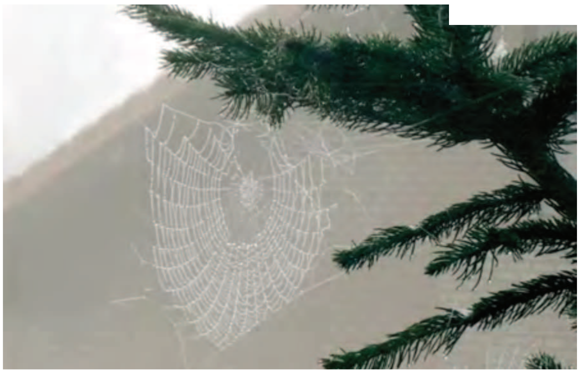
Boletín Informativo de la SMPC

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria - Curso 2012/2013 - Nº 14






ÍNDICE

EDITORIAL	**2**
MATERIALES Y RECURSOS	**5**
Menú de Problemas	5
Libros y Materiales Destacados	17
JORNADAS, TALLERES Y ENCUENTROS	**45**
Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria	45
Matemáticas en Acción	53
Día Escolar de las Matemáticas	59
PROCEDIMIENTOS SELECTIVOS	**61**
Y Cantabria… convocó	61
CULTURA Y MATEMÁTICAS	**71**
Efemérides	71
Colegas de mi mujer	95
Curiosidades	111
OLIMPIADAS Y OTROS CONCURSOS	**115**
Olimpiada Matemática de Cantabria para Estudiantes de 2º de ESO	115
Olimpiada Matemática Nacional para Estudiantes de 2º de ESO	121
Olimpiada Matemática Española	127
Concurso del Cartel y Concurso de Fotografía Matemática	135
CONVOCATORIAS	**139**
Convocatorias de la SMPC	139
Otras Convocatorias	143
SOCIEDAD MATEMÁTICA DE PROFESORES DE CANTABRIA (SMPC)	**149**

EDITORIAL

Edita:

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (**SMPC**)

Redacción y Maquetación:

María José Fuente Somavilla
IES Ría San Martín
CORTIGUERA - SUANCES
mj.fuente@yahoo.es

Cecilia Valero Revenga
Facultad de Ciencias
SANTANDER
cecilia.valero@unican.es

Artículos, comunicaciones y correspondencia:

Por correo electrónico:

A cualquiera de las dos direcciones anteriores

Por correo postal o fax:

Cecilia Valero Revenga

Facultad de Ciencias

Avenida Los Castros s/n

39005 Santander

Teléfono: 942 20 15 20
Fax: 942 20 14 02

Tirada: 250 ejemplares

Imprime:

Tratamiento Gráfico del Documento S.L.
Reprografía Interfacultativo. Santander

Depósito Legal: SA-160-1998

ISSN: 1139-0263

A través de este nuevo número del *Boletín Informativo de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC)*, queremos, un año más, dar a conocer a todo el conjunto de profesores de matemáticas de la Comunidad Autónoma de Cantabria tanto las novedades que en los próximos meses tendrán lugar como la relación de cuantos eventos concernientes a la disciplina matemática se han ido produciendo a lo largo del año 2012. La publicación de este Boletín forma parte del conjunto de actividades que la SMPC programa con el objetivo de difundir y canalizar la cultura matemática entre los profesores de matemáticas de los distintos niveles educativos y, paralelamente, estrechar y potenciar la relación entre los mismos.

Junto con la ya citada edición del Boletín, el conjunto de acciones concretas que anualmente realiza la SMPC está constituido por los concursos del Cartel y de Fotografía Matemática para el alumnado de Secundaria y la Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO. Estos tres concursos, ya consagrados dentro de la SMPC, tienen mucho éxito entre el público al que van dirigidos. Cada curso un gran número de estudiantes dan muestras de sus diferentes capacidades, unos poniendo en práctica las más artísticas en los concursos del Cartel y de Fotografía, otros destapando su ingenio en la resolución de los problemas de la Olimpiada.

Son igualmente exitosas las actividades programadas de manera especifica para profesores, tales como las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria, de las que en 2012 se ha celebrado la quinta edición y de cuyo desarrollo se hace una amplia reseña en una de las secciones de esta publicación. Otras actividades con gran afluencia de público son los cursos de formación que la SMPC organizado desde la firma del Convenio de Colaboración con la Consejería de Educación, Cultura y Deporte que se mencionan de forma más detallada en la última sección de esta publicación.

De todos los detalles relativos a cada una de las actividades realizadas por la SMPC, tales como fechas de celebración, plazos de inscripción, resoluciones de concursos, etc., así como de otros generales, ya sean congresos, encuentros u otros, se da puntual información en la página web de la Sociedad:
http://www.sociedadmatematicacantabria.es

Dentro de la sección *Convocatorias* de este Boletín se da información de una parte de los anuncios arriba indicados, y en otros apartados se habla del desarrollo de las actividades realizadas por la SMPC o bien por grupos de profesores de otros organismos. En esta revista el lector puede encontrar, además, colaboraciones de tendencias distintas como las que recogen conclusiones de encuentros matemáticos a nivel nacional, las que reflejan los avances de proyectos, o bien las que proporcionan materiales para poder usar en el aula. Otras, tales como *Efemérides*, nos acercan la vida de matemáticos insignes, o como *Curiosidades* que nos quiere mostrar la cara menos seria de las matemáticas. En esta ocasión, además, se dará una visión sobre los cambios introducidos en los últimos años en los procedimientos selectivos para el ingreso al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria en la especialidad de matemáticas.

∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩ ∪ ∩

Entre los nombres propios de las últimas ediciones, hemos tenido el placer de dar el de algunos de nuestros compañeros. Nos referimos a Francisco Santos Leal, que en 2010 logró resolver en sentido negativo la *Conjetura de Hirsch*; a Alberto Gutiérrez Gómez, galardonado con el *Premio Internacional Educared 2011*; y a Carlos Beltrán Álvarez, que recibió el *Premio de Investigación José Luis Rubio de Francia en la edición de 2010*. En esta ocasión nos congratulamos de poder ampliar esa lista con los nombres de **Elena Álvarez Saiz, Begoña Sánchez Madariaga, Joaquín García Ortiz, María Teresa Herrero Martínez y María Reyes Ruiz Cobo**, todos ellos profesores del Departamento de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación de la Universidad de Cantabria (UC) y responsables de la asignatura "Cálculo I", que se imparte en seis grados de la UC. Esta asignatura ha sido la ganadora de la V Edición de los *Premios MECD-Universia a la iniciativa OpenCourseWare 2011*. La iniciativa OpenCourseWare (OCW) promueve la publicación de materiales educativos de distintas universidades a través de licencias Creative Commons, que aúnan la protección de la propiedad intelectual de los autores con la permisividad al usuario de la utilización y reutilización, la adaptación y la redistribución de los materiales, con algunas restricciones. No es necesario ningún tipo de registro, por tanto, cualquier persona puede acceder a los materiales sin más que enlazar con su página web: http://ocw.unican.es. Así, la Universidad potencia su papel de motor del conocimiento y de difusión del mismo, con el objetivo de llegar cada vez a un más amplio sector de la sociedad.

Elena Álvarez junto al Rector de la Universidad de Cantabria (UC) en la entrega del V Premio MECD-Universia a la iniciativa OpenCourseWare a principios del mes de mayo de 2012. Foto tomada de la página web de la UC.

También queremos felicitar desde aquí a nuestro compañero del Departamento de Matemáticas Estadística y Computacinón, **Fernando Etayo Gordejuela**, por el reconocimiento que ha tenido el libro *Hasta el infinito y más allá*, del que es coautor junto a su hermano Miguel Etayo Gordejuela, para el que hacemos extensiva nuestra felicitación. La mencionada publicación ha sido galardonada en el mes de septiembre con uno de los *Premios Nacionales de Edición Universitaria*, en concreto ha sido elegida mejor monografía en las áreas de Ciencias Experimentales y de Tecnologías. El jurado ha valorado en esta obra de divulgación científica, y editada por la Universidad de Cantabria, el rigor con que se presentan los conceptos de perspectiva y profundidad. Los lectores podrán encontrar más información sobre este texto en la sección *Libros y materiales destacados* de este Boletín.

≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡ ≠ ≡

Seminarios, charlas concursos, etc. se han sucedido a lo largo de este año en escenarios diversos para conmemorar el centenario del nacimiento de **Alan Mathison Turing**, considerado uno de los padres de la ciencia de la computación y precursor de la informática moderna. Una amplia reseña acerca de su vida y obra aparece en la sección *Efemérides* de esta publicación y uno de los textos comentados en *Libros y Materiales Destacados* también aborda este tema, de ahí que no empleemos más líneas en hablar de este insigne científico en el editorial, salvo para hacer partícipes a nuestros lectores de las actividades que se han dispuesto en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria para celebrar el Año Turing/Año de la Informática, tal y como fue elegido el año 2012.

Con ese objetivo, la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria ha organizado un completo y variado programa de actividades que se ha desarrollado a lo largo del mes de noviembre. Esas han sido un ciclo de tres conferencias, un ciclo de cine integrado por la emisión de seis películas y un concurso titulado "Desafío Críptico". Si el lector está interesado en conocer con más detalle qué títulos han integrado tanto el ciclo de conferencias como el de cine así como las características del concurso, pueden acudir a

http://www.unican.es/NR/rdonlyres/00013f3e/kzmvbpujjzvugcpvxazcukuuaqdanddj/Actosañoturing.pdf

≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥ ≤ ≥

Para ir concluyendo este editorial, nos hacemos eco de que 2013 ha sido declarado el año de las *Matemáticas del Planeta Tierra*. Esa resolución ha sido tomada por los institutos de investigación matemática de Norteamérica, a los que se han unido otras importantes instituciones, como son la American Mathematical Society (AMS), la European Mathematical Society (EMS) y la International Mathematical Union (IMU).

En la página web del proyecto *Matemáticas del Planeta Tierra* se afirma que el propósito fundamental del mismo está basado en tres puntos clave, que son:

- Potenciar la investigación identificando y resolviendo cuestiones fundamentales acerca del planeta Tierra.
- Animar a los educadores de todos los niveles a comunicar cuestiones relacionadas con el planeta Tierra como pueden ser el caos en el Sistema Solar, cómo se usan las matemáticas en la erradicación de enfermedades, cuál es la edad de la Tierra, la manera en la que funciona el GPS, la ecuación del tiempo u otras.
- Informar al público en general del papel esencial de las ciencias matemáticas para afrontar los retos planteados por nuestro planeta.

En el anuncio que hace DivulgaMAT en su página web del programa MPE (siglas de Mathematics of Planet Earth) se dice, a modo de resumen, que su *objetivo principal es señalar el papel clave que tienen las matemáticas en los procesos relacionados con la continua evolución dinámica de nuestro planeta, focalizando la investigación matemática en estos temas, crear un contexto para poder atacar estos temas de un modo interdisciplinar y buscar sinergias entre investigadores en las temáticas señaladas*.

Para aquellas personas que estén interesadas en conocer más detalles del *Año de las Matemáticas del Planeta Tierra* les recomendamos ir a la dirección electrónica: http://mpe2013.org

∆ ⌂ ∆ ⌂ ∆ ⌂ ∆ ⌂ ∆ ⌂ ∆ ⌂ ∆ ⌂ ∆ ⌂ ∆ ⌂ ∆ ⌂ ∆ ⌂ ∆ ⌂

Una vez más se informa que en la redacción de esta revista se ha optado por el uso genérico del masculino, sin que esto deba interpretarse como discriminación alguna. Se entiende que cualquiera es capaz de reconocer y valorar la presencia y el trabajo femeninos aun sin la pesada tarea de usar expresiones específicas para ello.

◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞ ◊ ∞

Esperamos que los contenidos de este modesto Boletín sean útiles y de interés para todos los socios de la SMPC. No queremos acabar estas líneas dejando de agradecer a aquellas personas que nos han hecho llegar sus colaboraciones, su esfuerzo y su trabajo que, sin duda, mejoran y enriquecen el contenido de esta publicación. Para seguir por esta senda, invitamos a socios y compañeros a participar con sus artículos, haciéndonoslos llegar a nuestra dirección de correo electrónico. También se admiten opiniones y sugerencias acerca de secciones nuevas que puedan ser incorporadas a esta publicación.

∈ √ ∈ √ ∈ √ ∈ √ ∈ √ ∈ √ ∈ √ ∈ √ ∈ √ ∈

Como ya se ha dicho, este Boletín tiene como finalidad principal la divulgación de acontecimientos matemáticos de actualidad, junto a la publicación de colaboraciones de socios y no socios de la SMPC. No hay contraprestación económica ni de servicios por su edición, que tampoco incluye publicidad comercial. Por todo ello, entendemos que no se vulneran los derechos de imagen o de autor cuando se utilizan algunos materiales. Cuando se conoce, se cita su procedencia y su autor, pero en todo caso, si alguien considerase quebrantados sus derechos, se ruega nos lo advierta para proceder a la aclaración o rectificación que proceda.

MATERIALES Y RECURSOS

MENÚ DE PROBLEMAS

Los lectores habituales del Boletín de la SMPC son conocedores de que la sección que ahora se inicia es tradicional dentro del mismo y saben también que su principal objetivo es proporcionar materiales y situaciones que favorezcan el desarrollo de destrezas y estrategias de resolución de problemas. Además, pueden haber ido descubriendo a lo largo de los distintos números de esta publicación que lo que no se mantiene es el formato de la sección. En unas ocasiones los problemas han estado propuestos por profesores de la SMPC, otras veces han formado parte de concursos matemáticos celebrados en centros educativos de la Comunidad de Cantabria, otros han sido formulados en pruebas a nivel nacional, etc. En esta oportunidad, transcribimos el cuestionario cinematemático que Alfonso Jesús Población Sáez publicó a finales de junio en la sección Cine y Matemáticas dentro de la página http://www.divulgamat.net y correspondiente al concurso del verano de 2012. Nuestro agradecimiento al profesor Población tanto por su loable trabajo, creativo, de recopilación y de adaptación, como por la amabilidad que ha mostrado permitiéndonos publicarlo en este Boletín.

La presentación del concurso que aparecía publicada en http://www.divulgamat.net se iniciaba en los siguientes términos: *Para los que no conozcáis la dinámica de este concurso, la cosa es bien simple. Se describen algunas escenas de una o dos películas (al menos una de ellas es de ésas que los críticos denominan "clásico") planteando alguna cuestión, problema, pasatiempo o enigma relacionado con las matemáticas. A veces aparece algo de física, o de química, o una cuestión histórica, literaria, en fin un poco de todo, pero siempre tratando de que sea asequible a casi todo el mundo (bueno, alguna cosilla es un poco más difícil, pero se intenta que la mayor parte sea elemental, eso sí, un poco disfrazada porque con esto de Internet, si no fuera así, no duraría ni diez minutos, y se pretende que uno se entretenga todo el verano). […] lo más difícil resulta averiguar las películas de las que se habla*, *[…].*

Cada cuestión propuesta tenía asignada una puntuación máxima: unas de 25 puntos, otras de 10 puntos y otras de 5 puntos. Con buen humor, el profesor Población Sáez invitaba a que cualquier persona, aunque sólo hubiera resuelto una de las cuestiones puntuadas con 5, enviara sus respuestas a la dirección alfonso@mat.uva.es antes del 31 de agosto, fecha en la que expiraba el plazo de recepción de respuestas, con la promesa de extraordinarios premios. Además, agradecía sugerencias, comentarios, etc., acerca de la sección *Cine y Matemáticas* de divulgaMAT, con el simpático gancho de regalar, quizás, unos puntos extra.

Lo importante es divertirse, disfrutar de una buena película, y darle un poquillo al coco para mantener las neuronas activas. Es la frase con la que el profesor Población Sáez cierra la página de presentación del concurso y que refleja el espíritu y la intención del MENÚ DE PROBLEMAS del Boletín de la SMPC.

A continuación se ofrece el cuestionario cinematemático correspondiente al verano de 2012. Los lectores que resuelvan las cuestiones propuestas pueden comprobar su acierto pleno utilizando las soluciones que se ofrecen al final de la sección.

Concurso *Cine y Matemáticas* - Verano 2012

En este año en que las economías, los trabajos, etc. van mal para la gran mayoría, y que las cosas no tienen pinta de mejorar a corto plazo, puede resultar aleccionador recordar que en otro tiempo, en otros lugares, las cosas fueron incluso peores (lo cual no es ningún consuelo, pero bueno). En esta ocasión todo gira entorno a una única película aunque puede haber referencias a otras. Así reza el párrafo con el que se da paso en la página del concurso a las preguntas que integran el cuestionario.

En el texto que se ofrece a continuación, transcrito literalmente de http://www.divulgamat.net, para distinguir las preguntas de carácter matemático de las que abordan otras temáticas, en el primer caso se emplea un suave sombreado:

`Preguntas sobre matemáticas`　　　`Otras preguntas`

Uno de los protagonistas de la película que buscamos anda bastante desesperado. No encuentra trabajo y le queda poco dinero para subsistir. Ni siquiera su última esperanza, un billete de lotería, le ha tocado.

No tiene ni para tabaco, así que cuando un chaval anda más listo que él a la hora de recoger una hermosa colilla del suelo, se coge cierto mosqueo (de por sí el tipo es un poco irascible).

1.- Cada tres colillas consigue liar un cigarrillo completo. El otro día tuvo suerte: consiguió reunir diez colillas y se las apañó para poder fumar el máximo número posible de cigarrillos sin que le sobrara una sola colilla. ¿Cómo lo hizo?

A veces este impulsivo sujeto tiene pesadillas. Una vez soñó ser dueño de un local de moda en un aparentemente exótico lugar. Tenía dinero y prestigio. Hasta había una hermosa y alta joven que estaba coladita por él. Pero hasta el sueño acababa mal: la chica estaba casada, perdió el negocio por culpa de una guerra, y un plasta con acento extranjero no lo dejaba en paz. Y ahí se despertó. Al menos podía recordar el aroma del tabaco y el sabor del whisky que parecía trascender el sueño. "*¡Que delicia!*", pensó. "*En las cuatro horas que abría el local, bebía y fumaba a la vez. Un tercio de cigarrillo cada cuarto de hora. El alcohol cuidaba de mi salud porque en el resto del día el ritmo era medio cigarrillo cada media hora*".

2.- ¿Cuántos cigarrillos se fumaba el tipo en un mes de treinta días? ¿Qué porcentaje de cigarrillos se fumaba mientras bebía en esos treinta días?

3.- ¿Qué sentido tiene el citado sueño para el citado personaje, si es que tiene alguno?

El caso es que a nuestro personaje no le queda más remedio que mendigar para poder subsistir. Se cruza por la calle con un hombre impecablemente vestido con un traje blanco.

"Eh amigo, ¿hace el favor de dar para comer a un americano?"

Tiene suerte, éste le da una moneda. Gracias a ello, puede comer y aún le sobran 80 centavos.

Ya acabando, aparece un niño:

Niño: *¿Lotería, señor*?

X: *¡Márchate! No me interesa ahora la lotería*. *¡Anda, vete!*

Niño: *El premio gordo son 4.000 pesos*.

X: *¡Que no me molestes, mendigo!*

Niño: *Sólo son 4 pesos el billete, y saldrá premiado*.

X: *Yo no tengo 4 pesos*.

Niño: *Compre ¼ de billete. Por un peso solamente*…

X: *Si no te vas de aquí inmediatamente*, *te echo esto por la cara* (se refiere a la bebida que está tomando).

Niño: *Un décimo entonces*, *señor*.

Sorprendentemente, el cabreado protagonista le estampa violentamente el contenido del vaso en la cara del niño, que no se lo esperaba.

Casi sin poder articular palabra, insiste:

Niño: *Un vigésimo entonces, señor. Un vigésimo le costará sólo 10 centavos. Fíjese señor, sume números. Resultan 13. ¿Qué mejor número podría comprar? Saldrá premiado.*

X: *¿Cuándo es el sorteo?*

Niño: *Dentro de tres semanas.*

X: *Anda, dame ese vigésimo y así dejaré de ver tu fea cara.*

Niño (sonriendo): *Es un número excelente, señor. Gracias, señor. Vuelva la próxima vez. Siempre tengo premio. ¡Suerte!*

X (mascullando para sí mismo): *¡13!*

4.- ¿Es todo lo dicho correcto? ¿Coincide con lo que se dice en la versión original? ¿Hay algún error?

5.- El número que le ha vendido, además de sumar sus dígitos 13, como ya se ha dicho, es el cuadrado perfecto de un número primo. Con estos datos, ¿podemos saber qué número ha comprado el protagonista? Justificar la respuesta.

6.- En caso de que la respuesta anterior sea negativa, añadamos alguna pista más. Tomando sólo los dígitos no nulos del número en cuestión (caso de que hubiera algún cero), si formamos todos los posibles números que aparecen al permutar esos dígitos, el número que buscamos es el que proporciona el mayor número de números primos. ¿Cuál es el número buscado? ¿Cuántos primos proporciona?

7.- ¿Podemos confirmar de algún modo no matemático cuál es ese número? ¿Cómo?

Entre los jugadores de lotería, hay muchos que buscan números que cumplan ciertas propiedades creyendo, como dice el rapaz de la película, que les traerá suerte. En el último sorteo de Navidad en España entraron por primera vez 100.000 números en los bombos, y se incrementaron los premios dotándose al "gordo" con una "recompensa" de 400.000 euros al décimo. Según se anunciaba, se repartieron 2.520 millones de euros, en un total de 25,5 millones de premios. Pero en el bombo de los premios había 1.807 bolas, un número que no divide al anterior.

8.- ¿Qué explicación tienen esas cifras, si es que la tienen?

9.- ¿Qué porcentaje existe de ganar "algo"? (Ojo: No vale el dato numérico puro y duro que se cita en muchos lugares. Hay que dar alguna justificación de dicho número).

10.- ¿Qué probabilidad hay de que el "gordo" sea, como en la película, un número cuya suma de dígitos sea 13?

11.- Si el protagonista hubiera vivido en la actualidad en España, ¿con qué juego de apuestas hubiera tenido más posibilidades de ganar algo entre la lotería nacional, las quinielas o la primitiva? Como antes, hay que dar alguna justificación, no vale citar las cuentas echadas por algunos, que, advierto, la mayoría están equivocadas.

Gastado todo lo que el peso le había dado de sí, nuestro protagonista vuelve a tener que pedir en la calle, eligiendo a un compatriota suyo:

"Oiga, ¿podría dar algo a un americano para comer?"

No se da cuenta pero la casualidad hace que la persona a la que pide sea la misma que la vez anterior, que nuevamente le da un peso. En esta ocasión lo emplea en otras "necesidades básicas". (12.- ¿Cuáles?).

Y nuevamente sin nada, por tercera vez, tiene que volver a pedir dinero, y también "casualmente" al mismo tipo que ya está algo mosqueado:

"En mi vida he visto frescura mayor. Le di a usted dinero a primera hora. Cuando me estaba limpiando los zapatos otra vez. Y ahora vuelve a pedirme. ¡Déjeme en paz! Para variar recurra a otro que yo empiezo a cansarme. (En esta ocasión le da 2 pesos). *Desde ahora tendrá que abrirse paso en la vida sin mi ayuda".*

13.- Lo curioso del caso es que, en la vida real, ambos personajes coincidieron también al menos tres veces en algo. ¿En qué?

Nuestro amigo acaba trabajando junto a otro compatriota en un duro trabajo que, lamentablemente, no les pagan, aunque, eso sí, acaban tomándose la justicia por su mano. Duermen en un tugurio en el que hacen amistad con otro norteamericano que tiene mucho mundo recorrido y algunos proyectos para los que busca socios. Lo que les propone les parece mejor que lo que tienen, aunque existen algunos riesgos. Para averiguar alguna de las cosas que les dijo, hay que resolver la siguiente cruzada de argumento matemático (por si alguno no ha hecho nunca ninguna, se trata de encontrar las definiciones que se dan abajo y trasladar las letras al damero; una vez completo, aparecerá parte de las advertencias que les dio).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
A			■					■											
B	■								■										■
C							■											■	
D		■									■			■				■	
E							■							■			■		
F							■			■					■			■	
G		■			■						■		■						■
H							■		■					■	■	■	■	■	■

C—4 A—9 A—2 B—18 B—4 F—12 Astrónomo alemán que da nombre a una función.

A—1 A—5 G—17 H—5 G—8 E—16 Curva de *Ágora*.

B—3 B—5 F—4 G—7 A—7 A—10 Dominio de algunas funciones.

