidad llamamos de Rolle, ya que demostró que, cuando un planeta está en el punto más distante o más próximo a la Tierra, la ecuación del centro se anulaba. De lo que concluyó que, para una cierta posición intermedia, la diferencial de dicha ecuación era nula. En cualquier caso, debe señalarse que Bhaskara únicamente contempló estos principios del cálculo como una herramienta útil para sus trabajos astronómicos e ignoró su potencialidad y aplicabilidad en otros campos.

Aunque los árabes llegaron a conocer su obra, no fueron capaces de utilizar y extender sus resultados y, en consecuencia, no llegaron a ser conocidos por los matemáticos occidentales hasta que H.T. Colebrooke los tradujo al inglés y los publicó en el año 1817.



Situación actual del estado de Kerala, India.

Hasta fechas recientes se consideraba que después de Bhaskara las matemáticas indias no habían experimentado ningún progreso reseñable. Una serie de artículos publicados en 1940 sacaron a la luz los brillantes logros matemáticos de la escuela de Kerala. Esta escuela fue fundada por Madhava de Sangamagrama en el siglo XIV. La emigración de los estudios matemáticos al sur del subcontinente debió producirse como consecuencia de la inestabilidad política a que se vio sometido el resto de la India. Aunque la información disponible actualmente sobre las matemáticas de la escuela de Kerala es fragmentaria, los textos conocidos muestran un nivel matemático muy superior a las obras del periodo clásico, sin que haya posibilidad de que hubieran intervenido influencias externas en su desarrollo. En sus trabajos astronómicos, los científicos

de la escuela de Kerala necesitaban disponer de valores precisos de π y de las razones trigonométricas, lo que les llevó a obtener los siguientes resultados:

- Las series de potencias para la determinación del arco tangente y de π realizadas por Madhava, que más tarde realizarían los matemáticos europeos Gregory y Leibniz respectivamente. Tomando 21 términos de la serie de π , Madhava obtuvo el valor 3,14159265359.
- Desarrollaron las series de potencias del seno y del coseno, que más tarde se atribuirían a Newton en Europa, y aproximaciones de las funciones seno y coseno hasta el segundo orden, similares a las series propuestas por Taylor en el siglo XVIII para estas funciones.
- Ampliaron resultados obtenidos por matemáticos anteriores, especialmente los de Bhaskara relativos al teorema del valor medio que abordó Paramesvara (1360 – 1455) en su comentario del *Lilavati*.

Pese a la brillantez de sus descubrimientos, los matemáticos de Kerala no llegaron a formular una teoría sistemática del cálculo infinitesimal, ni hay constancia de que sus descubrimientos trascendieran los límites de Kerala.

Gerardo de Cremona y la Escuela de traductores de Toledo

Cuando Mahoma se retiró a Medina el año 622, para regresar poco después triunfalmente a la Mecca, además de una nueva religión y un nuevo imperio, se inició un brillante periodo en la historia de la ciencia y la cultura. Los árabes, unidos y fortalecidos en su nueva fe, iniciarán una fulgurante conquista que, en menos de un siglo, extendió sus dominios desde el valle del Indo hasta los Pirineos, incluyendo en ese vasto territorio Persia, las llanuras de Asia Central hasta la frontera china, Egipto, norte de África, España y parte de Francia. Los califas, sucesores de Mahoma, pertenecían a dos familias dinásticas: los Omeyas y los Abasíes. Los primeros reinaron en la parte oriental y fijaron la capital en Damasco hasta que el año 750 fueron destronados cruentamente por los Abasíes. Uno de los pocos Omeyas que escapó de la matanza, el joven Abderramán, huyó a España y estableció el califato omeya en Córdoba, que se convertiría en el centro del poder y la cultura musulmana en Occidente durante las tres centurias siguientes.

La tolerancia hacia la cultura y las religiones de los territorios conquistados, particularmente de cristianos y judíos, y su afán por absorber sus conocimientos, fue una característica esencial del dominio árabe, e hizo posible un florecimiento cultural y científico del imperio musulmán que no tuvo parangón en el resto del mundo conocido. El año 766 el califa Al-Mansur trasladó la capital a Bagdad e inició un amplio programa de protección de las artes y las ciencias. Sus generosos estipendios atrajeron a sabios y artistas judíos, sirios y persas a la casa de la sacudiría (Bait al-Hikma), complejo de edificaciones, al modo del Museo de Alejandría, que incluía un observatorio, una biblioteca y una academia o centro de traducciones. Esta ingente obra se fue completando a lo largo de los reinados de sus sucesores Harun el-Rashid (786 – 809) y Almamun (809 – 833).

Convertido el árabe en la lengua franca de aquel vasto imperio, se hizo preciso iniciar un ambicioso programa de traducción de obras clásicas para alimentar el florecimiento cultural y científico del imperio árabe; programa que, a la vez, jugó un papel esencial la preservación de estas obras de la antigüedad. Las traducciones se hacían bajo el mecenazgo del propio califa o de familias poderosas de Bagdad. El califato llegó a organizar misiones, que enviaba a los lugares más recónditos del imperio, e incluso más allá de sus fronteras, para localizar y adquirir manuscritos. Las primeras traducciones se nutrieron de los restos de la biblioteca de Alejandría, de obras griegas procedentes de Bizancio y de tratados de álgebra, astrología y astronomía traídos de las escuelas sirias de Antioquía y Damasco. La cultura científica que se desarrolló en Bagdad, a partir de estas traducciones, constituyó una síntesis de la tradición helenística y la que derivaba directamente de las fuentes indias y persas; por ello, como señala Carl B. Boyer, los desarrollos matemáticos árabes pueden encuadrarse de forma natural en cuatro apartados diferentes: una aritmética de claro origen hindú basada en el sistema numérico posicional; un álgebra que, aún teniendo raíces profundas en Grecia, India y Babilonia, es reelaborada y sistematizada por los árabes; una trigonometría cuyo núcleo principal proviene de Grecia pero que los árabes adaptan según el patrón hindú y amplían con nuevas funciones y relaciones; por último, una geometría de claro origen griego, a la que hacen importantes aportaciones.

La caída de Roma el año 476 supuso un notable declive de la actividad matemática en Europa. Apenas destaca la figura de Boecio cuyas obras son de un nivel muy elemental. Tras su desaparición el año 524, la ciencia europea cayó en la más absoluta postración y así se mantuvo durante las varias centurias que abarcó el periodo conocido como la "época oscura". Hasta mediados del siglo X no se atisban en Europa los primeros signos de interés por los desarrollos matemáticos y astronómicos que, en aquel momento, eran monopolio de los científicos árabes. Este interés, surgido en los monasterios y escuelas capitulares, espolea la necesidad de hacerse con copias latinas de las obras científicas y filosóficas árabes.

En aquella época, Córdoba era la capital cultural del imperio árabe occidental. Su biblioteca, fundada por el califa Al-Haquem II en el siglo X, se dice que llegó a albergar 400 000 volúmenes, adquiridos por agentes enviados a los centros culturales del mundo islámico. La caída del califato cordobés en el año 1031 dio paso a la formación de pequeños reinos o taifas cuyos gobernantes continuaron, a su escala, la misma política cultural del califato. Dentro de esos nuevos reinos destacaron las taifas de Zaragoza, Badajoz, Sevilla y Toledo por la intensa actividad científica que se desarrolló en ellas. La inestabilidad política que se había producido en torno a la caída del califato provocó el desplazamiento de eruditos judíos, mozárabes y árabes heterodoxos a zonas más tranquilas, tanto del territorio árabe como de la Marca superior, que comprendía el valle del Ebro, o la Marca Hispánica, situada entre el Ebro y los Pirineos. Esto favoreció el que algunos monasterios, enclavados en estos territorios, iniciaran la traducción al latín de obras árabes a partir del siglo X. Ese fue el caso del monasterio de Ripoll y de otros situados en Vich o Gerona. Gerberto de Aurillac, que llegaría a ser el Papa Silvestre II, viajó durante los años 967 y 970 por algunos monasterios de la Marca Hispánica, donde tuvo ocasión de conocer los numerales Gobar. Su gran prestigio, y la difusión que dio a los conocimientos adquiridos durante ese viaje, potenciarán la política de traducciones de textos científicos árabes en los dos siglos siguientes.



Cuando Alfonso VI reconquistó Toledo el año 1085 estableció una política de tolerancia respecto a las tres comunidades que componían el reino: judíos, musulmanes y mozárabes, respetando su multiculturalismo y su pluralidad lingüística. Por otra parte, su política cultural francófila impulsó la presencia de la orden de Cluny en los más importantes monasterios de Castilla y en las principales sedes episcopales, incluida Toledo. Fueron precisamente sus arzobispos francos Bernardo de Sédirac (1086 – 1125) y su sucesor, Raimundo de La Sauvetat (1125 – 1152) quienes favorecieron la llegada a la ciudad imperial de numerosos eruditos eclesiásticos, en su mayoría franceses, con el fin de que realizaran estudios. Sus intereses iniciales no eran tanto el conocimiento de la ciencia árabe como la adquisición de su cultura para la reforma de la Iglesia. Este grupo, desconocedor de la lengua árabe, generará la demanda de traducciones que dará origen, a partir del año 1130, del movimiento cultural conocido como Escuela de Traductores de Toledo.

Una buena parte de la población de Toledo era bilingüe y aún trilingüe, ya que la lengua árabe continuó hablándose por mozárabes y judíos tras la reconquista de la ciudad; por ello, la práctica más común en la traducción de textos árabes al latín era que un mozárabe o judío, con conocimientos limitados de latín, colaborase con el traductor foráneo, encargándose de pasar el texto árabe a la lengua romance o al latín vulgar y, a continuación, el clérigo educado en escuelas latinas lo vertía al latín culto.



Gerberto de Aurillac,
Papa Silvestre II.

Esta feliz conjunción de factores hizo que la hegemonía cultural de los centros de traducción de la península se desplazara a Toledo, convirtiendo a esta ciudad en el principal centro de transmisión de la cultura árabe y lugar de encuentro de los eruditos europeos. La Escuela de Traductores de Toledo tuvo dos etapas claramente diferenciadas. La primera abarcó desde el año 1130 hasta el 1187. La segunda, bajo el patrocinio del rey Alfonso X el Sabio, se desarrolló entre los años 1252 y 1287. En la primera etapa, el arzobispo Raimundo será el impulsor de las traducciones, con especial predilección por las obras filosóficas de Aristóteles. Gracias a este patrocinio, pasaron al latín las obras de importantes pensadores árabes y de la antigüedad griega clásica, lo que constituyó un magnífico proyecto de recuperación del saber antiguo, similar al que se había realizado en Casa de la Sabiduría de Bagdad entre los siglos VIII y X.

El Centro de Traducciones de Toledo no fue único en la Península Ibérica, ni tampoco en la Europa cristiana. Existieron importantes centros de traducción en los antiguos reinos de Sicilia y Nápoles. En el siglo XIII se constituyeron los centros de traducción de Sevilla y Murcia como una prolongación de las actividades de la Escuela de Toledo, que integraba una red de centros traductores, monasterios y abadías, colaboradores en la tarea de hacer circular las traducciones del árabe al latín por toda la Cristiandad.

Entre la amplia nómina de traductores que trabajaron en Toledo a lo largo del siglo XII cabe destacar los nombres de Domingo Gundisalvo, Hugo de Santalla, Marcos de Toledo, Abraham bar Hiyya, Abraham Ibn Ezra, Juan Hispalense, Platón de Tívoli, Gerardo de Cremona, Adelardo de Bath, Roberto de Chester, Daniel de Morley, Hermann el Dálmata o Rodolfo de Brujas. Sus propios nombres indican sus variados lugares de procedencia. Entre todos ellos cabe destacar, por la calidad y cantidad de sus trabajos, a Domingo Gundisalvo (ca. 1110 – 1190), Gerardo de Cremona (1114 – 1187) y Juan Hispalense (¿? – 1180).

Gerardo de Cremona fue el más prolífico de todos. Existen pocos datos sobre su vida, un documento que sus discípulos y asociados añadieron al final de su traducción del *Microtegni* (*Ars parva*) de Galeno, tras la desaparición del maestro, proporciona una breve biografía de Gerardo junto a un elogio final y un listado de las setenta y una traducciones que le atribuyen.

Se sabe que nació en Cremona (Lombardía) el año 1114 y realizó sus estudios en esta ciudad, probablemente en su escuela capitular. Desde muy joven mostró un extraordinario interés por el estudio de la ciencia y la búsqueda de manuscritos de las obras clásicas. Tan intensa fue esta pasión bibliográfica que acabó llevándole a Toledo en busca del *Almagesto* de Tolomeo, ya que la versión de la obra ptolemaica compuesta por Boecio se había perdido desde hacía tiempo. No se conoce con precisión en qué fecha llegó a Toledo, pero si completó sus estudios de teología en Cremona debió de permanecer allí hasta la edad de veinticinco o treinta años y, en consecuencia, su llegada a Toledo no se produciría más allá del año 1144.



Gerardo de Cremona

De su estancia en Toledo hay constancia en tres documentos del registro catedralicio, fechados en mayo de 1157, marzo de 1174 y marzo de 1176, que señalan a un tal Girardus como componente del capítulo de la catedral. El primer documento le menciona como “magister Girardus” y el segundo utiliza el apelativo “Ego Girardus dictus magister confirmo”. Parece que el título de maestro era algo más que honorífico si nos atenemos al relato que hace Daniel de Morley, en el último capítulo de su obra *Philosophia*, de su asistencia a una lectura pública del Cremonense sobre la *Gran introducción a la ciencia de la Astrología* de Abu Mashar, y su posterior debate con el maestro en torno a la influencia de los astros en la determinación del destino del hombre.

Aunque la mayoría de historiadores sostiene que falleció en Toledo el año 1187, basándose en la frase “Toleti uixit, Toletum reddidit astris”, que aparece en su elogio final, a principios del siglo XIV, el dominico Francesco Pipino sostuvo en su obra *Chronicon* que Gerardo había sido sepultado en el monasterio cremonense de Santa Lucía y había legado su biblioteca a la ciudad. Cuatro siglos más

tarde, el erudito Francisco Arisi recogía este testimonio y señalaba que no había encontrado rastro alguno del legado a la ciudad. Probablemente, el cadáver de Gerardo fue llevado desde Toledo para ser inhumado definitivamente en su ciudad natal junto con sus propiedades, que serían donadas a beneficio del monasterio de Santa Lucía.

En Toledo, Gerardo encontró, además del *Almagesto*, una gran cantidad de manuscritos científicos y filosóficos árabes. Sin duda esta abundancia, unida a su pasión bibliográfica, le impulsó a aprender la lengua árabe. Probablemente, una de sus primeras traducciones debió ser el *Almagesto*, tarea en la que contó con la colaboración del mozárabe Galib. Sin embargo, ni su nombre ni el de otra persona vuelve a aparecer en ninguna de las restantes traducciones que sus asociados le atribuyen. Todo parece indicar que, una vez alcanzado un buen dominio de la lengua árabe, el propio Gerardo estuvo en disposición de realizar por sí mismo las traducciones del original árabe al latín. Bajo este supuesto, las tareas de sus asociados estarían vinculadas a la localización y adquisición de manuscritos, a la selección de los de mayor calidad entre los varios en circulación, a la edición, la corrección de pruebas, etc.

Los investigadores consideran que la lista de traducciones de sus asociados no puede considerarse exhaustiva. Estudios posteriores, basados en diferentes criterios, como por ejemplo el estilo, han ido añadiendo nuevas obras a la lista. El historiador G. Sarton, por ejemplo, elevó el número de traducciones del Cremonense a ochenta y siete. Las traducciones de Gerardo de Cremona se ajustan estrechamente al original árabe, preservando la construcción de las oraciones y traduciendo con la máxima fidelidad los términos árabes. En ese sentido, su estilo se corresponde con el método de traducción palabra por palabra que ya había utilizado anteriormente Juan Hispalense.

En el cuerpo de traducciones realizadas por Gerardo de Cremona se observa una división por disciplinas coherente con la organización del saber que se establecerá en el siglo XIII. Todas ellas se encuadran en las siguientes grandes áreas disciplinares: lógica, filosofía, medicina, matemáticas, astronomía y astrología, alquimia, geomancia y adivinación. La obra de Gerardo aportará al empobrecido ambiente científico y cultural europeo el saber del mundo árabe en aquella época. La ciencia y la filosofía europea del periodo comprendido entre los siglos XII y XIV serán totalmente dependientes de la tradición árabe, a diferencia de lo que sucederá durante el Renacimiento, en el que el interés de los humanistas por las obras clásicas griegas desbancará la influencia árabe.

Prescindiendo del grupo de obras dedicadas a la alquimia, la adivinación y la geomancia, Gerardo de Cremona, pese a no haber estado especialmente interesado por la filosofía, realizó un total de once traducciones de obras filosóficas, en su mayor parte de Aristóteles y de comentaristas árabes del filósofo griego, a las que han de añadirse tres obras de lógica.

Mayor influencia y repercusión tuvieron en Europa sus veinticuatro versiones latinas de textos médicos. Entre ellas deben destacarse sus traducciones de las obras de Galeno. El insigne médico griego ya era conocido y admirado en el occidente cristiano antes de la época de Gerardo. Constantino el Africano había contribuido a ello, conocía la existencia de dieciséis obras de Galeno aunque solamente llegó a traducir una de ellas, el *Megategni*. Gerardo vertió al latín otras cinco obras de esa lista, además de otras de autores árabes, seguidores del gran médico griego, entre los que cabe destacar a los cordobeses Ibn al-Wāfid (Abenguefit) y Abu'l-Qāsim (Abulcasis), considerado el padre de la cirugía moderna. Pero su traducción más influyente fue sin duda el *Canon medicinae* de Ibn Sīnā (Avicena), que habría de convertirse en el principal texto para la enseñanza de la medicina en Europa durante varias centurias.



Traducción de Gerardo de Cremona
de *Cirugía* de Abulcasis.

Con todo, fueron la astronomía y las matemáticas las disciplinas que más atrajeron la curiosidad científica del cremonense. Realizó, en total, diecisiete traducciones de obras matemáticas, incluyendo aplicaciones a la óptica y a la dinámica. A partir de sus traducciones árabes, tradujo al latín, entre otras obras clásicas griegas, los *Elementos* de Euclides; *Mensura circuli* de Arquímedes y la *Sphaerica* de Menelao de Alejandría. Tradujo también obras matemáticas de autores árabes como Thabit ibn Qurra (826 – 901), Banu Musa (siglo IX), Al-Kindi (801 – 873) y Al-Khwarizmi (ca. 780 – 850), de cuya obra aritmética realizó una nueva versión latina bajo el título de *Algorismus de integris*. También tradujo su obra algebraica con el título de *Liber de iebera et almucabala*. Esta última traducción fue veinticinco años posterior a la primera versión latina realizada en Segovia por Roberto de Chester. Al parecer, la versión de Gerardo fue utilizada por Fibonacci para enfocar su tratamiento del álgebra.

Al-Khwarizmi fue el principal exponente de la tradición de origen persa e hindú en la matemática árabe. Escribió algunas obras de astronomía basadas probablemente en el *Sindhind*, título dado a la traducción árabe de la copia del *Siddhanta* de Brahmagupta que una delegación hindú había entregado como presente al califa Al-Mansur de Bagdad. Las traducciones de sus obras sobre aritmética y álgebra tuvieron gran repercusión en el desarrollo matemático europeo. En la primera se exponía por primera vez el sistema numérico hindú y los dos tipos de numerales usados a la sazón en el imperio árabe: los dígitos Gobar, de uso común entre los árabes españoles y, en general, en el oeste del imperio árabe, y los numerales utilizados en el este, cuyo uso aún continúa en algunos países islámicos. Ambos tipos de dígitos derivaban de los numerales Gwalior. Las múltiples versiones latinas de este libro realizadas en el siglo XII, bajo el título de *Liber algoritmi de numero indorum*, iniciarán la introducción del sistema decimal posicional en las matemáticas occidentales, proceso que no culminará hasta el siglo XVI. Cabe señalar, también, que sendas correcciones en el proceso de traducción de ambas obras dieron origen a los términos actuales de algoritmo y álgebra.

En el campo de la astronomía y la astrología, disciplinas que en aquella época poco se diferenciaban, tradujo un total de doce obras entre las que destaca su versión del *Almagesto*, que divulgó en el occidente europeo la magna obra astronómica de Ptolemeo. Su título griego original, *Hè Megalè Syntaxis*, fue transformado por el traductor que trasvasó la obra al árabe en *Kitab almayisti*, y su latinización derivó en *Almagesto*.

Una prueba fehaciente de la prolongada influencia que tuvo la traducción de Gerardo está en el hecho de que fuera la primera impresión del texto latino del *Almagesto*, realizada en Venecia el año 1515. Cabe reseñar también su traducción de la corrección al *Almagesto*, *De astronomía libri IX*, del matemático y astrónomo sevillano Jabir ibn Allah (1100 – 1150), latinizado como Geber, que contribuyó a la introducción y difusión de la criometría en Europa. También realizó las versiones latinas de dos de las principales obras del astrónomo jienense Ibn Mu'adh al-Jayyani (989 – 1079), *Liber tabulae lahem cum regulis suis* (Tablas de Jaén) y *Liber de Crepusculis matutino et vespertino*. Especialmente relevante fue su versión latina de las tablas del astrónomo Azarquiel, *Canones Arzachelis*, que Alfonso X el Sabio utilizaría posteriormente en su *Libro del Saber de Astronomía*.

Bibliografía

B. Datta y Avadhesh N. Singh, *History of Hindu mathematics. A source book, Part I y II*, Asia Publishing House, Bombay, 1962.

Carl B. Boyer, *Historia de la Matemática*, Alianza Universidad Textos, Madrid, 1986.

George Gheverghese Joseph, *La cresta del pavo real. Las matemáticas y sus raíces no europeas*, Ediciones Pirámide, Madrid, 1996.