F—16 B—11 C—13 H—10 D—5 E—19 Cifra, dígito.

B—16 B—8 G—3 C—5 B—2 D—13 Curva del ADN.

H—4 F C—14 F—9 A—16 D—16 Posición alejada del Sol.

D—10 A—4 D—12 F—3 A—14 H—2 En el círculo.

E—12 C—9 E—3 D—1 H—1 E—15 Pares.

C—8 F—11 G—12 D—15 B—17 D—5 Matemático de famoso desarrollo.

E—4 F—6 C—1 D—8 E—10 E—6 Variedades unidimensionales.

H—8 E—11 A—6 E—9 C—12 F—17 Espacio entre dos vectores.

V H—13 G—3 F—5 E—2 C—19 F—1 Cuerpo tridimensional.

A—12 G—1 F F—19 D—10 B—14 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Matemática célebre por sus anillos.
G—14 E—1 D—9 C—10 D—19 G—18 B—3

Con lo que trabaja el matemático.
C—16 F—8 E—13 E—4 E—5 A—13 G—15

Relativo al azar.
G—10 F—9 C—17 C—2 H—12 E—1 E—4 G—17 E—1

En un triángulo.
B—10 F—6 A—11 G—7 A—17 C—15 C—11

Esta frase es mentira.
H—5 C—6 E—4 D—4 A—18 A—7 J D—6

Nombre de maestro y discípulo tocayos.
F—3 H—11 F—14 G—4 B—15

Enigma.
E—18 B—13 H—6 D—5 D—4 B—6 H—4

Detrás del Informe PISA.
A—19 D—3 G—16 E—5

Una vez completas las definiciones, quedan algunas consonantes sin colocar pero con seguridad los que lo intenten las deducirán con facilidad. Una vez terminada, se trata de responder a las siguientes cuestiones:

14.- ¿Qué les dijo ese hombre? (O sea, dar la solución de la Cruzada).

15.- ¿A qué se refiere ese diálogo? ¿De qué objeto habla?

Las letras iniciales de las definiciones de la Cruzada dan pistas para averiguar el título de la película, si es que aún no lo sabéis (los muy cinéfilos, seguro que ya lo sabrán).

16.- ¿Qué indican esas iniciales?

En una escena posterior, el protagonista principal reprocha a sus compañeros el haber aportado inicialmente más dinero, motivo por el cual el reparto de lo que obtengan no debería ser en partes iguales, sino proporcional a ese capital inicial.

17.- ¿Cuál debería ser la proporción justa?

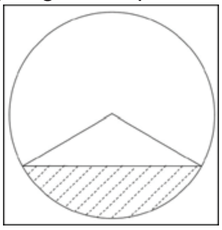
Enfadado uno de ellos, le ofrece una cajita rectangular de base cuadrada llena de algo muy valioso. Lo curioso es que todas las dimensiones de esa caja eran valores enteros y su superficie total (la suma de las áreas de todas sus caras) era exactamente igual a la suma de las longitudes de todos sus lados.

18.- ¿Qué dimensiones tenía la caja?

19.- ¿Cómo reaccionó el protagonista ante ese ofrecimiento?

Por ofrecer alguna imagen más de la película que pueda dar alguna pista más a aquellos que se hallen tan perdidos como los protagonistas de esta historia, veamos la imagen superior en la que aparece uno de los instrumentos más utilizados por los protagonistas. En ella se aprecia una especie de círculo con una zona más clara, algo parecido a una lúnula.

Supongamos que esa zona fuera la rayada en el dibujo (que no lo es porque la base del triángulo es recta y no curva). Supongamos que ese triángulo fuera equilátero de lado 6 (las unidades que cada uno quiera),



20.- ¿cuál es el valor de la superficie rayada?

21.- ¿Es posible trazar alguna cuerda en el círculo de modo que la zona rayada sea un valor entero? Razonar la respuesta (a ser posible, demostrando tal afirmación).

22.- Vamos con la lúnula. El borde exterior curvo quedamos en que es una circunferencia de radio 6 unidades. Dar una curva que represente el borde curvo interior que se distingue en la fotografía, de modo que la superficie de la lúnula sea aproximadamente de 6 unidades. (Por aproximadamente se entiende un margen de no más de 2 décimas, por ejemplo).

La verdad es que la película es un filón a la hora de proponer cuestiones matemáticas (además de tener su interés respecto a su mensaje y a lo bien hecha que está). No he llegado aún a la hora de metraje (la película dura un poco más de dos horas) y me he dejado muchas cuestiones que podrían sugerirse. ¿Qué no os lo creéis? Pues mirad, casi al principio, puede verse la siguiente imagen en la que está el protagonista (un poco camuflado, cierto es, pero está) pasando al lado de un mercado.

Empezando por la esquina izquierda según miráis, justo debajo de la señora, hay un tarro de cristal conteniendo algo parecido a unas patatas casi esféricas. Podríamos intentar estimar el número aproximado de las que caben en ese tarro, pero lo vamos a poner algo más sencillo.

23.- Dar una fórmula que nos dé el volumen de ese tarro, suponiendo que la base sea cuadrada de lado k, la altura h, y el radio del círculo de la parte superior r. Si precisáis otras dimensiones, ponedlas vosotros mismos. Lo que se pide es, por tanto, que propongáis un modelo para ese tarro lo más parecido posible a la imagen y deis su volumen. La puntuación irá en función del parecido más ajustado a la realidad.

Como podéis suponer, aunque respondáis en orden las cuestiones, su resolución no tiene por qué ser así, ya que las fotografías o las pistas que van apareciendo pueden ayudarnos con alguna pregunta anterior.

24.- Proponer alguna cuestión, ejercicio o problema matemático que os sugiera el resto de la película. A mayor originalidad, mayor puntuación, aunque eso si, también a mayor fidelidad al argumento y los diálogos incluso, mayor puntuación. Ah, y dar también la solución.

Como os decía, la película es magnífica, y la novela en que se basa, si bien no es de una gran calidad literaria, sí lo es respecto a la moraleja que trata de transmitir, muy relacionada con la situación que está viviendo nuestro país. Además, a día de hoy, hay un misterio sobre ella aún no resuelto.

25.- ¿A qué analogías, si las hay, nos referimos?

26.- ¿A quién critica?

27.- ¿En qué idioma se publicó originalmente y en qué famoso clásico literario está basada?

28.- ¿A qué misterio nos referimos?

Por cierto, aunque a los protagonistas al final todo les sale mal, acaban riéndose. Uno de ellos decide empezar una nueva vida del mismo modo que los protagonistas de otra película (también muy buena, más moderna y a colorines) del mismo director, sólo que ésos no tendrán la misma fortuna que los de ésta.

29.- ¿A qué otra película nos referimos?

30.- Y, por acabar en un número redondo, ¿qué explicación darías a la última imagen que aparece en la película que buscamos?

Solución - Concurso *Cine y Matemáticas* - Verano 2012

1.-

El número máximo de pitillos que puede fumarse con un poco de ingenio es 5. Con las nueve primeras colillas, forma 3, quedando una colilla de cada uno. Con esas tres colillas, lía un cuarto cigarrillo, sobrándole una colilla. Tenemos por tanto dos colillas (ésta última y la décima). El ingenio está en pedirle a otro paisano una colilla, formar un cigarrillo, fumárselo, y devolverle la colilla resultante al que se la prestó.

2.-

El tipo se fuma 760 cigarrillos en treinta días. Cada hora (cuatro cuartos de hora) se fuma 4/3, luego en cuatro horas se fuma 16/3 de cigarrillos mientras bebe. En las otras veinte horas del día, cada hora se fuma un cigarrillo, luego al día en total se fuma 20 + 16/3; multiplicando esto por treinta días, se obtienen esos 760 cigarrillos. Una sencilla proporción nos lleva a que el porcentaje que fuma mientras bebe (160/760) es del 21,05%.

3.-

Esta cuestión no puede responderse hasta que sepamos algo más sobre la película que nos ocupa, sobre todo hasta averiguar que el actor protagonista es Humphrey Bogart y que lo que sueña ocurrió en la película *Casablanca*, estrenada en 1942, seis años antes de la que nos ocupa.

4.-

La versión doblada está equivocada: si un cuarto de billete es 1 peso, un vigésimo serían 20 centavos, no los 10 que dice. En cambio, como ocurre muchas veces, en la versión original el niño explica que un décimo son 40 centavos (que eso ni siquiera se dobló), y un vigésimo son 20 centavos. Un nuevo ejemplo de dejadez en el doblaje seguramente por considerarlo de escasa relevancia (digo de dejadez porque probablemente el actor de doblaje se equivocó y si se dieron cuenta, pasaron del tema; en la V. O. se escucha perfectamente *twenty cents*, no *ten cents*). La comida le costó 80 centavos, por lo que puede comprar 1/20 de billete con los 20 centavos que le sobran.

5.-

Es sencillo deducir que la respuesta a la quinta cuestión es negativa. Veamos una escueta justificación. Hay muchos números de hasta cinco cifras que sumen 13 y sean cuadrados perfectos. Nada más y nada menos que 26:

49 (=7^2), 256 (=16^2), 625 (=25^2), **841 (=29^2)**, 1156 (=34^2), 1.444 (=38^2), **2.209 (=47^2)**, 2.704 (=52^2), 3.136 (=56^2), **3.721 (=61^2)**, 4.225 (=65^2), 4.900 (=70^2), **6.241 (=79^2)**, 11.236 (=106^2), 13.225 (=115^2), 14.161 (=119^2), 20.164 (=142^2), 21.316 (=146^2), **22.801 (=151^2)**, 24.021 (=155^2), 25.600 (=160^2), 33.124 (=182^2), 42.025 (=205^2), 60.025 (=245^2), 62.500 (=250^2), 84.100 (=290^2)

Como se dice, además, que el número buscado es cuadrado perfecto de un número primo, las posibilidades se reducen; sólo las seis resaltadas en negrita, aunque siguen siendo muchas para deducir el número sin alguna condición adicional.

6.-

Obviamente, los mayores candidatos a proporcionar el número máximo de primos permutando cifras, serán aquellos que tengan menos cifras pares y/o ceros. Con un poco de paciencia puede verse que el 3.721 nos da 11 primos diferentes: 1.237, 1.327, 1.723, 2.137, 2.371, 2.713, 2.731, 3.217, 3.271, 7.213 y 7.321.

7.-

Una vez adivinada la película, en una escena el niño busca al protagonista para avisarle de que le ha tocado la lotería, diciendo en voz alta el número del boleto premiado, y la ganancia, 200 pesos (recordemos que era un vigésimo del billete premiado con 4.000 pesos). Aunque previamente, cuando le vende el chico el número con el argumento de que suma 13 y eso da buena suerte, también especifica que quedan 3 semanas para el sorteo, que son 21 días, y el número es 3.721 (lo tiene todo, número de semanas, días de la semana, número de días que faltan y suma 13).

8.-

Explicamos brevemente el significado de todos los números que se manejan en el sorteo de Navidad de la Lotería Nacional Española. Desde el año pasado, se ponen en juego 100.000 números (del 00.000 al 99.999). Anteriormente sólo eran los números hasta el 85.000. El premio al décimo fue de 400.000 €, es decir que la serie de 10 décimos se premiaba con 4 millones de euros. Por ley hay que premiar el 70% de la recaudación.

La cifra de 25,5 millones en premios no es correcta; en realidad se repartieron veintisiete millones quinientos cuarenta y siete mil doscientos euros en premios (27.547.200 €), es decir 27,5 millones. Hubo 15.304 premios a billetes; multiplicándolos por 10 décimos y por 180 series, obtenemos exactamente esa cantidad, 27.547.200.

El número de décimos premiados no tiene por qué coincidir con el número de premios adjudicados a décimos y suele ser menor pues hay números (como las pedreas) que tienen más de un premio. En el bombo de los premios sólo hay 1.807 bolas que corresponden a 3 primeros premios, más 2 cuartos premios, más 8 quintos premios, más 1794 premios de pedrea (3 + 2 + 8 + 1.794 = 1.807). Hasta los 15.304 premios quedan los 9.999 reintegros, más los 2.997 de las dos últimas cifras de los tres primeros premios, más los 198 de las centenas de los dos cuartos premios, más los 297 premios a las centenas de los tres primeros premios, más los 6 premios de los números anteriores y posteriores a los tres primeros premios.

9.-

Una nueva cuestión “con trampa” (de hecho en el enunciado, se pone porcentaje de ganar “algo”). Cobrar el reintegro no responde a ganar “algo” porque ya nos hemos gastado el dinero del décimo. En ese caso no ganamos, sino que nos quedamos a cero, sin ganar, ni perder. Por tanto, la probabilidad de ganar “algo” será considerar los casos favorables (15.304 – 9.999 = 5.305) entre los posibles (100.000), con lo cual, p(ganar “algo”) = 5.305/100.000 = 0,05305, es decir, un 5,3%.

10.-

La cantidad de quíntuplas de números enteros no negativos ordenadas de manera que sumen 13 viene dada por las combinaciones con repetición de 5 elementos sobre 13 posibles, esto es:

$$\mathrm{CR}(5,13) = \binom{18-1}{13} = \binom{17}{13} = \frac{17!}{13!\cdot 4!} = 2.380$$

Como los números enteros no negativos de los que estamos hablando son dígitos, éstos han de ser inferiores o iguales a nueve, de 2.380 hay que restar los números correspondientes a aquellos con valores 13, 12, 11 ó 10 en alguna posición:

con algún 13: 5

con algún 12: 5 · 4 = 20

con algún 11: 5 · 10 = 50

con algún 10: 5 · 20 = 100

total: 175

Por lo tanto, las quíntuplas admisibles son 2.380 – 175 = 2.205. Así pues, la probabilidad de un gordo con las cifras sumando 13 es:

p(gordo sumando 13) = 2.205/100.000 = 0,02205

11.-

La lotería nacional es el juego de apuestas entre los propuestos con más posibilidades de ganar algo (en torno a un 35% sin descontar lo que vale el precio del billete), después la primitiva (1,86%), y la menor las quinielas aunque en este caso la información que poseemos de los equipos hace que no todos los partidos tengan la misma probabilidad (aunque a veces hay sorpresas, claro; los cálculos se han hecho con sucesos equiprobables).

12.-

Según la novela (y la película), las necesidades básicas para un hombre son, por este orden, comer, afeitarse y asearse, y finalmente, “pasar un rato” (puede haber menores leyendo esto) con una mujer.

13.-

El paisano que se cruza tres veces con Bogart es el director de la película, John Huston (esto lo sabremos cuando hayamos descubierto el título de la película; la deducción se puede hacer al resolver la pregunta 16). Huston y Bogart eran amigos en la vida real, por lo que coincidirían muchas veces, pero públicamente lo hicieron en seis películas: ***El halcón maltés*** (1941), ***A través del Pacífico*** (1942), ***El tesoro de Sierra Madre*** (1948), ***Cayo Largo*** (1948), ***La Reina de África*** (1951) y ***La Burla del Diablo*** (1953).

14.-

Solución a la cruzada: "*Es algo endemoniado, creedme muchachos. Cambia totalmente el carácter de los hombres. Cuando se consigue, el alma no es la misma, y nadie escapa a esto*". Para resolverla, las definiciones planteadas son, por orden: Bessel, Elipse, Región, Número, Hélice, Afelio, Radios, Dobles, Taylor, Rectas, Ángulo, Volumen, Esfera, Noether, Teorema, Aleatorio, Mediana, Paradoja, Isaac, Charada, OCDE.

15.-

Se refiere a cómo la codicia de las personas altera su personalidad cuando han descubierto una mina de oro.

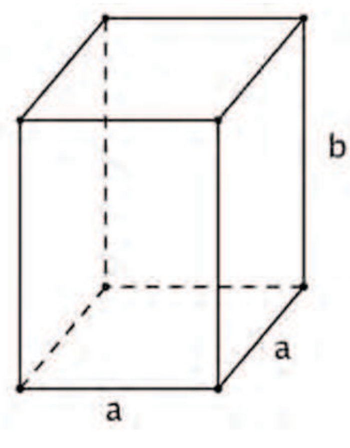
16.-

Las iniciales de las definiciones anteriores nos dan BERNHARD TRAVEN y TAMPICO. Si uno busca el primer nombre, deducirá fácilmente el título de la película, ***El tesoro de Sierra Madre***, una de las escasas novelas que escribió. Tampico es la ciudad de donde inicialmente parten los protagonistas.

17.-

Cuando van a salir a la búsqueda del oro el viejo Howard dice que necesitan 600 pesos para costear la expedición. Él tiene 300 y puede poner sus 200, pero Dobbs y Curtin solo tienen 150 pesos cada uno. Cuando a Dobbs le toca la lotería (200 pesos), completa su cuota y cubre lo de Curtin (50 pesos más), por lo que Dobbs en realidad aporta 250 pesos y Curtin 150 pesos. Por tanto, la proporción justa serán 4/12 para Howard, 5/12 para Dobbs y 3/12 para Curtin. Al hacer recuento de las ganancias (35.000 pesos cada uno; en total 105.000 pesos), esa proporción nos lleva a que Dobbs debe recibir 43.750 pesos, Howard 35.000 y Curtin 26.250 pesos (compárese con Dobbs; bastante menos).

18.-



Sea el prisma de base cuadrada (8 aristas) de lado a y sean b las aristas laterales (4 en total). La suma de las longitudes de todos sus lados es $8a+4b$ y el área total (se especifica en el enunciado) del prisma es $2a^2+4ab$.

El enunciado nos dice que $8a+4b=2a^2+4ab$, de donde se deduce que $2b=a(a+2b-4)$ [*], es decir, que a debe ser un número par (obsérvese que en caso contrario, $a+2b-4$ también sería impar, y el producto de dos números impares nunca sería 2b).

Llamemos $a=2k$. Entonces, $b=a(k+b-2)$.
Si designamos el segundo factor como n, entonces $b=an$.

Por [*]: $a=\dfrac{2n+4}{2n+1}=1+\dfrac{3}{2n+1}$

Como a debe ser un número entero, n sólo puede ser $n=1$, de donde $a=b=2$.

Por tanto, en realidad se trata de un cubo (aunque en la película no es así, pero bueno, ¿no se cometen errores y/o anacronismos en el cine? Pues yo también, para no hacer demasiado enrevesado el problema).

19.-

Se indignó y tiró al fuego de la hoguera su contenido (unos gramos de oro).

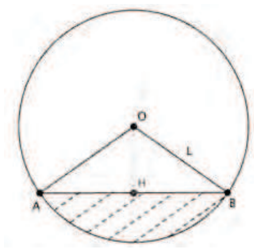
20.-

Si el triángulo es equilátero, el ángulo del sector circular que abarca es de 60º y el radio de la circunferencia coincide con el lado del triángulo, de valor 6 u. Para calcular la zona rayada, basta restar el área del triángulo equilátero del área del sector circular. Por tanto,

$$\text{Área} = \frac{\pi l^2}{6} - \frac{\sqrt{3}\,l^2}{4} = 6\pi - 9\sqrt{3} \simeq 3{,}26 \text{ u}^2$$

21.-

Se considera la figura de la derecha y se supone que los ángulos del triángulo isósceles están medidos en radianes, $A\hat{O}B = \alpha \text{ rad}$, $O\hat{B}A = O\hat{A}B = \frac{\pi - \alpha}{2} \text{ rad}$, sabiendo que $0 < \alpha < \pi$.



El área de la zona rayada es $\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\text{sen}\alpha}{2}\right)L^2$ $(*)$ (se obtiene a partir de $\overline{OH}, \overline{AB}$ e identidades trigonométricas).

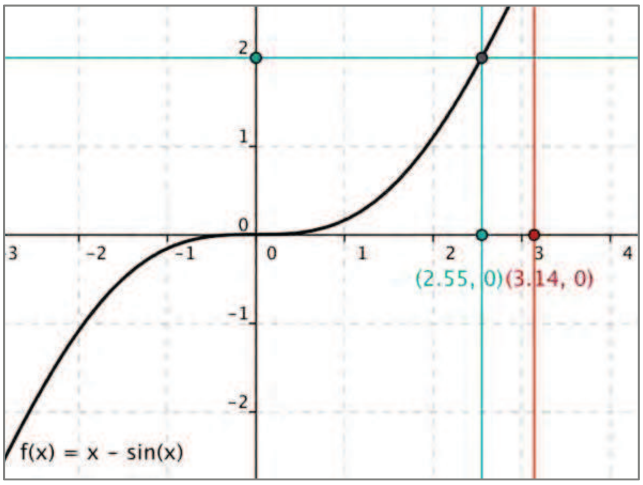
El problema se reduce a saber si existe un valor α para el cual la expresión $(*)$ arroje un valor entero. Como se puede suponer que L es un número entero (incluso admitir que vale 6, como en la cuestión anterior), basta saber si es posible que $\frac{\alpha}{2} - \frac{\text{sen}\alpha}{2}$ sea entero o, de manera equivalente, que $\alpha - \text{sen}\alpha = 2k$, con k un número entero.

Como $0 < \alpha < \pi$, $0 < \text{sen}\alpha < 1$ y, por tanto, los posibles valores enteros y pares para $\alpha - \text{sen}\alpha$ sólo son 0 y 2.

¿Peros son alcanzados esos valores?

Puesto que la función $f(x) = x - \text{sen}x$ es derivable y creciente en todo $\mathbb{R}$, las ecuaciones $x - \text{sen}x = 0$ y $x - \text{sen}x = 2$ tienen solución. Pero la primera tiene como solución 0, que está fuera del intervalo considerado, $(0, \pi)$. Sin embargo, la solución de la segunda siempre será mayor que 0 y menor que 3, es decir, dentro de $(0, \pi)$.

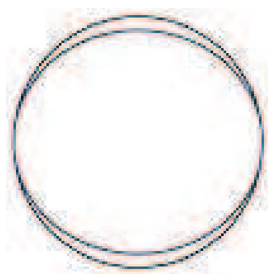
La imagen de la derecha ilustra lo anterior.



Por tanto, la respuesta a la pregunta es afirmativa, puesto que eligiendo un ángulo $A\hat{O}B = \alpha \text{ rad}$ siendo α la solución de la ecuación $x - \text{sen}x = 2$ (y siendo L entero) el área del segmento circular, $\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\text{sen}\alpha}{2}\right)L^2$ es un número entero.

22.-

El borde exterior es una circunferencia de 6 unidades de radio. Para el borde curvo interior elegimos la "elipse" por ser la cónica obtenida al cortar el cono por un plano no perpendicular a la altura de éste (Efecto que conseguimos al inclinar el recipiente cuando cribamos). La lúnula sería uno de los dos espacios comprendidos entre las dos curvas del dibujo.



Queremos que se cumpla la condición: $\frac{\pi 6^2}{2} - \frac{\pi 6 b}{2} = 6$, de donde: $b = 6 - \frac{2}{\pi}$

La curva propuesta es una elipse de semiejes $a = 6$ y $b = 6 - \frac{2}{\pi}$

23.-

Respecto a esta cuestión ha habido tantas soluciones como participantes, todas válidas. Una de las soluciones podría haber sido la que se recoge a continuación[1].

El volumen del tarro puede obtenerse de la siguiente manera.

Se llena el tarro hasta alcanzar una altura cercana a la zona en la que el tarro deja de tener forma de prisma de base cuadrada. El contenido de esa parte se puede calcular fácilmente midiendo con una cinta métrica el lado de la base, k, y la altura que alcanza el líquido o aquello con lo que hayamos llenado el tarro, h_1, y, aplicando la fórmula del volumen del prisma cuadrangular, se tiene que: $V_1 = k^2 \cdot h_1$

El volumen de la otra parte del tarro se obtiene dándole la vuelta. La zona superior que queda vacía ahora tiene el mismo volumen que la parte del cuello del tarro que quedaba vacío antes y que era difícil de medir. Ese volumen corresponde ahora al de un prisma de base cuadrada de altura h_2 que se mide de la misma forma que antes: $V_2 = k^2 \cdot h_2$

El volumen total del tarro se obtiene sumando los dos volúmenes: $V = V_1 + V_2$

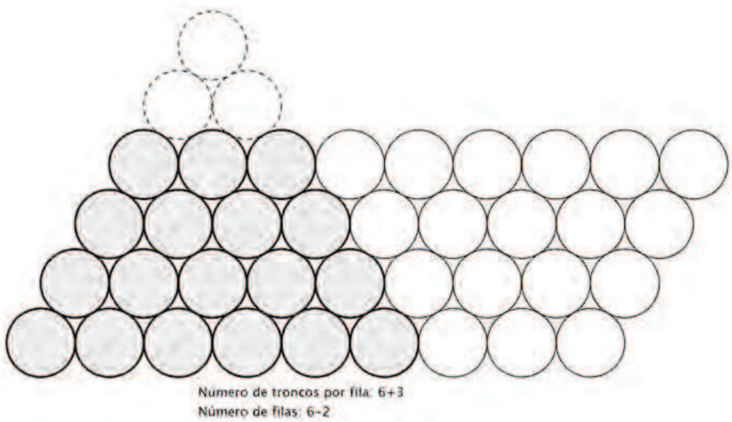
24.-

Sin duda, el argumento e imágenes de la película pueden sugerir, como se apunta en el concurso numerosas cuestiones, ejercicios o problemas matemáticos. En esta pregunta se pide un enunciado y éste podría estar relacionado con los pesos de las pieles y los sacos de polvo de oro, o el tiempo que tardarán los protagonistas en llegar a su destino, o bien con la superficie horadada de montaña sabiendo el volumen de terreno que se requiere para obtener uno de los sacos de polvo de oro, o con la cantidad de lingotes que podrán obtenerse tras la fundición del polvo de oro acumulado,… Pero se ha decidido proponer uno relacionado con una de las primeras imágenes de la película, que acompaña este texto[1].