Gerard of Cremona. *Complete Dictionary of Scientific Biography*. 2008. *Encyclopedia.com*. 10 oct. 2014.

The MacTutor History of Mathematics archive. <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history>



SOCIEDAD MATEMÁTICA DE PROFESORES DE CANTABRIA



CURIOSIDADES

El verano 2014 ya pasó, pero hay cosas de él que permanecen

La sección *Menú de Problemas* del Boletín número 14 recogía el cuestionario cinematemático que Alfonso Jesús Población Sáez había publicado a finales de junio de 2012 en la sección *Cine y Matemáticas* de la página <http://www.divulgamat.net> y que correspondía al concurso del verano de ese año. Los veranos de 2013 y de 2014 también han contado con sus respectivos concursos donde el profesor Población pone a prueba nuestros conocimientos cinematográficos e indaga en nuestras estrategias para resolver cuestiones matemáticas. Pero, si los gustos de nuestros lectores no son cinematográficos, pueden entretenerse haciendo juegos malabares con monedas. En la misma página, pero en la sección *El Rincón Matemático*, Pedro Alegría Ezquerro propuso el pasado mes de julio una serie de problemas relacionados con la disposición de monedas. Finalmente, en la sección *Literatura y Matemáticas*, Marta Macho Stadler se acercó a los amantes de la literatura con el concurso titulado *Bolas de nieve*.

A continuación mostramos cinco retos del pasado verano, dos de *Cine y Matemáticas*, dos de *El Rincón Matemático* y uno de *Literatura y Matemáticas*. Esperamos que resulten suficientemente motivadores para entrar en las respectivas secciones de la página y ver cómo Alfonso Jesús y Pedro vinculan unas preguntas con otras o cómo Marta nos adentra en una poesía especial. Deseamos que nuestros lectores se pongan manos a la obra, aunque ¡ya estén fuera de concurso! No se puede buscar el pretexto de “ahora no tengo tiempo, por algo proponen estos juegos en verano”, porque las Navidades están próximas y, a lo mejor, podemos encontrar un ratito, o varios; ya se sabe que unos problemas llevan a otros, pero mientras sean de este tipo...

De *Cine y Matemáticas*:



He aquí el ejemplo de cuestión cinematemática. Junto a este fotograma se ofrece el siguiente diálogo

Él: ¿Por qué cuando un hombre se interesa por su trabajo, por un libro, o algo, la mujer tiene que empezar a hacer cosas de mujer?

Ella: Porque no quiere que se pierda más que en ella.

Él: Cariño, en matemáticas uno nunca, nunca, se pierde. En la vida, muy a menudo; en el amor, siempre. Pero en matemáticas, dos más dos siempre son cuatro y eso es maravilloso. Deja que te enseñe esto. ¿Lo ves?

Ella (ambos miran a la mesa; ella asiente): Sólo es una curva.

Él: Pues sí. Es una parábola. De algo así sí que podría enamorarse un matemático. Llevo trabajando en ello más de cuatro años. Empecé cuando estaba en el ejército, en África...



La cuestión es: ¿En qué asunto lleva trabajando cuatro años, algo que “en el Ejército no servía, pero que otras personas darían su brazo derecho por ello”, según palabras textuales del protagonista?

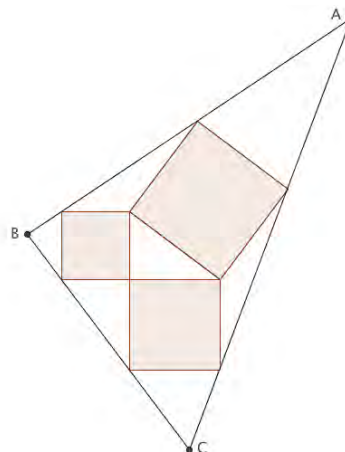


Ahí va la pregunta matemática. Alfonso Jesús simula un diálogo con un amigo; dicen:

- A veces a este tipo de patologías les hacen tests basados en imágenes llenas de manchas y borratajos, y determinan desviaciones en base a lo que los sujetos aprecian en esas imágenes.

- Sí, a veces las interpretaciones son muy rebuscadas... Es como si les pasaran un dibujo como éste y dedujeran que el paciente es esquizofrénico porque diga que el triángulo ABC es rectángulo.

La cuestión es: ¿Es el triángulo ABC rectángulo? Está construido uniendo los vértices de los cuadrados de lados 3, 4 y 5 unidades. Dar una demostración razonada (no vale aproximar los ángulos con software geométrico).



De El rincón Matemático:

POSICIÓN INICIAL



Se trata de pasar de la disposición de la izquierda a la de la derecha, siguiendo las siguientes reglas:

- En cada movimiento se puede deslizar (sólo deslizar, no levantar) sobre la mesa una sola moneda.
- Al finalizar cada movimiento, la moneda deslizada debe tocar otras dos monedas.

POSICIÓN FINAL



Se trata de pasar de la disposición dada en la imagen superior a la de la inferior, siguiendo la siguiente regla:

- En cada movimiento sólo se pueden mover dos monedas, una de cada valor, que estén juntas, y deberán colocarse en la misma fila, aunque en otra posición.

POSICIÓN INICIAL



POSICIÓN FINAL



De Literatura y Matemáticas:



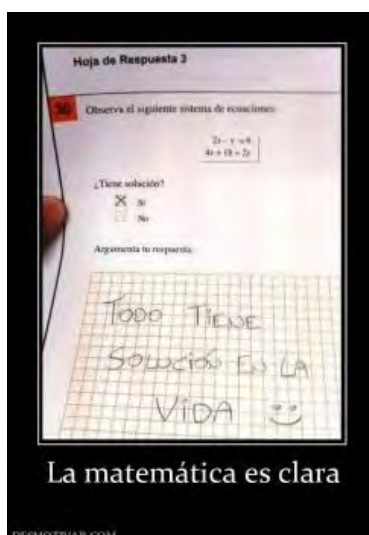
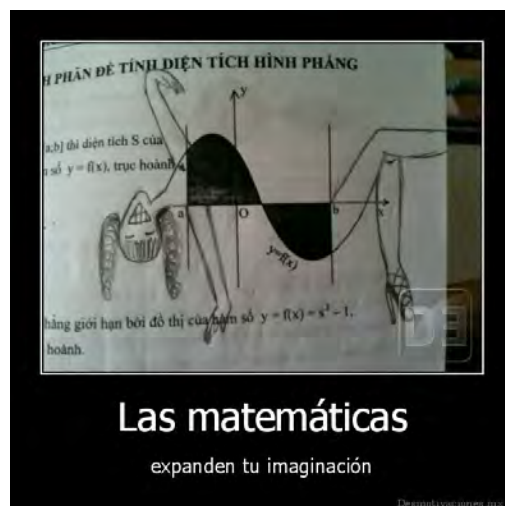
Para concluir este apartado vamos a indicar algunos aspectos relacionados con el concurso literario *Bolas de nieve*, cuyo origen está, según la profesora Macho, en OuLiPo, acrónimo, en francés, de Taller de Literatura Potencial. En la correspondiente sección de la página www.divulgamat.net se dan las definiciones de *bola de nieve de longitud n*, *bola de nieve de longitud n deritiéndose* y *rombo*, así como ejemplos de tales conceptos. Para concursar bastaba redactar una de esas construcciones de longitud 10, como mínimo, y con tema matemático (figuras geométricas, personajes matemáticos, teoremas famosos, etc.). A continuación, transcribimos el rombo que el jurado consideró ganador y que fue obra de María José Fuente Somavilla. Sabiendo que un rombo es la concatenación de una bola de nieve y una bola de nieve deritiéndose, esperamos que el ejemplo sea lo suficientemente ilustrativo como para que el lector pueda establecer las definiciones de los dos tipos de bola de nieve.

Homenaje a las irresistibles conjeturas

Y
en
una
sola
noche
Fermat
formula
tremenda
conjetura
cautivando
matemáticos.
Personajes
aplicados
Taniyama
Shimura
afinan,
Wiles
dice
yes
sí
O

La motivación que siempre encontramos en desmotivar.com

Éste es el cuarto boletín consecutivo en el que nos hemos rendido ante algunas imágenes de la página <http://www.desmotivar.com>. Nuestro propósito: arrancar alguna sonrisa a aquellas personas que siguen estas líneas. De las tres ediciones anteriores, las matemáticas fueron objeto de reseña en las dos primeras, mientras que en la tercera se recogía el pulso *Apple – Microsoft*. Hoy volvemos a mostrar el lado humorístico de algunas situaciones matemáticas. Siempre es bueno que alguien tenga la capacidad de ver las cosas serias de otra manera. En ese sentido, parece que el autor de la imagen derecha no anda exento de lo que su propio cartel proclama: *Las matemáticas expanden la imaginación*. Las personas que detentan la autoría de las dos siguientes *lo tienen claro*. Y esperemos que la suerte acompañe a la audaz niñita y el resultado no le haga caer de la silla.



Y la de Fotomat sigue siendo una de nuestras páginas favoritas

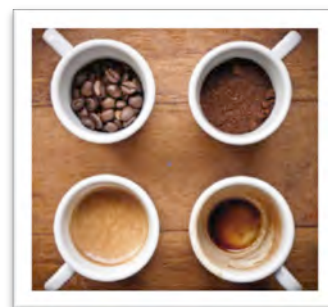
En esta sección de *Curiosidades* somos reincidentes. Son varias las ocasiones que hemos mostrado en estas páginas algunas de las fotografías que cada año incorpora la página <http://www.fotomat.com>. Algunas son tomadas de situaciones reales, otras forman parte de exposiciones de fotografía matemática. Pero todas tienen algo en común, producen en el observador cierta sorpresa, e incluso admiración, al comprobar la imaginación de algunos de los creadores. Como siempre, aquí sólo damos una pequeña muestra y, por ello, os invitamos a hacer un recorrido más exhaustivo en la dirección mencionada, en el que no hay que olvidar leer los pies de foto, que amplían el sintético título y resultan muy recomendables.



SUBCUERPO



PROGRAMACIÓN LINEAL



GRUPOS DE PERMUTACIONES



PROPIEDAD TRANSITIVA
DE LA INCLUSIÓN



A LA SOMBRA DE LA REALIDAD



TRIACONTAKAIHEXÁGONO
(o hexatriptuagesimógono
o 36ágono)

Los saludos de siempre y algo más



De las tres imágenes anteriores, la tercera puede ser un buen punto de partida para tratar en nuestras aulas el concepto de numeral y diferentes representaciones numéricas. Concluimos esta mini galería de imágenes mostrando una pirámide numérica cuya justificación general también puede ser un buen ejercicio para nuestros alumnos.

$$\begin{aligned}
 1 \times 8 + 1 &= 9 \\
 12 \times 8 + 2 &= 98 \\
 123 \times 8 + 3 &= 987 \\
 1234 \times 8 + 4 &= 9876 \\
 12345 \times 8 + 5 &= 98765 \\
 123456 \times 8 + 6 &= 987654 \\
 1234567 \times 8 + 7 &= 9876543 \\
 12345678 \times 8 + 8 &= 98765432 \\
 123456789 \times 8 + 9 &= 987654321
 \end{aligned}$$

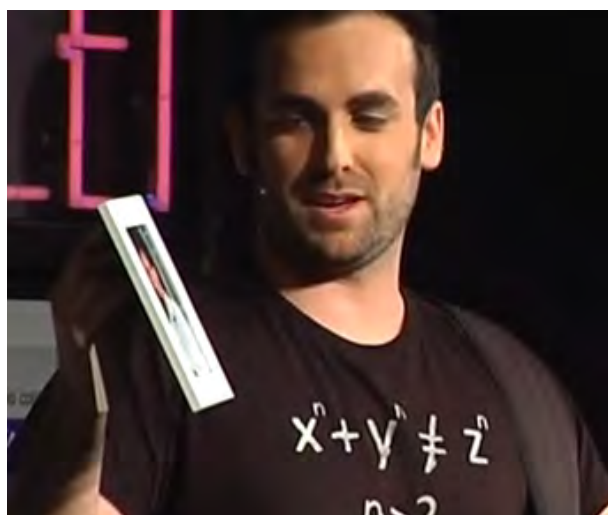
www.MundoTosco.com.br

Fermat y Andrew Wiles, los otros duques de Alba

Trescientos años son los que separan a Fermat de Andrew Wiles. Ninguno de los dos necesita presentación, pero añadamos que el segundo resolvió la célebre conjetura formulada por el primero:

Si n es un entero mayor que 2, entonces no existen números enteros positivos x, y, z verificando la igualdad $x^n + y^n = z^n$

Cayetana de Alba y su marido, Alfonso Díez, tampoco necesitan mucha presentación, pero la comparación que de ambas parejas hace Santiago García Cremades se debe más a la diferencia de edad que a la celebridad, ésta no comparable, de unos y de otros. A quien sí vamos a presentar es al propio Santiago, que este año ha sido el tercer clasificado en el festival *FameLab España 2014*. Este festival tiene por principal objetivo fomentar la divulgación de la ciencia identificando, formando y dando a conocer nuevos talentos entre los que trabajan en ciencia, a través del monólogo científico. Santiago García Cremades es matemático y profesor de la Universidad de Murcia y el monólogo por él presentado al festival versaba sobre la historia del último teorema de Fermat. Dicho monólogo se encuentra en <http://www.famelab.es/es/galeria/santi-garcia-3o-clasificado-famelab-espana-2014> y hará sonreír a aquéllos que decidan verlo cuando oigan, por ejemplo, cómo explica la densidad del conjunto de los números racionales en el conjunto de los reales comparándola con la manera de hacer de Messi en el campo del Atlético de Madrid. Finalmente, para que el lector decida si la similitud entre las parejas Fermat – Wiles y Alba – Díez es o no sorprendente, le sugerimos observar las imágenes ofrecidas a continuación.



Aitor Menta, nombre artístico de Santiago García Cremades, en un momento de su actuación.



Algunos de los personajes que Santiago García Cremades menciona en su monólogo.

Matemáticas y peritaje caligráfico, no matemáticas y grafología

En la página http://catedu.es/matematicas_mundo/SOCIEDAD/sociedad_grafologia.htm José María Sorando Muzas, al que en esta sección nos hemos referido en reiteradas ocasiones, además de advertirnos sobre la diferencia entre grafología y peritaje caligráfico, nos indica, de manera somera, por qué la dimensión fractal tiene algo que decir en el estudio caligráfico de un texto. El punto de partida está relacionado con la verificación de la autenticidad o no de los documentos atribuidos a Luis Bárcenas, ex tesorero del Partido Popular. El trazo caligráfico de una persona conlleva un contorno liso, al tener menor contacto con el papel; mientras que sucede lo contrario cuando el texto es imitado. Por esa razón, la dimensión fractal de las letras de un texto original será menor que las de un texto imitado. La lectura de esa página llevará al lector a otros trabajos y noticias, desde un video relativo a la serie *Numb3rs* a un artículo de Clara Grima titulado *¿Tienen las matemáticas algo que decir sobre la veracidad de los papeles de Bárcenas?* Aunque el asunto coincide con el del profesor Sorando, la profesora Grima lo analiza desde un punto de vista estadístico.



Momento de la escena de *Numb3rs* en la que se explica la relación entre dimensión fractal y trazo caligráfico.

Y otra curiosidad

No creemos que el simple aparato del que se habla a continuación deje indiferente a nadie. No es éste el lugar donde deseamos debatir acerca de la oportunidad o la utilidad del artificio en cuestión, sino simplemente queremos mostrar que en el mundo de inventos sencillos no estaba todo dicho.

Observe el lector la siguiente sucesión de imágenes y seguramente adivinará de lo que estamos hablando y que el inventor del mismo ha denominado *Plantilla Matricial*.



Imágenes obtenidas de la página donde se publicita la *Plantilla Matricial*®.

En la página <http://www.plantillamatricial.com/index.html> se explica la aplicación que tiene y la conveniencia de usar esta plantilla. Seguidamente transcribimos una parte de ese texto.

*Una de las operaciones posibles es la de **hallar el menor complementario de un elemento** de una matriz, que se aplica para la resolución de operaciones matriciales como, por ejemplo, la de hallar la matriz adjunta de una matriz dada y la matriz inversa con determinantes.*

Cabe destacar que la Oficina Española de Patentes y Marcas (OEPM) ha concedido el Modelo de Utilidad de la *Plantilla Matricial*® en enero de 2014.

Curioso, asimismo, es el logotipo asociado a este instrumento. Opine el lector, una opinión que también es solicitada en la página donde, además de promocionarse, se puede adquirir la plantilla, tanto en la versión para pizarra como para cuaderno de estudiante. La primera mide 27,5 cm; y las destinadas a uso del alumno se comercializan en lotes de tres, de 2, 2,5 y 3 cm, respectivamente.



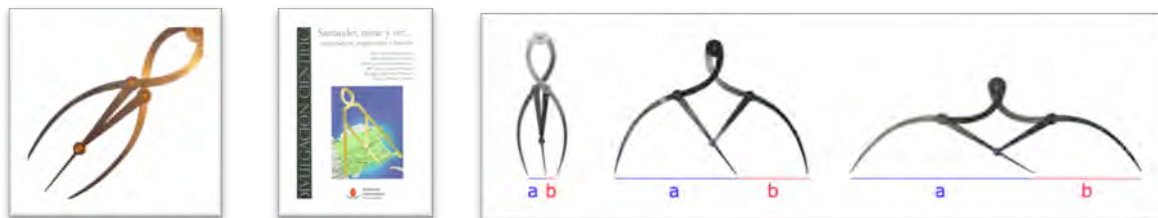
Un calibrador muy dorado

La imagen inferior izquierda, obtenida de la dirección

<http://www.etsy.com/es/listing/74772932/golden-mean-calipers-small-114cm-45>,

representa lo que se conoce como un *calibrador del número de oro*, elegido para formar parte de la portada del libro *Santander, mirar y ver... matemáticas, arquitectura e historia* (imagen central) reseñado en la sección correspondiente de este Boletín. Con una manera de apertura y cierre similar a la de un compás, este instrumento permite dividir un segmento en otros dos de manera que la razón entre sus longitudes es igual al *número áureo*. Así, en cualquiera de las posiciones del calibrador, como muestra la imagen inferior derecha, tomada de <http://www.goldenmeancalipers.com>, se tiene la siguiente igualdad:

$$\frac{a}{b} = 1,618 \dots$$

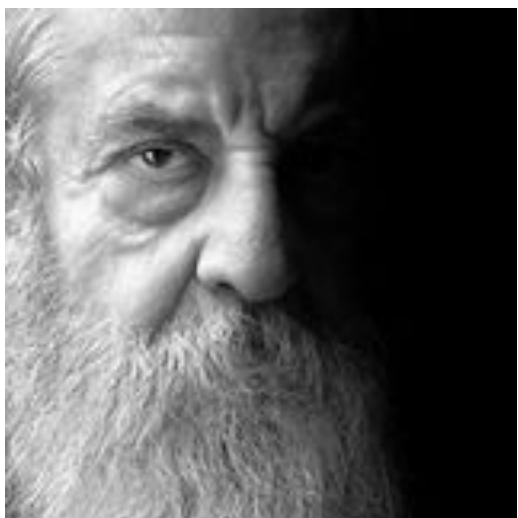


Por añadidura, y como el lector habrá recordado, también se tiene que:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = 1,618 \dots$$

Más información sobre este calibrador y algunas curiosidades relativas al número áureo pueden encontrarse en <http://www.youtube.com/watch?v=FGCfCvsMtLc>

Lo que decía la madre de Jesús Lizano y lo que dice Jesús Lizano



Al elaborar alguno de los bloques de este Boletín nos tropezamos con la sugerencia de Antonio Pérez Sanz de incluir en las clases de matemáticas poesía, ¡por qué no! En la sugerencia en cuestión se nos animaba a leer un poema de Jesús Lizano, el cual transcribimos a continuación. Recuperamos así una propuesta que ya aparecía dentro de esta misma sección pero en números previos de esta revista. Así, en el número 9 se recogía la *Oda a los números*, de Pablo Neruda; en el número 11, el *Canto a la tangente*, de León Felipe; y en el número 12 se incluía la versión *matematizada* de la canción *I Will Survive*, de Gloria Gaynor, que llevaba por título *I Will Derive*.

La imagen y el texto del poema de Jesús Lizano han sido tomados de su página de *Facebook*,

<https://es-es.facebook.com/JeusLizano>

Ahí van la sugerencia de Antonio Pérez y las palabras de Jesús Lizano.

Mi madre decía: a mí me gustan las personas rectas.

A mí me gustan las personas curvas,
las ideas curvas,
los caminos curvos,
porque el mundo es curvo
y la tierra es curva
y el movimiento es curvo;
y me gustan las curvas
y los pechos curvos
y los culos curvos,
los sentimientos curvos;
la ebriedad: es curva;
las palabras curvas:
el amor es curvo;
¡el vientre es curvo!;
lo diverso es curvo.

A mí me gustan los mundos curvos;
el mar es curvo,
la risa es curva,
la alegría es curva,
el dolor es curvo;
las uvas: curvas;
las naranjas: curvas;
los labios: curvos;
y los sueños; curvos;
los paraísos, curvos
(no hay otros paraísos);
a mí me gusta la anarquía curva.
El día es curvo
y la noche es curva;
¡la aventura es curva!

Y no me gustan las personas rectas,
el mundo recto,
las ideas rectas;
a mí me gustan las manos curvas,

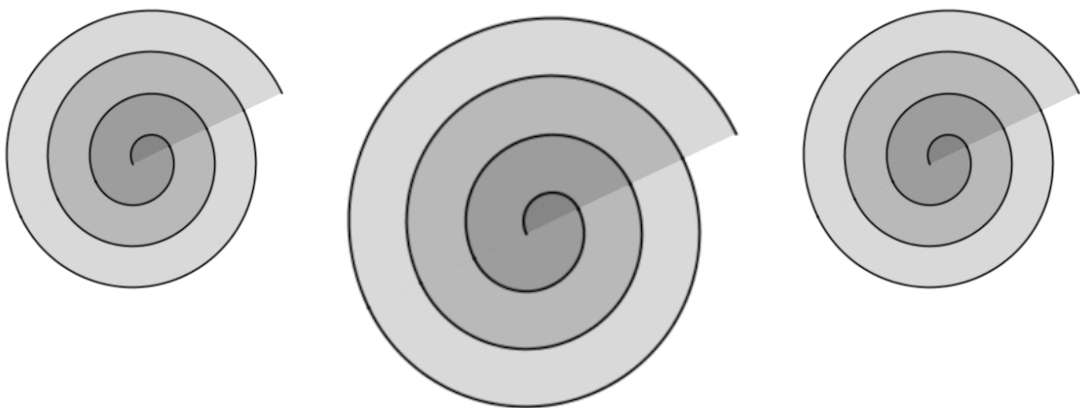
los poemas curvos,
las horas curvas:
¡contemplar es curvo!;
(en las que puedes contemplar las curvas
y conocer la tierra);
los instrumentos curvos,
no los cuchillos, no las leyes:
no me gustan las leyes porque son rectas,
no me gustan las cosas rectas;
los suspiros: curvos;
los besos: curvos;
las caricias: curvas.

Y la paciencia es curva.

El pan es curvo
y la metralla recta.

No me gustan las cosas rectas
ni la línea recta:
se pierden
todas las líneas rectas;
no me gusta la muerte porque es recta,
es la cosa más recta, lo escondido
detrás de las cosas rectas;
ni los maestros rectos
ni las maestras rectas:
a mí me gustan los maestros curvos,
las maestras curvas.
No los dioses rectos:
¡libérennos los dioses curvos de los dioses rectos!

El baño es curvo,
la verdad es curva,
yo no resisto las verdades rectas.
Vivir es curvo,
la poesía es curva,
el corazón es curvo.
A mí me gustan las personas curvas
y huyo, es la peste, de las personas rectas.



OLIMPIADAS Y OTROS CONCURSOS

XVIII OLIMPIADA MATEMÁTICA DE CANTABRIA para estudiantes de 2º de ESO

PARTICIPACIÓN Y DESARROLLO

La última edición de la Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO, que constituía su número dieciocho, se celebró el día 12 de abril de 2014 en las aulas de la Facultad de Ciencias. También en esta ocasión, la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC), entidad organizadora de dicha Olimpiada, se ha de sentir contenta por la magnífica acogida que el concurso ha tenido por parte de los estudiantes a los que va dirigida.

En esta convocatoria, el número de inscritos ha sido de 187 estudiantes, de los que finalmente se presentaron a la prueba 151. Un hecho sorprendente es que en la edición decimotava de esta Olimpiada se ha duplicado el número de inscripciones de la edición anterior, y en la misma razón el de participantes.

cierta ilusión, nos atreveríamos a decir que esa sensación no es nada comparable a la que deben percibir minutos antes de entrar en las aulas y enfrentarse a la resolución de los problemas planteados. En esos momentos sus caras expresan la incertidumbre por lo desconocido y la expectación por hacer un buen papel, quizás también experimenten con sorpresa que sus compañeros, y en algunos casos amigos, se conviertan por unas horas en temidos adversarios.



Todos los alumnos que se presentaron a la XVIII Olimpiada fueron obsequiados por la Organización con una camiseta y un diploma. Aun cuando esos pequeños regalos les provocan



Los enunciados y las soluciones de los problemas que constituían la prueba constituyen la sección siguiente. Unos y otras aparecen publicados en la página web de la SMPC,

<http://www.sociedadmatematicacantabria.es>

En esta edición el hilo conductor de los enunciados han sido los XXII Juegos Olímpicos de Invierno, celebrados en la ciudad rusa de Sochi en febrero de 2014. Una vez más nuestra felicitación a los responsables del diseño de la prueba, por su originalidad.



Para finalizar, indicar que las soluciones que aparecen en este Boletín no son una transcripción literal de las oficiales. Nos hemos tomado la libertad de mostrar, en algunos casos, ligeras modificaciones o vías alternativas para la resolución de tales ejercicios.

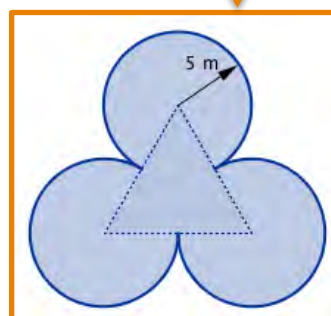
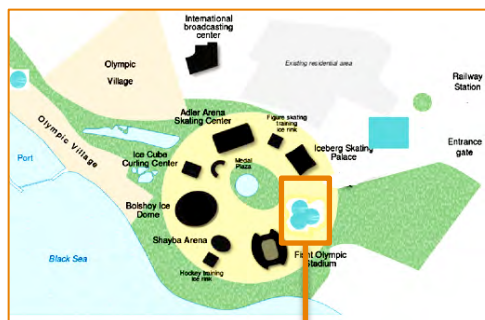
PROBLEMAS

INTRODUCCIÓN

Sochi, ciudad rusa situada entre las montañas nevadas del Cáucaso y el mar Negro, ha sido la sede de los XXII Juegos Olímpicos de Invierno, celebrados entre el 7 y el 23 de febrero de 2014, y de los XI Juegos Paralímpicos de Invierno, disputados del 7 al 16 de marzo del mismo año. Los siguientes problemas quieren ser un homenaje al espíritu deportivo olímpico.

PROBLEMA 1

Sochi fue establecida como una elegante área vacacional por Stalin a mediados del siglo XX y hoy en día es el mayor centro turístico de Rusia, contando con bellos paisajes y parques. En uno de esos parques se plantean construir una fuente en forma de trébol, como indica la figura, y que será la mayor de la ciudad. ¿Cuántos litros de agua cabrían si la profundidad fuese de un metro?



PROBLEMA 2

El logo de las Olimpiadas de Sochi consta, entre otros elementos, de los anillos olímpicos, principal símbolo de los Juegos Olímpicos. Son cinco aros entrelazados de colores azul, negro, rojo, amarillo y verde que representan las cinco

partes del mundo que se han unido al olimpismo y que han aceptado competir sanamente. Además, los seis colores (con el fondo blanco) combinados representan a todas las naciones sin excepción. Tanto el logo de los XXII Juegos Olímpicos de Invierno como el cartel anunciador de la XVIII Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO se realizaron originalmente a tamaño DIN A3. A continuación te mostramos el logo de las Olimpiadas de Sochi a otro tamaño.



Deutsches Institut für Normung, más conocida por sus siglas DIN, es una de las empresas encargadas de unificar los formatos (o tamaños) de las hojas de papel. La hoja patrón, conocida como DIN A0, es rectangular y tiene una superficie de 1 metro cuadrado. La hoja DIN A1 se obtiene doblando por la mitad la DIN A0, la DIN A2 es la mitad de la DIN A1, la DIN A3 es la mitad de la DIN A2, la DIN A4 es la mitad de la DIN A3, etc. Además, las dimensiones de la hoja DIN A0 son tales que del proceso anterior resulta que las medidas de todas las hojas son proporcionales.

Te pedimos que, ayudado de la anterior información, calcules las dimensiones de la hoja patrón, la DIN A0.

PROBLEMA 3

Un grupo de cinco aficionados a los deportes de invierno se desplazó a Sochi para apoyar a los 20 deportistas olímpicos y a los 7 deportistas paralímpicos que conformaban la delegación española en los Juegos.



Este grupo - A, B, C, D, E - estaba formado por tres mujeres de, respectivamente, 22, 23 y 24 años, y dos hombres de 22 y 24 años, respectivamente. Se sabe que:

- D y C son del mismo sexo
- E y A son de la misma edad
- B es más joven que C y del mismo sexo que A

¿Cuáles eran las edades y el sexo de cada uno de los miembros del grupo?

PROBLEMA 4

El día con mejores resultados para el equipo español en la Olimpiada de Sochi fue el 14/02/2014, en el que Javier Fernández obtuvo un 4º puesto en patinaje artístico masculino.



Si te fijas, la fecha de celebración de esta Olimpiada es muy similar a la de entonces: 12/04/2014. Ambas fechas tienen en común que los cuatro primeros dígitos coinciden con los cuatro últimos, salvo en el orden. Podemos decir que estos números son “equilibrados”.

- a) ¿Cuáles son las fechas que hay en este año que son números equilibrados?
- b) ¿Cuántos números equilibrados de ocho cifras se pueden formar con las cifras de la fecha 12042014?
- c) ¿Cuántos números equilibrados de ocho cifras existen, sin que se repita ninguna de ella más de dos veces?

Nota 1: Los números equilibrados no necesariamente deben corresponder a fechas. Por ejemplo, 34564356 es un número equilibrado y no es fecha.

Nota 2: También consideraremos número equilibrado de ocho cifras los que empiecen por cero. Por ejemplo, 09459405.

PROBLEMA 5

El año pasado la nieve cubrió totalmente las montañas del Cáucaso y sus alrededores; tanto, que toda la costa rusa-georgiana del Mar Negro era esquiable.

Dos esquiadores rivales decidieron ese día prepararse con una prueba de ultra larga distancia. El ucraniano Oleksandr y el ruso Sergey escogieron casualmente la misma ruta costera y, mientras Oleksandr iba de Gelendzhik a Sochi, el ruso la recorría entre Sochi y Gelendzhik.

Ambos salieron al amanecer y se movieron a velocidad constante hacia su destino. Al mediodía se cruzaron sin detenerse, ni cambiar de ritmo y ni siquiera saludarse pues se llevaban muy mal. Oleksandr llegó a su destino a las 16:00 horas y Sergey a las 21:00 horas.



¿A qué hora amaneció aquel día?

Solución del problema 1

La forma de la fuente permite determinar su volumen como producto del área de su base por su altura. El área de la base coincide con la suma del área del triángulo y las áreas de tres sectores circulares iguales cuyo total equivale a dos círculos y medio.

$$\text{Área triángulo} = A_1 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \sqrt{10^2 - 5^2} = 5 \cdot \sqrt{75} = 25\sqrt{3} \text{ m}^2$$

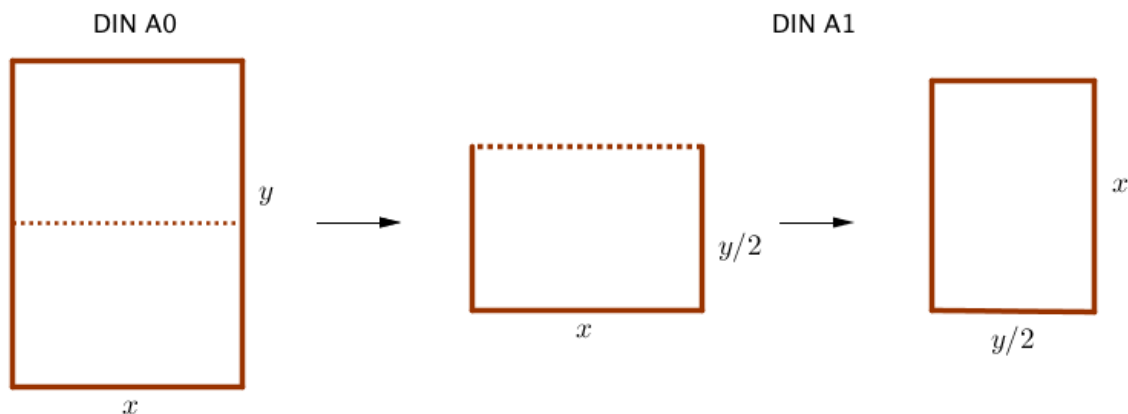
$$\text{Área tres sectores} = A_2 = 2,5 \cdot \pi \cdot 5^2 = 62,5 \cdot \pi \text{ m}^2$$

Usando para $\sqrt{3}$ y π aproximaciones a dos decimales, se tiene: $A_1 + A_2 \approx 43,30 + 196,25 = 239,55 \text{ m}^2$

Puesto que la altura de la fuente es de un metro, el volumen pedido es $V \approx 239,55 \text{ m}^3$. Por tanto, cabrían, aproximadamente, 239 550 litros de agua.

Solución del problema 2

La imagen siguiente ilustra el paso de DIN A0 a DIN A1.



Como DIN A0 tiene 1 m^2 de superficie: $x \cdot y = 1$

Como los lados de las hojas DIN A0 y DIN A1 son proporcionales (dicho de otra forma, las hojas DIN A0 y DIN A1 son semejantes): $\frac{x}{y/2} = \frac{y}{x}$

De la proporción anterior se obtiene: $y = \sqrt{2} x$

Expresión que, al ser sustituida en la primera de las condiciones, permite deducir:

$$x^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x^2 \approx 0,7071 \Rightarrow x \approx 0,8409 \Rightarrow y \approx \frac{1}{0,8409} \approx 1,1892$$

Las dimensiones de DIN A0 son, aproximando a dos cifras decimales: $0,84 \text{ m} \times 1,19 \text{ m}$

Nota: Nos gustaría comentar que algunos de los estudiantes que resolvieron este problema optaron por vías *menos algebraicas*.

- Unos determinaron la medida del logo del enunciado mediante la regla graduada y fueron calculando las medidas de la hoja DIN inmediatamente anterior; a partir de ellas, las de la anterior, etc. hasta llegar a una DIN tal que el producto de su altura y su anchura equivaliese a un metro cuadrado.
- Otros estudiantes, que recordaban las medidas DIN A4, realizaron un proceso similar al descrito en la primera parte del párrafo precedente pues, en este caso, conocían que la iteración acababa en cuatro pasos.

Solución del problema 3

Denotamos por A, B, C, D, E las cinco personas del grupo, de las cuales, según el enunciado:

- tres son mujeres de 22, 23 y 24 años, respectivamente
- dos hombres de 22 y 24 años, respectivamente
- D y C son del mismo sexo
- E y A son de la misma edad
- B es más joven que C y del mismo sexo que A

Una posible cadena de deducciones parciales que conduce a la solución es la siguiente:

- E y A son de distinto sexo
- A y B tienen distinto sexo que D y C
- E tiene el mismo sexo que D y C y, por tanto, E, D y C son mujeres
- A y B son hombres y tienen 24 y 22 años, respectivamente
- C, D y E tienen, de manera correspondiente, 23, 12 y 24 años

La tabla siguiente recoge el resultado final.

	22 años	23 años	24 años
mujeres	D	C	E
hombres	B		A

Solución del problema 4

- a) Las fechas pedidas pueden describirse como ____2014, donde los guiones deben estar ocupados por las cifras 2, 0, 1 y 4, de manera que las dos primeras correspondan al día y las dos últimas al mes. Para los meses sólo son posibles las siguientes parejas ordenadas de cifras: 01, 02, 04, 10, 12

Teniendo en cuenta en cada caso las cifras restantes y que los valores asignados a los días no pueden superar a 31, las fechas resultantes pueden describirse como: 24012014, 14022014, 12042014, 21042014, 24102014, 04122014

- b) Los números son de la forma

$$\overbrace{\quad\quad\quad}^{2,0,1,4} \overbrace{\quad\quad\quad}^{2,0,1,4}$$

Por tanto, la cantidad de maneras de completar la parte izquierda del número es $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$; y, por cada una de ellas, habrá otras 24 posibilidades para la parte derecha del número. Así, la cantidad total de números equilibrados que pueden construirse con las cifras del día de celebración de esta Olimpiada Matemática es $24^2 = 576$.

- c) La situación ahora puede describirse como

$$\overbrace{\quad\quad\quad\quad\quad}^{0,1,\dots,9} \overbrace{\quad\quad\quad\quad\quad}^{0,1,\dots,9}$$

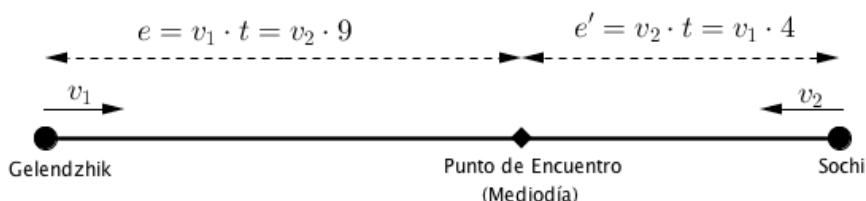
teniendo en cuenta que las cifras que aparecen a la izquierda (y, por tanto, a la derecha) ya no pueden repetirse.

Para determinar la cantidad de maneras que hay de rellenar los cuatro primeros lugares se tiene en cuenta que la primera cifra se puede elegir de 10 formas, la segunda de 9, la tercera de 8 y la cuarta de 7. En total, $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5\,040$ posibilidades. Puesto que las últimas cuatro cifras han de coincidir (salvo orden) con las cuatro primeras, por cada grupo de cuatro cifras a la izquierda hay $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ posibilidades de completar la parte derecha. La cantidad total de números equilibrados de ocho cifras es, pues, $5\,040 \cdot 24 = 120\,960$.

Solución del problema 4

Supongamos que t representa el tiempo que va desde el amanecer hasta el mediodía y que e y e' representan las respectivas distancias recorridas por Oleksandr y Sergey durante el tiempo t . Esas distancias son, por otra parte, las que recorren, respectivamente, Sergey en 9 horas y Oleksandr en 4 horas, es decir, desde su encuentro hasta el momento en que completan el trayecto.

Si v_1 es la velocidad de Oleksandr y v_2 la velocidad de Sergey, podemos establecer las relaciones que vienen indicadas en la figura siguiente:

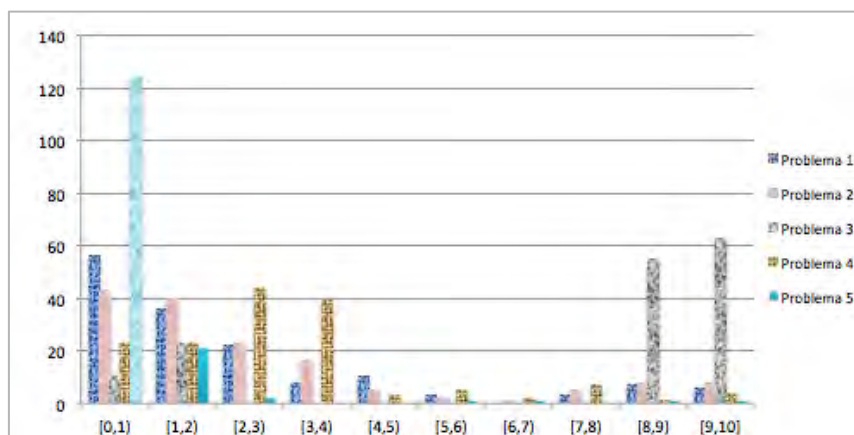


$$\text{De las igualdades: } v_1 \cdot t = v_2 \cdot 9, \quad v_2 \cdot t = v_1 \cdot 4, \text{ se deduce: } \frac{t}{4} = \frac{9}{t} \Rightarrow t = 6$$

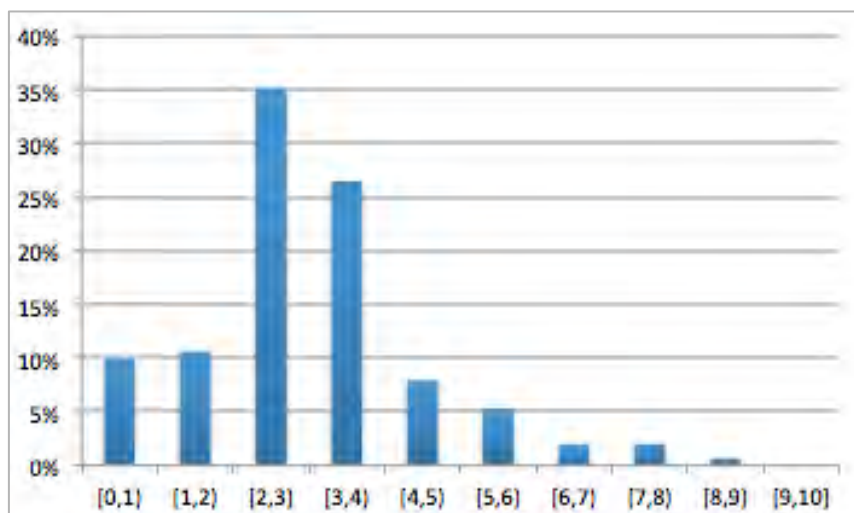
Si el tiempo transcurrido desde el amanecer hasta el mediodía es de 6 horas, es que amaneció a las 06:00 horas.

ESTADÍSTICAS

Las gráficas y tablas que aparecen a continuación, recogen algunos aspectos relacionados con las puntuaciones obtenidas en la XVIII Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO.



Número de estudiantes, de los 151 presentados, que obtiene una nota por problema comprendida en el intervalo correspondiente.



Porcentaje de estudiantes que obtiene una calificación final comprendida entre los extremos indicados.

	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Problema 5	PRUEBA
Nota media	1,93	2,28	7,10	2,45	0,35	2,82
Nota máxima	10	10	10	10	9	8
Nota mínima	0	0	0	0	0	0

En la tabla de la izquierda se señalan las notas medias, máximas y mínimas obtenidas en cada uno de los problemas de la prueba y en la prueba en su conjunto.

Recordemos que la nota final se obtiene como la media aritmética de las puntuaciones de los cinco problemas, donde cada uno de ellos tiene una calificación máxima de 10. En esta ocasión, la nota de corte de los finalistas fue de 5,6 (décima mejor calificación obtenida).