Enunciado. En la imagen se ve un apilamiento de troncos de árbol. Observando detenidamente la forma en que se realiza ese apilamiento y sabiendo que en la fila inferior hay 46 troncos y en la superior 14, determinar el número de troncos que hay en total.

Solución. Si uno imagina que a ese apilamiento puede solapar otro de iguales características pero invertido, el problema se reduce a realizar la siguiente operación: $\frac{(46+14)\cdot(46-13)}{2} = 990$

La figura siguiente ilustra el proceso empleado para el caso en el que en la base hubiera 6 troncos y en la fila superior 3.



[1] La solución descrita en esas líneas no aparece en la web oficial, es capricho de las editoras del Boletín.

25.-

La analogía con la situación que vivimos en nuestro país es clara. La ambición desmedida acaba por tener consecuencias negativas. En la película al final lo pierden todo e incluso uno de ellos la vida. La situación actual de nuestro país se debe también a la ambición de la banca, a la corrupción de la vida política, a la especulación inmobiliaria...y al final todos pagamos las consecuencias.

Hay un enorme paralelismo entre la situación que desembocó en la Gran Depresión de 1929 y la situación actual, tanto en EEUU, como en la Unión Europea (UE). La enorme concentración de la riqueza y de las rentas en sectores muy minoritarios de la población, la escasa regulación de los mercados financieros, la gran regresividad fiscal, el gran desempleo y los bajos salarios son situaciones que caracterizaron el periodo pre-Gran Depresión y también el existente ahora.

"*El Tesoro de Sierra Madre*" se publicó por primera vez en 1927, justo antes de la Gran Depresión. La trama de la novela se desarrolla en México en los años 20".

En la película, Howard (Walter Huston), comenta: "*Uno de los bancos se evaporó haciéndome saber que de mis dólares no quedaba ni un centavo*". ¿Os suena de algo?

26.-

La novela (y también la película) es una crítica despiadada del capitalismo, que se aprovecha de las flaquezas humanas como la avaricia, la envidia y la ambición, y sus consecuencias. Asimismo denuncia la opresión (en la novela, opresión española) de los extranjeros al pueblo autóctono, agotando sus recursos, mientras el pueblo indígena permanece en la pobreza e ignorancia. También critica la violenta actuación del Estado y los federales, sobre una población con escasos medios de subsistencia. Por otro lado, la novela (no así la película) critica mucho el papel de la Iglesia y su "particular" evangelización.

27.-

La novela se publicó originalmente en alemán, *Der Schatz der Sierra Madre*, en 1927. Sobre el clásico en que se basa (nos referíamos a la novela, no a la película) hay distintas interpretaciones. La más aceptada es la de "el cuento del bulero" de ***Los Cuentos de Canterbury***, obra escrita entre finales del siglo XIV y principios del XV por Geoffrey Chaucer.

28.-

El misterio está en que detrás del nombre de B. Traven no sabemos a ciencia cierta quien se esconde. Sólo se sabe a ciencia cierta que vivió en Méjico. Utilizó hasta 31 seudónimos bajo siete nacionalidades distintas, con 32 profesiones diferentes que en algún momento afirmó haber ejercido. Se barajan hasta 19 personas diferentes como posibles identidades.

29.-

Teniendo en cuenta que John Huston siempre ha retratado en sus películas a perdedores, tenemos una larga colección donde elegir, pero la película más similar (recordad que aquí Sean Connery es también, como Howard, tomado por "alguien con poderes" por los indígenas) es ***El hombre que pudo reinar*** (1975), otra magnífica película.

30.-

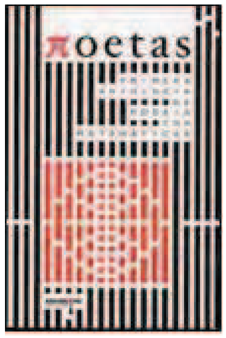
El saco roto sobre el cactus tiene múltiples interpretaciones: por un lado, refleja las consecuencias de la codicia (acabas "pinchándote"), por otro que llegar al oro es un camino espinoso que puede "romper el saco", pero también es una alegoría a que la Naturaleza acaba llevándose lo que es suyo (el oro vuelve a la montaña). También puede indicar que la avaricia hace aflorar lo peor del ser humano, representado esto por el cactus.

LIBROS Y MATERIALES DESTACADOS

Esta sección ofrece referencias de libros y materiales seleccionados de cuantos se han publicado o elaborado a lo largo del año 2012, además de otros que a nuestro criterio son merecedores de su inclusión en esta lista. La relación ha sido confeccionada pensando en el interés general de los lectores del Boletín y se han clasificado por editoriales. Es nuestro deseo que la selección de textos incluida, que cubre un amplio abanico de temas y, por tanto, de preferencias, sea de utilidad. Creemos, y ése ha sido el espíritu que hemos empleado al efectuar la recopilación de las obras expuestas, que cualquier lector encontrará algún texto desconocido para él y que lo conducirá hacia su lectura. Con el objetivo de que sirva de orientación, siempre para cada libro se incluye algún fragmento de su contraportada, salvo, en esta ocasión, para el primero de ellos. El libro Πoetas. Primera antología de poesía con matemáticas *aparece reseñado por un compañero y reconocido poeta, Vicente Gutiérrez Escudero, al que agradecemos muy sinceramente su colaboración.*

EL LIBRO RESEÑADO: *Πoetas. Primera antología de poesía con matemáticas*

Categoría:	**Literatura matemática**
Autor:	**Varios autores (seleccionados por Jesús Malia)**
Editorial:	**Amargord. Colección Pi de Poesía**
Año de publicación:	**2011**
Nº de páginas:	**240**
ISBN:	**978-84-15398-02-8**
Reseña:	**Vicente Gutiérrez Escudero**



En el año 2011 se publicó la antología “Πoetas. Primera antología de poesía con matemáticas” de Jesús Malia (Barbate, Cádiz 1978) y editada por la editorial *Amargord*. No es habitual encontrar publicaciones que hagan confluir dos mundos tan desligados como la poesía y las matemáticas. Tras analizar su subtítulo, “primera antología de poesía con matemáticas”, tengo que reconocer que me alegra ver ahí ese “con” -en lugar de un excluyente “y”- pues parece fortalecer aún más el abrazo conciliador entre ambos mundos. Por lo tanto, es de celebrar la publicación de una antología de estas características.

A lo largo de historia encontramos múltiples ejemplos de la utilización, con fines artísticos, de signos matemáticos como forma de expresión agregada al mensaje lingüístico de las palabras. Por otro lado, es asombrosa la presencia de la matemática en la literatura como contenido; cuentos en los que se proponen problemas matemáticos o poemas que ensalzan la belleza y las propiedades de ciertos números o funciones. Asimismo, es innegable la aportación de la matemática en la evolución de la filosofía. Y en otros muchos terrenos, claro. Por ejemplo, en la primera exposición en París de Objetos Surrealistas de 1936, se incluyeron objetos matemáticos. De todo ello da cuenta Jesús Malia en su documentado prólogo.

Otro elemento que sorprende de esta antología es su carácter internacionalista. Ciertamente la matemática es un lenguaje universal. Debe serlo. De modo que encontramos, además de autores españoles, a otros de diferentes países como Perú o Venezuela. Es amplia también la aproximación al vínculo literatura-matemática pues encontramos diferentes categorías de poesía, algo que ya nos adelanta el antólogo al afirmar que su intención es la de mostrar esa convivencia de la poesía con las matemáticas “en cualquiera de sus formas: numérica, astronómica, geométrica, algebraica,…” Por tanto, se incluyen: aquellos quienes utilizan formas geométricas en sus versos, como Ramon Dachs, quien fusiona el concepto de *poema* con el de *topología* con el fin de sustituir la sintaxis habitual por una geometría mediante la teoría de fractales, o Julio Reija cuyos poemas visuales, más cercanos al letrismo y concretismo internacionales, ahondan en la expresividad puramente plástica del signo matemático (una raíz cuadrada, un poliedro plegado, la disposición de puntos en el plano…), elementos integrantes del poema que al ser combinados con palabras o letras propias del lenguaje cotidiano construyen formas poéticas nuevas; también aquellos quienes escriben poemas discursivos elogiando a ciertos tipos de números como hacen José Florencio Martínez o David Jou, que además convierte la física en algo asequible e interesante para el lector; otros de los poetas se hallan en una categoría intermedia, pues combinan lo discursivo con el signo matemático, como Rodolfo Hinostroza, Enrique Verástegui o Daniel Ruiz, quien exprime al máximo los elementos constituyentes del signo matemático (número, función,…) Por su parte, Agustín Fernández Mallo fusiona filosofía, humor y ciencia con gran sabiduría, construyendo teoremas poéticos con sus correspondientes demostraciones;

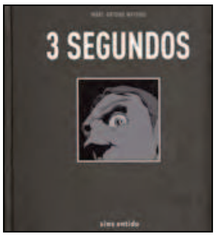
por ejemplo, en un poema enfrenta dialécticamente la implicación *feo + bello => infinito a feo + bello => vacío*. En ese sentido avanza también la obra de Javier Moreno, quien une ciencia y poesía, reflexionando en tono poético sobre las partículas subatómicas, el principio de indeterminación de Heisenberg o el espacio hiperbólico en el que existen infinitas paralelas que discurren por un punto exterior a una recta. Por su parte, Jesús Malia, el artífice de la antología, además de proponer irónicos cálculos de probabilidad y fusionar vida cotidiana con geometría, nos invita a caminar sin miedo por la cinta de Moebius y otros objetos matemáticos como cicloides, rectas paralelas, planos, esferas,…

Toda antología, por desgracia, siempre se deja a poetas fuera. En el prólogo Jesús Malia explica quiénes y por qué no han podido ser incluidos. De todos modos, la antología traza una variada y espaciosa perspectiva actual de la aproximación entre la escritura poética y el lenguaje matemático.

Por otro lado creo que esta antología debería estar presente en las bibliotecas de todos los centros educativos (tanto institutos de secundaria como centros de adultos) A muchos estudiantes se les quitaría el miedo a las matemáticas; comprobarían que no muerden, que pueden hacernos imaginar, reír y maravillarnos.

El antólogo aclara que este libro no es sólo para matemáticos, es ”para amantes de la poesía”. Y es verdad. Pero yendo aún más allá estoy convencido de que contribuirá a generar nuevos amantes de la poesía (y de las matemáticas). Y lo más importante, contribuirá de alguna forma a ir eliminando esa escisión tan drástica entre ciencias y letras; esa falla sísmica de proporciones continentales que por motivos históricos, curriculares y culturales cada vez se abre más y más en nuestro país.

OTROS LIBROS



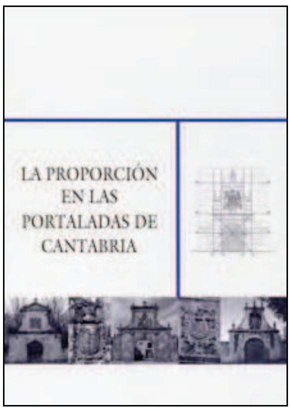
***Codex Mundi, escritura fractal completa.* Ramón Dachs. Ediciones Amargord. Colección Pi de Poesía. ISBN: 978-84-15398-28-8. 96 páginas.** La escritura fractal reemplaza la sintaxis usual por una sintaxis geométrica. He trabajado a partir de una serie de seis escrituras, que se corresponden a las dimensiones geométricas: 0, 1, 2, 3, 4a y 4b. De dicha serie se pueden desdoblar sucesivas escrituras paralelas indefinidamente. Aquí es donde entra en juego la teoría de fractales. Pues hay una invariancia estructural generadora, en potencia, de todos los textos posibles. Benoît B. Mandelbrot, el creador de la teoría de fractales, incluyó Codex mundi: écriture fractale II, corpus de mi escritura fractal, en su bibliografía oficial sobre fractales.

***Logicomix. Una búsqueda épica de la verdad.* Apostolos Doxiadis y Christos H. Papadimitriou; Alecos Papadatos y Annie Di Donna. Ediciones Sins Entido. ISBN: 978-84-96722-74-3. 350 páginas.** *Logicomix* es una ambiciosa novela gráfica que explora el campo de la lógica y la filosofía a través de la búsqueda de los Fundamentos de las Matemáticas. Narrada por su principal protagonista, Bertrand Russell, *Logicomix* logra convertir algo tan árido como las matemáticas en una aventura apasionante, en donde confluyen grandes intelectuales de finales del siglo XIX y principios del XX como Frege, Hilbert, Poincaré, Wittgenstein, Gödel y Cantor. Esta obra dibuja el retrato de una época convulsa que llevará a Russell no sólo a manifestarse a favor de un pensamiento lógico sino también pacifista.

***3 segundos.* Marc-Antoine Mathieu. Ediciones Sins Entido. ISBN: 978-84-96722-12-5. 72 páginas.** 3 segundos es el tiempo que la luz tarda en recorrer 900.000 km; el tiempo para que una bala de revólver cubra 1 km; el tiempo de una respiración; el tiempo de una lágrima, de una explosión, de un SMS. 3 segundos es un enigma mudo en el que se superponen personajes e indicios. 3 segundos es un relato que se lee en forma de libro pero también, de otra forma, en versión digital. Varias formas de experimentar el espacio-tiempo a través de un vertiginoso zoom gráfico.

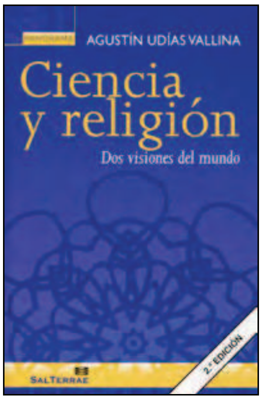
***Hasta el infinito y más allá.* Fernando Etayo Gordejuela, Miguel Etayo Gordejuela. PUbliCan. Ediciones de la Universidad de Cantabria. ISBN: 978-84-81026-18-4. 238 páginas.** Esta obra muestra cómo la humanidad, a lo largo de los siglos, se ha planteado y propuesto el problema de hacer representaciones planas de la realidad tridimensional. El arte planteó el problema, las matemáticas dieron con el modelo subyacente y la técnica ha usado estas nociones. Con la perspectiva se logró representar los puntos de fuga, y al final se ha conseguido ir "hasta el infinito y más allá". Los autores han querido reflexionar sobre cómo el hombre ha captado a lo largo de la historia la realidad de las tres dimensiones, qué sistemas ha utilizado para representarla, y qué aparato matemático ha necesitado.

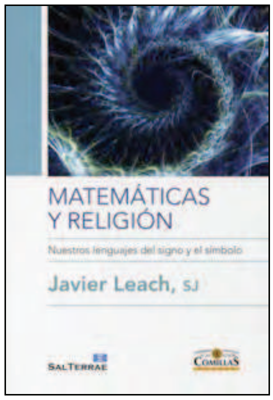
***Aportaciones de las mujeres a las matemáticas. Para integrar en el curriculum de Secundaria.* Varios autores. Colección Otras Miradas. CCOO Enseñanza. Instituto de la Mujer. ISBN: 978-84-695-1129-9. 160 páginas.** La Federación de Enseñanza de CCOO, en colaboración con el Instituto de la Mujer, pone en marcha la colección Otras Miradas, una serie de volúmenes, que se corresponden con las materias establecidas para las etapas de enseñanza secundaria. Se realiza con el propósito de suplir las insuficiencias existentes en los libros de texto de esas etapas, en relación con la transmisión de contenidos que visibilicen a las mujeres y sus aportaciones en todos los campos del saber. Este primer volumen lo dedicamos al ámbito de las matemáticas. Se pretende dejar constancia del esfuerzo y de las aportaciones de las mujeres matemáticas a lo largo de la historia. Para ello, se han escogido a 13 mujeres porque sus propias vidas y sus aportaciones matemáticas son elementos de indudable interés para la formación, tanto en conocimientos como en valores, de los estudiantes. En base a esos dos aspectos se proponen, además, dinámicas y ejercicios para el trabajo en el aula. El esfuerzo del profesorado en la sensibilización y en la transmisión de la igualdad como valor social básico es una tarea ineludible.



***La proporción en las portaladas de Cantabria.* Fernando Vega Gómez, Fernando Vega Rubín de Celis. Punto Arquitectura S. L. P. Ediciones Tantín. ISBN: 978-84-96920-77-4. 328 páginas**. Esta publicación contiene planos de portaladas de Cantabria realizados por métodos fotogramétricos, sobre los cuales se analiza y estudia el sistema de proporciones utilizado por el maestro de obras. Es un libro eminentemente didáctico que permite la enseñanza y difusión de estas construcciones diseminadas en el medio rural de Cantabria. En él encontraremos un pequeño manual de geometría básica y podremos comprobar la influencia que tiene en la traza la difusión y conocimiento de tratados de construcción renacentistas. Cada una de las portaladas estudiadas va acompañada de una breve reseña histórica.

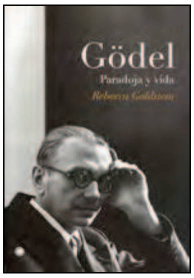
***La cuadratura del celuloide.* José Luis López Fernández. Editorial José Luis López Fernández. ISBN: 978-1-4716-8086-1. 526 páginas**. Este libro es un complejo recorrido histórico por la matematización de la cultura - la música, la poesía, el arte y la literatura - usando en todo caso como medio de canalización la actividad cinematográfica. Más de 680 películas y otros documentos cinematográficos, de 300 textos y obras literarias, de 80 composiciones musicales, de 450 realizadores y de 150 ilustres científicos se dan cita en esta obra junto con varias publicaciones de diversa índole, piezas pictóricas y obras de teatro.

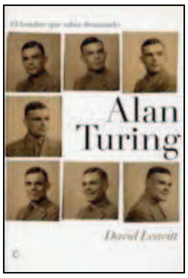




***Ciencia y religión. Dos visiones del mundo.* Agustín Udías Vallina. Editorial Sal Terrae. ISBN: 978-84-293-1847-0. 424 páginas.** ¿Son ciencia y religión incompatibles y opuestas? ¿Ha perseguido la Iglesia a los científicos? ¿Murió Galileo en la hoguera condenado por la Inquisición? … Muchas afirmaciones negativas sobre la relación entre ciencia y religión se siguen repitiendo hoy, a veces con enconada virulencia, y algunos ven en la religión un virus maligno que se opone al progreso de la ciencia. El tema necesita de una reflexión seria y serena que examine las conexiones entre ciencia y religión como formas de conocimiento y como fenómenos sociales, y cuáles han sido estas conexiones a lo largo de la historia, en especial en relación con el cristianismo. La tradición religiosa judeo-cristiana afirma que el universo ha sido creado por Dios. El famoso físico Stephen Hawking afirma que si el universo es autocontenido, no es necesario un creador. ¿Son ideas compatibles?

***Matemáticas y religión. Nuestros lenguajes del signo y del símbolo.* Javier Leach. Editorial Sal Terrae. ISBN: 978-84-293-1904-0. 206 páginas.** En este libro, el autor, matemático y jesuita, hace un sugerente estudio de la evolución histórica del lenguaje de las matemáticas y su influencia en la evolución de los lenguajes de la metafísica y la teología. Leach examina tres momentos históricos en los que hubo un proceso de cambio en esta evolución: la introducción del método deductivo en Grecia, el uso de las matemáticas como un lenguaje de la ciencia moderna, y la formalización de lenguajes matemáticos en los siglos XIX y XX. A medida que se desarrolla esta fascinante historia, Leach señala las notables diferencias e interrelaciones que existen entre los lenguajes de la ciencia y la religión.

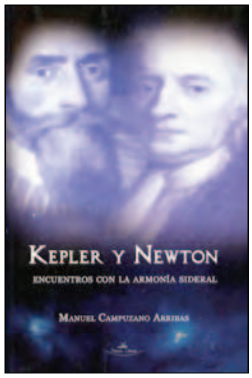




***Gödel, paradoja y vida.* Rebecca Goldstein. Colección Grandes Descubrimientos. Antoni Bosch Editor. ISBN: 978-84-95348-23-3. 304 páginas.** Kurt Gödel está considerado el lógico más importante desde Aristóteles. La publicación de su teorema de incompletitud ocasionó una conmoción que trascendió las fronteras de las matemáticas y puso en tela de juicio diversas concepciones de la mente. La autora explica la visión filosófica que inspiró los descubrimientos matemáticos de Gödel y revela el resultado inesperado de que sus teoremas fuesen malinterpretados por los representantes de las tendencias intelectuales más en boga de su época. Tanto Gödel como su íntimo amigo Einstein se sentían exiliados intelectuales, a pesar de que sus obras se citaban entre las manifestaciones más importantes del pensamiento del siglo XX. En el caso de Gödel, ese aislamiento tendría trágicas consecuencias.

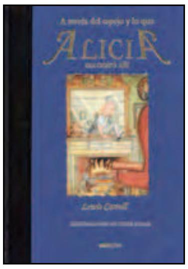
***Alan Turing, el hombre que sabía demasiado.* David Leavitt. Colección Grandes Descubrimientos. Antoni Bosch Editor. ISBN: 978-84-95348-30-2. 304 páginas.** Acosado tanto por las autoridades como por sus colegas, el matemático británico Alan Turing se suicidó en 1954 al morder una manzana rociada con cianuro. Pionero en el campo de la matemática pura, principal responsable de descifrar el código Enigma (empleado por los alemanes durante la segunda guerra mundial para mandar sus órdenes cifradas) y progenitor de las ideas que condujeron a la invención del ordenador, Turing fue ducado en Cambridge y Princeton. En 1936 Turing escribió *Números computables*, trabajo en el que desarrollaba la idea radical de que las máquinas acabarían siendo capaces de “pensar” por sí solas.

***El cerebro de los matemáticos.* David Ruelle. Antoni Bosch Editor. ISBN: 978-84-95348-48-7. 204 páginas.** En este libro, David Ruelle, el célebre físico matemático que ayudó a formular la teoría del caos, nos brinda una singular crónica de los célebres matemáticos que ha conocido y de sus rarezas, manías, … y de la sublime e inefable belleza de sus descubrimientos más impresionantes. Ruelle expone sus opiniones personales acerca de Turing, Grothendieck, Thom, Riemann y Klein. Pero este libro es mucho más que una serie de confidencias matemáticas. Cada capítulo examina una idea matemática trascendental y las mentes visionarias que la produjeron y, sobre esa base, el autor explora las consecuencias filosóficas de la misma.



***Una historia de las matemáticas: retos y conquistas a través de sus personajes.* Miguel Ángel Pérez. Editorial Visión Libros. ISBN: 978-84-9886-385-7. 640 páginas.** Este libro constituye un interesante recorrido por la historia de las matemáticas y sus personajes, por sus curiosidades y sus sorprendentes aplicaciones. Cuidando siempre un lenguaje ágil y didáctico, partiremos de los sorprendentes conocimientos egipcios y mesopotámicos hasta llegar al infinito de Cantor en el siglo XIX. Pero, al mismo tiempo descubrirá relaciones ocultas en las dimensiones de la pirámide de Keops, triángulos cuyos ángulos no suman 180º, que hay tantos números naturales como enteros, e incluso la inquietante capacidad matemática de las abejas. Le sorprenderá saber que grandes personajes de la historia han sido muy aficionados a las matemáticas, entre otros el Papa Silvestre II, Mozart, o el mismo Napoleón, con un teorema que lleva su nombre. Conocerá la íntima relación entre las matemáticas, el arte, la música y la naturaleza. Comprenderá por qué la seguridad de los códigos actuales depende de los números primos, o por qué las pistas de monopatín tienen esa forma.