CUADRO DE HONOR

La relación, por orden alfabético de apellidos, de los 10 primeros clasificados fue la siguiente:

David Ignacio Alcántara García
 Roberto Fernández Crespo
 María González-Estéfani Bravo
 Gabriel Martí Holgado
 Diego Martínez Bermejo
 José Antonio Parcha Barruetaña
 Adrián San Luis Torre
 Beatriz Sánchez Villar
 Manuel Vila Torre
 Jia Ze Zhang



Estos diez alumnos tuvieron, por parte de la SMPC, un reconocimiento público a su trabajo. En un acto celebrado en el Salón de Actos de la Facultad de Ciencias, presidido por Carmen Espeso Ortiz, presidenta de la SMPC, esos diez estudiantes, rodeados de sus familiares, recibieron una mención especial y algunos regalos. También se aprovechó ese momento para que los padres de los tres estudiantes que iban a representar a Cantabria en la fase nacional de la Olimpiada Matemática concedieran a la SMPC los permisos necesarios para que el profesor que debía viajar con los chicos pudiera hacerlo sin ningún tipo de problema. Los alumnos elegidos para representar a Cantabria en la XXV Olimpiada Matemática Nacional, que se celebraría en Barcelona entre los días 25 y 29 de junio, fueron José Antonio Parcha Barruetaña, Adrián San Luis Torre y Manuel Vila Torre.

En las páginas siguientes se ofrece información detallada de la estancia de nuestros representantes en Cataluña; tanto del concurso en sí, como de las impresiones que ellos trajeron de su participación en la Olimpiada Matemática Nacional.



AGRADECIMIENTOS

Nadie pone en duda que detrás de cualquier evento hay personas que se encargan de su organización. En el ámbito de la SMPC todos los actos tienen como responsables organizativos distintas comisiones que, de manera desinteresada, ponen su esfuerzo y su tiempo a disposición de la Sociedad para que, año tras año, puedan llevarse a cabo. Es, por ello, que queremos dar las gracias, en particular, a cuantas personas han hecho posible la XVIII edición de la Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO, ya sean diseñadores, cuidadores o correctores de la prueba. Además, nos parece oportuno recordar que en la corrección de los problemas, cada profesor corrector se encarga de una única pregunta y que dicha labor la ejerce con desconocimiento total del nombre del estudiante al que corresponde el problema.

Queremos dejar asimismo constancia de nuestro agradecimiento a todos los profesores que animan, inscriben y acompañan a sus alumnos a la prueba. Su ejemplo será, sin duda, aliciente para que otros profesores de Cantabria se sumen a esa iniciativa y estimulen a sus alumnos de 2º de ESO a participar en la decimonovena edición de la Olimpiada Matemática de Cantabria.



En las páginas finales de este Boletín se puede encontrar información de la convocatoria de la XIX Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO.



XXV OLIMPIADA MATEMÁTICA NACIONAL para estudiantes de 2º de ESO

Aunque, bajo el nombre de Olimpiada Matemática Nacional para estudiantes de 2º de ESO sólo lleva celebrándose desde 1996, fecha en que se produce la implantación de ese sistema educativo en España para enseñanza secundaria, su equivalente, la Olimpiada Matemática Nacional para estudiantes de 8º de EGB, data de 1990. Es, por tal motivo, que esta edición puede ser denominada *edición de plata*, por coincidir con la vigésimo quinta convocatoria del concurso. Desde siempre, esta prueba ha estado amparada por la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas, que quiso así ofrecer un certamen que pudiera ser considerado la culminación de cuantos otros ya habían sido puestos en marcha en ámbitos locales o provinciales.

En esta ocasión, la XXV Olimpiada Matemática Nacional para estudiantes de 2º de ESO se celebró del 25 al 29 de junio de 2014 en Barcelona. La Federación de Entidades para la Enseñanza de las Matemáticas en Cataluña (FEEMCAT) y la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) fueron las entidades organizadoras.



A la XXV Olimpiada Matemática Nacional acudieron un total de 52 alumnos y 9 alumnas, representantes de Andalucía, Aragón, Canarias, Cantabria, Castilla y León, Castilla La Mancha, Cataluña, Ciudad Autónoma de Melilla, Comunidad de Madrid, Comunidad Foral de Navarra, Comunidad Valenciana, País Vasco, Extremadura, Galicia, Islas Baleares, Institutos Españoles en el Principado de Andorra, La Rioja, Principado de Asturias y Región de Murcia, acompañados por sus respectivos profesores, que suponían alrededor de una treintena. Cantabria estuvo representada por los tres primeros clasificados en la decimoctava edición

de la fase provincial: José Antonio Parcha Barrietabeña, Adrián San Luis Torre y Manuel Vila Torre, que asistieron a la prueba acompañados por el profesor Jaime Juan Suárez Martínez.



PROGRAMA DE ACTIVIDADES

Junto a la prueba individual de resolución de problemas, el programa de la Olimpiada Matemática Nacional contemplaba, además de una amplia lista de talleres y juegos en los que se potenciaba la participación en grupo, una serie de actividades de carácter científico, cultural y deportivo con las que los estudiantes pudieran ampliar su conocimiento sobre aspectos diversos y, en particular, de algunas puntos interesantes de Cataluña.



Miércoles 25 de junio – Albergue Mare de Déu de Montserrat, Barcelona

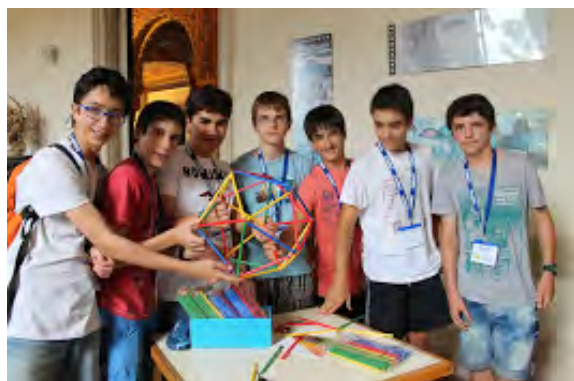
18:00 – Recepción de los participantes y adjudicación de habitaciones.

18:30 – Actividad cooperativa.

20:00 – Cena.

21:00 – Actividad de dinámica de grupos.

22:00 – Entrega del programa y credenciales.
Indicaciones para el concurso de Fotografía Matemática.



Un momento de la actividad cooperativa.

Jueves 26 de junio – Barcelona – Cerdanyola del Vallès

07:45 – Desayuno.

09:30 – Prueba individual en la Facultad de Matemáticas y Estadística, Universidad Politécnica de Cataluña (FME, UPC).



12:00 – Inauguración oficial de la XXV Olimpiada en la FME.

13:30 – Visita al Sincrotrón ALBA, Cerdanyola del Vallès.

15:00 – Almuerzo en el Sincrotrón ALBA.



Visita al Sincrotrón ALBA.

17:00 – Talleres matemáticos en La Sagrada Familia.

19:00 – Visita guiada a la Sagrada Familia.



Algunos momentos de la cita en La Sagrada Familia.

20:30 – Cena en el albergue.

21:30 – Resolución en grupo de los problemas de la prueba individual: elección de las mejores estrategias.



Resolución por equipos de los problemas de la prueba individual.

Viernes 27 de junio – Sierra de Collserola – Cornellà de Llobregat – Barcelona

07:45 – Desayuno.

09:15 – Salida y actividad matemática en la Sierra de Collserola.

13:30 – Almuerzo en Can Mercader, Cornellà de Llobregat.

14:00 – Visita a la Exposición Permanente del MMACA (Museo de Matemáticas de Cataluña).

17:30 – Visita y prueba de equipos en el Parque Güell.

20:30 – Cena en el albergue.

21:30 – Actividad de GeoGebra.

22:30 – Observación astronómica..

Sábado 28 de junio – Lloret de Mar

08:00 – Desayuno.

10:00 – Llegada a Lloret de Mar (playa de Feners). Fotos por Comunidades.

10:30 – Actividades científicas y deportivas en la playa.

14:30 – Almuerzo-picnic en la playa.

15:30 – Paseo en barco hasta Lloret de Mar.

17:00 – Prueba de equipos y entrega de las fotografías del concurso.

20:30 – Cena en Lloret de Mar.

21:00 – Paseo por Lloret de Mar.

22:00 – Verbena popular en el Barrio de Pescadores.

23:00 – Regreso al albergue.



En Lloret de Mar.

Domingo 29 de junio – Barcelona

08:00 – Desayuno.

09:30 – Visita turístico-matemática por la Barcelona medieval: Catedral y Plaza del Rey.

10:30 – Entrada al Palacio de la Generalidad de Cataluña para dar inicio al acto de clausura.

10:45 – Acto de clausura. Conferencia-taller de Anton Aubanell “Geometría con pompas de jabón”.



Anton Aubanell, junto a dos estudiantes, durante su conferencia de clausura *Geometría con pompas de jabón*

11:45 – Entrega de premios.



Los estudiantes ven como el mejor de los premios su participación en la Olimpiada, los diplomas que se les entrega suponen un recuerdo material de la misma. En la imagen, la delegación cántabra con sus diplomas.

12:00 – Despedida.



PROBLEMAS DE LA PRUEBA INDIVIDUAL



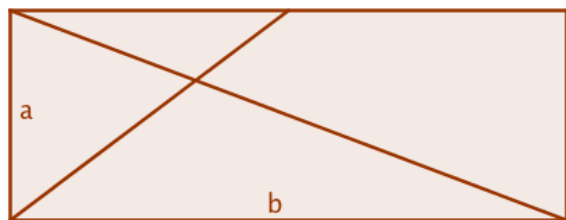
PROBLEMA 1

Para conmemorar esta XXV Olimpiada dedicaremos el primer problema al número 25.

- a) La suma de los nueve primeros números es 45: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$. Modifica el menor número de operaciones posibles para que el resultado sea 25. (En lugar de una suma puedes poner una resta, una multiplicación o una división).
- b) Utilizando las cifras del número 2014, una vez cada una, y las operaciones que quieras, debes lograr que el resultado sea 25. Encuentra cuatro soluciones distintas.
- c) Algunos números pueden expresarse como suma de dos o más números consecutivos. Por ejemplo, $4 + 5 = 9$ y también $2 + 3 + 4 = 9$. Expresa el número 25 como suma de dos o más consecutivos de todas las maneras posibles y justifica que no hay más soluciones.

PROBLEMA 2

En un rectángulo de lados a y b trazamos una diagonal y un segmento que une un vértice que no está en la diagonal con el punto medio de un lado opuesto (ver figura). El rectángulo inicial queda dividido en cuatro figuras. ¿Cuál es el área de cada una de las cuatro figuras? (Puedes expresar cada área como una fracción del área del rectángulo inicial).



PROBLEMA 3

Vamos a analizar un juego para dos jugadores. Se escriben dos números menores que 100 en un papel. Por ejemplo, 35 y 24. El primer jugador

resta los dos números y anota el resultado en el papel. Ahora el segundo jugador elige dos de los tres números escritos, los resta y anota el resultado en el mismo papel. El juego sigue de modo que en cada jugada se restan dos números que ya se han escrito previamente y se anota un nuevo número. Siempre se resta de modo que el resultado sea un número positivo. Y no es posible restar dos números si el resultado es un número que ya está escrito. El jugador que no puede anotar ningún número pierde la partida.

- a) ¿Qué jugador, el primero o el segundo en jugar, tiene ventaja? ¿Cómo hay que jugar para ganar?
- b) Si cambiamos los números iniciales, ¿cómo podremos saber qué jugador tiene ventaja? Razona tu respuesta.

PROBLEMA 4

En un papel cuadriculado dibujamos un rectángulo siguiendo los lados de la cuadrícula y trazamos una diagonal.

- a) ¿Cuántos cuadrados de la cuadrícula cortará la diagonal de un rectángulo de 7 unidades de largo y 4 unidades de ancho? ¿Y la diagonal de otro rectángulo de 9 unidades de largo y 3 unidades de ancho? (Se entiende que la unidad de longitud es el lado de un cuadradito de la cuadrícula y, por lo tanto, todos los rectángulos tienen medidas enteras).
- b) Encuentra una expresión –una fórmula– que te permita calcular el número de cuadrados que cortará la diagonal a partir de las longitudes de los lados del rectángulo. Razona tu respuesta.
- c) Si un lugar de trazar una diagonal trazamos las dos, ¿cuáles deben ser las medidas de los lados del rectángulo para que el número de cuadrados que cortan las dos diagonales sea el doble que los cortados por una sola diagonal? Razona tu respuesta.

PROBLEMA 5

Un joven y un viejo viven en el mismo edificio y trabajan en el mismo sitio. Cada mañana salen para trabajar a la misma hora, pero el joven tarda 20 minutos en hacer el trayecto de casa al trabajo y el viejo tarda 30 minutos.

- a) Si hoy el viejo ha salido 5 minutos antes, ¿en qué punto del trayecto se encontrarán?
- b) ¿Cuántos minutos más tarde tiene que salir el joven si quiere encontrarse con el viejo justo cuando se han recorrido los $\frac{4}{5}$ del trayecto? Razona tu respuesta.



CUADRO DE HONOR

Los cinco estudiantes que recibieron Mención de Honor por su destacada Prueba Individual fueron (por orden alfabético de apellidos):



Santiago Cancio Sancho
(País Vasco)

Sergio del Toro Daza
(Andalucía)

Félix Moreno Peñarrubia
(Comunidad Valenciana)

Francisco Sospedra Escat
(Comunidad Valenciana)

Manuel Vila Torre
(Cantabria)

Desde este Boletín queremos felicitar a todos los estudiantes que han participado en la Olimpiada, en particular a los tres representantes de Cantabria y, muy especialmente, a Manuel, por su meritoria actuación. No es fácil quedar entre los cinco primeros de un total de sesenta y un estudiantes y Manuel lo ha conseguido. Nuestra enhorabuena.

El equipo ganador de la Prueba por Equipos fue el formado por Iván Cerviño Paz (Galicia), Pablo Gómez Toribio (Comunidad Valenciana), Jaime López Pay (Región de Murcia) y Frutos Luengo Contreras (Castilla y León). Este mismo equipo ganó el Concurso de Fotografía Matemática.

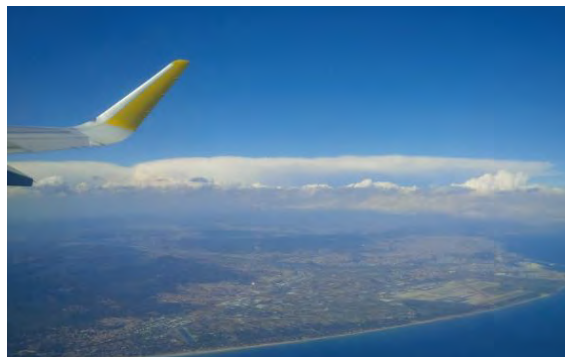
NUESTROS REPRESENTANTES OPINAN



**José Antonio
Parcha
Barrueta**

La XXV edición de la Olimpiada Matemática se ha celebrado en Barcelona, una ciudad que siempre quise conocer.

El viaje fue muy ameno y rápido ya que fuimos en avión. Cuando llegamos al albergue me sorprendió mucho. El exterior era espectacular, pero las apariencias engañan, las habitaciones no estaban mal para ser un albergue pero... ¡¡¡no había enchufes!!! Esto provocó que me quedase sin batería en numerosas ocasiones.



Para conocernos mejor, el día de llegada hicimos talleres con los profesores que organizaron la Olimpiada. En las habitaciones estábamos distribuidos al azar y nunca coincidíamos con alguien de nuestra Comunidad, así resultaba más fácil relacionarse con todos los participantes.

Durante la Olimpiada compaginábamos conferencias, en las que aprendí mucho, y pruebas matemáticas con visitas turísticas a la ciudad.

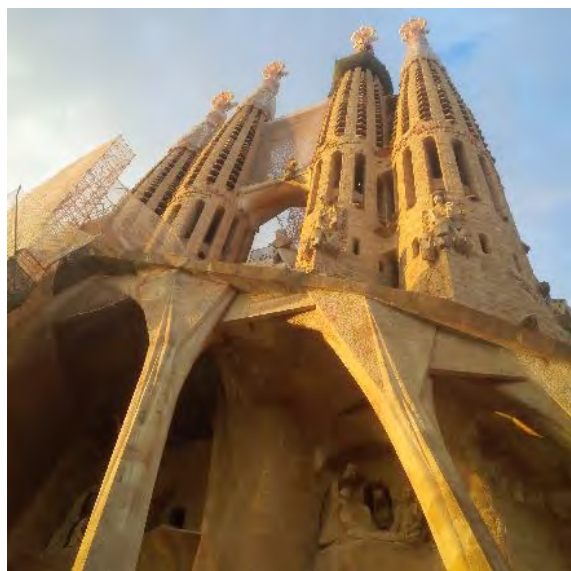
En las Pruebas por Equipos poníamos en común nuestras ideas para resolver los problemas planteados y después decidíamos cuál era la solución correcta. En la Prueba de Fotografía Matemática hicimos lo mismo, pusimos todas

nuestras fotos en común y elegimos las que más nos gustaron.



"Fútbol pentagonal"

La Olimpiada estuvo muy bien organizada y no sobró ni un minuto. Barcelona me gustó mucho, en especial, la Sagrada Familia, el Parque Güell, el Barrio Gótico y el Tibidabo.



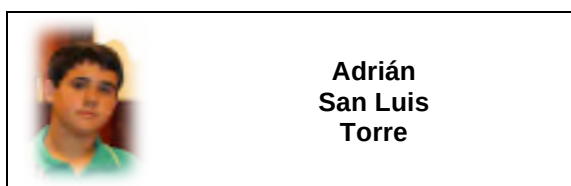
La excursión más divertida fue el sábado en Lloret de Mar, nos contaron la evolución del bosque, observamos especies marinas e hicimos esnórquel. Me lo pasé muy bien en la playa y en un parque jugando con mis amigos, fue el día más tranquilo.



El último día me dio mucha pena despedirme, pero me llevo de esta Olimpiada muy buenos amigos, que espero volver a ver pronto, y una experiencia inolvidable.



Si volviera a tener la oportunidad de participar en otra Olimpiada Matemática, repetiría seguro.



**Adrián
San Luis
Torre**

El miércoles llegamos al albergue con un poco de retraso ya que el taxista se confundió de dirección. Por la noche me fue difícil dormir debido a los nervios de la víspera de la prueba individual.



El jueves fuimos a la Universidad Politécnica de Cataluña a hacer la prueba individual. Estaba muy nervioso, pero cuando me dieron el examen se me pasaron los nervios y realicé la prueba todo lo bien que pude. Después de la prueba se inauguró la XXV Olimpiada y visitamos el Sincrotrón ALBA. Por la tarde hicimos unos talleres matemáticos en la Sagrada Familia y tuvimos una visita guiada por la misma, era preciosa. Por la noche, resolvimos en grupos los problemas de la prueba individual, me di cuenta de que había fallado en tonterías.



El viernes subimos a la Sierra de Collserola y desde un mirador pudimos observar toda Barcelona. Allí nos dieron un teodolito por equipo y medimos la distancia a unas torres. Por la tarde visitamos el MMACA, donde resolvimos rompecabezas, y el Parque Güell, donde realizamos una prueba que consistía en calcular el volumen aproximado de un viaducto. Por la noche observamos Saturno con un telescopio, era muy bonito.



El sábado fuimos a la playa de Fenals, en Lloret de Mar, donde hicimos unas actividades, la que más me gustó fue el esnórquel. Por la tarde dimos un paseo en barco. Por la noche tuvimos tiempo libre (por primera vez) y después fuimos a la verbena popular.



El domingo visitamos la Catedral y la Plaza del Rey. Después fuimos al Palacio de la Generali-

dad, donde vimos un taller de Anton Aubanell, "Geometría con pompas de jabón", fue impresionante. Cuando acabó el taller tuvo lugar la entrega de premios. La Prueba por Equipos y el Concurso de Fotografía Matemática lo ganó el mismo equipo; y en la Prueba Individual, entre los cinco mejores quedó Manuel, de Cantabria.



**Manuel
Vila
Torre**



Mi experiencia en la Fase Nacional de la Olimpiada Matemática, este año celebrada en Cataluña, ha sido algo increíble. Se podría resumir como cinco días en los que, además de aprender matemáticas y de visitar lugares realmente impresionantes, he conocido a gente espectacular con mucha de la cual, en el relativamente poco tiempo que estuvimos allí, he llegado a entablar buena amistad.

La Olimpiada no ha sido, para nada, como me la imaginaba. A decir verdad, yo me esperaba unos "Juegos del Hambre" matematizados. A ver, tampoco quiero decir que nos fuéramos a matar los unos a los otros (eso sería un poco preocupante), pero sí pensaba que iba a haber ese respeto y esa distancia que hay entre gente que, en el fondo, va allí a competir.

La delegación de Cantabria éramos José Antonio, Adrián y yo, además de Jaime como profesor. A Adrián ya le conocía del Proyecto Estalmat, nos llevamos muy bien, y a José Antonio no necesité más que lo que tardamos en llegar al albergue para ver que nos íbamos a llevar también estupendamente. Sí que es verdad que lo que tardamos en llegar al albergue fue más de lo esperado, ya que ni el taxista sabía dónde estaba el sitio en el que íbamos a quedarnos...

El que nada más llegar nos dijese que no había enchufes en las habitaciones incrementó mi idea de los Juegos del Hambre, ya sabéis, debido a la obligada búsqueda por todo el albergue de recursos para sobrevivir (o más bien para que sobreviviese la batería del móvil).

Las visitas estuvieron genial. El primer día me encantó. Visitamos el impronunciable Sincrotrón ALBA y la espectacular basílica de la Sagrada Familia. Barcelona es una ciudad preciosa. El Sincrotrón es un acelerador de partículas, hay mates por todos lados, pero lo realmente alucinante es la visión matemática que tenía Antoni Gaudí: todos y cada uno de los detalles tenían algo de mates.



El primer día fue también el de la prueba individual. Me salió mejor de lo que esperaba, hasta que lo resolvimos en grupo... Yo iba feliz pensando que tenía bien la mayoría de los problemas; pero al empezar a corregirlos, saltaban los demás: "bueno, si haces una función lineal el resultado es más exacto" o "yo lo hice sumándole cuatro factorial", y el que definitivamente me dejó seco... "bueno, yo ahí apliqué el algoritmo de Euclides". ¿El algoritmo de Euclides?! Os podéis imaginar mi cara (no muy diferente de la del resto, todo hay que decirlo) cuando me fui a la cama esa noche...



...una cara que contrastó completamente con la que se me quedó cuando recibí una Mención de Honor en la prueba, una manera inmejorable de acabar una experiencia increíble.

El día anterior a la Clausura de la Olimpiada estuvimos en Lloret de Mar, un sitio precioso. ¡Fuimos a la playa y todo! Estuvo genial (aunque hay que admitir que nuestras playas son mejores). Este día pudo haber sido perfecto si Chile hubiese ganado a Brasil en partido del mundial de fútbol, pero ¡qué se le va a hacer! Hicimos actividades en grupo por allí, todo muy relajado. Después de la paliza que nos metieron en la Sierra de Collserola el día anterior nos lo merecíamos. Yo pensaba: "se habrán equivocado de Olimpiada. ¡La prueba de la maratón por la montaña mejor la dejamos para Río 2016!".



La Olimpiada Matemática me ha encantado. Es una experiencia por la que, sinceramente, vale la pena estudiarse el algoritmo de Euclides... ¡y eso que me vine con premio sin haberlo aprendido! Quizá sea que el amor a las matemáticas tiene más que ver con la manera de entender el mundo que con un determinado teorema.



L OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA



En el curso 2013/2014 se han cumplido las cincuenta ediciones de la Olimpiada Matemática Española (OME). Nuestra felicitación por esta edición de oro a la Real Sociedad Matemática Española (RSME), que es la institución que convoca y determina qué problemas se proponen en las pruebas de cada una de las fases que constituyen dicha Olimpiada: la Fase Autonómica, Provincial o Local; y la Fase Nacional. La organización de la Primera Fase está a cargo de alguna Sociedad Matemática o Departamento de la Comunidad, Región o Ciudad correspondiente. En Cantabria el responsable de tal organización es el Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación (MATESCO) de la Universidad de Cantabria (UC). La Fase Nacional de la edición 2013 se ha celebrado en Requena (Valencia) y el Comité Organizador ha estado integrado, entre otros, por profesores de matemáticas del IES Uno de Requena y de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Valencia.

FASE LOCAL

La Fase Local en Cantabria de la L Olimpiada Matemática Española se celebró, como es tradicional, en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria. Para este evento, la RSME había acordado como fechas posibles de celebración el viernes 17 de enero y el sábado 18 de enero de 2014. Por segundo año consecutivo, el Comité Organizador designado por el Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación para la puesta en marcha de la Olimpiada prefirió llevarla a cabo en viernes; con anterioridad siempre se había venido haciendo los sábados.

Los profesores del Comité Organizador señalan, como una posible causa del extraordinario aumento del número de participantes en las dos últimas ediciones de la Fase Local de la Olimpiada, precisamente a la elección del viernes como día de celebración. En 2011 el número de estudiantes que se presentaron fue sorprendentemente bajo, 20; en 2012 ese número se duplicó y rondó así cotas más frecuentes; en 2013, fue 66 la cantidad de estudiantes que se enfrentaron a los problemas correspondientes; y en 2014 se ha llegado al espectacular valor de 101. Los estudiantes procedían de los centros IES Cantabria, IES Javier Orbe Cano, IES José María Pereda, IES Las Llamas, IES Marqués de Santillana, IES Santa Clara, IES Valle de Camargo, IES Villajunco, Colegio Mercedes y Colegio San Agustín.

Las características de la prueba de la Fase Local no se han modificado en relación a ediciones precedentes y, por tanto, dicha prueba se desarrolló en sesiones de mañana y tarde de tres horas y media de duración cada una y constó de un total de 6 problemas, a realizar 3 en cada una de las sesiones. Cada problema se puntuaba sobre 7 puntos, por lo que la califica-

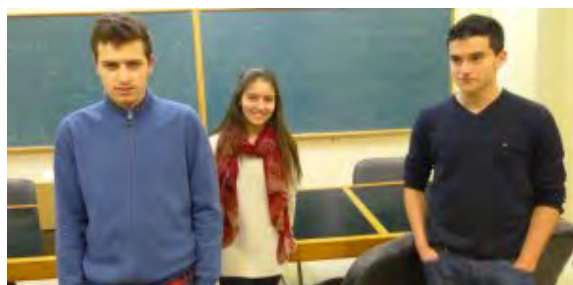
ción máxima posible era de 42, y no estaba permitido el uso de calculadoras. Las horas de inicio de las sesiones fueron las 10:00 y las 15:30 horas, respectivamente. En el tiempo intermedio los estudiantes pudieron asistir a la conferencia programada por el Comité Local de la OME que tenía como ponente al profesor de la Universidad de Cantabria Juan Antonio Cuesta Albertos y que llevaba por título *La Estadística, ¿para qué sirve y cómo funciona?* Ésta y otras actividades de carácter lúdico, que acompañan a las sesiones de problemas, tienen como objetivo dar a conocer a los estudiantes, de manera relajada, ciertos aspectos matemáticos que no están tratados dentro de su formación académica.

Los seis primeros clasificados en la Fase Local de la L Olimpiada Matemática Española fueron los estudiantes relacionados en la tabla que se ofrece a continuación.

	APELLIDOS	NOMBRE
1	CRESPO RUIZ	LUIS
2	SANTAMARÍA PÉREZ	JORGE
3	ETAYO RODRÍGUEZ	LAURA
4	BALBÁS GUTIÉRREZ	DAVID
4	GÓMEZ NICOLÁS	PABLO
6	CUARTAS GONZÁLEZ	ADRIANA

El nombre de Luis Crespo Ruiz viene siendo habitual en los últimos números de este Boletín debido a su exitosa participación en Olimpiadas Matemáticas, tanto de ESO como de Bachille-

rato, tanto a nivel local como nacional. Por razones similares resultará conocido Pablo Gómez Nicolás, en esta ocasión cuarto clasificado. Pablo junto con tres de los seis mejores clasificados, Jorge Santamaría Pérez, Laura Etayo Rodríguez y David Balbás Gutiérrez, son estudiantes que han intervenido en el proyecto *Estalmat-Cantabria*, un programa bianual sobre estímulo del talento matemático que tiene alcance nacional y que en Cantabria acogerá el próximo curso a la séptima promoción.



Los tres primeros clasificados en una fotografía publicada en *El Diario Montañés*.

Como en la edición pasada, el cuarto puesto de la clasificación fue ex aequo, tal y como puede observarse en la tabla.

En las líneas que vienen a continuación se dan tanto los enunciados de los problemas de la L OME, a los que tuvieron que enfrentarse los participantes en la Fase Local, como las soluciones de los mismos. Tanto unos como otras aparecen publicados en:

<http://platea.pntic.mec.es/csanchez/loc2014.html>

pero su transcripción aquí no es literal, incluso en algunos casos se incorporan soluciones con ligeras diferencias.

Desde estas líneas queremos agradecer al Comité Local de la OME el buen trabajo realizado y que en el momento actual está integrado por Carlos Beltrán Álvarez, Nuria Corral Pérez, Delfina Gómez Gandarillas, Demetrio González Plata y Jaime Vinuesa Tejedor.

ENUNCIADOS Y SOLUCIONES

Primera sesión. Viernes mañana, 17 de enero de 2014.

Problema 1

Tenemos 50 fichas numeradas del 1 al 50 y hay que colorearlas de rojo o azul. Sabemos que la ficha 5 es de color azul. Para la coloración del resto de fichas se siguen las siguientes reglas:

- Si la ficha con el número x y la ficha con el número y son de distinto color, entonces la ficha con el número $|x - y|$ se pinta de color rojo.
- Si la ficha con el número x y la ficha con el número y son de distinto color y $x \cdot y$ es un número entre 1 y 50 (incluyendo ambos), entonces la ficha con el número $x \cdot y$ se pinta de color azul.

Determinar cuántas coloraciones distintas se pueden realizar en el conjunto de fichas.

Solución:

Cualquiera que sea el valor de y , las fichas con los números $5 + y$ e y tienen igual color, puesto que si fueran de distinto color, la ficha con el número $|5 + y - y| = 5$, sería roja y sabemos, por las condiciones iniciales, que es azul.

La circunstancia anterior permite afirmar que basta conocer el color de las cuatro primeras fichas. Distingamos, pues, dos casos: a) que la ficha 1 sea azul y b) que la ficha 1 sea roja.

Caso a)

Supuesto que la ficha 1 es azul, la ficha k (con $k \neq 1$) debe ser azul, puesto que si fuera roja, por la segunda de las condiciones, la ficha $k = 1 \cdot k$ debería ser azul; llegando a una contradicción. En este caso, todas las fichas son, pues, azules.

Caso b)

Si la ficha 1 es roja, atendiendo a la primera de las condiciones, la ficha $4 = 5 - 1$ es roja. Falta determinar sólo los colores de las fichas 2 y 3. Distingamos de nuevo dos casos: b.1) que la ficha 3 sea roja y b.2) que la ficha 3 sea azul.

b.1) Si la ficha 3 es roja, entonces, por la primera condición, la ficha $2 = 5 - 3$ es roja. En este caso, se produce una coloración donde todas las fichas son rojas excepto las que son múltiplos de 5.

b.2) Si la ficha 3 es azul, entonces, por la primera condición, la ficha $2 = 3 - 1$ es roja. Pero, con este resultado y teniendo en cuenta de nuevo la primera condición, la ficha $3 = 5 - 2$ debería ser roja, produciéndose de nuevo una contradicción. Por tanto, la ficha 3 no puede ser azul.

Se producen pues dos únicas coloraciones: o todas las fichas son azules o son azules exclusivamente las que llevan como número un múltiplo de 5.

Problema 2

Determinar cuántas soluciones reales tiene la ecuación $\sqrt{2-x^2} = \sqrt[3]{3-x^3}$

Solución:

Si la ecuación anterior tuviera una solución real, ésta debería estar en el intervalo $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$.

♦ Pero en el caso de que $x \in [-\sqrt{2}, 0]$, se tiene

$$2 - x^2 \leq 2, \quad 3 - x^3 \geq 3$$

Como $\sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$, entonces

$$\sqrt{2-x^2} \leq \sqrt{2} < \sqrt[3]{3} \leq \sqrt[3]{3-x^3}$$

La ecuación, por tanto, no puede tener soluciones en el intervalo $[-\sqrt{2}, 0]$.

♦ En el caso de que $x \in (0, \sqrt{2}]$:

– Por un lado, se puede observar que

$$\sqrt[3]{3-x^3} > \sqrt[3]{2\sqrt{2}-x^3}$$

– Por otro lado, la ecuación

$$\sqrt{2-x^2} = \sqrt[3]{2\sqrt{2}-x^3}$$

tiene dos únicas raíces reales en el intervalo $[0, \sqrt{2}]$, precisamente los extremos del mismo, 0 y $\sqrt{2}$.

Una mera comprobación muestra que 0 y $\sqrt{2}$ son soluciones de la ecuación anterior.

Una justificación de que no hay más que esas soluciones en el intervalo $[0, \sqrt{2}]$ es la siguiente, donde puede interpretarse que $f(x) = \sqrt{2-x^2}$ y $g(x) = \sqrt[3]{2\sqrt{2}-x^3}$:

Si existe un valor real x_0 tal que $f(x_0) = g(x_0)$, entonces se tiene que $f(x_0)^6 = g(x_0)^6$. Por otra parte, si existe un valor real x_0 tal que $f(x_0)^6 = g(x_0)^6$, entonces $f(x_0) = g(x_0)$ o $f(x_0) = -g(x_0)$

Tratando de aplicar eso último a nuestra situación, establecemos la ecuación $f(x)^6 = g(x)^6$ es decir,

$$(\sqrt{2-x^2})^6 = (\sqrt[3]{2\sqrt{2}-x^3})^6$$

Expresión que, tras hacer operaciones y descomposiciones pertinentes, resulta ser equivalente a:

$$x^2(x - \sqrt{2})^2(x^2 + 2\sqrt{2}x + 3) = 0$$

Como el discriminante de la expresión $x^2 + 2\sqrt{2}x + 3$ es negativo, la ecuación $f(x)^6 = g(x)^6$ sólo tiene como raíces reales 0 y $\sqrt{2}$ (ambas con multiplicidad 2). Concluyendo que $f(x) = g(x)$ tiene como únicas raíces reales 0 y $\sqrt{2}$.

– Para $x = 1$, se verifica $\sqrt[3]{2\sqrt{2}-1} > 1 = \sqrt{2-1}$. Y, como se ha probado que en el intervalo $[0, \sqrt{2}]$ las únicas soluciones de la ecuación $\sqrt{2-x^2} = \sqrt[3]{2\sqrt{2}-x^3}$ son 0 y $\sqrt{2}$, es posible afirmar que

$$\sqrt[3]{2\sqrt{2}-x^3} \geq \sqrt{2-x^2}$$

Y, en consecuencia, que

$$\sqrt[3]{3-x^3} > \sqrt{2-x^2}$$

Lo que significa que la ecuación de partida tampoco tiene soluciones en el intervalo $(0, \sqrt{2}]$.

♦ Por tanto, la ecuación dada no tiene raíces reales.

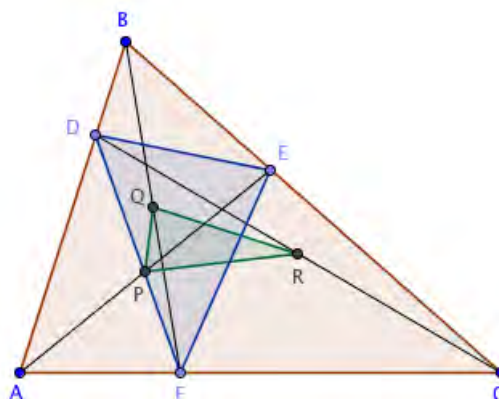
Problema 3

Sea $\triangle ABC$ un triángulo y D, E y F tres puntos cualesquiera sobre los lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CA}$ respectivamente. Llamemos P al punto medio de $\overline{AE}$, Q al punto medio de $\overline{BF}$ y R al punto medio de $\overline{CD}$. Probar que el área del triángulo $\triangle PQR$ es la cuarta parte del área del triángulo $\triangle DEF$.

Solución:

La imagen derecha refleja las condiciones del enunciado. La cuestión a resolver:

$$¿Ar(\triangle PQR) = \frac{1}{4} Ar(\triangle DEF) ?$$



Un resultado básico que va a ser usado repetidamente para dar la prueba de este enunciado es el siguiente:

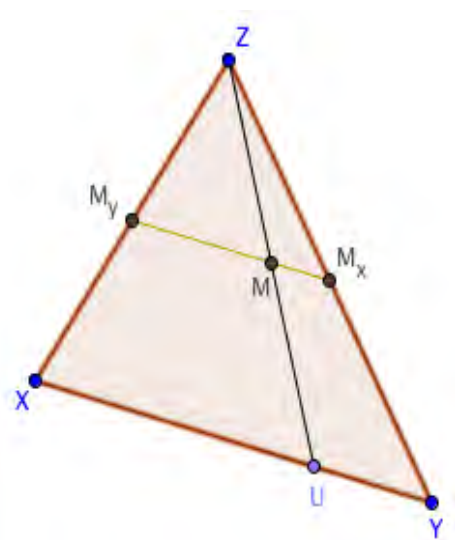
Cuando en un triángulo cualquiera ΔXYZ se considera el segmento que une los puntos medios de dos lados de un triángulo, por ejemplo el segmento $\overline{M_x M_y}$, se verifica que el segmento $\overline{M_x M_y}$ es paralelo al tercer lado, en este caso $\overline{XY}$, y mide la mitad del mismo. Además, como consecuencia, el segmento $\overline{M_x M_y}$ cortará en su punto medio a cualquier segmento que una el vértice Z con un punto cualquiera del lado $\overline{XY}$ (segmento conocido como ceviana del triángulo ΔXYZ).

Es decir,

$$\overline{M_x M_y} \parallel \overline{XY}$$

$$\overline{M_x M_y} = \frac{1}{2} \overline{XY}$$

$$M \text{ es punto medio de } \overline{ZU} \Rightarrow \overline{M_x M} = \frac{1}{2} \overline{XU}, \quad \overline{MM_y} = \frac{1}{2} \overline{UY}$$

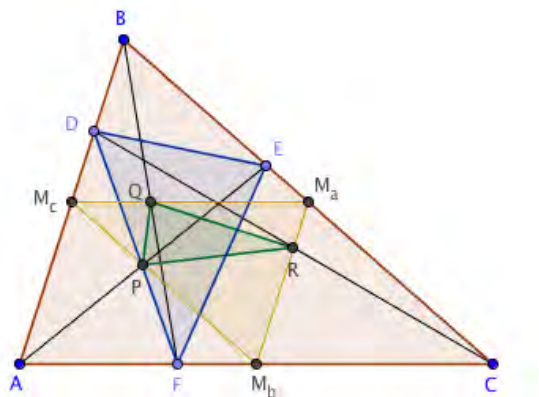


Aplicando lo anterior al triángulo del enunciado, se puede afirmar que los puntos P , Q y R están sobre los lados del triángulo $\Delta M_a M_b M_c$, siendo M_a , M_b , M_c los puntos medios de los lados respectivos de ΔABC , y asimismo:

$$\frac{\overline{M_c M_a}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{M_c Q}}{\overline{AF}} = \frac{\overline{QM_a}}{\overline{FC}} = \frac{1}{2} \quad (i)$$

$$\frac{\overline{M_a M_b}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{M_a R}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{RM_b}}{\overline{DA}} = \frac{1}{2} \quad (ii)$$

$$\frac{\overline{M_b M_c}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{M_b P}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{PM_c}}{\overline{EB}} = \frac{1}{2} \quad (iii)$$



En las líneas siguientes, se adopta introducir, por comodidad, u , v y w como notación de las razones asignadas respectivamente. Observar que:

$$(i) \Rightarrow \frac{\overline{FC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{QM_a}}{\overline{M_c M_a}} = w \Rightarrow \frac{\overline{AF}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{M_c Q}}{\overline{M_c M_a}} = 1 - w$$

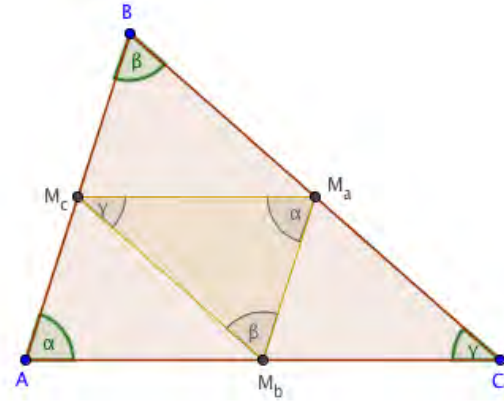
$$(ii) \Rightarrow \frac{\overline{DA}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{RM_b}}{\overline{M_a M_b}} = u \Rightarrow \frac{\overline{BD}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{M_a R}}{\overline{M_a M_b}} = 1 - u$$

$$(iii) \Rightarrow \frac{\overline{EB}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{PM_c}}{\overline{M_b M_c}} = v \Rightarrow \frac{\overline{CE}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{M_b P}}{\overline{M_b M_c}} = 1 - v$$

Sabemos que los triángulos ΔABC y $\Delta M_a M_b M_c$ son semejantes y que la razón de semejanza del segundo respecto del primero es $\frac{1}{2}$. Además, los ángulos en A, B, C son iguales a M_a, M_b, M_c , respectivamente.

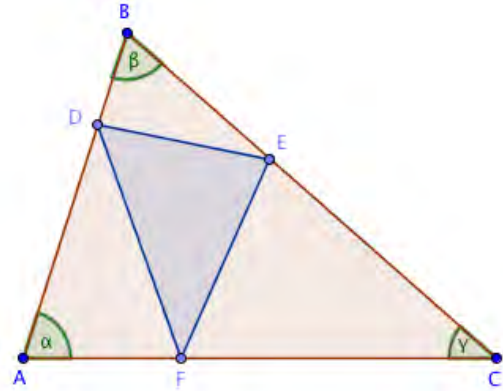
Además, el área de $\Delta M_a M_b M_c$ es $\frac{1}{4}$ del área de ΔABC

La figura de la derecha ilustra lo afirmado en estas líneas.

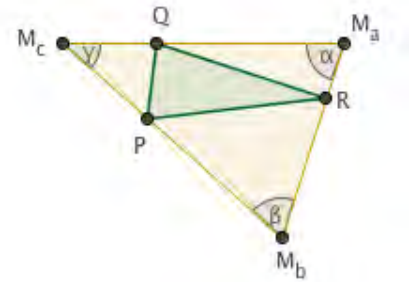


Con todo esto, vamos a determinar el área de los triángulos complementarios a ΔDEF respecto al triángulo ΔABC y el área de los triángulos complementarios a ΔPQR respecto al triángulo $\Delta M_a M_b M_c$. En las líneas siguientes, para simplificar la notación, el área de cualquier triángulo ΔXYZ se denotará por $[XYZ]$.

$$\begin{aligned} [AFD] &= \frac{1}{2} \overline{AF} \overline{AD} \sin \alpha = \frac{1}{2} (1-w) \overline{AC} u \overline{AB} \sin \alpha \\ &= \frac{1}{2} (1-w) u [ABC] \\ [FCE] &= \frac{1}{2} \overline{FC} \overline{EC} \sin \gamma = \frac{1}{2} w \overline{AC} (1-v) \overline{CB} \sin \gamma \\ &= \frac{1}{2} (1-v) w [ABC] \\ [BDE] &= \frac{1}{2} \overline{BD} \overline{BE} \sin \beta = \frac{1}{2} (1-u) \overline{AB} v \overline{CB} \sin \beta \\ &= \frac{1}{2} (1-u) v [ABC] \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} [M_a QR] &= \frac{1}{2} \overline{M_a Q} \overline{M_a R} \sin \alpha = \frac{1}{2} w \overline{M_c M_a} (1-u) \overline{M_a M_b} \sin \alpha \\ &= \frac{1}{2} (1-u) w [M_a M_b M_c] \\ [M_b RP] &= \frac{1}{2} \overline{M_b R} \overline{M_b P} \sin \beta = \frac{1}{2} u \overline{M_a M_b} (1-v) \overline{M_b M_c} \sin \beta \\ &= \frac{1}{2} (1-v) u [M_a M_b M_c] \\ [M_c PQ] &= \frac{1}{2} \overline{M_c P} \overline{M_c Q} \sin \gamma = \frac{1}{2} v \overline{M_b M_c} (1-w) \overline{M_c M_a} \sin \gamma \\ &= \frac{1}{2} (1-w) v [M_a M_b M_c] \end{aligned}$$



Para finalizar,

$$\begin{aligned} [DEP] &= (1 - (1-w)u - (1-u)v - (1-v)w) [ABC] \\ &= (1 - u + wu - v + uv - w + vw) [ABC] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [PQR] &= (1 - (1-u)w - (1-v)u - (1-w)v) [M_a M_b M_c] \\ &= (1 - w + uw - u + vu - u + vw) [M_a M_b M_c] \\ &= (1 - u + wu - v + uv - w + vw) \frac{1}{4} [ABC] \\ &= \frac{1}{4} [DEP] \end{aligned}$$

Queda así probado el resultado.