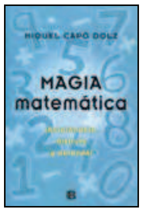
***Kepler y Newton, encuentros con la armonía sideral.* Manuel Campuzano Arribas. Editorial Visión Libros. ISBN: 978-84-9008-102-0. 330 páginas.** Si bien el fenómeno mecánico es muy fácil e intuitivo en principio, en el fondo es bastante complicado. Desde Aristóteles hasta Galileo, Kepler y Newton, no se llegó a dar una interpretación medianamente aceptable. Fueron necesarios dos mil años para acabar con la base metafísica sobre la que se elevaba la teoría aristotélica del movimiento. ¿Por qué los planetas se mueven en sus órbitas? ¿Cuál es el origen de este tipo de movimientos? ¿Cómo se conocen de antemano, con una buena aproximación, la trayectoria de una nave espacial? Este libro trata de dar razonadas respuestas a esta clase de preguntas desde las perspectivas conceptuales de dos excepcionales protagonistas: Johannes Kepler e Isaac Newton.




***Brahe y Kepler El misterio de una muerte inesperada.* M. Pilar Gil. Bambú Editorial. ISBN: 978-84-8343-152-8. 224 páginas.** En Praga, a principios del siglo XVII, dos hombres trabajan juntos para desentrañar los misterios del Universo. Uno de ellos es el astrónomo Tycho Brahe. El otro, su discípulo, el matemático Johannes Kepler. Cuando Brahe muera en extrañas circunstancias, una misteriosa curandera investigará las causas de su muerte para demostrar su propia inocencia.

***A través del espejo y lo que Alicia encontró allí.* Lewis Carroll. Editorial Sexto Piso Ilustrado. ISBN: 978-84-96867-80-2. 216 páginas.** Inmersa en una demencial partida de ajedrez, Alicia debe ir recorriendo casillas y sorteando obstáculos para convertirse en la Reina Alicia. En el camino se topa con unas burlonas flores parlantes, con la Reina Roja que corre a toda velocidad y la Reina Blanca que puede recordar el futuro, así como con el insolente Humpty Dumpty que festeja diariamente su no-cumpleaños, antes de caer con estrépito del muro en el que se halla sentado.

***La quimera del autómata matemático. Del calculador medieval a la máquina analítica de Babbage.* Víctor Guijarro Mora, Leonor González de la Lastra. Ediciones Cátedra. ISBN: 978-84-376-2653-6. 400 páginas.** La historia que aquí se relata relaciona por primera vez fenómenos de gran relevancia para entender el mundo de la computación de otras épocas. Se examinan los recursos técnico-matemáticos que se crearon en la Europa medieval y moderna según los ideales de racionalidad vigentes y los intereses políticos y económicos. Y se analiza la tentativa de sustitución de esos métodos por los concebidos por Charles Babbage en el período de la Revolución Industrial. La mecanización de la mente no era ya una realidad lejana. Personas provistas de habilidades o de instrumentos organizadas convenientemente, máquinas aritméticas de variada naturaleza y tablas de datos eran los elementos que debían simularse mecánicamente. Los intensos debates que estos propósitos provocaron, con participantes como E. A. Poe y Ada Byron, la hija de Lord Byron, ofrecen una medida del alcance social de los proyectos de Babbage.

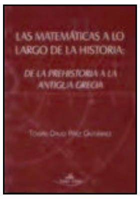



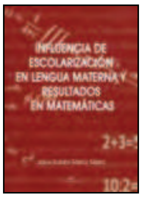
***El hombre vacío.* Dan Simmons. Ediciones B. ISBN: 978-84-666-3202-7. 288 páginas.** Jeremy Bremen es profesor de matemáticas y tiene un secreto. Durante toda su vida ha recaído sobre él la maldición de poder leer las mentes. Conoce los más secretos pensamientos, miedos y deseos de los demás. Durante años, su esposa Gail, también telépata, ha servido como escudo entre Jeremy y el peso terrible de ese poder. Pero tras la muerte de Gail, Jeremy es de nuevo vulnerable al caótico fluir de pensamientos ajenos que amenazan con destrozar su cordura. Jeremy huye e intenta escapar de su mente, de su pasado, de sí mismo.

***El incendio de Alejandría. Una novela cautivadora sobre la biblioteca más legendaria de la historia.* Jean-Pierre Luminet. Zeta Bolsillo. Ediciones B. ISBN: 978-84-9872-316-8. 286 páginas.** A las órdenes del califa Omar, las tropas del general Amr invaden Alejandría en 642 con el objeto de quemar los miles de libros atesorados en su célebre biblioteca. Filopón, un viejo filósofo cristiano, Rhazés, un médico judío, y la joven filósofa y matemática Hipatia, conocedores del saber universal conservado en el edificio, intentarán disuadir al general. Cada día, los tres eruditos recordarán a Amr la vida y obra de los notables filósofos, científicos y poetas que trabajaron entre sus muros, como es el caso de Aristarco de Samos, Arquímedes o Euclides, logrando así fascinar al general.

La conjetura de Perelmán. **Juan Soto Ivars. Ediciones B. ISBN: 978-84-666-0856-5. 398 páginas.** Grigori Perelmán, el matemático más brillante de nuestra era, vive alejado del mundo académico en San Petersburgo, donde comparte apartamento con su madre. Durante meses ha permanecido en un estado de concentración febril que, un buen día, se ve roto por una ancha sonrisa. Mary Parsons, una traductora norteamericana recién llegada a Rusia, es la causa de esta alegría, preludio del desastre. Empecinadamente silencioso, Perelmán será incapaz de advertir a sus seres queridos del peligro que corren a su lado. La falta de conocimientos matemáticos será la trampa para los personajes que rodean a Perelmán, amenazado por ex agentes de la CIA, adiestradores caninos, expertos en demolición y hasta un escuadrón de damas de la muerte. La huida de los protagonistas se convertirá en una carrera contra el reloj a la que sólo el cerebro o la muerte de Perelmán podrán poner fin.

Magia matemática. ¡Sorpréndete, disfruta y aprende! **Miquel Capó Dolz. Ediciones B. ISBN: 978-84-666-5049-6. 220 páginas.** ¿Crees que es posible reunir en un mismo libro magia y matemáticas? Pues, aunque te parezca extraño, la respuesta es afirmativa. En este libro hay hasta 90 propuestas con las que sorprenderse, divertirse y aprender. Son muchos los juegos de magia para cuyo desarrollo emplean fundamentos matemáticos. Este libro pretende ser una pequeña pero interesante muestra de ello. En él encontrarás trucos, juegos y muchas cosas más. ¿Te atreves?



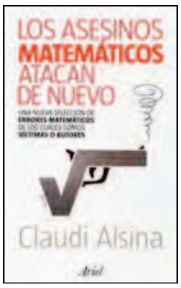



Las matemáticas a lo largo de la historia: de la Prehistoria a la antigua Grecia. **Tomás David Páez Gutiérrez. Editorial Visión Libros. ISBN: 978-84-9886-744-2. 118 páginas.** Las matemáticas han recorrido un largo y sinuoso camino, hasta convertirse en la imprescindible y bella ciencia que hoy conocemos. En este libro pretendemos realizar un recorrido desde los albores de la humanidad hasta la Grecia de los primeros siglos de la era cristiana. Mostraremos algunos de los logros más destacados de la matemática desde la aparición de los sistemas de numeración a las aportaciones realizadas por las antiguas civilizaciones egipcia, babilónica, china, india, árabe y, como no, la griega. Nos acompañará la obra y vida de algunos de los más insignes matemáticos como Tsu Ch'ung-Chih, Bhaudayana, al-Khwarizmi y Pitágoras.

Las matemáticas a lo largo de la historia: de la Europa medieval al siglo XIX. **Tomás David Páez Gutiérrez. Editorial Visión Libros. ISBN: 978-84-9886-746-6. 106 páginas.** En este libro analizaremos algunos de los principales momentos de la historia de la matemática, desde las aportaciones realizadas durante la Europa medieval hasta el prolífico siglo XIX, pasando por etapas tan importantes como las matemáticas del Renacimiento o la matemática ilustrada del siglo XVIII. Contemplaremos el avance de la geometría, la teoría de números, el álgebra y el cálculo así como el nacimiento del cálculo de probabilidades. Pasearemos de la mano de Fibonacci, Descartes, Fermat, Leibnitz y Gauss, entre otros personajes que contribuyeron de forma tan activa al progreso de la ciencia y de la humanidad.

Glosario bilingüe de matemáticas: Español-Inglés. English-Spanish. **Almudena Casares Fernández, María Jiménez Serrano, Carlos Javier García Machado. Editorial Visión Libros. ISBN: 978-84-9983-753-6. 386 páginas.** La necesidad de elaborar un glosario de matemáticas bilingüe Español-Inglés surgió en el curso académico 2006/07 debido a la implantación del proyecto bilingüe en el IES Sierra Sur de Valdepeñas de Jaén. Al principio, los profesores de matemáticas creamos materiales para el primer ciclo de la ESO y, en una segunda fase, se amplió con vocabulario matemático de 3º y 4º de la ESO incluyéndose también la transcripción fonética en la sección Inglés-Español.

Influencia de escolarización en lengua materna y resultados en matemáticas. **Jesús Rubén Sáenz Sáenz. Editorial Visión Libros. ISBN: 978-84-9886-684-1. 142 páginas.** Este trabajo nace con la intención de demostrar las ventajas que tiene la educación en lenguaje materno de los estudiantes. La idea de esta investigación surge de un problema real, que es el alto índice de fracaso escolar entre el alumnado inmigrante, y la alta tasa de abandono escolar, sobre todo en nuestro país.



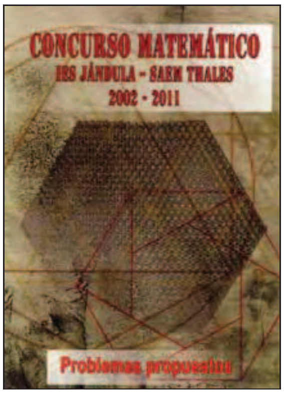
Los asesinos matemáticos atacan de nuevo. Una nueva selección de errores matemáticos de los cuales somos víctimas o autores. **Claudi Alsina. Editorial Ariel. ISBN: 978-84-344-0014-6. 252 páginas.** Tras el éxito de

Asesinatos matemáticos, Claudi Alsina vuelve con una nueva selección de errores y horrores matemáticos de toda índole. Nadie está a salvo, porque en esta obra incorpora multitud de asesinatos cotidianos, que realizamos desde el momento en que suena el despertador. Para participar en la resolución de estos nuevos casos no es necesario que se dirija a la tienda del Coronel Tapiocca más cercana y adquiera un equipo adecuado. Puede ponerse ropa cómoda y zapatillas (¡si está en su casa!) e ir leyendo. Le podemos asegurar que estos asesinatos tienen una historia ancestral, un desarrollo actual espectacular y un brillante futuro.

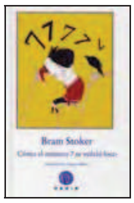
***Un mapa en la cabeza.* Ken Jennings. Editorial Ariel. ISBN: 978-84-344-0088-5. 342 páginas.** ¿Por qué nos fascinan los mapas? Un libro único y sorprendente sobre las curiosidades, historias y anécdotas presentes en los mapas y sobre la capacidad que ha tenido la cartografía para transformar el mundo. En el libro se encuentran todas las rarezas relacionadas con mapas: los cartógrafos de tierras imaginarias, los roadtrippers, la vida de los que se dedican a *Google Maps*,, la asistencia de Jennings al concurso interestatal de expertos en geografía o el grupo que se dedica a estudiar al milímetro el sistema de carreteras, intentando buscar un error en los mapas…Todo esto trufado con cientos de anécdotas sobre los mapas del pasado, su imprecisión, su utilidad, su exhibición como medio de prestigio, las técnicas de elaboración y conservación, la aplicación de la fotografía y de las matemáticas…

***Matemáticas, una historia de amor y odio.* Reuben Hersh y Vera John-Steiner. Editorial Crítica. Colección Drakontos. ISBN: 978-84-9892-298-1. 464 páginas.** Las matemáticas tienen para muchos mala fama: frías, complicadas, ajenas a todo aquello que no sea "racional". Sin embargo, semejante historia no es real: las matemáticas tienen que ver, y mucho, con emociones y fuerzas sociales; esto es, con todo aquello que es primaria y genuinamente humano. Que es así es algo que se muestra en este libro, en el que un matemático, Reuben Hersh, y una experta en lingüística y educación, Vera John-Steiner, narran las vidas de distinguidos matemáticos, vidas en las que no faltaron amistades, amores, rivalidades, frustraciones, pasiones o momentos de éxtasis.

***Matemáticas para estimular el talento II. Actividades del proyecto Estalmat.* Antonio Pérez Jiménez y Mercedes Sánchez Benito (coordinadores). Sociedad Andaluza de Educación Matemática (SAEM) Thales. ISBN: 978-84-937577-6-2. 294 páginas.** Este libro está dividido en 16 capítulos, cada uno de ellos desarrolla actividades de Estalmat, principalmente de segundo año, llevadas a cabo en una o varias sesiones en alguna de las ocho comunidades autónomas que desarrollan el proyecto en la actualidad. El objetivo del libro es poner a disposición del profesorado un material que le pueda servir para atender a alumnos con altas capacidades, especialmente para las matemáticas. Este libro continúa otro de igual título "*Matemáticas para estimular el talento. Actividades del proyecto Estalmat*", editado en 2009 pero con actividades referidas principalmente al primer año.



***Concurso Matemático IES Jándula – SAEM Thales 2002-2011. Problemas propuestos.* Varios autores. Sociedad Andaluza de Educación Matemática (SAEM) Thales. ISBN: 978-84-937577-4-8. 228 páginas.** Este libro, conmemorativo del X aniversario del concurso, contiene todos los problemas propuestos en este concurso desde su creación en 2002. Los problemas están resueltos paso a paso, con una resolución adaptada a los contenidos de los participantes a los que va dirigido este concurso, alumnos de 6º curso de Educación Primaria. En la redacción ha colaborado el profesorado del departamento de matemáticas del IES Jándula y el profesorado de la SAEM Thales.



***Viaje por la Matemática Discreta. De números, grafos y laberintos.* Félix García Merayo. Colección Ciencia Divulgativa. Creaciones Copyright. ISBN: 978-84-92779-77-2. 186 páginas.** La matemática discreta guarda una estrecha relación con todo lo que puede contarse o enumerarse. Así, esta rama de las matemáticas tiene relación con la aritmética, números enteros y sucesiones de ellos, con la combinatoria o con las probabilidades. Pero también con los conjuntos y los grafos. De ahí nos podremos sumergir después en el mundo de los laberintos, de la coloración de mapas y del recorrido de árboles.

La rebelión de los números. (Un espectáculo para lápiz y papel). **Antonio de la Fuente Arjona. Ediciones de la Torre. ISBN: 978-84-7960-471-9. 96 páginas.** De nuevo la Panda de Los Últimos de la Clase entra en acción… ¿Lograrán rescatar a su profesor de matemáticas secuestrado por unos Números muy revoltosos? Matemáticas y teatro: una ecuación explosiva. Todo un reto para Antonio de la Fuente Arjona, conseguir convertir en vivencia teatral, algo tan abstracto como un problema matemático. Un texto original e insólito.

Cómo el número 7 se volvió loco. **Bram Stoker. Gadir Editorial. ISBN: 978-84-940165-9-2. 56 páginas.** *Cómo el número siete se volvió loco* es una historia muy divertida con la que Bram Stoker, el famoso autor de *Drácula*, nos hace pensar en el mágico mundo de los números y nos ayuda a que nos gusten más las matemáticas. Tristón, el protagonista, vive en la escuela las aventuras del número siete, quien, por ser tan extraño y difícil de manejar siente que todo el mundo le trata mal... Bram Stoker (1847-1912) no pudo ir a la escuela hasta los siete años. Quizás por eso, pasado el tiempo, escribió esta historia sobre el número siete.

La variable humana. **Rodrigo Martín Noriega. Gadir Editorial. ISBN: 978-84-940165-5-4. 124 páginas.** John Farrell es un genio de las matemáticas decidido a explorar los límites de esa ciencia que puede explicar el mundo. Utilizando las matemáticas, consigue emular a Chopin con resultados asombrosos, pero quiere ir más allá: ¿hay algo que no pueda explicarse con las matemáticas, con la lógica? ¿Hasta dónde puede llegar el hombre con ellas? Novela sobre la ciencia, la música y la filosofía, este brillante relato de construcción impecable atrapa al lector desde la primera página por su agilidad y su capacidad de plantear con sencillez grandes cuestiones, mientras nos implica en una trama que sorprende. Su autor narra una historia que se permite interrogarnos a la vez sobre el verdadero sentido de la libertad humana, sobre el destino y los límites del hombre para manejarlo.

Uno, dos, tres, …, infinito, …, y más allá. De los números cardinales finitos a los transfinitos. Un viaje a los rincones del pensamiento humano. **Alejandro R. Garciadiego, Enrique M. Carpio. Colección Violeta 27. NIVOLA libros y ediciones. ISBN: 978-84-92493-60-9. 160 páginas.** Jorge es un adolescente que de improviso se ve lleno de dudas, pero que, por otro lado, cree saberlo todo. Casualmente, conoce a un anciano que comparte con él un conocimiento que lo distingue de los demás. Este saber es una introducción elemental a la teoría de los números transfinitos, descubierta por Georg Cantor (1845-1918). En esta ocasión, el anciano es capaz de trasmitir sus ideas sin recurrir a definiciones que surgen, aparentemente, de la nada; o a símbolos abstractos que parecen haber sido diseñados en una noche de pesadilla.

Breve historia de los números. Desde el cero babilónico a los números imaginarios. **Esteban Rodríguez Serrano. Colección Violeta 28. NIVOLA libros y ediciones. ISBN: 978-84-92493-82-1. 128 páginas.** La historia de los números está formada por muchas historias distintas. Los primeros signos aparecieron en la Prehistoria y se extendieron a través del mundo con los hombres. Durante la Antigüedad cada civilización los escribió a su manera. Actualmente existen varias clases de números y diferentes modos de representarlos. Aquí relatamos una parte de su historia.

Vampinúmeros. **David Blanco Laserna. Colección Junior 35. NIVOLA libros y ediciones. ISBN: 978-84-92493-81-4. 160 páginas.** El espíritu de las criaturas de Nombor está sujeto a la magia de los números. Glyffo, un joven aprendiz de mago, recibe la misión de proteger a la pequeña Qirwy, una mutante que encierra un enigmático poder. Juntos emprenderán un viaje lleno de peligros, que los conducirá hasta el Enjambre del Pozo: una ciudad de cristal hundida en las profundidades de un lago del espacio. Hasta allí los seguirán los aterradores Números Vampiro.

Euler, el matemático. **Gustavo Vargas y Gorka Calzada. Colección Sabelotod@s 82. Ediciones El Rompecabezas. ISBN: 978-84-15016-21-2. 128 páginas.** Ya desde pequeño, Leonhard Euler lo traducía todo a números: desde las medidas de las baldosas de la cocina, hasta la temperatura de la sopa o el tiempo que tardaba en lavarse los dientes. Y es que a principios del siglo XVIII, Suiza no era famosa sólo por su chocolate y sus relojes, sino que también era el lugar de nacimiento de los matemáticos y científicos más importantes del momento; como el propio Euler, sin ir más lejos, para quien lo más importante no eran la fama ni el reconocimiento, sino contagiar a los demás su pasión por las matemáticas.

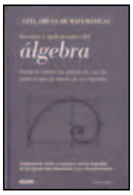
Bertrand Russell, el filósofo matemático. **Miguel Carreira. Colección Sabelotod@s 83. Ediciones El Rompecabezas. ISBN: 978-84-15016-20-5. 128 páginas.** Casi cien años. Parece mucho tiempo, pero, si uno se llama Bertrand Russell, no es tanto, en realidad, porque

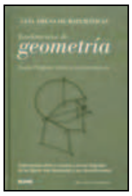
Bertrand tiene muchas cosas que hacer. Vivió entre el siglo XIX y el XX y tuvo tiempo de viajar, casarse varias veces, estar en la cárcel por oponerse a la guerra, revolucionar las matemáticas, la filosofía y la educación, ganar el premio Nobel de literatura y ser uno de los pacifistas más importantes del siglo. Cien años parece mucho tiempo pero, para hacer todo esto, Bertrand va a tener que darse mucha prisa.

***La vida secreta de los números. Cómo piensan y trabajan los matemáticos.* George G. Szpiro. Editorial Almuzara. ISBN: 978-84-92573-28-8. 222 páginas.** Este libro consigue que los lectores comprendan no sólo la importancia, sino también la belleza y elegancia de las matemáticas. Incluye anécdotas y detalles biográficos de sus protagonistas, y aporta una idea precisa de las principales teorías y demostraciones. La complejidad de las matemáticas no debe esconderse, pero tampoco exagerarse.

***Eso no estaba en mi libro de matemáticas. Curiosidades matemáticas para despertar tu mente.* Vicente Meavilla Seguí. Editorial Almuzara. ISBN: 978-84-15338-53-6. 254 páginas.** Esta obra es un compendio que aborda el vasto universo de las matemáticas dando cabida a contenidos en apariencia dispares e inconexos pero tremendamente sugestivos. En sus páginas, amenas y cargadas de revelaciones, se dan cita personajes, problemas, procedimientos, recreaciones y paradojas del más variado tenor: desde el curioso origen de los símbolos matemáticos más usuales hasta la geometría analítica, pasando por la importancia de algunas identidades algebraicas en la resolución de problemas elementales, o la medición indirecta de longitudes con el astrolabio. Y conoceremos las aportaciones de autores tan célebres como Pitágoras, Pascal, Diego de Álava y Viamont, Gerónimo Cortés o Juan de Torija.

***Historia y aplicaciones del álgebra. Desde el número de pétalos de una flor hasta el tipo de interés de una hipoteca.* Michael Willers. Colección Guía Amena de Matemáticas. Editorial Blume. ISBN: 978-84-9801-599-7. 176 páginas.** Descubra lo que es realmente una fórmula, aprenda a calcular el interés de una hipoteca, planifique el tiempo necesario para un viaje, o simplemente disfrute de la teoría y la historia del álgebra. Un apasionante viaje por el desarrollo del álgebra y de las matemáticas, en cuyo camino se presentan personajes e ideas fascinantes de todo el mundo y se plantean problemas para resolver uno mismo.





***Fundamentos de geometría. Desde Pitágoras hasta la carrera espacial.* Mike Askew y Sheila Ebbutt. Colección Guía Amena de Matemáticas. Editorial Blume. ISBN: 978-84-9801-598-0. 176 páginas.** Una fascinante guía interactiva sobre la historia y las aplicaciones de una de las ramas más antigua y más utilizada de las matemáticas: la geometría. Incluye explicaciones claras y concisas de los diferentes conceptos geométricos, así como perfiles de personalidades clave, su obra y sus descubrimientos. Incluye ejercicios sencillos explicados paso a paso, algunos de ellos con aplicaciones para la vida cotidiana.

***50 teorías matemáticas creadoras e imaginativas.* Richard Brown. Colección Guía Breve. Editorial Blume. ISBN: 978-84-9801-621-5. 160 páginas.** Póngase en forma matemática con la lectura de las teorías más complejas en medio minuto, no más de dos páginas, 300 palabras y una ilustración. Desde el último teorema de Fermat, pi, los números de Fibonacci y el triángulo de Pascal hasta funciones exponenciales, logaritmos y diferentes niveles de infinito: un libro para iluminar a todos aquellos que consideraban las matemáticas como un tormento escolar.

***El imperio de los números.* Denis Guedj. Colección Guía Amena de Matemáticas. Editorial Blume. ISBN: 978-84-8076-928-0. 176 páginas.** En el transcurso de la historia, los hombres han inventado, para representar números, series de símbolos numéricos (cifras) y han puesto en práctica sutiles soportes materiales (ábacos, quipu). En el siglo V de nuestra era, la genialidad matemática india propone una numeración llamada «de posición». Utiliza solamente diez cifras capaces de representar todos los números del mundo. Este sistema prodigioso elimina la distancia entre escritura y cálculo. Tras un largo período de reticencia, Occidente adopta a partir del siglo XV la numeración india difundida por matemáticos árabes. La naciente imprenta contribuye a su expansión.

***La matemática es fácil. Manual autodidáctico.* José Manuel Casteleiro Villalba. Libros profesionales de empresa. ESIC Editorial. ISBN: 978-84-7356-669-8. 370 páginas.** Este libro constituye un método didáctico para enseñar matemáticas básicas de forma fácil y sistemática. Este manual sólo pretende un objetivo: enseñar a operar. No aporta grandes teorías, ni siquiera incluye todas las partes de las matemáticas de los cursos anteriores a la universidad, simplemente sirve para aprender a manejar con cierta soltura las fracciones, las potencias, las raíces y las ecuaciones más sencillas, conceptos básicos para entender capítulos más complejos.

***Las matrices son fáciles. Manual autodidáctico.* José Manuel Casteleiro Villalba. Libros profesionales de empresa. ESIC Editorial. ISBN: 978-84-7356-681-0. 320 páginas.** Éste es un libro para aprender a manejar con cierta soltura las matrices, de forma que constituya un método didáctico para enseñar este tipo de matemáticas de forma fácil y sistemática. Éste es, por tanto, un libro que sólo pretende un objetivo: enseñar a operar con matrices.

***Derivar es fácil. Manual autodidáctico.* José Manuel Casteleiro Villalba. Libros profesionales de empresa. ESIC Editorial. ISBN: 978-84-7356-633-9. 280 páginas.** A un determinado nivel no existen materias difíciles, sino materias o mal explicadas o explicadas de forma compleja. Un ejemplo está en el desarrollo del cálculo diferencial, el cálculo integral o de cualquier otra teoría física o matemática desarrolladas en los siglos VII, VIII y IX. Este libro constituye un método didáctico para enseñar a derivar de forma fácil y sistemática, pretendiendo un único objetivo: enseñar a derivar.

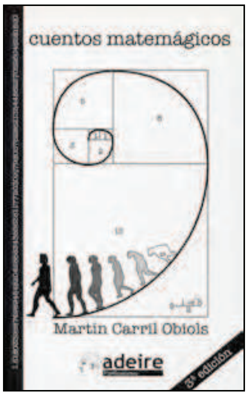
***La derivada parcial es fácil. Manual autodidáctico.* José Manuel Casteleiro Villalba. Libros profesionales de empresa. ESIC Editorial. ISBN: 978-84-7356-723-7. 270 páginas.** La derivada parcial de una función de varias variables es, en términos prácticos, igual a la derivada de una función de una variable, de manera que las dos tienen las mismas fórmulas y los mismos procedimientos. Este libro constituye un método didáctico para enseñar a derivar parcialmente de forma fácil y sistemática. Un libro para aprender a hallar y simplificar con cierta soltura las derivadas parciales de cualquier función de varias variables, de forma que capacite para aprender conceptos más complicados, como los de la teoría de campos.

***¿Es fácil integrar? Manual autodidáctico.* José Manuel Casteleiro Villalba. Libros profesionales de empresa. ESIC Editorial. ISBN: 978-84-7356-843-2. 444 páginas.** Es idea común entre muchas personas que han estudiado matemáticas, que las integrales son de difícil comprensión, que para hallarlas es necesario tener "ideas felices" y por tanto sólo se hallan al alcance de los muy listos. Nada más lejos de la realidad, puesto que las integrales inmediatas, que a nuestro modo de entender son las más importantes, se resolverán mediante una *clasificación en tres tipos*, que responderán a *una sola pregunta: ¿dónde está la derivada?* Según contestemos a esta sencilla pregunta, podremos aplicar un determinado método para hallarlas. El resto de las integrales: por partes, racionales, etc., son procedimientos matemáticos estándar, fáciles de entender, si se dominan las integrales inmediatas.

***Matemágicas.* Ignacio Soret los Santos. ESIC Editorial. ISBN: 978-84-7356-347-6. 344 páginas.** A través de jeroglíficos, ejercicios de adivinación o transmisión del pensamiento y otras propuestas esotéricas, el autor expone los elementos fundamentales de las matemáticas; añade reflexiones mediante cuentos filosóficos y textos literarios o teatrales. Todo ello para disfrutar de la magia de las matemáticas. Índice: Juego con los números - Números amigos - Geometría - Ecuaciones y caos o El caos de las ecuaciones - 0 e ∞ - Derivar. Estirar. Integrar - Cálculos sorprendentes - Posible. Probable. Plausible - En contra de toda lógica - Investigación operativa.

***Entretenimientos matemáticos.* José Miguel González Cruz. Bubok Publishing. ISBN:**

978-84-9009-041-1. 176 páginas.** El propósito de este libro es el de disfrutar del conocimiento matemático a través de una colección de problemas con un cierto grado de ingenio. El lector podrá escoger entre diversos tipos de problemas con distintos niveles de dificultad. Desde el punto de vista pedagógico este libro está especialmente indicado a alumnos de ESO y Bachillerato, para despertar en ellos la curiosidad por el mundo matemático.

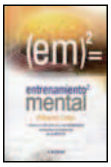


***Cuentos matemágicos.* Martín Carril Obiols. Adeire Publicaciones. ISBN: 978-84-935096-5-1. 172 páginas.** El ser humano busca el orden en el caos. Las matemáticas y, por extensión, la ciencia, no pueden explicar y predecir aspectos de nuestra vida gobernados por el azar o la imperfección. Hay desorden en el movimiento de los planetas, en nuestro ritmo cardíaco, en las catástrofes naturales, en el amor y el desamor, … ¿Es la razón una quimera? ¿Nos dirigimos hacia una ciencia del desorden? El señor Zero, una dama que desea convertirse en cubito de hielo, el policía matemático, un fotógrafo que intenta detener el tiempo… pueblan estos relato-ensayos sobre el amor y otras incógnitas. De la ignorancia al conocimiento absoluto hay una autopista llena de espejismos. Para evitar accidentes, se recomienda a los viajeros que desconfíen de las figuras reflejadas en el asfalto líquido y que mantengan la velocidad uniforme en la clotoide que transita al infinito.

***El juego y la matemática.* Luis Ferrero. Colección Aula Abierta. Editorial La Muralla. ISBN: 978-84-7133-567-0. 352 páginas.** Los juegos y las matemáticas tienen muchos rasgos en común en lo que se refiere a su finalidad educativa. Las matemáticas dotan a los individuos de un conjunto de instrumentos que potencian y enriquecen sus estructuras mentales, y los posibilitan para explorar y actuar en la realidad. Los juegos enseñan a los escolares a dar los primeros pasos en el desarrollo de técnicas intelectuales, potencian el pensamiento lógico, desarrollan hábitos de razonamiento, enseñan a pensar con espíritu crítico…; los juegos, por la actividad mental que generan, son un buen punto de partida para la enseñanza de la matemática, y crean la base para una posterior formalización del pensamiento matemático. Además de facilitar el aprendizaje de la matemática, el juego, debido a su carácter motivador, es uno de los recursos didácticos más interesantes que puede romper la aversión que los alumnos tienen hacia la matemática.

***Uno + uno son diez.* José María Letona. Colección Aula Abierta. Editorial La Muralla. ISBN: 978-84-7133-788-7. 160 páginas.** Hacer pensar, razonar y concluir constituye el objetivo de este libro en cada una de sus líneas. Pensado para cualquier lector, tanto si tiene interés en las matemáticas como si no, si es un niño o una persona mayor. Permite entretenerse y aprender, al mismo tiempo que se resuelven enigmas. Pero hay para todos los gustos, y hasta para todos los niveles, desde la formación en la Educación Primaria hasta el Bachillerato. De vez en cuando el autor introduce comentarios que pueden apoyar al profesor en la aplicación de los trabajos. Desde hace tiempo los medios educativos habían demandado conocer alguna de las prácticas que, por su especial interés formativo, se trabajan en la Escuela de Pensamiento, de la que el autor es director. Se incluyen algunas de ellas, con la intención de que sirvan de base para su aplicación en el aula. La estructura del libro se apoya en capítulos que distinguen conceptos o niveles de dificultad diferentes, con unas páginas explicativas de ideas didácticas y de la pedagogía que gobierna el libro. Después de un batiburrillo de “problemas”, el autor nos conduce a los números. Conocerlos y saber manejarlos es la base de la Matemática. La lógica, los acertijos y las paradojas son también parte importante de la obra, que, como en todo, busca forzar al lector hacia el razonamiento plausible. Existe un capítulo especial para los que esperan y saben más: problemas de mayor dificultad que, como el resto, encuentran al final sus soluciones razonadas.

***Jaque a las matemáticas.* Luis Ferrero. Colección Aula abierta. Editorial La Muralla. ISBN: 978-84-7133-792-4. 152 páginas.** Esta publicación pretende hacer algunas aportaciones para tratar de disminuir el fracaso de los escolares en matemáticas y fomentar una actitud positiva hacia esta materia. El objetivo de esta publicación es ofrecer al profesorado algunos recursos que le faciliten la aplicación y desarrollo del currículo en su práctica docente, desde una perspectiva no convencional utilizando situaciones motivadoras y poco tratadas en los programas escolares, situaciones con dimensión práctica de los contenidos matemáticos, situaciones con un fuerte componente lúdico, situaciones que mejoren la calidad y que conduzcan a los escolares al éxito.



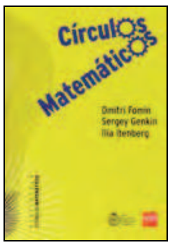

Entrenamiento mental. Cómo el cálculo y los números aumentan el potencial de la mente. **Alberto Coto. Editorial Edaf. ISBN: 978-84-414-1876-4. 196 páginas.** En este libro, el autor nos ofrece la posibilidad de abordar los números, el cálculo y las matemáticas desde una perspectiva tan amena como enriquecedora, ya que con numerosos ejemplos, "trucos" y ejercicios nos enseña a desarrollar una mente matemática más potente que le servirá para aplicarla a asuntos tan diversos como invertir en Bolsa, utilizarla en el deporte, participar en juegos de azar, apreciar y comprender mejor la armonía en arte, etc.

Fortalece tu mente. Entrena tu cerebro con juegos de lógica e ingenio, problemas de cálculo y matemáticos, paradojas y pensamiento lateral, criptogramas y enigmas, cuadrados mágicos, sudokus… **Alberto Coto. Editorial Edaf. ISBN: 978-84-414-1986-5. 206 páginas.** Este libro podríamos definirlo como un energético cóctel de vitaminas para el cerebro. Es, a la vez, un desafío y un divertimiento que ayudará a potenciar su mente de un modo inestimable. La fuerza mental que proporciona el desarrollo de la lógica, la potenciación del ingenio y la creatividad del pensamiento lateral, la estructuración que ofrece el cálculo, el poder de concentración que se logra con los enigmas de los criptogramas… Esta obra ofrece un abanico de problemas para su mente que van desde los más sencillos de calentamiento hasta verdaderos retos para su cerebro.

Tu mente en forma. Juegos para estimular la inteligencia desarrollados por el campeón mundial de cálculo. **Alberto Coto. Editorial Edaf. ISBN: 978-84-414-2176-9. 176 páginas.** Memoria, análisis, uso de la lógica, cálculo, pensamiento espacial o lateral, son capacidades que todos poseemos en mayor o menor grado pero que, con el debido entrenamiento y estímulo, da como resultado la posibilidad de aumentar el cociente intelectual y, sobre todo, nos permite estar mucho más capacitados a la hora de abordar los desafíos de la sociedad actual. Los ejercicios que te propongo en este libro están diseñados para que sean un auténtico entrenador personal para tu mente. Encontrarás desde problemas para estimular el pensamiento lateral, hasta los ejercicios utilizados en los test de selección de personal de una empresa.

La aventura del cálculo. **Alberto Coto. Editorial Edaf. ISBN: 978-84-414-2520-0. 140 páginas.** Sin darnos apenas cuenta, prácticamente nos pasamos el día calculando al realizar pequeñas actividades cotidianas como ir a la compra, sacar el tique de aparcamiento o simplemente recordar cuántos días nos faltan para las vacaciones. Sin embargo, a veces no sabemos calcular si es mejor pedir una pizza familiar o dos medianas o qué plan telefónico o bancario nos irá mejor. Y todo esto es solo una sencilla cuestión de cálculo. Por eso, si usted es una persona que quiere estar al día ahorrando tiempo y dinero calculando mejor, si es de las que tienen curiosidad por el cálculo y los números o es de las que quiere tener un cerebro activo, no tenga dudas de que este libro es para usted.

La simbología y el significado de los números. **Hajo Banzhaf. Editorial Edaf. ISBN: 978-84-414-1976-6. 258 páginas.** Los números no son solo cifras que expresan un valor cuantitativo. Además, poseen un significado cualitativo y un contenido simbólico que ha perdurado en tradiciones de Occidente como la Cábala, el Tarot o la Astrología. El rastro de este conocimiento podemos encontrarlo tanto en la Biblia como en las catedrales y otras construcciones sagradas, y a él se han referido desde filósofos y matemáticos como Pitágoras o Euclides hasta la más moderna psicología humanista. El autor abarca todas estas fuentes y ofrece una visión global de los números y su simbología que, a su vez, muestra una interesante clave para descifrar profundos significados de la vida.



Ciencia, técnica y otras curiosidades del Antiguo Egipto. **Álvaro G. Vitores González. Editorial Cultivalibros. ISBN: 978-84-9923-836-4. 310 páginas.** En este texto el autor nos ofrece la visión de cómo el anterior mundo egipcio abrió la puerta que luego permitiría sentar las bases de la Ciencia y de la Técnica. Y es que la herencia cultural que le debemos al Antiguo Egipto, aspecto éste a veces injustamente olvidado, fue enorme, abarcando campos que van desde la medicina hasta la matemática, pasando por la astronomía o la química, y sin obviar la arquitectura, el alfabeto e incluso la filosofía. Para ello, a lo largo de esta obra, veremos no sólo los logros constructivos, sino su curiosa forma de hacer operaciones matemáticas, el calendario solar del que deriva el nuestro actual, el aprovechamiento químico de todo tipo de sustancias, su avanzada medicina y, cómo no, su compleja técnica de momificación, todo ello salpicado con anécdotas y curiosidades de esta apasionante civilización.

***Círculos matemáticos.* Dmitri Fomin, Sergey Genkin e Ilia Itenberg. Real Sociedad Matemática Española y Ediciones SM. Colección Biblioteca Estímulos Matemáticos. ISBN: 978-84-675-5227-0. 354 páginas.** Con la idea de que pensar y discutir sobre problemas matemáticos podría generar el mismo entusiasmo que practicar un deporte en equipo, en la antigua Unión Soviética surgió el singular movimiento cultural de los *Círculos Matemáticos*. El texto recoge material de aquella experiencia. Es un libro de divulgación matemática dirigido a todos aquellos que sientan curiosidad por el juego mental que implican las matemáticas y que deseen indagar en sus ramas menos conocidas. También es ideal para estudiantes que quieran salir de los límites del currículo escolar, y para profesores que deseen proponer retos matemáticos interesantes pero que no requieran técnicas complicadas para resolverse.

***La conjetura de Poincaré.* Raule y Saurí. Diábolo Ediciones. ISBN: 978-84-936764-1-4. 88 páginas.** Pol Miander, un joven y prometedor matemático, acepta un cómodo trabajo como farero en uno de los lugares más recónditos del planeta. Lejos del bullicio de la ciudad y del agobiante ambiente académico, anhela la tranquilidad necesaria para acabar de resolver uno de los mayores enigmas matemáticos de la historia: la conjetura de Poincaré. Pol aterriza en el faro a bordo de un helicóptero pilotado por Maggie Olsen, chica de armas tomar y amiga de Albatros, el viejo y huraño farero al que le ha llegado la hora de jubilarse. Un perro llamado Byron, fiel camarada del anciano, acompañará a los protagonistas en todo momento. Nada más aterrizar, se suceden una serie de acontecimientos que convertirán el faro en una ratonera.

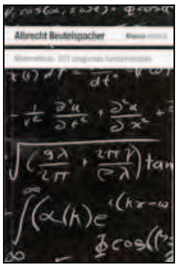
***Del 1 al 9 cada número en su sitio. Disfruta con los mejores y más variados pasatiempos numéricos.* Miquel Capó Dolz. Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Ingenio – 7. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9842-769-1. 184 páginas.** Hace ya unos años se puso de moda el famoso sudoku. Pero, ¿es el sudoku un ejemplar único en su especie? La respuesta es negativa: hay infinidad de juegos numéricos tan interesantes, entretenidos o atractivos como estos. Este libro pretende ser una muestra de ello. Mediante unos 200 retos numéricos diferentes se pretende potenciar el pensamiento matemático y analítico del lector. Lo que se propone en este libro son buenos ratos resolviendo todo tipo de juegos: sudokus, criptogramas, pirámides numéricas, dianas numéricas, operaciones aritméticas inacabadas, cuadrados mágicos y un largo etcétera de juegos.

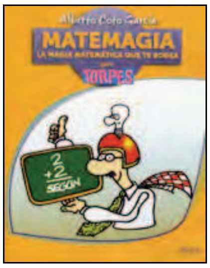
***El número en la naturaleza.* Alfredo Tiemblo, Mara Izcue, Felipe Bandera (coord.), Santiago Atrio y Pilar Andrés. Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Hernández Pacheco – 1. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9842-827-8. 192 páginas.** ¿Son difíciles las matemáticas? ¿Qué está pasando en las escuelas e institutos para que la matemática sea una de las asignaturas con mayor fracaso escolar? Los autores creen que se debe a que la enseñanza inicial se da de un modo abstracto y muy formalizado. A las matemáticas muy formalizadas llaman el *algoritmo de Sherlock Holmes*. Cuando llegaba un señor le decía: usted es un marinero holandés que viene de Sumatra, el interpelado lo veía como si fuera magia, para él ese hombre era un adivino. Cuando le explicaba el conjunto de cosas que le había llevado a esa conclusión decía el marino: ¡Ah! No es tan difícil. El presentar las cosas como Sherlock Holmes sirve para maravillar al oyente pero no para instruirle. A la hora de presentar los conceptos matemáticos siempre tendremos que dar un gran peso al método histórico, a cómo se han generado esos conocimientos. El niño tiene la misma curiosidad ancestral que el hombre primitivo y hay que dar respuesta a esas curiosidades.

***La Resolución de Problemas de Geometría. Para Enseñanza Obligatoria y Grado Maestro de Primaria.* Andrés Nortes Checa y Rosa Nortes Martínez-Artero. Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Educadores – 18. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9842-763-9. 240 páginas.** El libro que presentamos empieza con una breve reseña histórica de la geometría clásica, su enseñanza y la resolución de problemas. Los siguientes capítulos los iniciamos con unos contenidos teóricos para evitar que el alumno tenga que consultar otros textos a la hora de resolver los problemas que le proponemos, que van graduados de forma progresiva incluyendo problemas de reproducción, de conexión y de reflexión, tal como se establece en las pruebas PISA. Hay también sencillos teoremas de geometría que harán que el alumno pueda desarrollar el rigor y la abstracción. El libro finaliza con un conjunto de actividades lúdicas, para desarrollar al tiempo que los capítulos de problemas, ajustándolos a los contenidos tratados.

***Cálculo mental en el aula en el primer ciclo de educación primaria.* María Ortiz Vallejo. Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Educadores – 19. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9842-785-1. 84 páginas.** El objetivo de este libro es que el profesor/padre tenga una guía práctica que le facilite el proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo mental. Esta práctica debe ser sistemática; el trabajo diario puede proporcionar al alumno la adquisición de numerosas habilidades: concentración, reflexión, rigurosidad, autonomía y mejora del rendimiento en matemáticas. En total presentamos cerca de 500 actividades, teniendo presente la coherencia matemática con cada uno de los temas del curso, y proporcionamos la solución de aproximadamente 300.

***Problemas de Exámenes de Matemáticas y su Didáctica. Grado Maestro de Primaria.* Andrés Nortes Checa y Rosa Nortes Martínez-Artero. Colección Ciudad de las Ciencias. Serie Educadores – 20. Editorial CCS. ISBN: 978-84-9842-819-3. 164 páginas.** En este libro presentamos una colección de problemas resueltos de exámenes de la asignatura *Matemáticas y su Didáctica*, de dificultad progresiva. Los futuros maestros, que hoy son alumnos del Grado Maestro de Primaria, entre sus muchas fases de aprendizaje deben trabajar la resolución de problemas y los que aquí presentamos pueden ser un complemento en la labor diaria en el aula o en el trabajo personal. El profesor dispondrá de un manual de ayuda.





***El universo de las matemáticas. Un recorrido alfabético por los grandes teoremas, enigmas y controversias.* William Dunham. Ediciones Pirámide. ISBN: 978-84-368-2020-1. 448 páginas.** Este libro ofrece unos perfiles incisivos de los grandes teoremas, enigmas, controversias y misterios irresueltos que han conformado el fascinante mundo de las matemáticas. Con extraordinaria claridad y talento, William Dunham nos lleva por un vivo viaje que escala las cimas de los logros matemáticos: desde los primeros escritos de la aritmética hasta los fascinantes enigmas de las series infinitas y las características peculiares de los números irracionales. A lo largo del libro nos ofrece anécdotas de la vida de los grandes matemáticos, lo mismo del extravagante e irreverente Bertrand Russell, que de los brillantes y pendencieros hermanos Bernoulli o del genio intuitivo de Sofía Kovalevskaia.

***Matemáticas: 101 preguntas fundamentales.* Albrecht Beutelspacher. Alianza editorial. ISBN: 978-84-206-5198-9. 218 páginas.** Fruto de una cuidada selección de los millares de preguntas formuladas en las visitas al Mathematikum (museo interactivo de Matemáticas) de Giessen (Alemania), creado en 2002, Albrecht Beutelspacher, director del mismo, nos brinda este claro y atractivo volumen que hará las delicias del aficionado a los números. Dividida en nueve grandes categorías («Fundamentos», «Formas y patrones», «Fórmulas», «Azar», «Cálculo infinitesimal», «Aplicaciones», «Matemáticos», «Enseñar a aprender» y un apartado misceláneo), esta obra abarca temas de absoluta modernidad y otras relacionados con el saber del mundo antiguo, cuestiones curiosas y otras ya clásicas, y plantea interesantes reflexiones acerca de la importancia de la ciencia en general y de las matemáticas en particular.

***Matemagia. La magia matemática que te rodea para torpes.* Alberto Coto García. Oberon Práctico, Ediciones Anaya Multimedia. ISBN: 978-84-415-3164-2. 208 páginas.** La matemática se esconde tras toda la belleza y armonía natural o artificial que nos rodea. Es el lenguaje del arte, de la ciencia y del desarrollo tecnológico. Y aunque es el fundamento sobre el que se ha cimentado la evolución humana, todavía mucha gente le resta importancia o la encuentra carente de atractivo. ¡Nada más lejos de la realidad! Alberto nos acerca con esta obra a la magia de esta ciencia de manera amena y divertida, y nos hace disfrutar explicándonos cómo interviene de forma silenciosa en el mundo que nos rodea: la naturaleza, el arte, la música, el deporte, etc. Éste es un libro para descubrir la matemática desde otro ángulo, sin miedo ante los prejuicios creados y para disfrutar página a página, independientemente de tus conocimientos previos.

***Los números.* Javier Cilleruelo, Antonio Córdoba. Colección ¿Qué sabemos de? Editorial CSIC. ISBN: 978-84-00-09232-0. Editorial Los libros de la Catarata. ISBN: 978-84-8319-554-3. 128 páginas.** La teoría de los números ocupa un peculiar y distinguido lugar entre las diversas ramas de las matemáticas. Que su objetivo principal sea el estudio de algo tan conocido y familiar como son los enteros, sus propiedades y sus relaciones, explica el interés que ha suscitado siempre entre muchos ciudadanos, quienes, aun careciendo de la formación matemática apropiada, se sienten fascinados por sus problemas, tan fáciles de enunciar pero tan difíciles a veces de resolver. Este libro no pretende ser, ni mucho menos, un tratado de la teoría de los números, sino tan sólo un vehículo que permita al lector pasear por algunos de sus parajes más asequibles. Una especie de guía turística para aritméticos aficionados y para todos aquellos que tengan curiosidad acerca de las propiedades de los números y aprecien el arte de engarzar las ideas de todo razonamiento matemático.