Segunda sesión. Viernes tarde, 17 de enero de 2014.

Problema 4

Se considera un polígono regular de 90 vértices, numerados del 1 al 90 de manera aleatoria. Probar que siempre podemos encontrar dos vértices consecutivos cuyo producto es mayor o igual que 2014.

Solución:

Se tiene que $44 < \sqrt{2014} < 45$ y que $44 \cdot 45 = 1980 < 2014$. Por tanto, cualquier pareja de números tomados entre los valores 45, 46, $\dots$, 90; tendrá como producto un valor superior a 2014. Por tanto, para que no se verificase el enunciado, cada uno de los números del conjunto $\{45, 46, \dots, 90\}$ debería estar situado entre dos valores del conjunto $\{1, 2, \dots, 44\}$. Dicha situación es imposible porque para ella deberíamos poder disponer de 46 valores distintos de un conjunto de 44 números.

Problema 5

Hallar las soluciones enteras de la ecuación $x^4 + y^4 = 3x^3y$

Solución:

En lo que sigue, nos referiremos a la ecuación del enunciado como ecuación (E).

Una solución trivial de (E) es (0,0), y cualquier otro par de enteros que sea solución de dicha ecuación ha de tener sus dos componentes no nulas, puesto que en (E) $x \neq 0 \Leftrightarrow y \neq 0$

Supongamos que (x, y) es un par de números enteros no nulos. La siguiente afirmación se justifica de manera muy sencilla: (x, y) es solución de (E) $\Leftrightarrow (x', y')$ es solución de (E)
donde x', y' se obtienen de dividir respectivamente a x, y
entre su máximo común divisor

Por tanto, el problema quedará resuelto si encontramos todas las parejas (x, y) de números enteros primos entre sí que satisfagan (E).

Busquemos tales parejas. De suponer que x, y son enteros primos entre sí, se tiene que también son primos entre sí los enteros x^4, y^4 . De esa circunstancia, y puesto que $x^4 + y^4$ debe ser múltiplo de 3, ni x ni y pueden ser múltiplos de 3. Se tiene, por tanto, cuatro casos posibles, según sean los restos de dividir x, y entre 3:

$$x \equiv 1, \quad y \equiv 1 \qquad x \equiv 2, \quad y \equiv 1 \qquad x \equiv 1, \quad y \equiv 2 \qquad x \equiv 2, \quad y \equiv 2$$

En todos los casos resulta que $x^4 + y^4 \equiv 2 \pmod{3}$, mientras que sería necesario $x^4 + y^4 \equiv 0 \pmod{3}$.

Por tanto, no existen pares de enteros primos entre sí que sean solución de la ecuación (E). Al no existir tales parejas, tampoco existen parejas (x, y) de enteros no nulos satisfaciendo la ecuación inicial. La única solución posible es, pues, (0,0).

Problema 6

Probar que $2014^{2013} - 1013^{2013} - 1001^{2013}$ es múltiplo de $2014^3 - 1013^3 - 1001^3$

Solución:

Llamando $a = 2014$ y $b = 1013$, lo que hay que probar se escribe como:

$$a^{2013} - b^{2013} - (a - b)^{2013} \text{ es múltiplo de } a^3 - b^3 - (a - b)^3 = 3ab(a - b)$$

1) $a^{2013} - b^{2013} - (a - b)^{2013}$ es múltiplo de $a - b$ puesto que

$$a^{2013} - b^{2013} = (a - b)(a^{2012} + a^{2011}b + a^{2010}b^2 + \dots + ab^{2011} + b^{2012})$$

2) $a^{2013} - b^{2013} - (a - b)^{2013}$ es múltiplo de ab porque al aplicar el desarrollo del binomio de Newton a $(a - b)^{2013}$, resulta

$$a^{2013} - b^{2013} - (a - b)^{2013} = \sum_{k=1}^{2012} \binom{2013}{k} (-1)^k a^{2013-k} b^k = ab \sum_{k=1}^{2012} \binom{2013}{k} (-1)^k a^{2012-k} b^{k-1}$$

3) De las afirmaciones 1) y 2) se deduce que $a^{2013} - b^{2013} - (a - b)^{2013}$ es múltiplo del mcm de ab y $a - b$. Como las descomposiciones en factores primos de ab y $a - b$ son respectivamente:

$$ab = \underbrace{2 \cdot 19 \cdot 53}_a \cdot \underbrace{1013}_b$$

$$a - b = 7 \cdot 11 \cdot 13$$

se tiene que $\text{mcm}\{ab, a - b\} = ab(a - b)$. Es decir, $a^{2013} - b^{2013} - (a - b)^{2013} = ab(a - b) \cdot \boxed{?}$

Se tiene además:

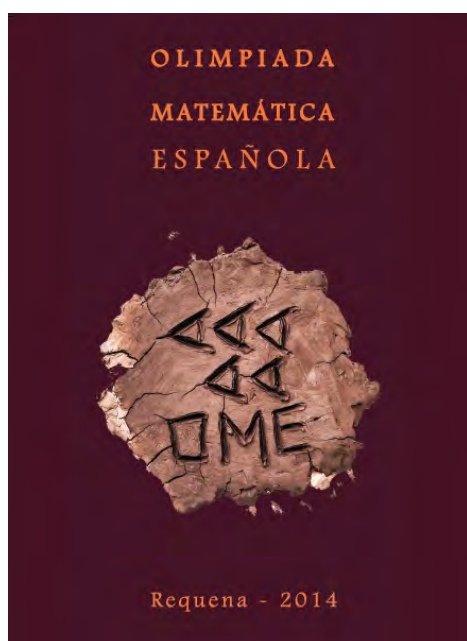
$$\left. \begin{array}{l} a \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow a^{2013} \equiv 1 \pmod{3} \\ b \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow b^{2013} \equiv 2 \pmod{3} \\ a - b \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow (a - b)^{2013} \equiv 2 \pmod{3} \end{array} \right\} \Rightarrow a^{2013} - b^{2013} - (a - b)^{2013} \equiv 0 \pmod{3}$$

Esto es: $a^{2013} - b^{2013} - (a - b)^{2013} = ab(a - b) \cdot \boxed{?}$ es múltiplo de 3.

Puesto que ni a , ni b , ni $a - b$ son múltiplos de 3, $\boxed{?}$ debe ser múltiplo de 3. Quedando así probado el resultado pedido.

FASE NACIONAL

Requena, en la provincia de Valencia, fue el escenario elegido para el desarrollo de la Fase Nacional de la L Olimpiada Matemática Española. Durante los días 27, 28, 29 y 30 de marzo de 2014 la ciudad acogió a los 77 estudiantes procedentes de las diferentes Comunidades Autónomas Españolas que, junto a sus profesores, acudieron a participar en el concurso. En esta ocasión, la celebración era especial en sí misma al cumplirse sus cincuenta ediciones. Con tal motivo, y coincidiendo con la jornada de apertura de la OME en Requena, la Junta General de la RSME, presidida por Antonio Campillo, se reunió en el Aula Magna del centro cultural La Nau en Valencia. En dicho acto se quería conmemorar esta fecha tan especial para la vida de la RSME.



El Comité Organizador, presidido por Antonio Ledesma López, además de tener a punto todos los aspectos relacionados directamente

con la prueba, diseñó un programa completo de actividades, tanto para los participantes como para los profesores, que incluyó, entre otras, una visita al Museo de Arte Contemporáneo *Florencio de la Fuente* para contemplar la exposición *Figuras Imposibles*, del artista José María Yturralde; una excursión a Bodegas de la Asociación Ruta del Vino de Requena; y un recorrido turístico por la ciudad y sus cuevas.

También fue cometido del Comité Organizador la elaboración de un diario oficial de la Olimpiada, que se encargaba de imprimir el Ayuntamiento de Requena. Entre sus páginas se relataban todos los hechos relacionados con el desarrollo de la prueba, se incluían algunas entrevistas o colaboraciones de personas vinculadas al mundo matemático y se proponían a modo de divertimento algunos retos matemáticos. También a través de esas páginas, hemos conocido una peculiaridad relativa al logo de esta Olimpiada, que está a caballo entre la curiosidad y la anécdota. En palabras de Antonio Ledesma, recogidas en el primer número de dicho diario, la manera de expresar el ordinal de esta edición en el logo de la quincuagésima edición de la prueba, suscitó cierta discusión en la Comisión de las Olimpiadas. No había unanimidad entre emplear L o emplear 50ª. Al parecer, la solución llegó de manos de la diseñadora Rosalía Gil-Orozco, cuya idea fue utilizar escritura cuneiforme, lo que permitía jugar con los colores olímpicos. Felicitamos a todos por el original acuerdo.



El lector que desee conocer más detalles del programa de esta Olimpiada puede acudir a la página web de la misma:

<http://www.requena.es/es/content/l-olimpiada-matem-tica-espa-ola>



Los representantes cántabros tras el acto de entrega de medallas.

De izquierda a derecha:
Jorge Santamaría Pérez (Medalla de Bronce),
Luis Crespo Ruiz (Medalla de Plata) y
Laura Etayo Rodríguez

En relación a los participantes cántabros, decir que estuvieron acompañados, en esta segunda fase de la Olimpiada, por Delfina Gómez Gandarillas, miembro del Comité Local de la OME y profesora del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación de la Universidad de Cantabria. El éxito obtenido por la delegación cántabra en 2013 se repitió en 2014. Luis Crespo Ruiz obtuvo una medalla de plata, renovando su propio logro de la edición anterior, y Jorge Santamaría Pérez consiguió una de bronce. Desde aquí, nuestra más sincera felicitación a ambos por su trabajo frente a problemas de una gran complejidad, muy meritorio. Esperamos que su buen hacer se prolongue en el tiempo. Ánimo.



Los participantes y sus profesores junto a los organizadores en el puente del Recinto Ferial.

Una vez más, el trabajo y esfuerzo de los estudiantes fueron loables. Deseamos dar la enhorabuena de manera especial a los seis primeros clasificados, ganadores de Medalla de Oro:

- Ismael Sierra del Río (Madrid)
- Gerard Orriols Giménez (Cataluña)
- Gonzalo Cao Labora (Galicia)
- Raúl Alonso Rodríguez (Galicia)
- Janos Meny (alemán, residente en Madrid)
- Damià Torres Latorre (Valencia)

Como es sabido, lo habitual es que los seis primeros clasificados en la Fase Nacional de la Olimpiada Matemática Española representen a nuestro país en la Olimpiada Internacional, que este año se celebró en Ciudad del Cabo (Sudáfrica). Sin embargo, en esta ocasión, al darse la circunstancia de que el quinto clasificado, Janos Meny, no tiene pasaporte español, fue el séptimo clasificado, Jesús Dueñas Pamplona, de Castilla León, el que ocupó su lugar en la competición internacional.



Medallistas de Oro y séptimo clasificado.
Imagen tomada del diario oficial de la Olimpiada.

ENUNCIADOS

Los enunciados dados a continuación se han obtenido de la página:

<http://platea.pntic.mec.es/csanchez/olimp2014.htm>

Desde esa dirección también se puede acceder a las soluciones oficiales de tales enunciados.

Primera sesión. Viernes, 28 de marzo de 2014.

Problema 1

¿Es posible disponer sobre una circunferencia los números $0, 1, 2, \dots, 9$ de tal manera que la suma de tres números sucesivos cualesquiera sea, como mucho, a) 13, b) 14, c) 15?

Problema 2

Dados los números racionales positivos r , q y n tales que

$$\frac{1}{r + qn} + \frac{1}{q + rn} = \frac{1}{r + q}$$

probar que

$$\sqrt{\frac{n-3}{n+1}}$$

es un número racional.

Problema 3

Sean B y C dos puntos fijos de una circunferencia de centro O , que no sean diametralmente opuestos. Sea A un punto variable sobre la circunferencia, distinto de B y C , y que no pertenezca a la mediatriz de $\overline{BC}$. Sea H el ortocentro del triángulo ABC ; y sean M y N los puntos medios de los segmentos $\overline{BC}$ y $\overline{AH}$, respectivamente. La recta AM corta de nuevo a la circunferencia en D , y, finalmente, NM y OD se cortan en un punto P . Determinar el lugar geométrico del punto P cuando A recorre la circunferencia.

Segunda sesión. Sábado, 29 de marzo de 2014.

Problema 4

Sea (x_n) la sucesión de enteros positivos definida por $x_1 = 2$ y $x_{n+1} = 2x_n^3 + x_n$ para todo $n \geq 1$. Determinar la mayor potencia de 5 que divide al número $x_{2014}^2 + 1$.

Problema 5

El conjunto M está formado por números enteros de la forma $a^2 + 13b^2$ con a y b enteros distintos de cero.

- Demostrar que el producto de dos elementos cualesquiera de M es un elemento de M .
- Determinar, razonadamente, si existen infinitos pares de enteros (x, y) tales que $x + y$ no pertenezcan a M pero $x^{13} + y^{13}$ sí pertenezca a M .

Problema 6

Se tienen 60 puntos en el interior de un disco unidad (es decir, un círculo de radio 1, y su circunferencia frontera). Demostrar que existe un punto V de la frontera del disco tal que la suma de las distancias de V a los 60 puntos es menor o igual que 80.



Un momento de la competición.



Diseño de las medallas entregadas en la L Olimpiada Matemática Española.

CONVOCATORIA DE LA LI OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

La Real Sociedad Matemática Española (RSME) ya ha **convocado** la **LI Olimpiada Matemática Española (OME)**, cuya **Fase Nacional se celebrará entre los días 19 y 22 de marzo de 2015 en Badajoz**. Las bases completas de la convocatoria, así como el boletín de inscripción, aparecen publicados en la página <http://platea.pntic.mec.es/csanchez/olimanun.htm>

En los párrafos siguientes nos hacemos eco de un resumen las bases más relevantes. Añadimos, asimismo, el anexo aparecido en dichas bases, donde se recoge el número posible de participantes por Comunidades Autónomas

- 1) Podrán participar todos los alumnos del sistema educativo español que estén matriculados durante el curso 2014 - 2015 en Bachillerato. Con carácter excepcional, y si son avalados por escrito por su profesor, también podrán tomar parte alumnos de 3º o 4º de ESO de excelentes capacidades. La participación es individual.
- 2) Los interesados en participar lo solicitarán por escrito, cumplimentando íntegramente el boletín de inscripción, el cual enviarán, bien por sí mismos o a través del Centro en que realicen sus estudios, al delegado de la Real Sociedad Matemática Española para esta Olimpiada en su Comunidad (o Ciudad) Autónoma.
- 3) La Primera Fase, también llamada **Fase Local**, de la LI Olimpiada Matemática Española se realizará a nivel de Comunidad Autónoma o de Distrito Universitario y consistirá en la resolución de problemas de matemáticas, en una o dos sesiones, a realizar entre los días **16 y 17 de enero de**

2015. Solamente se permitirá la utilización de útiles de dibujo y escritura. En particular, no está permitido el uso de calculadoras, aparatos electrónicos, teléfonos móviles, libros, tablas u otros documentos distintos de los que proporcione el Tribunal.

- 4) La Real Sociedad Matemática Española premiará a los alumnos ganadores de la Fase Local con un diploma acreditativo y una cuota anual de socio-estudiante, lo que da derecho, entre otros beneficios, a recibir la revista "La Gaceta" de la Real Sociedad Matemática Española durante un año. Estos premios son independientes y compatibles con cuantos puedan concederse, además, en cada Comunidad Autónoma o Distrito Universitario.
- 5) La Segunda Fase, o **Fase Final**, de la LI Olimpiada Matemática Española tendrá lugar en **Badajoz** entre los días **19 y 22 de marzo de 2015** y se desarrollará según los términos que se detallarán en una convocatoria posterior. En ella participarán los seleccionados de la Primera Fase de cada Comunidad (o Ciudad) Autónoma.
- 6) Los alumnos españoles que hayan obtenido Medalla de Oro en la Fase Final formarán parte del Equipo Olímpico de España que ostentará su representación en la 56ª Olimpiada Internacional de Matemáticas, que se celebrará en Chiang Mai (Tailandia) en julio de 2015. Corresponde a la Comisión de Olimpiadas de la Real Sociedad Matemática Española decidir la composición del Equipo que representará a España en la XXX Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas, que tendrá lugar en Puerto Rico en noviembre de 2015.

Anexo: Número de seleccionados por cada Comunidad (o Ciudad) Autónoma para participar en la Fase Final.

Comunidad (o Ciudad) Autónoma	Andalucía	Aragón	Asturias	Canarias	Cantabria	Castilla – La Mancha	Castilla y León	Cataluña	Comunidad Valenciana	Extremadura	Galicia	Islas Baleares	La Rioja	Madrid	Navarra	País Vasco	Región de Murcia	Ceuta	Melilla
Nº de seleccionados	12	3	3	3	3	3	3	9	6	3	3	3	3	9	3	3	3	1	1

Las pruebas de la **Fase Local en Cantabria** se desarrollarán en **dos sesiones de tres horas** (una por la **mañana** y otra por la **tarde**) el **viernes 16 de enero de 2014** en la **Facultad de Ciencias** de la Universidad de Cantabria (Avenida de los Castros, s/n, Santander). Entre ambas sesiones el profesor Luis Alberto Fernández impartirá la conferencia titulada "La modelización matemática y el mundo real" y se ofrecerá un pequeño almuerzo. El comienzo de la primera sesión tendrá lugar a las **10 horas**.

Como novedad este curso, los estudiantes interesados deberán realizar su **preinscripción** con anterioridad al **miércoles 14 de enero de 2015**, utilizando la aplicación online al efecto disponible en la página web del concurso en Cantabria: <http://www.unican.es/Departamentos/matesco/olimpiada-Matematica.htm>

Además, al inicio de la primera prueba, los alumnos deberán entregar el correspondiente boletín de inscripción (firmado por padre/madre/tutor) para completar su inscripción y poder participar en las pruebas. Los estudiantes también deberán venir provistos de un documento acreditativo de su identidad (DNI / NIE). Para más información sobre la Fase Local en Cantabria, dirigirse a:

Delfina Gómez Gandarillas
Comité Local de la Olimpiada Matemática Española
Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación
Facultad de Ciencias - Universidad de Cantabria
Avenida de los Castros s/n
39005 SANTANDER
Fax: 942 20 14 02
e-mail: olimpiada.matematica@unican.es

página web: <http://www.unican.es/Departamentos/matesco/olimpiada-Matematica.htm>

CONCURSO DEL CARTEL anunciador de la XVIII Olimpiada Matemática de 2º ESO y CONCURSO DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA

A finales de 2013 la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria hizo públicas la convocatoria del decimosexto Concurso del Cartel anunciador de la Olimpiada Matemática de 2º ESO de Cantabria y la convocatoria del décimo tercer Concurso de Fotografía Matemática, cuya fecha de celebración sería primavera de 2014. En los últimos años han proliferado las actividades de divulgación dirigidas a estudiantes en las que se pone de manifiesto la posible relación entre matemáticas y diferentes manifestaciones artísticas. Sin embargo, es sin duda en el momento en que ellos se lanzan a la búsqueda de un hecho cotidiano que refleje una situación matemática, para dejarlo plasmado en una fotografía o un dibujo, cuando son conscientes de dicha conexión, disfrutando enormemente con el hallazgo. Ese es el objetivo fundamental de los concursos que se tratan en esta sección. Una vez más el lector podrá apreciar la calidad de las obras presentadas, en las que se logran una agradable armonía y un alto nivel plástico. Desde estas líneas, solicitamos a los profesores su colaboración para incitar a sus alumnos a participar en estos concursos, así como les animamos a utilizar este material como elemento motivador de algunos de los temas que abordan en sus clases.

El **CONCURSO DEL CARTEL** que anuncia y difunde la Olimpiada Matemática de 2º ESO en los centros escolares de Cantabria puede ser considerado el preámbulo de la misma. En el año 2014, la fecha que debía recogerse en el cartel como la de celebración de la XVIII Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º ESO era el día 12 de abril.



Los alumnos participantes en este concurso, hicieron gala, una vez más, de su interés por elaborar composiciones coloristas e impactantes. El trabajo ganador, como puede apreciarse, tenía como objeto básico el círculo y algunas de las posibles figuras que pueden recrearse en su interior: polígonos estrellados, flores, etc. Elena, su autora, ha demostrado un buen dominio de los instrumentos básicos del dibujo geométrico, al que ha sumado su capa-

cidad para combinar disposiciones, tamaños y colores, produciendo una obra muy efectista, tal y como debe ser todo objeto que trate de captar el interés de alguien por algo.