***Princesas, abejas y matemáticas.* David Martín de Diego. Colección ¿Qué sabemos de? Editorial CSIC. ISBN: 978-84-00-09409-6. Editorial Los libros de la Catarata. ISBN: 978-84-8319-645-8. 92 páginas.** Dos princesas, una fenicia y otra griega, se confabulan para contarnos sus historias, todas ellas teniendo como punto común las matemáticas. Con este último propósito, también les acompañarán las sagaces abejas, de las que aprenderemos cómo utilizan las matemáticas para construir sus panales o para comunicarse. Todo el relato está impregnado de un mismo aroma, que nos remite a preguntas que giran en torno a procesos de economización en la naturaleza, es decir, a la necesidad de adoptar formas o patrones que permiten ahorrar recursos. Estas preguntas son de difícil o imposible respuesta si no se usa el lenguaje de las matemáticas. Las protagonistas pasearán acompañadas por un grupo de matemáticos empeñados en desvelar estos principios de la naturaleza.

***Enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria.* José Javier Etayo Miqueo, José Luis García Heras, Sixto Ríos García, Sixto Ríos Insua, Luis A. Santaló y Ángel Chica. Tratado de Educación Personalizada – 23. Ediciones RIALP. ISBN: 978-84-321-3068-0. 392 páginas.** Todas las páginas de este libro están escritas con la ilusión de que la tarea de enseñar y aprender matemáticas resulte a la vez ilusionante y eficaz, lo que podría parecer un empeño casi inalcanzable, sobre todo si se consideran los adjetivos que de ordinario han servido de escolta a esta disciplina. Índice: Enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria – Las probabilidades en la educación secundaria – La enseñanza de la estadística en la educación secundaria – Una programación de matemáticas en educación secundaria – Anexos – Apéndice.

***Recreamáticas. Recreaciones matemáticas para jóvenes y adultos.* Juan Diego Sánchez Torres. Ediciones RIALP. ISBN: 978-84-321-4178-2. 168 páginas.** ¿Un libro de matemáticas recreativas en la era de Internet? Precisamente ahora. En Internet hay muy buenos blogs y webs, pero también muy malos... Con *Recreamáticas* no tienes que buscar; el autor ya lo ha hecho por ti. ¿Qué tipo de retos hay? Son muy variados, tanto por su dificultad como por su temática: números, letras, secuencias, geometría, lógica, ajedrez... Encontrarás incluso "roscos" similares a los del concurso "Pasapalabra", y algo de historia de las matemáticas.

***Bricológica. Treinta objetos matemáticos para construir con las manos.* Robert Ghattas. Ediciones RIALP. ISBN: 978-84-321-3909-3. 160 páginas.** He aquí el primer manual de bricolaje matemático para hacer juegos, construcciones, decoraciones, rompecabezas y muchos otros objetos, bonitos de ver y fáciles de elaborar. Bastan unos pocos y simples utensilios: papel, tijeras y colores. Cada objeto de *Bricológica* muestra alguna interesante propiedad geométrica o numérica. Aparecen grandes clásicos, como el tangram, el caleidoscopio y la papiroflexia. Hay objetos matemáticos interpretados para divertir, como la cinta de Moebius que se transforma en un juguete volador, o los sólidos platónicos con los vértices de queso, para servirlos como entremeses en una fiesta. Y, además, objetos cotidianos vistos en su aspecto matemático, como el calendario de cubos, las trenzas o las estrellas de papel.

***La rebelión de las formas.* Teresa Navarro. Editorial puntodepapel. ISBN: 978-84-614-3719-1. 48 páginas.** Álbum ilustrado de gran formato (40x29cm). Este libro hace un divertido itinerario por la geometría, la física y el arte en un intento de generar curiosidad e interés por ellos, a la vez que se reflexiona sobre la aceptación de las diferencias, el valor de la amistad y el trabajo en equipo. Más información sobre el libro y otras actividades relacionadas con éste en http://www.puntodepapel.es

Concertina y el dragón. **Teresa Navarro. Editorial puntodepapel. ISBN: 978-84-940044-0-7. 32 páginas.** Álbum ilustrado de gran formato (29x30cm). En esta obra, literatura, arte, matemáticas, música y mitología se mezclan en forma de juego, como si de un rompecabezas o un acertijo se tratase, motivando el deseo de profundizar en cualquiera de estas disciplinas. Prueba de ello es la estrecha relación que se establece entre música y matemáticas a través de figuras tan representativas como Mozart, Bartók, Beethoven y Xenakis y los matemáticos Pitágoras y Fibonacci. Es, además, un libro-juego, puesto que tanto su portada como su contraportada nos invitan a ello: - La portada puede ser usada como un teatro con personajes del libro que nos permitirán crear marionetas con palillos. - La contraportada presenta el "juego del laberinto". Más información sobre el libro y otras actividades relacionadas en http://www.puntodepapel.es

Menudo punto. **Verónica Navarro. Editorial puntodepapel. ISBN: 978-84-940044-2-1. 31 páginas.** Formato 11x11cm. Trata de las transformaciones que sufre un punto hasta convertirse en un fractal. Se trata de fractales muy sencillos, no los de Mandelbrot. En este caso se trata del Conjunto de Cantor, considerado el precursor de los fractales y de la Curva de Peano, una curva cuyo límite recubre el plano. Este menudo punto recorre ese espacio geométrico que va desde el punto hasta el plano sin llegar a él. Más información sobre el libro en la página http://www.puntodepapel.es

x y z. **Verónica Navarro. Editorial puntodepapel. ISBN: 978-84-940044-1-4. 31 páginas.** Formato 14x10cm. Este libro despierta la creatividad al intentar buscar respuesta a unas ilustraciones que se han ideado, a partir de pequeños trozos de puntillas. La variedad de sus formas, componen imágenes evocadoras reforzadas por los textos que las acompañan. Más información en http://www.puntodepapel.es

Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños. **K. Lovell. Ediciones Morata. ISBN: 978-84-7112-056-4. 216 páginas.** Esta obra representa una combinación ideal de teoría y práctica en la que se trata el problema de la formación general del concepto; la lógica y la intuición desde el punto de vista de los fundamentos matemáticos; el camino para ayudar al niño en la comprensión del número y de las operaciones numéricas evaluándose diversos procederes a la luz de los trabajos de Piaget; el desarrollo de los conceptos de sustancia, peso, tiempo, velocidad, espacio y las medidas de longitud, superficie y volumen. Su estudio será útil tanto a los profesores en ejercicio como a los que realizan su formación docente.

Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina. Experiencias y desafíos. **Alfonso E. Lizarzaburu, Gustavo Zapata Soto (coordinadores). Ediciones Morata. ISBN: 978-84-7112-465-3. 272 páginas.** El aprendizaje de la matemática es una necesidad sentida y percibida por las poblaciones indígenas, como se advierte en los testimonios que recogen los autores de esta obra. Esto se debe a que la ciencia y la tecnología son el núcleo y el motor de la actual sociedad del conocimiento. Aprender matemática es, ante todo, adquirir poder para defenderse de la exclusión y autoafirmarse. ¿Cómo podemos adoptar decisiones inteligentes en nuestra vida diaria o influir en la política nacional e internacional sin una adecuada educación científico-tecnológica? De lo que se trata, en definitiva, es de responder a las preguntas: ¿es posible que los amerindios se apropien de la matemática e incluso contribuyan a su desarrollo sin renunciar a sus culturas específicas? y ¿es posible ser a la vez matemático y amerindio auténticos sin tener que adoptar, necesariamente, la cultura denominada del "progreso universal? Éste es el tema desarrollado en el presente libro, fruto de una iniciativa surgida hace varios años con el fin de efectuar un balance de la situación educativa de los pueblos indígenas, elaborar nuevos enfoques conceptuales y diseñar respuestas pedagógicas adecuadas a sus necesidades y expectativas.

Matemática discreta. **Félix García Merayo. ITES-Paraninfo. ISBN: 978-84-9732-367-3. 562 páginas.** Segunda edición de este título que añade a la primera un nuevo capítulo dedicado a la lógica de predicados, una ampliación de la teoría y ejercicios en muchos de sus apartados, así como nuevos algoritmos en el campo de los números y de los grafos. En resumen, el autor ha pretendido conseguir un tratado moderno, más completo y adaptado a la enseñanza de esta materia en el mundo del estudiante universitario.

Iniciación a la Matemática Universitaria. Curso 0 de Matemáticas. **Pilar García Pineda, José Antonio Núñez del Prado, Alberto Sebastián Gómez. ITES-Paraninfo. ISBN: 978-84-9732-479-3. 242 páginas.** La disminución de los contenidos docentes de secundaria ha creado una laguna entre los conocimientos con los que los alumnos llegan a la universidad y los conocimientos mínimos con los que se deberían llegar previstos en los planes de estudios universitarios. Esto ha generado la necesidad, sobre todo en aquellas facultades técnicas que precisan un mínimo de herramientas matemáticas para el resto de sus asignaturas, de crear un curso introductorio de matemáticas: los denominados cursos cero. El objetivo del libro es el de proporcionar un texto que reúna el mínimo de los conocimientos matemáticos que requiere el alumno para iniciar sus estudios universitarios en todas aquellas facultades técnicas que utilicen las matemáticas como herramienta instrumental en sus asignaturas.

Juegos de números y figuras. **Jorge Batllori. Parramón Ediciones. Colección Educar jugando. ISBN: 978-84-342-2384-8. 64 páginas.** La aplicación de los números y las figuras geométricas en el juego facilita la educación del sentido matemático, habitualmente considerado abstracto y complicado. El libro consta de 50 juegos detallados en los que aparecen conceptos matemáticos. Además, se facilita información sobre los objetivos didácticos, propios del área de las matemáticas y de otras áreas, que se pretenden conseguir con cada uno de los juegos. También se indican los grados de dificultad, el tiempo de realización y las posibles variaciones que puede introducir el educador.

Apuntes de Matemáticas**. Parramón Ediciones. Colección Apuntes. ISBN: 978-84-342-2919-8. 96 páginas.** Esta obra explica las principales habilidades matemáticas que permiten plantear y resolver situaciones matemáticamente. En ella se ha dado mucha importancia a la representación de las ideas matemáticas (dibujos, gráficas, tablas, esquemas…) porque ayuda a comprender y a resolver todo tipo de situaciones. Los temas tienen un carácter transversal, aunque están agrupados según los bloques curriculares habituales. Se ofrecen muchos ejemplos de aplicación de las matemáticas y se describen herramientas para afrontar la resolución de todo tipo de problemas. No se trata, por consiguiente, de sustituir a los libros de texto, sino complementarlos.

Orientación y mapas. **Parramón Ediciones. Colección Guías de campo. ISBN: 978-84-342-2839-9. 32 páginas.** Durante una excursión o un viaje solemos consultar un mapa. Pero para disfrutar de un día al aire libre no es suficiente con ir bien equipados y llevar un mapa. Si no sabemos dónde nos encontramos en cada momento quizás acabemos perdiéndonos. Unos sencillos conocimientos sobre el manejo del plano y de la brújula nos permitirán gozar de la naturaleza. Por todo ello, esta guía pretende ser una introducción al mundo de la cartografía y de la interpretación de los mapas.

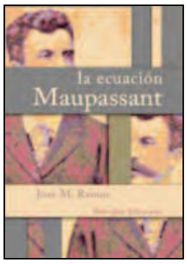
Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. **Yves Chevallard, Marianna Bosch, Josep Gascón. Cuadernos de Educación 22. Horsori Editorial. ISBN: 978-84-85840-50-X. 336 páginas.** El futuro de la escuela no depende sólo de los profesores, de su implicación en la reforma o de su competencia profesional. Una reforma educativa no es sólo una reforma de la escuela: es también una reforma de la sociedad. No puede tener éxito si no consigue movilizar a todas las generaciones en una reflexión compartida sobre los fines y los medios de la vida en la sociedad y, en particular, sobre la función de los saberes en nuestra vida cotidiana, tanto a nivel individual como colectivo. Este libro quiere contribuir al esfuerzo, hoy día tan necesario, para reformular el contrato que une a la escuela y a la sociedad respecto a una cuestión tan antigua como nuestra civilización: *la educación matemática.*

Matemáticas para todos. Enseñar en un aula multicultural. Xavier Vilella Miró. Cuadernos de Educación 53. Horsori Editorial. ISBN: 978-84-96108-30-9. 186 páginas. La multiculturalidad es un hecho y seguirá en aumento. La educación matemática no es ajena al conflicto cultural. Conviene conocer las características de los cambios producidos y analizar posibles caminos para afrontarlos. A ellos se enfrentan tanto los maestros y profesores como los propios alumnos inmigrantes. La primera parte del libro se dedica a la discusión y al análisis de los problemas en el aula de matemáticas. En la segunda parte, se presentan ideas nuevas, estrategias para ser utilizadas por el profesorado, basadas en dejar de lado el modelo deficitario y pasar al desafío, al reto matemático mediante actividades ricas para todos.

Educación matemática en contexto: de 3 a 6 años. **Ángel Alsina. Cuadernos de Educación 62. Horsori Editorial. ISBN: 978-84-96108-95-0. 222 páginas.** Este libro pretende ser una herramienta útil para un amplio colectivo que comparten la idea que una educación matemática de calidad es aquélla que respeta las necesidades de los niños para aprender matemáticas. Desde este marco, el núcleo principal lo constituye la presentación de situaciones de aprendizaje en contextos de vida cotidiana: se trata de actividades implementadas por muchos maestros del 2º ciclo de Educación Infantil que, en realidad, son los verdaderos artífices de este libro.

La educación matemática en la enseñanza secundaria. **Luis Rico (coordinador), Encarnación Castro, Enrique Castro, Moisés Coriat, Antonio Marín, Luis Puig, Modesto Sierra, Martín Socas. Cuadernos de Formación del Profesorado 12. Horsori Editorial. ISBN: 978-84-85840-65-8. 256 páginas.** Este libro ha sido escrito con la intención de contribuir a la conceptualización teórica y a la organización de la práctica en el trabajo de los profesores de matemáticas de secundaria. Usualmente, el profesor de matemáticas de secundaria se encuentra con una formación descompensada, que oscila entre un dominio y conocimiento formal de las matemáticas extenso y bien fundado y un escaso conocimiento sistemático sobre educación y didáctica de la matemática. El profesional responsable encuentra escasas teorizaciones y pocas ideas fértiles y orientadoras para emprender la renovación de su práctica y participar de las innovaciones curriculares. El texto quiere proporcionar a ese profesor una serie de herramientas conceptuales que le ayuden en el diseño, organización y gestión de unidades didácticas, centrando la reflexión sobre una serie de organizadores que analizan y estructuran los contenidos de las matemáticas desde nuevas perspectivas. El análisis fenomenológico de los contenidos, la consideración de los sistemas de representación con que se expresan los conceptos y estructuras matemáticas así como los modelos que los ejemplifican, la consideración de los errores y dificultades en el aprendizaje, la evolución histórica de los diferentes conceptos, son, entre otras, algunas de las herramientas con las cales organizar la reflexión didáctica y que aquí se representan.

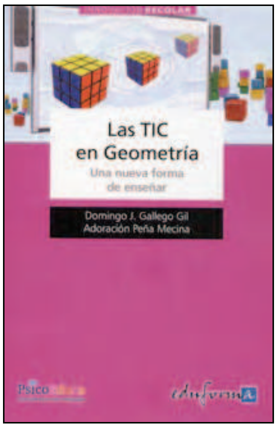
Problemas históricos de las matemáticas. **Juan Diego Sánchez Torres. Colección DaVinci. Ediciones Entretrés. ISBN: 978-84-93569-10-5. 208 páginas.** Con este libro se pretende ofrecer al lector un paseo por la historia de las matemáticas, a través de la evolución de los problemas más importantes con los que esta disciplina científica se ha enfrentado: desde el quinto postulado de Euclides, hasta los problemas del milenio, pasando por el teorema de Gödel, la resolución de ecuaciones, los puentes de Königsberg y el teorema de los cuatro colores, entre otros. Un total de diez problemas históricos que, como podrá comprobar, poseen una trayectoria muy diversa: algunos son tan antiguos como la propia Matemática; otros, bastante recientes; algunos quedaron cerrados hace ya mucho; otros siguen aún abiertos; algunos encontraron pronto una solución; otros tardaron siglos en ser resueltos…

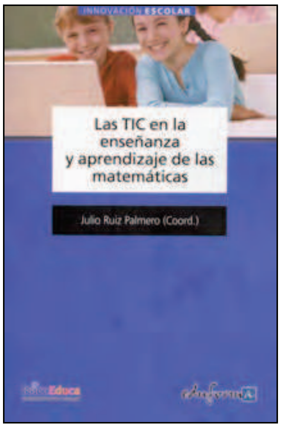


Número Áureo.com. **Mª Luz Alonso Jimeno, Mª Esther Jiménez Aldea. Bohodón Ediciones. ISBN: 978-84-935552-9-0. 80 páginas.** Hay números que poseen unas propiedades que llaman la atención de generaciones de matemáticos o incluso la del gran público. Entre ellos están los números irracionales, el número áureo, los números de Fibonacci… El número áureo, o divina proporción, ha desempeñado un papel importante en la estética clásica, e incluso se le atribuyen interpretaciones místicas y simbólicas. Es sinónimo de equilibrio, pues tiene que ver con el equilibrio de los cuerpos, y siempre ha significado para los artistas una forma bien proporcionada. Ha sido estudiado y utilizado por científicos y artistas de todos los tiempos: artistas griegos, Durero, Leonardo Da Vinci, Luca Pacioli, Zeysing, TH. Cook…

La ecuación Maupassant. **José M. Ramos. Bohodón Ediciones. ISBN: 978-84-15172-44-4. 194 páginas.** Los capítulos de este libro pueden leerse en el orden que se desee, pues cada uno de ellos contiene un aspecto controvertido de la vida de Guy de Maupassant, formando en su globalidad un conjunto de incógnitas en las que los biógrafos no han sabido discernir dónde comienza la leyenda y finaliza la verdad. El autor del presente libro aporta sus conocimientos en base a múltiples lecturas de las biografías y artículos publicados sobre Maupassant durante los 130 años que median desde la aparición de su obra maestra *Bola de sebo* hasta hoy.

***Problemas algebraicos resueltos (para ESO y Bachillerato).* Mª Luz Alonso Jimeno, Mª Esther Jiménez Aldea. Bohodón Ediciones. ISBN: 978-84-92828-97-5. 108 páginas.** El trabajo y la resolución de problemas algebraicos adquieren una importancia relevante, tanto en la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) como en el Bachillerato, ya que permiten plasmar en expresiones algebraicas situaciones reales y dar, por otro lado, a una expresión algebraica un posible significado en la realidad. Con los ejercicios que se exponen en este libro se pretende ayudar al alumno en el planteamiento de los problemas, procurando que aumente, asimismo, la confianza en su capacidad para resolverlos.





***Las TIC en geometría. Una nueva forma de enseñar.* Domingo J. Gallego Gil, Adoración Peña Mecina. Editorial MAD. ISBN: 978-84-676-5274-1. 172 páginas.** Este libro presenta una propuesta pedagógica para cambiar la metodología en la enseñanza de las matemáticas y, concretamente, de la geometría. Dicha propuesta concierne a alumnos y también a la formación del profesorado, ya que los autores pretenden que los docentes conozcan diversos recursos educativos y aprendan a utilizarlos en el aula. La obra facilita al lector los medios necesarios para reforzar su actividad docente y pasar de una enseñanza tradicional a una enseñanza con TIC mediante recursos como *JClic*, *HotPotatoes*, el programa de geometría dinámica *GeoGebra*, las webquest, el tangram, el geoplano y el proyecto *Descartes*. Todo ello empleando el ordenador, la red WiFi y la pizarra digital interactiva.

***Las TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.* Julio Ruiz Palmero (coordinador). Editorial MAD. ISBN: 978-84-676-8316-5. 184 páginas.** Esta obra enseña a los docentes y estudiantes de la especialidad de matemáticas las posibilidades educativas que aportan las TIC para que puedan utilizarlas de manera provechosa y satisfactoria en el aula. Analiza las distintas tecnologías y expone las ventajas de su uso en la educación matemática, al mismo tiempo que reflexiona sobre la actitud que el profesorado debe adoptar frente a las TIC. Además, incorpora ideas y ejemplificaciones para desarrollar propuestas didácticas, recomienda aplicaciones y recursos existentes en la Red y también propone diferentes actividades. Una publicación que resultará muy útil a docentes de diferentes niveles educativos para aprovechar al máximo los recursos y medios que actualmente ofrecen las TIC en el campo de la educación.

***Ajedrez infantil.* Pablo Castro Girona y otros. Editorial Paidotribo. ISBN: 978-84-8019-385-9. 96 páginas.** Desde hace unos años, psicopedagogos, pedagogos y pediatras destacan la importancia que a nivel intelectual puede suponer la práctica de un juego-deporte como el ajedrez. A partir de los 6 años, es factible que los niños se inicien en su práctica, enfocándola como si de un juego se tratara. A lo largo de nueve temas, el niño se iniciará en este fascinante mundo del ajedrez, de forma totalmente interactiva y pensada exclusivamente para él. Crucigramas, sopas de letras, tableros para colorear, dibujos para recortar y volver a montar, breves y claras preguntas y respuestas, y otros muchos y divertidos juegos, conducidos por un simpático peón, Pepín. Además, la práctica del ajedrez, estimulará en ellos la intuición, la lógica y la capacidad de concentración, factores todos que le serán de gran ayuda para su posterior desarrollo escolar general.

***Iniciación al ajedrez para niños.* Pablo Castro Girona. Editorial Paidotribo. ISBN: 978-84-8019-317-7. 152 páginas.** El libro, por medio de un simpático peón -Pepín-, introduce a los más pequeños en los movimientos y tácticas del ajedrez, utilizando el juego como elemento de aprendizaje. Dirigido a los más pequeños de la casa, por medio de siete lecciones totalmente interactivas, el niño se iniciará al ajedrez, conocerá el campo de batalla -el tablero-, y a todos sus guerreros: peones, torres, alfiles, la dama, el rey y los caballos. Coloreando, dibujando y escribiendo en el propio libro, los niños descubrirán el apasionante mundo de la estrategia del juego del ajedrez.

***El ajedrez en la escuela. Para niños de 10 a 12 años.* Apolonio Domingo García del Rosario. Editorial Paidotribo. ISBN: 978-84-8019-558-4. 126 páginas.** Los contenidos del libro son: los peones, el rey, la dama, la torre, el alfil, el caballo, el enroque, bibliografía, actividades complementarias (se pretende trabajar temas tan sencillos como: amenaza y captura de piezas, coronación del peón, rey ahogado, rey en jaque, rey en jaque mate, los enroques, mates en una y dos jugadas), soluciones de las actividades complementarias.

Cuento de ajedrez. **Rubens Filguth. Editorial Paidotribo. ISBN: 978-84-8019-920-9. 42 páginas.** ***Cuento de ajedrez. Práctico.*** **Rubens Filguth. Editorial Paidotribo. ISBN: 978-84-8019-143-2. 52 páginas.** A través de ejemplos extraídos de partidas llevadas a cabo entre grandes ajedrecistas, el autor continúa con las enseñanzas del ajedrez iniciadas en el libro *Cuento de ajedrez*. Con un texto y unas ilustraciones muy cuidados, niños y adultos aprenderán de una forma divertida los secretos de este juego maravilloso.

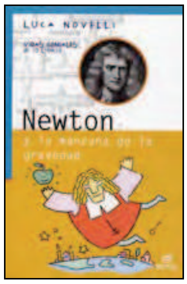


El libro de las frases de ajedrez. **Juan Antonio Montero Aleu. Editorial Chessy. ISBN: 978-84-934834-9-4. 142 páginas.** El ajedrez posee una enorme riqueza: para los que practican este juego resulta fascinante, pero además sirve de inspiración a escritores, artistas, empresarios, periodistas o políticos. Se han dicho y escrito frases memorables sobre el ajedrez: no sólo ajedrecistas como Fischer, Kasparov, Topalov, Steinitz, Tarrasch, Tartakower o Morozevich, sino también intelectuales como Fernando Arrabal, Cervantes, Duchamp, Borges, Einstein o Leibniz. Las frases seleccionadas están teñidas de sabiduría, talento, orgullo, calidad literaria, sentido común, ironía y autenticidad.

Un año para el ajedrez. **Javier Guzmán. Editorial Chessy. ISBN: 978-84-937645-0-0. 226 páginas.** Este libro ha sido concebido, mediante un ejercicio de efemérides, como una historia del ajedrez. El lector descubrirá en sus páginas la evolución moderna de este noble juego desde la época de Philidor, en plena Revolución Francesa, hasta el día de hoy. Pero el propósito de la presente obra no se agota ahí: a través de las partidas y posiciones que en ella se reproducen, piezas escogidas por sus calidades estratégica y táctica amén de por la belleza que encierran, el lector podrá mejorar su nivel ante el tablero, al mismo tiempo que disfrutará de la destreza y del arte de los ajedrecistas consagrados. Y, como libro de historia que es, descubrirá igualmente que el ajedrez forma parte de la vida cotidiana del hombre, desde su invención, y que con él convive en sus hazañas y en sus miserias, a través de todo lo que el ser humano puede generar: ciencia, arte, literatura, religión, guerra...