En líneas precedentes ya hemos aludido al nombre de la autora del cartel anunciador, pero a continuación damos sus datos completos.

Elena Martínez González
3º de ESO
IES Marqués de Santillana
Torrelavega



Enhorabuena, Elena. Sigue desarrollando tus dotes artísticas.

El **CONCURSO DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA**, convocado por la SMPC y descrito en estas líneas, es el número trece. Este concurso va dirigido a estudiantes de entre 12 y 20 años y los participantes han de lograr captar con sus cámaras situaciones de la vida cotidiana u objetos del mundo que nos rodea en los que pueda apreciarse cierto vínculo con algún concepto o contenido matemático.

La geometría es la materia que más éxito tiene entre los estudiantes como punto de encuentro entre las matemáticas y el ambiente diario, pero no es un campo exclusivo, puesto que podrían asimismo localizar y utilizar entornos numéricos.

Los niveles en los que se convoca el concurso son tres, premiando dentro de cada modalidad dos obras, salvo empate, circunstancia en la que se amplía el número de premiados:

- Primer nivel (para estudiantes de 1º y 2º de ESO)
- Segundo nivel (para estudiantes de 3º y 4º de ESO)
- Tercer nivel (para estudiantes de Bachillerato, de Ciclos Formativos y de Programas de Cualificación Profesional Inicial – PCPI –)

El Jurado encargado del fallo de este concurso está integrado por profesores de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria y, frecuentemente, encuentran dificultad para decidir qué fotografías premiar o, por el contra-

rio, cuáles dejar fuera. Las características que más se valoran por parte del Jurado son, por un lado, las que desde siempre caracterizan una buena fotografía, tales como la nitidez o el enfoque, y por otro, la originalidad y la habilidad para captar el mundo matemático que puede esconder un objeto. En la edición de 2014, una botella vacía de champú agitada convenientemente con una gota de agua, una carretera solitaria y las aguas tranquilas de un río han sido tres de los seis elementos base de las fotografías premiadas. La belleza de algunas imágenes y la simplicidad de otras son algunos de los aspectos que finalmente ayudan a decantarse al Jurado por unas u otras obras.

Las fotografías relacionadas a continuación son las premiadas en esta décimo tercera edición.

NIVEL “Primero y Segundo de la ESO”

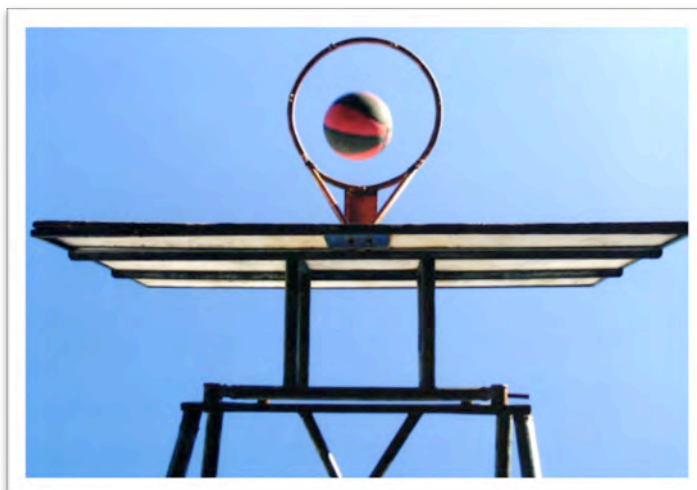
Primer premio

“Deporte geométrico”

Daniel Ríos Sainz

Colegio Compañía de María

Santander



Segundo premio

“Círculos a la fuga”

Luz Nayeli Conde Saldaña

Colegio Compañía de María

Santander



NIVEL "Tercero y Cuarto de la ESO"

Primer premio

"Burbujas poliédricas en un bote de champú"

Ana Calzada Prieto

Colegio La Salle

Santander



Segundo premio

"Bisectriz de un ángulo"

Arturo Cabeza Alfonso

Colegio La Salle

Santander



NIVEL "Bachillerato, Ciclos Formativos y PCPI"

Primer premio

"¿Al derechas o al revés?"

Marta Gómez Gómez

IES Manuel Gutiérrez Aragón

Viérnoles – Torrelavega



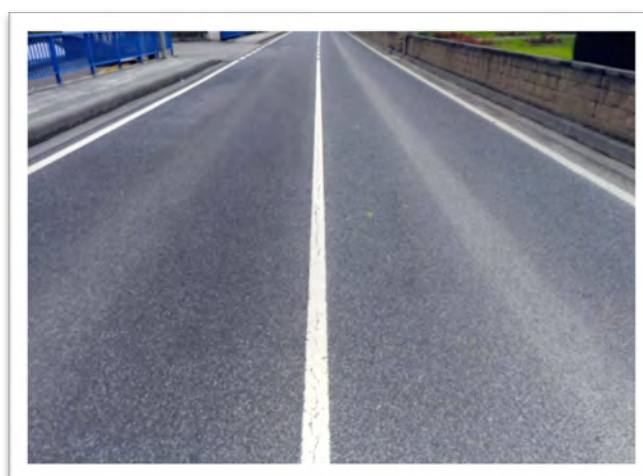
Segundo premio

"El infinito"

Eduardo Ostolaza Herreros

IES Valle de Piélagos

Renedo de Piélagos



Los alumnos galardonados recibieron una mención especial y un regalo en un evento celebrado en el Salón de Actos de la Facultad de Ciencias el día 25 de mayo y que estuvo presidido por Carmen Espeso Ortiz, presidenta de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria. En la mesa presidencial, Carmen Espeso estuvo acompañada por algunos miembros de la Junta Directiva y coorganizadores, junto con otros profesores situados entre el público, de algunos de los concursos que motivaban el acto.



En el caso de que los institutos deseen exhibir las obras presentadas a este Concurso de Fotografía Matemática 2014, podrán solicitarlas a los responsables del mismo en calidad de préstamo temporal.



En las ocho últimas ediciones de este Boletín, incluida la presente, las fotografías premiadas son utilizadas para confeccionar su portada. Queremos de esta manera corresponder con el trabajo de los estudiantes y, desde estas líneas, deseamos agradecerles el que su creación artística permita hacer más atractiva la presentación de esta publicación.



Portadas de los últimos números del Boletín, confeccionadas con las fotos premiadas en los Concursos de Fotografía Matemática.



En otras páginas de este Boletín aparece la convocatoria tanto del Concurso del Cartel Anunciador de la XIX Olimpiada Matemática de ESO como del XIV Concurso de Fotografía Matemática. En fechas próximas, desde la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria, entidad organizadora de estas actividades, se enviará la información de la convocatoria a todos los centros escolares. Nos atrevemos a recomendar el cumplimiento estricto de las bases para evitar que algunas de las obras presentadas, casi siempre de una calidad excepcional, no puedan ser valoradas.

CONVOCATORIAS

CONVOCATORIAS DE LA SMPC

XIX OLIMPIADA MATEMÁTICA DE CANTABRIA PARA ESTUDIANTES DE 2º de ESO

Introducción

Cada año la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) convoca la Olimpiada Matemática Nacional para estudiantes de 2º de ESO. En el presente curso se celebrará la vigésima sexta edición y será Huesca la ciudad que acoja dicha celebración. En el momento de la edición de este Boletín no se conoce la sede concreta del evento ni las fechas exactas, aunque previsiblemente estén comprendidas entre el 21 y el 27 de junio.

Con el fin de seleccionar a los representantes de nuestra comunidad en dicha prueba, la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) convoca la XIX Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO, a celebrar el sábado **25 de abril de 2015**.

En esta fase autonómica pueden participar todos los centros educativos de la región en los que se imparta 2º de ESO.

La Olimpiada Matemática persigue, entre otros, los siguientes objetivos:

- Popularizar las matemáticas con una actividad formativa, motivadora y divertida para alumnado y profesorado.
- Promocionar entre los alumnos el gusto por las matemáticas a través de la resolución de problemas.
- Promover la puesta en práctica de razonamientos y procesos de pensamiento útiles en la resolución de problemas.
- Favorecer el intercambio y el conocimiento mutuo entre centros, profesores de matemáticas y alumnos de 2º de ESO en la región.
- Potenciar las capacidades de los alumnos en este tipo de tareas.

Bases

- 1ª. Los participantes de la Olimpiada Matemática serán estudiantes de 2º de ESO de centros educativos de Cantabria.
- 2ª. La celebración de la Olimpiada Matemática se realizará el sábado **25 de abril de 2015** a las **10 horas** en la **Facultad de Ciencias** de la Universidad de Cantabria.



- 3ª. La Comisión Organizadora estará compuesta por miembros de la SMPC que no tengan familiares ni alumnos que participen en la Olimpiada.
- 4ª. La prueba será elaborada por la Comisión Organizadora y constará de cinco problemas de matemáticas, a resolver en un tiempo máximo de dos horas. Se permitirá la utilización de instrumentos de dibujo y de calculadora que, en su caso, deberán aportar los participantes.
- 5ª. La Comisión Organizadora designará los representantes que velarán por el desarrollo normal de la prueba y elegirá un Jurado que se encargará de la evaluación de los problemas realizados.
- 6ª. Entre los tres alumnos seleccionados para representar a Cantabria en la XXVI Olimpiada Matemática Nacional no podrá haber más de un alumno por centro educativo.
- 7ª. El fallo del Jurado se hará público y será inapelable.
- 8ª. La participación en la Olimpiada supone la plena aceptación de estas bases cuya interpretación, en último extremo, corresponderá a la Comisión Organizadora.
- 9ª. En caso de duda sobre el cumplimiento de algún punto de estas bases se deberá comunicar a la Comisión Organizadora con anterioridad a la inscripción.

Premios

Todos los participantes recibirán un diploma acreditativo. Además, se hará mención especial a los diez alumnos mejor clasificados, que recibirán premios. Ni el Jurado ni la Comisión Organizadora harán público el nombre de los centros educativos a los que pertenecen los participantes mejor clasificados, por lo que se ruega que tampoco lo hagan los profesores o centros participantes. Por otro lado, los tres alumnos mejor clasificados, una vez aplicada la disposición recogida en la base 6ª, acudirán como representantes de Cantabria a la XXVI Olimpiada Matemática Nacional. Estos alumnos viajarán a Huesca con un miembro de la SMPC. Los gastos del desplazamiento serán sufragados por la SMPC y los gastos de la estancia los sufragará la FESPM.

Condiciones de participación

Además del cumplimiento de las bases expuestas, cada centro educativo interesado en participar en la Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO deberá rellenar, en el periodo comprendido **entre el 2 de marzo y el 15 de abril de 2015**, el formulario de inscripción que estará disponible en la página web de la SMPC, <http://www.sociedadmatematicacantabria.es>

Cada centro escolar designará un profesor que será el interlocutor entre el centro y la Comisión Organizadora, encargándose de cumplimentar el formulario de inscripción. A él se dirigirán todos los comunicados e informaciones de la Comisión.

Para cualquier duda o sugerencia, se puede enviar un correo electrónico a la siguiente dirección:
smpcolimpiadaeso@gmail.com



XVII CONCURSO DEL CARTEL ANUNCIADOR de la XIX Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) convoca el XVII Concurso del Cartel anunciador de la XIX Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO, que se celebrará el próximo mes de abril de 2015.



- 5ª. Se deberá dejar un área despejada en la parte inferior, de 6 cm de alto y 29,7 cm de ancho para incorporar los nombres de las entidades patrocinadoras y de la SMPC.
- 6ª. El cartel ganador de este concurso será el anunciador de la XIX Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO.
- 7ª. Los carteles participantes en el concurso quedarán en poder de la SMPC.
- 8ª. De entre sus socios, la SMPC designará un Jurado que se encargará de la valoración de los trabajos presentados.
- 9ª. El Jurado elegirá un único cartel ganador. No obstante, si, a su juicio, la calidad de los trabajos presentados no fuera suficiente, podrá declarar el premio desierto.
- 10ª. El fallo del Jurado será inapelable.

Inscripciones

Los carteles deberán enviarse a:

**XIX Olimpiada Matemática
para estudiantes de 2º de ESO**
**Sociedad Matemática de Profesores
de Cantabria (SMPC)**
Centro de Profesorado de Cantabria
Avenida del Deporte, s/n
39011 Santander

indicando en el sobre "Concurso de Carteles".

Dentro del sobre se harán constar los siguientes datos: **nombre y apellidos del alumno participante, centro al que pertenece, nombre y correo electrónico del profesor responsable.**

Fecha límite de inscripción

Se admitirán los carteles recibidos **hasta el 29 de enero de 2015** y los que, llegando con posterioridad, acrediten una fecha de envío anterior a ese día mediante el sello en el sobre de la correspondiente oficina de correos.

Premios

El ganador obtendrá un lote de material didáctico relacionado con las matemáticas.

Bases

Los participantes deberán atenerse a las bases que a continuación se detallan:

- 1ª. Los participantes serán alumnos de 1º, 2º o 3º de ESO de centros públicos, privados o concertados de Cantabria.
- 2ª. El cartel se presentará en tamaño DIN-A3 y posición vertical.
- 3ª. Se admite cualquier tipo de letra de tamaño no inferior a 1,50 centímetros de altura.
- 4ª. El cartel deberá contener el siguiente lema:

XIX OLIMPIADA MATEMÁTICA
PARA ESTUDIANTES DE 2º DE ESO
Santander, sábado 25 de abril de 2015

XIV CONCURSO DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA para estudiantes

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) convoca el XIV Concurso de Fotografía Matemática para estudiantes. Su objetivo es ver en la vida real cualquier aspecto matemático, ya sea numérico o gráfico. Los principios que regulan este concurso son:

1. Se pueden reflejar polígonos, círculos, curvas variadas, líneas paralelas, secantes, ángulos, transformaciones geométricas, cuerpos geométricos, gráficos estadísticos, expresiones numéricas, etc. En las fotografías no deberán aparecer personas, matrículas de coches, etc., así como tampoco su fecha de realización.
2. Las imágenes se pueden obtener de la naturaleza (flores, hojas,...), la arquitectura, la escultura, el diseño gráfico, la artesanía, etc.
3. Pueden participar en este concurso estudiantes de ESO, de Bachillerato, de Ciclos Formativos, de Formación Profesional Básica (FPB) y de Programas de Cualificación Profesional Inicial (PCPI).
4. Cada fotografía será realizada por un único autor, no admitiéndose más de tres fotografías por estudiante. Cada fotografía deberá ir acompañada de un breve texto explicativo y de un título, alusivo a la noción o concepto matemático al que haga referencia la foto.
5. El concurso se convoca a tres niveles:
Primer nivel, para alumnos de 1º y 2º de ESO.
Segundo nivel, para alumnos de 3º y 4º de ESO.
Tercer nivel, para alumnos de Bachillerato, de Ciclos Formativos, de FPB y de PCPI.
6. Las fotografías se entregarán convenientemente montadas sobre cartulina o cartón. Se acompañarán con un sobre cerrado en cuyo interior figurará el nombre, domicilio particular, localidad, teléfono, curso y centro de estudios de su autor, así como el número de teléfono, número de fax del centro y correo electrónico del profesor responsable. Debajo de la fotografía y en el exterior del sobre deberá figurar el texto explicativo y el título.
7. El formato exigido será, como mínimo, de 13x18 cm.
8. Se valorará tanto el contenido matemático como la calidad técnica y artística, aunque con un mayor peso del primero.

9. Se admitirán las fotografías recibidas **del 1 de febrero al 6 de marzo de 2015** y las que, llegando con posterioridad, acrediten una fecha de envío anterior a ese día mediante el sello en el sobre de la correspondiente oficina de correos. Las fotografías deberán enviarse a la dirección:

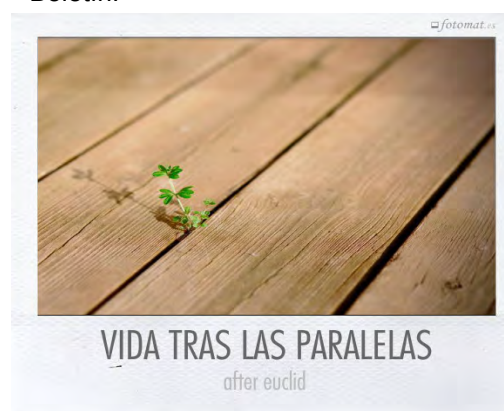
XIX Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO

**Sociedad Matemática de Profesores
de Cantabria (SMPC)**

**Centro de Profesorado de Cantabria
Avenida del Deporte, s/n
39011 Santander**

indicando en el sobre “Concurso de Fotografía Matemática para estudiantes”.

10. Un Jurado, nombrado al efecto, fallará el concurso. El fallo del Jurado se hará público y será inapelable. Se podrán declarar desiertos los premios convocados cuando, a juicio del Jurado, las obras presentadas no tuvieran suficiente calidad.
11. Premios: Primer y Segundo Premio por cada nivel, consistente en material didáctico relacionado con las matemáticas.
12. Las fotografías participantes en el concurso quedarán en poder de la SMPC. En los últimos años las mismas son utilizadas para confeccionar la portada de este Boletín.



¿Quién iba a imaginar que podía haber otros tipos de paralelas? Durante siglos sólo se concebía la geometría euclídea, pero el tesón de los matemáticos¹ por encontrar explicaciones convincentes llevó a superar el 5º postulado de los Elementos y abrir nuevos mundos. Euclides fue superado, pero sigue siendo válido y es bien honrado, muchas mates llevan su nombre. Foto: Eckhart Pedersen.

¹En matemáticas no importa estar siglos sin solución, se puede decir no lo sabemos, es mejor pensar con libertad que aceptar falsedades.

I CONCURSO DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA para profesores

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC), con el objetivo de mostrar la variedad de situaciones en las que aparecen las matemáticas, ya sea en la naturaleza, la arquitectura, el urbanismo o el arte, en general, y con el propósito de fomentar la creatividad de los profesores de Cantabria, convoca el I Concurso de Fotografía Matemática para profesores, con las siguientes bases:

1. Pueden participar en este concurso profesores de centros públicos, privados o concertados de Cantabria, independientemente del nivel educativo y de la materia en el que ejerzan su trabajo.



2. Cada participante podrá presentar un máximo de tres fotografías, originales, no presentadas anteriormente en otros concursos, en blanco y negro o en color, con un tamaño mínimo de 18x24 cm y un tamaño máximo de 24x30 cm.
3. En las fotografías tendrá cabida cualquier elemento, de cualquier contexto, en el que se perciba cierta relación con las matemáticas. No deberán aparecer personas, matrículas de coches, etc., así como tampoco su fecha de realización.
4. Cada fotografía deberá ir acompañada de un título, alusivo a la noción o concepto matemático al que haga referencia la foto.
5. Cada fotografía se presentará montada sobre una cartulina o cartón de color blanco que sobresalga 4 cm por cada lado de la fotografía. El título, y solamente el título, se escribirá en el reverso de la cartulina.
6. La ficha de participación (con nombre del autor y datos de su centro de trabajo) que debe acompañar a cada fotografía se entregará en sobre cerrado, en cuyo exterior figure exclusivamente el título de la fotografía.
7. Se admitirán las fotografías recibidas **hasta el 15 de abril de 2015** y las que, llegando con posterioridad, acrediten una fecha de envío anterior a ese día mediante el sello en el sobre de la correspondiente oficina de correos. Las fotografías deberán enviarse a la dirección:

XIX Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO

**Sociedad Matemática de Profesores
de Cantabria (SMPC)**

**Centro de Profesorado de Cantabria
Avenida del Deporte, s/n
39011 Santander**

indicando en el sobre *“Concurso de Fotografía Matemática para profesores”*.

8. Un Jurado, nombrado al efecto, fallará el concurso. El Jurado valorará la calidad técnica de la fotografía, la creatividad, el contenido matemático y su relación con la idea expresada en el título.
9. El fallo del Jurado se hará público y será inapelable. Se podrán declarar desiertos los premios cuando, a juicio del Jurado, las obras presentadas no reúnan la calidad necesaria.
10. Los premios, relacionados con la fotografía y/o las matemáticas, estarán en función, entre otros aspectos, de la disponibilidad de recursos económicos y/o dotaciones de patrocinadores. Un participante no podrá obtener más de un premio.
11. La SMPC podrá hacer uso de las obras premiadas con fines promocionales y divulgativos, reseñando en todo caso el nombre del autor. A tal efecto, los premiados aportarán una copia en CD durante el acto de entrega de los premios.
12. Las fotografías seleccionadas en primera instancia junto con las premiadas formarán parte de una exposición itinerante que estará a disposición de los centros educativos que lo soliciten para su exposición temporal.
13. Las fotografías seleccionadas serán expuestas en la Facultad de Ciencias de Santander.
14. Las obras no premiadas podrán ser retiradas durante la entrega de premios. Las copias físicas no retiradas en ese momento pasarán a ser propiedad de la SMPC, aunque, lógicamente, el concursante mantendrá la autoría.
15. La participación en este concurso implica la aceptación de estas bases. Los casos no previstos en ellas los resolverá la SMPC.

Para estar puntualmente informados sobre las convocatorias de la SMPC, podéis contactar con la Sociedad vía correo postal o correo electrónico, así como consultar su página web y sus perfiles en *Twitter* y *FaceBook*.

Correo Postal	Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) Centro de Profesorado de Cantabria Avenida del Deporte s/n, 39011 Santander Tel.: 942 35 40 15 - Fax: 942 32 38 27
Correo Electrónico	sociedad@sociedadmatematicacantabria.es
Página Web	 http://www.sociedadmatematicacantabria.es
Twitter	 @SMatematicaPC
Facebook	 http://www.facebook.com/pages/Sociedad-Matem%C3%A1tica-de-Profesores-de-Cantabria/1436138723279107

OTRAS CONVOCATORIAS

I Campeonato Ibérico Quiz Matemáticas



La I edición del *Campeonato Ibérico Quiz Matemáticas* ya está en marcha. Este nuevo torneo matemático está destinado a alumnos de 5º, 6º de Primaria y 2º, 3º de ESO. *SuperTmatik Quiz Matemáticas* fomenta la adquisición, la ampliación y la consolidación de una amplia gama de conocimientos matemáticos: porcentajes, fracciones, números romanos, geometría, símbolos y lenguaje matemático, problemas y mucho más.