Ajedrez. **Michel Powell. Combel Editorial. ISBN: 978-84-9825-144-9. 48 páginas.** Este libro nos enseña a jugar al ajedrez paso a paso, desde los movimientos básicos a las tácticas de ataque y defensa. Contiene sugerencias y consejos de expertos... y un juego de ajedrez magnético para llegar a ser un auténtico maestro.

Mira, mira. Ilusiones ópticas. **Àngels Navarro, Sonsoles Llorens. Combel Editorial. ISBN: 978-84-9825-294-1. 46 páginas.** ¿Habéis visto alguna vez un libro mágico? Más de 40 juegos visuales e ilusiones ópticas para que pequeños y mayores se diviertan con los efectos que encontrarán en cada página. Y además, ¡unas gafas 3D, un espejo y un anexo con las soluciones de todos los juegos!



El proyecto Tetraedro. **Shelley Pearsall. Editorial Editex. ISBN: 978-84-9771-636-9. 206 páginas.** Basada en hechos reales, esta novela es una historia divertida y cargada de suspense que gira en torno a la vida de cuatro chicos y un reto: construir el tetraedro más grande del mundo. La autora entreteje las peripecias de los chicos, su profesor de matemáticas y la comunidad que les rodea para hilar una historia realista sobre el espíritu humano que cautivará al lector. Esta novela, que hace gala de un sorprendente sentido del humor, una genialidad sin alardes, y unos personajes conmovedores, es una pequeña joya.

Newton y la manzana de la gravedad. **Luca Novelli. Colección Vidas Geniales de la Ciencia. Editorial Editex. ISBN: 978-84-9771-954-4. 112 páginas.** Isaac Newton es el padre de la mecánica celeste. Fue el descubridor de la naturaleza compuesta de la luz. Fue el creador de las matemáticas que hoy utilizan todos los científicos. Newton descubrió la Ley de Gravitación Universal, la ley física que – aparte de estrellas y planetas – todo y todos tienen que respetar. En este libro, Newton en persona nos cuenta su vida y sus descubrimientos, de quisquilloso muchacho de provincias a poderoso consejero de reyes y reinas. Su historia nos lleva a la Inglaterra del siglo XVII.

***Magallanes y el océano que no existía*. Luca Novelli. Colección Vidas Geniales de la Ciencia. Editorial Editex. ISBN: 978-84-9771-956-8. 112 páginas.** Fernando de Magallanes es el padre de todos los viajes alrededor del mundo. Fue el hombre que demostró en la práctica que la Tierra es redonda. Fue el primero en realizar el sueño de Cristóbal Colón: alcanzar los países del Extremo Oriente navegando hacia occidente. En este libro, Magallanes en persona nos cuenta la aventura de su vida, desde que era un paje en la corte del rey de Portugal hasta que se convirtió en almirante de la primera flota que se atrevió a desafiar la antípodas y el océano más grande del mundo.

***Ámbito Científico-Tecnológico. Primer curso. Programa de Diversificación Curricular (PDC).* Margarita Montes Aguilera y otros. Editorial Donostiarra. ISBN: 978-84-7063-416-1. 320 páginas. — *Ámbito Científico-Tecnológico. Segundo curso. Programa de Diversificación Curricular (PDC).* Ángel Almaraz Martín y otros. Editorial Donostiarra. ISBN: 978-84-7063-437-6. 300 páginas.** El Ámbito Científico-Tecnológico se ha construido a partir de los contenidos curriculares de la Educación Secundaria Obligatoria para las materias de Matemáticas, Ciencias de la naturaleza y Tecnologías cuya selección se ha efectuado con el objetivo de desarrollar de forma práctica, experimental y operacional los conocimientos básicos de la materia. El aprendizaje se plantea de forma esencialmente práctica a partir de las aplicaciones habituales de estas materias en la vida real.

***Ámbito Científico-Tecnológico. Educación Secundaria Personas Adultas (ESPA).* Ángel Almaraz Martín y otros. Editorial Donostiarra. ISBN: 978-84-7063-439-0. 434 páginas.** Las enseñanzas de la ESPA se organizan en niveles y ámbitos: Ámbito Científico-Tecnológico, Ámbito de Comunicación y Ámbito Social, integrados por módulos relacionados con las materias que los constituyen. El Ámbito Científico-Tecnológico está constituido por tres módulos (módulo de ciencias de la naturaleza, módulo de matemáticas y módulo de tecnología), que incluyen los conocimientos básicos referidos a las materias de Ciencias de la Naturaleza, Matemáticas y Tecnologías, así como los aspectos relacionados con la salud y el medio natural. La selección de contenidos propuesta se ha efectuado con el objetivo de desarrollar de forma más práctica, experimental y operacional los conocimientos básicos de cada materia.

***Ámbito Científico-Tecnológico. Formación Básica. Programas de Cualificación Profesional Inicial (PCPI).* Irene Tuset Relaño y otros. Editorial Donostiarra. ISBN: 978-84-7063-398-0. 260 páginas.** Uno de los módulos formativos de carácter general de los PCPI es el de Formación Básica, que se organiza en torno a ámbitos de conocimiento. El ámbito Científico-Tecnológico se ha construido a partir de los contenidos curriculares de la ESO para las materias de matemáticas y ciencias de la naturaleza, cuya selección se ha efectuado con el objetivo de desarrollar de forma más práctica, experimental y operacional los conocimientos básicos de cada materia. Este ámbito proporcionará a los alumnos una formación matemática básica, mediante la adquisición de destrezas numéricas, algebraicas, estadísticas y el desarrollo de competencias geométricas de carácter elemental que les permitan responder a las exigencias de su actividad laboral. El aprendizaje se plantea de forma esencialmente práctica a partir de las aplicaciones habituales de estas materias en la vida real.

***Cuaderno de trabajo de Matemáticas. PCPI - Formación básica.* Editorial Editex. ISBN: 978-84-9771-553-9. 128 páginas.** Contenidos: Los números – Divisibilidad y fracciones – Los porcentajes – Magnitudes y medidas – Ecuaciones – Geometría – Estadística.

***Cuaderno de trabajo de Matemáticas y Ciencias. PCPI - Graduado.* Editorial Editex. ISBN: 978-84-9771-301-6. 104 páginas.** Contenidos: Números reales y proporcionalidad – Sucesiones y ecuaciones – Las fuerzas y los movimientos. Funciones – Materia, átomos, elementos y compuestos. Cambios químicos – Estadística y probabilidad – Cuerpos geométricos y transformaciones geométricas – Electricidad.

***Matemáticas. Graduado en Educación Secundaria para Personas Adultas. Nivel 1. Libro 1.* José Manuel Llera Poveda. Editorial Popular. ISBN: 978-84-7884-510-1. 110 páginas. — *Matemáticas. Graduado en Educación Secundaria para Personas Adultas. Nivel 1. Libro 2.* José Manuel Llera Poveda. Editorial Popular. ISBN: 978-84-7884-511-8. 140 páginas.** Este libro de matemáticas es el resultado de varios años de trabajo directo con alumnos que ha llevado al autor a la necesidad de elaborar materiales y de su adaptación a las características del alumnado del nivel 1 de Educación Secundaria para Personas Adultas. El libro está dividido en 6 temas: divisibilidad, decimales, fracciones, proporcionalidad, álgebra y geometría, repartidos en dos tomos, para facilitar su manejo. En todos ellos se sigue la misma estructura formal: una breve introducción teórica, varios ejemplos desarrollados y ejercicios de dificultad creciente que permitan afianzar los conocimientos del tema y poder avanzar al siguiente contenido.

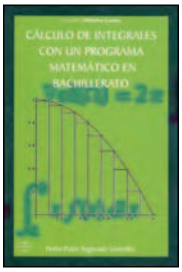
***Compendio de Problemas de Matemáticas para el Bachillerato.* Diego Torrecilla de Amo, Juan de Dios Molina Mendoza. Editorial GEU.** "*Compendio de Problemas de Matemáticas para el Bachillerato*" consta de cuatro volúmenes y un suplemento de Selectividad. Los volúmenes I (Aritmética, Álgebra, Trigonometría y Geometría) y II (Análisis, Estadística, Probabilidad y Aritmética Mercantil) corresponden a los contenidos de primero de bachillerato e incluyen aspectos teóricos y más de 4.000 problemas resueltos y propuestos con solución, con diferentes niveles de dificultad y numerosas ilustraciones y gráficos a color. Los volúmenes III (Álgebra y Geometría) y IV (Análisis) corresponden a los contenidos de segundo de bachillerato e incluyen, también, aspectos teóricos y más de 2.800 problemas resueltos y propuestos con solución, con diversos niveles de dificultad y sus correspondientes gráficos a color, que facilitan la comprensión y aprendizaje de los ejercicios. La obra incluye un suplemento de Selectividad con 436 problemas de las pruebas de acceso a la Universidad de las 17 Comunidades Autónomas. En total se plasman más de 7.200 problemas en 2.562 páginas de una minuciosa y cuidada colección para el bachillerato, con sus correspondientes aspectos teóricos, hasta conseguir una obra a la que acudir cuando buscamos algo con la seguridad de poder encontrarlo.

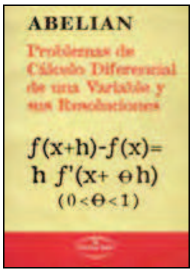
***Ejercicios con números racionales, irracionales, potencias y radicales en Secundaria – Ejercicios de proporcionalidad en Secundaria – Ejercicios con sucesiones, progresiones aritméticas y geométricas en Secundaria – Ejercicios de expresiones algebraicas en Secundaria – Ejercicios de ecuaciones de primer y segundo grado en Secundaria – Ejercicios de funciones en Secundaria.* Francisco Javier Ballester Sampedro, José Ignacio Ballester Sampedro, Sergio Ballester Sampedro. Editorial Liber Factory.** En estos libros se tratan temas de la asignatura de matemáticas a nivel de segundo ciclo de ESO. Se tratan una gran variedad de ejercicios y problemas de aplicación de los distintos conceptos aprendidos.

***Matemáticas transversales.* Rosario Mª González Vigil. Editorial GEU.** 5 cuadernos de refuerzo y apoyo a las matemáticas absolutamente compatibles con cualquier libro de texto. Trabajan de forma progresiva todos los contenidos mínimos de la Educación Primaria. Sus objetivos son: - Aprender matemáticas desarrollándose como persona, ejercitando su capacidad crítica y la responsabilidad para tomar decisiones - Trabajar una serie de habilidades sociales básicas - Aprender a detectar injusticias, a construir formas de vida más solidarias, a ensayar comportamientos coherentes y participativos - Sensibilizar, ejecutar el diálogo, optar con responsabilidad, ayudar a los alumnos a ser mejores personas, ciudadanos justos, críticos y democráticos. El diseño de este material puede ser muy rico para aquellos niños que presentan necesidades educativas especiales o con adaptaciones curriculares en el aula.

***Matemáticas Bilingüe Español - Inglés.* Eva Acosta Gavilán, Miguel Pino Mejías, Johanna Walsh. Editorial GEU.** Estos dos libros de matemáticas, que recogen todos los contenidos matemáticos de 1º y 2º de ESO, han sido preparados y adaptados para aquellos centros en los que las matemáticas se encuentran incluidas dentro del proyecto bilingüe (inglés). La preparación en lengua inglesa de estos libros de texto ha sido cuidadosamente elaborada para que, partiendo de las definiciones más básicas de cada unidad, pueda llegarse a la resolución de los ejercicios propios del tema, ya estén redactados en castellano o en inglés.

Matemáticas. Adaptación Curricular. Educación Secundaria 1 y 2 ESO. **Mª Pilar Jiménez Hornero. Editorial GEU. ISBN: 978-84-9915-415-2. 120 páginas.** Este recurso didáctico surge para dar respuesta a las necesidades de alumnos de 1º y 2º de ESO de Aulas de Apoyo a la Integración. Sus objetivos son: - Proporcionar una base de conocimientos que les permita afrontar los nuevos aprendizajes, para poder seguir el ritmo del aula ordinaria - Despertar el interés y la motivación hacia la educación que se ofrece al alumnado, de modo que no aparezcan conductas desajustadas.





Ejercicios para el aprendizaje de conceptos matemáticos en 2º ESO. **Pedro Pablo Segurado González. Editorial Visión Libros. ISBN: 978-84-9821-539-0. 76 páginas.** En la enseñanza de las matemáticas en el primer ciclo de ESO en ocasiones se hace difícil trabajar el aprendizaje de conceptos. La mayoría de los ejercicios de los libros de texto trabajan sobre todo procedimientos. Además, en ocasiones, los alumnos terminan aprendiendo algoritmos de manera repetitiva, sin un aprendizaje comprensivo de los mismos. Puede ser útil disponer de cuestiones y ejercicios como los que aquí se presentan, para 2º de ESO, que tratan de hacer reflexionar sobre los conceptos más importantes de cada tema y que además permiten la evaluación por parte del alumno.

Cálculo de integrales con un programa matemático en Bachillerato. **Pedro Pablo Segurado González. Editorial Visión Libros. ISBN: 978-84-9821-536-6. 78 páginas.** Esta obra está estructurada en dos partes, la primera se dedica a plantear una serie de cuestiones o consideraciones previas, en relación con la situación actual del cálculo de primitivas en Bachillerato, así como las posibilidades de un planteamiento didáctico alternativo, utilizando los medios informáticos disponibles actualmente. La segunda parte es una unidad didáctica que plantea el tratamiento del cálculo de primitivas en Matemáticas II de 2º de Bachillerato utilizando un asistente matemático.

Problemas de cálculo diferencial de una variable y sus resoluciones. **Grupo Abelian. Editorial Visión Libros. ISBN: 978-84-9770-666-8. 124 páginas.** El propósito de esta colección de problemas resueltos es proporcionar al lector una amplia visión del cálculo diferencial relativo a funciones reales de una variable real desde el punto de vista de aplicaciones prácticas de la teoría y también desde el punto de vista de extensiones de la misma. Estas extensiones están reflejadas en forma de problemas teóricos cuya resolución ha sido cuidadosamente redactada. Se ha hecho énfasis en este tipo de problemas los cuales son escasos en la mayor parte de tratados relativos a problemas resueltos de análisis matemático.

Problemas resueltos de Estadística Descriptiva. **Luis Rubio Andrada, Rocío Marco Crespo. Editorial Visión Libros. ISBN: 978-84-9770-003-0. 198 páginas.** Este libro es fruto de la experiencia de los autores, durante casi cuatro lustros, como profesores de estadística descriptiva en las licenciaturas de Economía y Administración de Empresas, así como de estadística aplicada en la licenciatura de Antropología. A diferencia de otros textos, los problemas aquí vistos son extensos y están orientados a una comprensión profunda de la estadística y de la utilidad que esta herramienta tiene en la investigación social.

Teoría de números. **Antonio Cipriano Santiago Zaragoza. Editorial Visión Libros. ISBN: 978-84-9886-360-1. 140 páginas.** Para Hardy la teoría de números era “la menos práctica de las ramas de la matemática” y para Lobachewsky “no había ninguna rama de la matemática, por abstracta que fuera que no se pudiera aplicar algún día a los fenómenos del mundo real”. Con Internet y la necesidad de comunicaciones seguras, parece que la razón está de parte de Lobachewsky. Este libro es una mezcla de ambas visiones, ya que aunque su objetivo fundamental es el de mostrar algunos de los tests de primalidad más eficientes de los que disponemos, para llegar a él hay que hacer un breve, pero intenso, recorrido por algunos de los tópicos más teóricos de la teoría de números, como divisibilidad, congruencias, ley de reciprocidad cuadrática o factorización de números.

Las númeras: Todo el sistema de numeración decimal transformado en letras del alfabeto. Un proyecto alternativo o sustitutorio del sistema arábigo. **Editorial Visión Libros. ISBN: 978-84-86204-62-3. 64 páginas.** En el desarrollo de toda la obra late una idea capital, que es la sustitución de los signos dígitos arábigos por letras minúsculas del alfabeto. El 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 son sustituidos por «o» vocal, b, c, d, f, g, l, m, n, p. Toda ella es una aplicación práctica de esta idea. Se especifica de modo concreto la escritura, lectura y equivalencia de los números nuevos hallados, al que yo puse el nombre de «númeras», considerando su formación inequívoca de género femenino, en tanto, los números naturales arábigos son de configuración, claramente, masculina. Una vez especificada la manera de escribir y leer las «númeras», paso a repasar con ellas, de modo superficial, y, a modo de ejemplo toda la aritmética tradicional de nuestras escuelas.

***Resúmenes de Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I con notas históricas.* Antonio Cipriano Santiago Zaragoza, María José Santiago Puertas. Editorial Visión Libros. ISBN: 978-84-9008-128-0. 190 páginas.** — ***Resúmenes de Matemáticas I con notas históricas.* Antonio Cipriano Santiago Zaragoza, María José Santiago Puertas. Editorial Visión Libros. ISBN: 978-84-9008-132-7. 210 páginas. *Resúmenes de Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II con notas históricas.* Antonio Cipriano Santiago Zaragoza, María José Santiago Puertas. Editorial Visión Libros. ISBN: 978-84-9008-130-3. 290 páginas.** — ***Resúmenes de Matemáticas II con notas históricas.* Antonio Cipriano Santiago Zaragoza, María José Santiago Puertas. Editorial Visión Libros. ISBN: 978-84-9008-134-1. 190 páginas.** Para seguir con aprovechamiento el contenido de estos libros basta tener algunas ideas claras en relación con las matemáticas estudiadas en la ESO. Las introducciones históricas que acompañan a la mayoría de los resúmenes se quiere que cumplan un doble objetivo: por una parte mostrar esa otra parte de la historia que nunca se estudia (la historia de las matemáticas) y, por otra, mostrar esta ciencia como algo vivo, en constante cambio, ya que da la impresión cuando se estudian matemáticas, que las propiedades, operaciones y problemas que estudia esta disciplina son "siempre los mismos".

***Relatos matemáticos: Sobre números y letras.* Real Sociedad Matemática Española - DivulgaMAT. Grupo Anaya. ISBN: 978-84-667-7642-4. 256 páginas.** — ***Relatos matemáticos: La conjetura de Borges.* Real Sociedad Matemática Española - DivulgaMAT. Grupo Anaya. ISBN: 978-84-678-1474-3. 256 páginas.** — ***Relatos matemáticos: Construcciones literarias con pluma y compás.* Real Sociedad Matemática Española - DivulgaMAT. Grupo Anaya. ISBN: 978-84-678-3173-3. 182 páginas.** Estos libros reúnen los mejores relatos de tres de las ediciones del Concurso de Relatos Cortos DivulgaMAT que organiza la Real Sociedad Matemática Española. Decía Voltaire que había más imaginación en la cabeza de Arquímedes que en la de Homero, y quizá llevase razón. En estas páginas, el lector descubrirá que, cuando ambas imaginaciones se juntan, cuando la creación literaria se da la mano con la racionalidad matemática, el resultado es maravilloso y que las letras y las ciencias no dejan de ser las dos caras de una misma moneda: la de la creatividad humana. Entre los autores de estos relatos se encuentran profesionales de la literatura que han aceptado el reto de incluir en sus argumentos algún tema matemático, y profesionales de la matemática que se han atrevido a plasmar por escrito, y con acierto, alguna de sus experiencias, reflexiones o fantasías alrededor de las matemáticas.

***Ficciones matemáticas: Entre lo real y lo imaginado.* Real Sociedad Matemática Española - DivulgaMAT. Grupo Anaya. ISBN: 978-84-667-7641-7. 128 páginas.** — ***Ficciones matemáticas: El despertar de una ecuación.* Real Sociedad Matemática Española - DivulgaMAT. Grupo Anaya. ISBN: 978-84-678-1473-6. 144 páginas.** — ***Ficciones matemáticas: Sueños infinitos.* Real Sociedad Matemática Española - DivulgaMAT. Grupo Anaya. ISBN: 978-84-678-3174-0. 140 páginas.** Estos libros recogen las mejores redacciones de tres de las ediciones del Concurso de Narraciones Escolares DivulgaMAT que organiza la Real Sociedad Matemática Española. Los jóvenes autores de estos relatos, escolares de edades comprendidas entre 12 y 18 años, proponen una mirada más humana y cultural de las matemáticas. La cuidadosa selección realizada por el jurado, compuesto por especialistas tanto en literatura como en matemáticas, ha permitido que las muestras que aquí se recogen sean la de mayor calidad posible. En estas páginas podemos encontrar todo un panorama de historias, unas veces reales, otras veces imaginarias, las más de las veces soñadas, pero siempre con un distintivo común: inspiradas en las matemáticas.

Un número mágico. **Ana Alonso. Colección Pizca de Sal. Grupo Anaya. ISBN: 978-84-667-9504-3. 96 páginas.** Con este libro aprenderás... sobre la escritura de números y su valor según ocupen la cifra de las unidades, las decenas, las centenas o las unidades de millar; repasarás los conceptos de mayor y menor, y practicarás la descomposición numérica.

La biblioteca del sultán. **Ana Alonso. Colección Pizca de Sal. Grupo Anaya. ISBN: 978-84-667-2950-1. 120 páginas.** Además de disfrutar de la lectura, profundizarás en los conceptos de fracción y de proporcionalidad.

Los magos del Gran Bazar. **Ana Alonso. Colección Pizca de Sal. Grupo Anaya. ISBN: 978-84-667-2951-8. 128 páginas.** Además de disfrutar de la lectura, te familiarizarás con los porcentajes y la proporcionalidad directa.


Colección Libretas de Ingenio. **Àngels Navarro. Grupo Anaya. 32 páginas cada cuaderno.** Colección compuesta de 6 cuadernos de juegos para todos aquellos a los que les gusten las sopas de letras, las adivinanzas, los jeroglíficos, los crucigramas, los juegos matemáticos, los de asociación, etc. Estas libretas no solo son un gran entretenimiento para los días de lluvia, los viajes largos o las salas de espera, sino también un excelente modo de ejercitar nuestra mente. En cada juego se indica su nivel de dificultad: fácil, difícil o muy difícil.

1001 juegos de inteligencia para toda la familia. **Àngels Navarro. Grupo Anaya. ISBN: 978-84-667-9526-5. 264 páginas.** Este libro contiene entretenidos ejercicios de memoria, crucigramas, problemas matemáticos, juegos de letras y acertijos que ayudarán a potenciar las capacidades del cerebro tanto de los mayores de la familia como de los más pequeños. Los juegos de este libro están clasificados en seis tipos que se corresponden con las seis habilidades cognitivas que los psicólogos coinciden en seleccionar como indicadores esenciales de la inteligencia: percepción, cálculo, espacio, lenguaje, memoria y razonamiento. Al final del libro se encuentran las soluciones de todos los juegos y, además, se incluye una lámina transparente para anotar las soluciones sin tener que escribir en las páginas.


Diccionario esencial de Matemáticas. **Colección Vox 10. Larousse Editorial. ISBN: 978-84-9974-001-0. 408 páginas.** Este volumen representa una valiosa ayuda para afrontar con éxito las matemáticas. A través de sus definiciones, ejemplos, ejercicios modelo resueltos y resúmenes, el estudiante puede solucionar sus dudas y reforzar sus conocimientos de la materia. En este libro encontrarás: - Definición de conceptos - Ejemplos junto a las definiciones - Ejercicios modelo resueltos - Recursos para evitar los errores más frecuentes - Dibujos, gráficos y esquemas - Anécdotas de la historia de las matemáticas - Resumen de fórmulas.

Identificación y tratamiento de los alumnos con altas capacidades. Adaptaciones curriculares. Primaria y ESO. **Agustín Regadera López y José Luis Sánchez Carrillo. Editorial Brief. ISBN: 978-84-931888-8-3. 245 páginas.** Con este libro se pretende facilitar un medio práctico y eficaz con el que se pueda conocer mejor qué significa tener un alumno o hijo superdotado, matizando las diferencias entre la superdotación y la precocidad, el talento o la genialidad. Este libro explica cómo identificar a alumnos con altas capacidades y qué aspectos de su atención educativa pueden ser aplicables.

Matemáticas 3º ESO. Libro de texto + Propuesta didáctica. **Editorial Casals.** El material para el alumnado consta del libro del alumno en formato impreso y un conjunto de recursos digitales accesibles en http://www.ecasals.net. Cada unidad didáctica del libro del alumno en formato impreso consta de: Entrada de la unidad, Desarrollo de la unidad, Todo son matemáticas, Esto es básico, Actividades, Reto, Autoevaluación, Competencias que suman, Actividades TAC y Solucionario. Por su parte, el material para el profesor consta de la propuesta didáctica, en formato impreso y en formato digital.