Se puede encontrar el formulario de registro, el reglamento y más información en la página web del Campeonato: <http://www.eudactica.com>

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) facilita un juego de cartas *superTmatik Quiz Matemáticas* a cada centro interesado en participar en la Competición. Más juegos de cartas pueden adquirirse en la página web: <http://www.eudactica.com>

Las características de las cartas pueden verse en la sección LIBROS Y MATERIALES DESTACADOS de este mismo Boletín.



Para consultar dudas se dispone, además, de la siguiente dirección de correo electrónico: info@mentalmathcompetition.com

IX Campeonato Internacional Cálculo Mental

La IX edición del *Campeonato Internacional superTmatik Cálculo Mental* ya está en marcha. Este Campeonato es una competición internacional de matemáticas para alumnos de Primaria y Secundaria (6 -15 años).



Los objetivos principales del Campeonato son fomentar el interés por la práctica del cálculo mental, desarrollar destrezas numéricas y de cálculo, reforzar el componente lúdico en el aprendizaje de las matemáticas, y encontrar y divulgar talentos en el área del cálculo mental.

SuperTmatik Cálculo Mental es un juego didáctico que combina estimulación mental y diversión; especialmente indicado para la práctica de las cuatro operaciones matemáticas básicas.

Para la participación de los alumnos sólo es necesario registrar el centro en la competición. El próximo paso es enseñar el reglamento del Campeonato y las reglas del juego a los alumnos de las clases que participen y dejarles practicar con sus compañeros antes de empezar la competición.

Se puede encontrar el formulario de registro, el reglamento y más información en la página web del Campeonato: <http://www.eudactica.com> Asimismo, en esta misma página web, puede adquirirse el juego *superTmatik Cálculo Mental*.

XXII Concurso Canguro Matemático

La asociación castellano-leonesa *Canguro Matemático Europeo* organiza este Concurso dentro de la convocatoria que, a nivel europeo, hace la organización *Canguro sin Fronteras*. Colaboran los profesores de los departamentos de matemáticas de los centros que participan, siendo algunos de los objetivos del concurso los siguientes:

- ✓ Que sea un concurso para todos los alumnos y no sólo para los que obtienen mejores notas. No debe hacerse una selección

previa de los alumnos sino animar a todos a participar.

- ✓ Conseguir que cada alumno, a través de las matemáticas, se plantee un reto consigo mismo y con los demás. El concurso no es, ni pretende ser, una competición entre centros.
- ✓ Incentivar el gusto por el estudio de las matemáticas.
- ✓ Incorporar a aquellos alumnos que tienen "miedo" a las matemáticas al estudio de las mismas, haciendo que descubran su sentido lúdico.
- ✓ Tratar de que los alumnos consigan divertirse resolviendo cuestiones matemáticas.
- ✓ Seguir aumentando el número de participantes de las convocatorias anteriores y conseguir las cuotas de participación existentes en otros países europeos.

La prueba consiste en un test de 30 preguntas, en orden creciente de dificultad, para cada uno de los seis niveles, con cuestiones de elección múltiple. Los niveles para participar son: 1º de ESO, 2º de ESO, 3º de ESO, 4º de ESO, 1º de Bachillerato y 2º de Bachillerato.

Más información de la convocatoria y de las bases en: <http://www.canguromat.org.es>



Alumnos del IES Augusto González de Linares en la cita XXI Concurso Canguro Matemático.

Concurso de Matemáticas Pangea 2015



El Concurso de Matemáticas Pangea en España se organiza en la edición 2015 para estudiantes desde 4º de Primaria hasta 2º de ESO.

Hace unos 250 millones de años la masa de la Tierra estaba unida en un solo supercontinente

llamado Pangea (*Pangaea*), a partir del cual se formaron los continentes de nuestra era. Con la creciente globalización, el mundo se parece cada vez más a Pangea, donde todos los territorios estaban conectados. De ahí nace el lema del Concurso, "*Las Matemáticas Conectan*", una declaración de intenciones de reunir a estudiantes de diferentes lugares, estilos de vida y niveles de educación. De esta manera, los niños tienen la oportunidad de compartir sus experiencias y su gusto por las matemáticas con otros niños.

El Concurso Pangea consta de rondas preliminares en los colegios, finales en las diferentes provincias participantes y ceremonias de entrega de premios. La primera ronda consta de 25 problemas, de los cuales 15 están en la categoría más fáciles y accesibles, 5 problemas en los de nivel medio y otros 5 problemas en los más difíciles. Esto permite participar y sentirse a gusto a alumnos con niveles diferentes e intereses distintos en la disciplina matemática.

Más información de la convocatoria, de las bases y de la inscripción en:

<http://concursopangea.visionlingua.com/wp>

Concurso de Resolución de actividades del Calendario Matemático 2014-2015



Cada curso escolar la Sociedad de Educación Matemática de la Comunidad Valenciana "*Al-Khwarizmi*" publica un calendario en el que cada día aparece un reto matemático. Su resolución permite participar a estudiantes de Secundaria en un concurso diseñado a tal efecto con las dos modalidades siguientes:

A la solución más ingeniosa

Podrá participar cualquier estudiante de ESO o Bachillerato que dé respuesta (solución / comentario) a una actividad planteada un día cualquiera del Calendario Matemático 2014-2015. Cada centro seleccionará las mejores soluciones de sus alumnos enviando sólo una por cada día e incluyendo: nombre completo del estudiante, curso y nivel, centro, dirección, teléfono y correo electrónico. Los premiados recibirán el correspondiente diploma acreditativo.

Al trabajo en grupo

Podrá participar un solo grupo de cualquier centro de ESO y/o Bachillerato que dé respuesta (solución / comentario) a todas las actividades planteadas un mes cualquiera del Calenda-

rio Matemático 2014-2015. Deberá indicarse el nombre completo del centro, dirección, teléfono y correo electrónico, así como el nombre de todos los estudiantes que lo integran y del profesor que lo coordina. Los agraciados recibirán el correspondiente diploma acreditativo.



En ambas modalidades el plazo de recepción terminará el último día del mes siguiente al que correspondan las actividades. Las soluciones deben dirigirse a ramaca@ono.com o enviarse a:

IES La Plana
A. A. Rafael Martínez Calafat
Camí La Plana, 13
12004 Castellón
(Teléfono: 964 221 820)

Las soluciones presentadas podrán publicarse si la comisión seleccionadora lo estima oportuno.

VI Concurso Escolar de Trabajos Estadísticos

El Instituto Cántabro de Estadística (ICANE), en colaboración con la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria, convoca cada curso escolar el *Concurso Escolar de Trabajos Estadísticos*.

El objetivo de este Concurso es, por un lado, dar a conocer la actividad estadística desarrollada en el ICANE y, por otro lado, propiciar el uso de datos sobre la realidad socio-económica de Cantabria en los centros educativos de la región. Esta iniciativa permite trabajar con los alumnos problemas relacionados con temas cotidianos, fomentando razonamientos críticos, el trabajo en equipo, etc.

El Concurso está orientado a todos los escolares que cursen estudios de ESO, Bachillerato o Ciclos Formativos; asimismo, podrán participar los alumnos oficiales de Enseñanza de Adultos que estén estudiando para la obtención del Graduado en Educación Secundaria o para la prueba de libre acceso a Ciclos Formativos de Grado Medio, menores de 19 años.

Los trabajos deben ser realizados por grupos de un máximo de cinco estudiantes y estar dirigidos por un profesor. Su contenido será estadístico de tema libre y en ellos se podrán abordar una o varias fases del proceso estadístico. Se pueden usar datos extraídos de las publicaciones del ICANE, o de su web, o realizar un estudio estadístico similar a alguno publicado por el ICANE, pero referido a su centro escolar, municipio o comarca, y comparar los resultados.

Se establecen dos categorías de premios (ESO y Bachillerato/Ciclos Formativos) que cuentan cada una de ellas con un Primer y un Segundo Premio, respectivamente.

Bases e información adicional del Concurso puede obtenerse a través de:

<http://www.icane.es>
<http://www.educantabria.es>

III Olimpiada Estadística

El Instituto Nacional de Estadística (INE), la Facultad de Estudios Estadísticos (FEE) de la Universidad Complutense de Madrid y la Sociedad de Estadística e Investigación Operativa (SEIO) convocan la Tercera Olimpiada Estadística para estudiantes de ESO, Bachillerato y Ciclos Formativos de Grado Medio.



La Olimpiada Estadística tiene como objetivos:

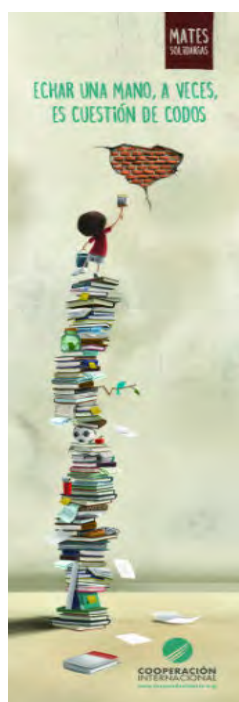
- Promover la curiosidad y el interés en la estadística entre los estudiantes.
- Incentivar en los docentes el uso de nuevos materiales para la enseñanza de la estadística, fomentando el uso de datos reales y buscando aplicaciones de los conocimientos estadísticos a los alumnos.
- Mostrar y acercar el protagonismo de la estadística en distintos aspectos de la sociedad a estudiantes y docentes, dándola a conocer como estudio universitario.
- Promover el trabajo en equipo y la colaboración para conseguir objetivos comunes.

En la Olimpiada pueden participar estudiantes de ESO, Bachillerato y Ciclos Formativos de Grado Medio. Sobre los tipos de grupos participantes, tutores de los mismos, categorías, etc. se puede encontrar información en:

http://www.ine.es/explica/olimpiada2015_inicio.htm, donde se figuran, asimismo, las bases completas de la convocatoria y los requisitos de inscripción.

IX Edición de Mates Solidarias

Ya está abierto el plazo de inscripción de la IX Edición de *Mates Solidarias*, que pone en marcha Cooperación Internacional ONG en los centros educativos españoles.



Este proyecto educativo y de sensibilización es un aliciente para los jóvenes. Sus buenas calificaciones no sólo suponen un premio a su esfuerzo por el estudio y el aprendizaje, sino que se convierten en ayuda directa a familias de nuestro país con escasos recursos. Así, los alumnos logran conocer de una manera más amplia la realidad social que les rodea, al tiempo que adquieren la mentalidad de ser suma hacia una sociedad más solidaria.

¿Cómo suman las *Mates Solidarias*? Al final de cada evaluación las calificaciones de los alumnos

se convierten en donativos: 5 euros si el alumno tiene aprobado, 6 euros por alcanzar un bien, 7 euros si el alumno obtiene notable, 10 euros al conseguir un sobresaliente. La recaudación conseguida se destina a diferentes proyectos sociales de Cooperación Internacional ONG. Durante 2013 la participación de más de 20 colegios españoles y 4 200 alumnos de toda España logró recaudar casi 7 000 euros, destinados a la rehabilitación de 14 casas dentro de la campaña de rehabilitación de viviendas de familias con escasos recursos.

Una novedad para esta edición es que todo docente, padre, madre o alumno que lo desee puede participar a título personal, independientemente de que participe su colegio.

Más información en la página web:

<http://www.ciong.org/detalleProyecto.php?tipoObjeto=10&familia=8&idObjeto=275>

XVII JAEM Cartagena 2015

Las Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM) nacieron antes de crearse la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) y tuvieron periodicidad anual entre 1981 y 1984; pero, tras unos años en los que dejaron de realizarse (entre 1985 y 1990), al constituirse la FESPM, en 1989, se decidió retomar la idea y convocarlas a partir de ese momento, dándoles periodicidad bianual y encargando su organización a alguna de las Sociedades Federadas.

Las JAEM constituyen una de las actividades más representativas de cuantas organiza la FESPM. Desde la Federación se apuesta por esta actividad como un punto de encuentro que sirva para reflexionar y debatir sobre la situación actual de la educación matemática, así como para dar a conocer o informarse de los últimos avances, proyectos o estudios llevados a cabo por los diferentes colectivos de profesores. Todo ello conlleva un enriquecimiento de la formación de los profesores de matemáticas que creen en esta disciplina como una de las fundamentales en la educación de cualquier persona. Por todas estas razones, desde la FESPM se nos invita a participar activamente en las XVII JAEM.

La Sociedad de Educación Matemática de la Región de Murcia (SEMRM) es la encargada de organizar esta XVII edición. La ciudad de Cartagena acogerá las Jornadas entre el 5 y el 8 de julio de 2015.



Fechas importantes:

1 de noviembre de 2014: inicio del periodo de inscripción y de presentación de comunicaciones, talleres, materiales de zoco matemático, pósteres y proyectos.

31 de marzo de 2015: fecha límite de presentación de comunicaciones, talleres, materiales de zoco matemático, pósteres y proyectos.

15 de mayo de 2015: fecha límite del primer periodo de inscripción.

15 de junio de 2015: a partir de esta fecha las inscripciones se asignarán a los talleres, según disponibilidad.

5 al 8 de julio de 2015: celebración de las JAEM.

Toda la información sobre las Jornadas puede encontrarse en: <http://17jaem.semr.com>

SOCIEDAD MATEMÁTICA DE PROFESORES DE CANTABRIA (SMPC)

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) empezó su andadura en abril de 1996, en un acto al que no faltó Miguel de Guzmán Ozámiz (1936-2004), presidente de las Sociedades Matemáticas a nivel internacional, eminente matemático, humanista y persona de bien. La SMPC se fundó con el objetivo de ser un punto de confluencia y de intercambio de experiencias entre los profesores de matemáticas de Cantabria, de todos los niveles educativos, Primaria, Secundaria y Universidad, tanto de enseñanza pública como privada. Pero la SMPC también da la oportunidad de exponer sus ideas a todas aquellas personas interesadas por las matemáticas, en su vertiente didáctica o científica. El fundamento de la SMPC es colaborar en la mejora de la calidad de la enseñanza de las matemáticas y tener una proyección pública, mediante la cual dar a conocer su postura en todos los asuntos relacionados con la educación matemática.

La SMPC forma parte de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM), que está integrada por colectivos de profesorado que trabajan con propósitos análogos a los que tiene la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria. En la FESPM hay sociedades pertenecientes a todas las Comunidades Autónomas.

En el Boletín número 13, la persona que en aquel momento ocupaba el cargo de presidenta de la SMPC, María José Señas Pariente, escribió unas palabras que dan una magnífica idea del cometido de la SMPC. Es, por esa razón, que desde entonces las mantenemos en esta sección.

[...] La SMPC viene organizando desde hace años diferentes actividades para alumnos y profesores de Cantabria con el fin de divulgar el conocimiento matemático en nuestra Comunidad Autónoma y mejorar los correspondientes procesos de enseñanza y aprendizaje. Es necesario emplear todos los recursos que existen en nuestra Sociedad para mejorar el nivel de educación matemática de los jóvenes, ya que de él, entre otros, dependerá el futuro y nuestra posición en el mundo actual.

Difundir la cultura matemática entre los estudiantes y profesores de Cantabria y que éstos sirvan de vía de transmisión para que la sociedad alcance mayores niveles de conocimiento matemático; descubrir a los jóvenes un mundo de posibilidades por medio del saber matemático; ampliar sus perspectivas de futuro y formarles para una sociedad en continuo cambio; fomentar el interés por las matemáticas mediante la organización de actividades motivadoras e innovadoras fuera del aula; e incluso fomentar la detección temprana y el estímulo de talentos matemáticos, son algunos de los objetivos que la SMPC establece como base para el desarrollo de su programación anual. [...]

La SMPC ha organizado a lo largo de sus dieciocho años de vida numerosas actividades destinadas al profesorado de matemáticas, algunas dentro del Convenio de Colaboración con la Consejería de Educación, Cultura y Deporte. Ciñéndonos a las actividades desarrolladas a lo largo de los cuatro últimos años, indicar que entre ellas están dos cursos de formación para profesores del Proyecto Estalmat, uno a nivel regional y otro a nivel nacional; tres ediciones de las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria; dos cursos acerca del uso de *GeoGebra*, uno de iniciación y otro de nivel intermedio (ambos con la colaboración del Instituto *GeoGebra* de Cantabria); y un curso a distancia acerca del software *TutorMates* (con la colaboración de Addlink Research, empresa que ha desarrollado dicho software). La mayoría de los cursos mencionados se han celebrado o bien en el Centro Internacional de Encuentros Matemáticos (CIEM) de Castro Urdiales o bien en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria.

Las diversas actividades pueden llevarse a cabo gracias al esfuerzo y gentileza de un pequeño número de profesores que, de forma desinteresada, ponen parte de su tiempo libre a disposición de la SMPC. La gestión de los no muy abundantes recursos es tarea también de este reducido colectivo. Como viene siendo habitual, aprovechamos este hueco para hacer un llamamiento al resto de socios u otras personas que estén interesadas en colaborar, cuya incorporación suponga un enriquecimiento de la labor de la entidad y permita garantizar su continuidad. Para informar acerca del interés en participar, escribir un mensaje a la siguiente dirección, señalando aquellos apartados en los que se desearía colaborar: organizar y/o impartir algún curso de formación, cooperar en la puesta en marcha de alguna de las actividades de la SMPC, dirigir algún taller, etc.: sociedad@sociedadmatematicacantabria.es

En otro orden de cosas, informar que el pasado 25 de septiembre de 2014 se celebró la Asamblea General Anual de la SMPC en la que se acordaron las fechas para la realización de actividades para estudiantes a celebrar a largo del curso 2014/2015 y se perfiló un nuevo concurso de fotografía para profesores. De los detalles de todas ellas se da cuenta en la sección de este Boletín titulada *Convocatorias de la SMPC*.

En esa misma reunión se definieron los responsables de las actividades y se aprobó el acta de la sesión anterior.

También se informó de las últimas novedades de interés para los asistentes, entre las que se encontraba un curso de GeoGebra 5.0 a celebrar en la Facultad de Ciencias los días 26 y 28 de enero y 2 de febrero de 2015, reconocido con 1 crédito de formación por la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria.



Puesto que no sólo el trabajo acerca a las personas, en dicha asamblea se acordó celebrar una comida de hermandad, de la da testimonio la imagen mostrada.

Junta Directiva	
Presidenta	Carmen Espeso Ortiz
Vicepresidenta	María José Señas Pariente
Secretario	Luis Ceballos Barón
Tesoreros	Emilio Seoane de la Losa Paz Valle López-Dóriga
Vocales	María José Fuente Somavilla Isabel Gómez Velarde Almudena Señas Pariente

Responsables de las Actividades	
Boletín Informativo	María José Fuente Somavilla Pilar Sabariego Arenas Cecilia Valero Revenga
Página Web	Neila Emma Campos González
Redes Sociales	Sara González Gutiérrez
Olimpiada Matemática para Estudiantes de 2º de ESO	Juan Martín Pindado
Concurso del Cartel Anunciador de la Olimpiada Matemática para Estudiantes de 2º de ESO	Sergio Trueba López
Concurso de Fotografía Matemática para estudiantes	Emilio Rodríguez Ruiz
Concurso de Fotografía Matemática para profesores	Jaime Juan Suárez Martínez
Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas	Mario Fioravanti Villanueva Sara González Gutiérrez
Proyecto Estalmat	María José Señas Pariente

**COLABORA,
HAZTE SOCIO,
PARTICIPA ACTIVAMENTE
EN LA SMPC**

Los socios son la parte fundamental de la SMPC. Asociarse da derecho a participar activamente en la vida de la Sociedad, a tener puntual información de ella y a obtener descuentos en las actividades que se organicen. Los socios reciben cada año el *Boletín Informativo de la SMPC*, así como *SUMA*⁺, revista de didáctica de las matemáticas de periodicidad cuatrimestral (marzo, julio y noviembre) y que es publicada por la FESPM. Los socios abonan una cuota anual de 40 euros, que se cobra por domiciliación bancaria.

Para hacerse socio de la SMPC basta con rellenar la ficha de inscripción y la ficha de domiciliación bancaria para el pago de las cuotas. Una vez cumplimentados ambos impresos, deben ser entregados a alguno de los miembros de la Junta Directiva o enviados a la SMPC por alguna de las siguientes vías:

Correo Postal	Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC)  Centro de Profesorado de Cantabria Avenida del Deporte s/n, 39011 Santander Tel.: 942 35 40 15 - Fax: 942 32 38 27
Correo Electrónico	sociedad@sociedadmatematicacantabria.es
Página Web	http://www.sociedadmatematicacantabria.es
Twitter	@SMatematicaPC
Facebook	http://www.facebook.com/pages/Sociedad-Matem%C3%A1tica-de-Profesores-de-Cantabria/1436138723279107

D/D^a, DNI,
con domicilio en, CP:, calle: nº.:,
teléfono: y e-mail:
solicita ser dado de alta como miembro de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria.
Centro de trabajo:, localidad: CP:
calle:, nº.:, teléfono:, fax:
y e-mail:

Nombre y apellidos:

IBAN:

País	DC	Entidad	Oficina	DC	Cuenta

Banco/Caja:, agencia:

localidad:, CP:, calle:

Sr/Sra Director/a del Banco/Caja:

Le ruego atiendan, con cargo a mi cuenta y hasta nueva orden, los recibos que periódicamente les presentará la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria para el pago de mi cuota de afiliación.

Atentamente (fecha y firma):

Anotaciones

SOCIEDAD MATEMÁTICA de

SOCIEDAD MATEMÁTICA de



PROFESORES de CANTABRIA

PROFESORES de CANTABRIA