***Refuerzo de Matemáticas 3º ESO. Repasa y aprueba.* Editorial Casals. ISBN: 978-84-218-3318-6. 160 páginas.** Cuaderno con breves resúmenes de conceptos, ejemplos resueltos y actividades para practicar, para la asignatura de refuerzo o bien como material de repaso o cuaderno de vacaciones. Incluye una separata con el solucionarlo.



***Colección Cuadernos de matemáticas*. María Antònia Canals. Editorial Rosa Sensat. 28 páginas/cuaderno - *Colección Los dossiers de María Antònia Canals.* María Antònia Canals. Editorial Rosa Sensat.** Partiendo de la convicción de que en la etapa de primaria la construcción del pensamiento matemático debe apoyarse en la propia experiencia y en la manipulación de materiales tangibles, los cuadernos se han elaborado en estrecha relación con los dossiers, que ofrecen la facilidad de trabajar en la línea del gabinete GAMAR, de la Universidad de Girona. Por eso los dossiers son muy recomendables para hacer una utilización eficaz de los cuadernos. Los temas de la colección son los siguientes: Primeros números y primeras operaciones – Fracciones – Estadística, combinatoria y probabilidad – Lógica a todas las edades – Superficies, volúmenes y líneas – Transformaciones geométricas – Problemas y más problemas – Medidas y geometría – Números y operaciones II – Las regletas.

***Cuadernos Domina Matemáticas con Bruño.* Editorial Bruño. 24 páginas cada cuaderno.** Colección de 18 cuadernos de matemáticas para trabajar las competencias matemática y de comunicación lingüística. No son cuadernos monotemáticos ni separan los ejercicios de cálculo de los problemas. En todos ellos se abordan adicionalmente el cálculo mental y las actividades de desarrollo de la inteligencia. La tipología de los ejercicios presenta la siguiente distribución: - Un 30% de cálculo operacional. Baterías de operaciones. Su complejidad crece de acuerdo con el nivel del cuaderno. - Un 30% de problemas. - Un 20% de cálculo mental y conceptos, como seriaciones, recorridos, estimaciones... - Un 20% de desarrollo de la inteligencia, actividades de razonamiento lógico, estructuración espacial, observación, etcétera.

***Programa de recuperación de matemáticas 2º ESO.* José María Arias Cabezas, Ildefonso Maza Sáez. Proyecto Contexto Digital. Editorial Bruño. ISBN: 978-84-216-7313-3. 72 páginas.** Cuaderno especialmente dirigido a grupos de recuperación o refuerzo de matemáticas de 2º de ESO. Está estructurado en 10 temas con un solucionario de todas las actividades al final. Cada uno de los temas se divide en 6 secciones; en tres de ellas, "Cuentas y problema del día", se proponen al alumnado cuatro operaciones o ecuaciones y un problema. Las otras tres secciones trabajan los contenidos mínimos de los distintos temas: se destacan los contenidos que el alumnado debe conocer para realizar las actividades y se plantean ejercicios de aplicación y problemas contextualizados.

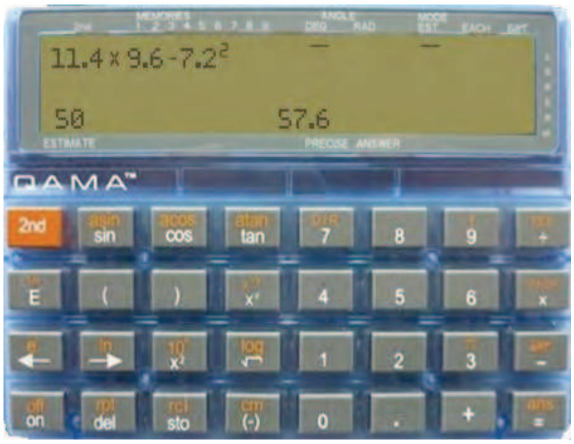
***Programa de ampliación de matemáticas 4º ESO.* José María Arias Cabezas, Ildefonso Maza Sáez. Proyecto Contexto Digital. Editorial Bruño. ISBN: 978-84-216-7362-1. 112 páginas.** Cuaderno especialmente dirigido a grupos de la optativa de 4º de ESO Ampliación de Matemáticas. Está estructurado en 12 temas divididos en 3 secciones: doble página con teoría y ejercicios y problemas resueltos de forma pormenorizada; apartados "Paso a paso", "Así funciona" y "Practica" donde se trabaja *Wiris* o *GeoGebra* aplicado a los distintos contenidos de la unidad; y ejercicios y problemas propuestos para resolver con bolígrafo y papel.

***Matemáticas Evolución.* Cuadernos Rubio. 20 páginas cada cuaderno.** Con la utilización de esta serie de seis cuadernos el alumno de la última etapa de la educación primaria desarrolla sus capacidades matemáticas a través de la exposición teórica de conceptos y la repetición sistemática de ejercicios. La distribución de los cuadernos es: 1 – Sistema de numeración. Medidas de tiempo. 2 – Doble, triple y cuádruple. Múltiplos y divisores. Potencias y raíces cuadradas. Números primos. Descomposición factorial. Mínimo común múltiplo y máximo común divisor. 3 – Fracciones: concepto y operaciones básicas. Números decimales. 4 – Sistema métrico decimal: medidas de longitud, capacidad y peso. Números complejos e incomplejos. Medidas de superficie. 5 – Porcentajes: concepto, operaciones básicas y problemas. Proporcionalidad. Regla de tres. 6 – Formas geométricas planas: ángulos y polígonos. Cálculo de perímetro y superficie. Teorema de Pitágoras. Circunferencia y círculo. Más información en http://www.rubio.net

***Matemáticas II*. Jesús Castillo Requena, María R. Díaz Nieto, María Elena Rubio Ballesteros. Colección La Guía de Micha. Samúi Ediciones. ISBN: 978-84-936640-4-6. 6 páginas.** Los contenidos fundamentales de la asignatura en sólo 3 hojas en color, desplegables y plastificadas. Contenidos: matrices y determinantes; sistemas de ecuaciones lineales; vectores; rectas y planos; límites de funciones elementales; continuidad; derivadas; integración.

***Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II*. María R. Díaz Nieto, María Elena Rubio Ballesteros. Colección La Guía de Micha. Samúi Ediciones. ISBN: 978-84-936640-1-5. 6 páginas.** Los contenidos fundamentales de la asignatura en sólo 3 hojas en color, desplegables y plastificadas. Contenidos: matrices; sistemas de ecuaciones lineales; programación lineal bidimensional; límites de funciones elementales; continuidad; derivadas; combinatoria; probabilidad; estadística inferencial, muestreo, estimación puntual y estimación por intervalos.

CALCULADORAS



***QAMA* (Quick Approximate Mental Arithmetic)** es una calculadora cuyo aspecto es similar al de una calculadora de las que estamos acostumbrados a ver, pero que tiene un funcionamiento ligeramente distinto: cuando introducimos una operación cualquiera, *QAMA* no nos da el resultado directamente sino que nos obliga a introducir una estimación del resultado antes de darnos el correcto. Es decir, *QAMA* nos pide que hagamos un esfuerzo mental para calcular un resultado más o menos aproximado de la operación que le hemos introducido. Si es una operación muy sencilla *QAMA* necesitará de una aproximación muy buena y si no es tan sencilla nos da algo más de margen. Más información sobre *QAMA*, como unas instrucciones básicas de uso y una guía orientativa sobre el grado de estimación que debemos utilizar, podemos encontrarla en la propia web de *QAMA*:

http://www.QAMAcalculator.com

JUEGOS


Trax


Tantrix


Tantrix Match!


Swish


Math Dice Jr.


Murphyx

Trax es un juego de estrategia para dos jugadores. Fue inventado por el neocelandés David Smith en 1980 y ha ganado numerosos premios internacionales por su elegancia y profundidad de juego. *Trax* se compone de 64 fichas idénticas (cuadradas, de baquelita, de color negro y con líneas en colores blanco y rojo, rectas en una cara y curvas en la otra), un libro-guía de instrucciones y una bolsa de viaje. ¿Cómo se juega? – Cada jugador elige un color y, por turnos, van colocando las fichas – Una vez jugada la primera ficha, el resto de fichas deben conectar con una o más fichas ya jugadas – En todos los casos, los colores de las líneas deben coincidir siempre – Las fichas pueden jugarse por cualquiera de las dos caras – La regla de la jugada obligada requiere jugar una o más fichas durante el mismo turno de juego – El objetivo del juego es formar una línea o circuito del color que haya elegido cada jugador. Para más información y para jugar on-line: http://www.tantrix.com.es y http://www.taxgame.com

Tantrix es un juego que fue inventado en el año 1991 por el neocelandés Mike McManaway, antiguo campeón de backgammon en su país. Desde entonces, *Tantrix* ha ganado varios premios en todo el mundo. En 1994 *Tantrix* fue sometido a un detallado programa de pruebas y análisis en grupos de escolares en Francia. El estudio determinó que *Tantrix* es útil, versátil y una divertida herramienta de trabajo para el desarrollo de la lógica, el razonamiento, la discriminación visual y las habilidades de observación. La mezcla de suerte y habilidad hacen que *Tantrix* se pueda disfrutar de todas las formas posibles: como divertido juego familiar para 2 a 4 jugadores, como serio y adictivo juego de estrategia para dos jugadores, y de forma individual con los múltiples puzzles solitarios que ofrece. El juego completo está formado por 56 fichas hexagonales de baquelita, de color negro y numeradas del 1 al 56 en la cara inferior. En la cara superior de cada ficha hay unas líneas de tres formas distintas: rectas, curvas abiertas y curvas cerradas. Las líneas están pintadas en combinaciones de cuatro colores distintos: rojo, amarillo, azul y verde. Las combinaciones entre los tres tipos de línea, los cuatro colores distintos y la numeración que lleva cada una de ellas, hace que cada ficha sea única. La "regla de oro" que siempre debe cumplirse en el *Tantrix* es que al encajar las fichas hexagonales deben coincidir las conexiones de color en los lados adyacentes. Cada jugador debe hacer crecer la línea de su color mientras bloquea la línea de su oponente. Puede obtenerse más información y jugar on-line en: http://www.tantrix.com.es y http://www.tantrix.com

Tantrix Match! es un puzzle-sudoku para un solo jugador, especialmente diseñado para ejercitar el pensamiento espacial y la lógica. Se compone de un tablero de madera, 12 tarjetas-puzzle plastificadas, con varios niveles de dificultad, 13 fichas hexagonales de baquelita e instrucciones de juego y otras actividades. Aunque todas las fichas se parecen, no hay dos iguales. Los puzzles se resuelven mejor aplicando la lógica y la deducción, aunque aplicar el sistema “prueba y error” también puede funcionar. ¿Cómo se juega? – Se elige una tarjeta-puzzle y se coloca sobre la plataforma de madera - Se buscan y posicionan las fichas físicas sobre las impresas en la tarjeta-puzzle – Se coloca el resto de fichas de forma que todos los colores coincidan. Para obtener más información y para jugar on-line: http://www.tantrix.com.es y http://www.tantrix.com

Swish es un juego de razonamiento espacial con 60 cartas transparentes que reta a ser los primeros en hacer combinaciones o “*Swish*”. Un *Swish* se forma apilando dos o más cartas de manera que cada punto quede dentro de un círculo del mismo color. Las cartas pueden rotarse y/o voltearse, pero tienen que quedar apiladas una sobre otra con la misma orientación y no puede quedar ningún punto o círculo sin pareja. El jugador que haya conseguido más combinaciones al final del juego gana. *Swish* refuerza las habilidades visuales y espaciales, sus distintas variantes desafían a jugadores de todas las edades y con diversas aptitudes, es rápido y divertido para grupos. Más información en las siguientes páginas web: http://www.thinkfun.com y en http://www.mercurio.com.es

Math Dice Jr. es el perfecto juego para que los más pequeños practiquen el cálculo mental mientras se divierten. El juego incluye un dado de 12 caras, cinco dados de 6 caras, un marcador de puntos, instrucciones y una bolsa de viaje. ¿Cómo se juega? – Se lanza el dado de 12 caras para marcar el número objetivo – Se lanzan los cinco dados de colores para calcular – Usando sumas y/o restas se combinan los valores de los dados para alcanzar el número objetivo – Se avanza en el marcador de puntos tantos espacios como dados se hayan utilizado en los cálculos – El jugador que llegue primero a la línea de meta es el ganador. Más información puede obtenerse en http://www.thinkfun.com y en http://www.mercurio.com.es

Murphyx, denominado en la versión inglesa *Count the nines*, es un juego de mesa creado por el valenciano Javier Muñoz Andújar. *Murphyx* ha ganado varios premios en todo el mundo, como, por ejemplo, el premio “*Juego del Año*”, concedido en 2011 por la empresa especialista en juegos “*Happy Puzzle Company*”. *Murphyx* es un juego de números que mejora el potencial aritmético y la agilidad de cálculo mental, de una forma amena y divertida. *Murphyx* consta de 40 fichas de colores con números, 5 fichas *Nix/Murphyx*, un dado de 8 caras, un tapete e instrucciones. ¿Cómo se juega? – Se reparten 8 fichas de números y una ficha *Nix/Murphyx* a cada jugador – Se lanza el dado, el número que salga será el número *Nix* – Cada jugador combina sus 8 fichas para que el resultado de su reducción a una cifra sea igual al número *Nix* – Una vez conseguido, el jugador ordena sus fichas de menor a mayor y detiene el juego poniendo su ficha *Nix/Murphyx* sobre el tapete. ¿Cómo se consigue el número *Nix*? El juego utiliza los números del 1 al 8 dispuestos en fichas de colores con un número por cada lado. En cada ficha, los números de ambos lados siempre suman 9. El juego consiste en reducir la suma de los 8 números (8 fichas) a una sola cifra, utilizando la regla matemática del nueve, según la cual podemos simplificar a cero todo aquello que sume nueve. Además, se pueden combinar las fichas usando la cara que más convenga (anverso o reverso). Más tener más información sobre *Murphyx*, visitar la página web http://www.murphyx.com

V JEMC

Los días 2 y 3 de marzo de 2012 se celebraron las Quintas Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria, organizadas por la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC). La Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria fue, como viene siendo habitual desde sus comienzos, el escenario donde se desarrollaron las actividades programadas para dichas Jornadas, cuyos organizadores siempre han contado con el apoyo incondicional de los responsables de la Facultad, para éste y para cuantos eventos se promueven desde la SMPC.

PROGRAMA

VIERNES 2 de MARZO			
16:00h-17:00h	**Recepción / Stands** — Entrada al Salón de Actos		
17:00h-17:30h	**Inauguración** — Salón de Actos		
17:30h-18:45h	**Conferencia Inaugural:** ***Promoviendo la flexibilidad matemática*** Jon Star, Universidad de Harvard — Salón de Actos		
18:50h-20:00h	**Comunicaciones**		
	Bloque Infantil y Primaria — Aula 9	Bloque Secundaria — Aula 7	Bloque Secundaria — Aula 10
	Una aproximación a las matemáticas en infantil. Equipo de infantil, Colegio Atalaya	***Una organización por ámbitos en el primer ciclo de la ESO.*** Ezequiel Martínez, IES Ricardo Bernardo	***Construcción de poliedros y origami modular.*** María José Fuente, IES Manuel Gutiérrez Aragón; Isabel Gómez, IES Marqués de Santillana; Rosario Iturralde, Sara Pérez y Raquel Trimiño, IES Foramontanos
20:00-20:30 h	**Visita a la exposición** ***Con pico y alas***, de José María Sorando		
SÁBADO 3 de MARZO			
09:15h-11:00h	**Comunicaciones**		
	Bloque Secundaria — Aula 9	Bloque Infantil y Primaria — Laboratorio 1 de Informática	Bloque Secundaria y Educación Superior — Aula 10
	La plataforma Moodle: otra herramienta de trabajo. Sandra Pana y Emilio Seoane, Colegio Castroverde	***GeoGebra Primaria: otras formas de experimentar la geometría.*** Ignacio de Miguel, Colegio Público El Lloréu (Gijón)	***Modelizando la realidad con una calculadora gráfica en colores.*** Abel Martín, IES Pérez de Ayala (Oviedo); Marta Martín, Universidad de Oviedo
11:00h-11:30h	**Café**		
11:30h-12:30h	**Ponencia-Debate:** ***Evaluaciones externas en matemáticas*** Tomás Recio, Universidad de Cantabria; Claudia Lázaro, Consejería de Educación, Cultura y Deporte. — Salón de Actos		
12:30h-13:45h	**Conferencia de Clausura:** ***Cine y Matemáticas*** José María Sorando, IES Elaios (Zaragoza) — Salón de Actos		
13:45h-14:00h	**Evaluación de las Jornadas** — Salón de Actos		
14:00h-14:15h	**Clausura** — Salón de Actos		

La mesa que presidió el acto de inauguración de las V JEMC estuvo integrada por Miguel Ángel Serna Oliveira, Consejero de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria; José Luis Blanco López, Director General de Ordenación e Innovación Educativa de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria; María Tejerina Puente, Concejala de Medio Ambiente del Ayuntamiento de Santander; Fernando Etayo Gordejuela, Vicerrector de Ordenación Académica de la UC; Ernesto Anabitarte Cano, Decano de la Facultad de Ciencias de la UC; Andrés Iglesias Prieto, Director del Departamento de Matemáticas y Ciencias de la Computación de la UC; José Luis Montaña Arnáiz, Director del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación de la UC; Julio

Güemez Ledesma, Director del Aula de la Ciencia de la UC, y María José Señas Pariente, Presidenta de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria. Las experiencias personales en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, la importancia de las matemáticas en el ámbito profesional y cotidiano, la formación y motivación del profesorado o su buena respuesta a las Jornadas de Enseñanza de la Matemáticas, junto a otros comentarios marcadamente políticos, fueron algunos de los aspectos mencionados a lo largo de las intervenciones de los componentes de la mesa.

Vista de la mesa que presidía el acto inaugural de las Jornadas.

Cartel anunciador de las Jornadas.

Las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas de Cantabria se organizan desde sus comienzos en torno a unos objetivos muy definidos:

- Promover la colaboración y el intercambio de experiencias docentes entre grupos de profesores de matemáticas.
- Intercambiar información sobre cuestiones relacionadas con la formación del profesorado, delimitando prioridades y abordando temáticas de interés y de actualidad para el profesorado de matemáticas.
- Desarrollar un debate sobre la calidad de la docencia en matemáticas, planteando cuestiones y transmitiendo soluciones novedosas orientadas a mejorar el rendimiento de los estudiantes.
- Contribuir a transmitir y a hacer visible la cultura matemática en la sociedad cántabra.
- Favorecer el encuentro de docentes de todas las etapas educativas con el fin de compartir trabajos e inquietudes del profesorado de matemáticas de nuestra región.

Se trata de una actividad formativa que se ha ido consolidando en cuanto a participación de docentes de matemáticas de Cantabria que intervienen bien como ponentes, presentando comunicaciones, o bien como asistentes. La actividad va dirigida a profesores de matemáticas de todos los niveles educativos, si bien la mayoría de los participantes imparten docencia de matemáticas en Secundaria. En esta edición ha aumentado el número de docentes de Infantil y Primaria inscritos en la actividad, aunque su número es notablemente inferior al número de inscritos de Secundaria y Universidad. Esperemos que próximas ediciones despierten su interés y sea mayor el número de participantes.

CONFERENCIAS DE INAUGURACIÓN Y DE CLAUSURA

CONFERENCIA INAUGURAL: *Promoviendo la flexibilidad matemática*

Jon Star, Universidad de Harvard

Jon Star trabaja en la actualidad como Assistant Professor en la Graduate School of Education de la Universidad de Harvard. Durante el curso 2011/2012 ha estado disfrutando de una estancia en España durante la cual ha visitado distintas universidades del país, entre ellas la de Cantabria. Durante su vista a esta universidad ha impartido diferentes charlas, una de las cuales es la que se reseña en estas líneas.

El propio profesor Star resume su intervención con las siguientes palabras: *En esta charla me centraré en un resultado importante de aprendizaje de las matemáticas escolares, sobre todo a nivel de enseñanza secundaria. Por* *"flexibilidad matemática" entiendo la capacidad de los alumnos cuando disponen de más de una manera para resolver un problema, de modo que así pueden seleccionar el camino más adecuado hacia la solución del problema planteado. La consideración de la flexibilidad nos obliga a pensar qué métodos de instrucción pueden ayudar a promover esta importante capacidad en los estudiantes. En mis investigaciones trato de entender mejor la flexibilidad matemática y su desarrollo, así como de identificar métodos de enseñanza que conduzcan a una mayor flexibilidad.*

Para proporcionar una idea más precisa de las palabras de Jon Star, vamos a dar uno de los ejemplos por él comentados, el de la resolución de ecuaciones. Este tema parece de especial interés para la investigación acerca de la flexibilidad matemática puesto que la resolución algebraica de ecuaciones admite diferentes vías de resolución donde unas se muestran más eficientes que otras.

Si la ecuación a resolver es del tipo $a\cdot(x+b)=c$ tal como $3\cdot(x+1)=15$, usando la *estrategia estándar*, se procedería de la manera siguiente: $3x+3=15 \Rightarrow 3x=12 \Rightarrow x=4$. Mientras que, usando una *estrategia más eficiente*, la resolución sería: $x+1=5 \Rightarrow x=4$

En la misma línea, pueden construirse ejemplos donde las ecuaciones de partida sean del tipo $a\cdot(x+b)+d\cdot(x+b)=c$ o bien del tipo $a\cdot(x+b)=d\cdot(x+b)+c$ y que admitan tanto una resolución estándar como una más eficiente.

El profesor Star durante su ponencia.

En relación a ese tema y en orden a valorar cómo los estudiantes usan unos u otros métodos de resolución, los esfuerzos del profesor Star y otros colaboradores se articulan sobre el estudio de los resultados obtenidos tras pasar pruebas específicas a diversos grupos de estudiantes de secundaria. El objetivo es examinar la veracidad de las siguientes hipótesis: (1) motivar la resolución de ecuaciones por más de una vía conduce a un mayor conocimiento y al uso de múltiples estrategias, y (2) una breve instrucción en la forma de buscar una prueba por estrategia conduce a un mayor conocimiento y al uso de estrategias eficientes.

Para una información más detallada de las condiciones de trabajo, se puede acudir a algunas de las publicaciones del profesor, como la que referenciamos a continuación: *Jon R. Star; Rittle-Johnson, B.; Flexibility in problem solving: The case of equation solving, Learning and Instruction (2007), doi: 10.1016/j.learninstruc.2007.09.018.*

CONFERENCIA DE CLAUSURA: *Cine y Matemáticas*

José María Sorando, IES Elaios (Zaragoza)

El IES Elaios de Zaragoza tiene la fortuna de contar entre sus profesores con José María Sorando Muzás, una persona con un magnífico interés por encontrar recursos para el aula de matemáticas entre los diversos aspectos de la vida cotidiana, tal y como se desprende de las palabras con las que él mismo resumía la que iba a ser su intervención en estas V Jornadas:

El profesor Sorando al inicio de su charla.

Cuando todavía me preguntan con asombro "¿pero… hay matemáticas en el cine?" o "¿se puede usar cine en clase de matemáticas?", a ambas preguntas no respondo con un "sí", sino con un "también". Hay matemáticas en el cine como las hay en cualquier ámbito del desarrollo humano, y ciertas escenas de películas pueden caber en nuestra clase como un recurso más, no como elemento básico. En esta conferencia se explicarán ambas afirmaciones, con ejemplos tan variados como es el cine o la vida misma. Escenas de acción, de amor, de intriga o de humor... siempre en coincidencia con las matemáticas y con una clase que intenta estar abierta al mundo.

Una visita a http://catedu.es/matematicas_mundo/CINE/cine.htm puede dar al lector una buena representación del material sobre cine del que dispone el profesor Sorando para ilustrar algunos contenidos matemáticos o proponer cuestiones matemáticas a sus alumnos a través de los blogs que él modera y en los que se da una idea precisa de cómo utilizar dicho recurso. http://mateselaios1.blogspot.com.es/search/label/Cine
http://mateselaios2.blogspot.com.es/search/label/Cine

Vídeos con *Mr. Bean* como protagonista son el punto de partida para proponer cuestiones sobre proporcionalidad o estimación. *Mi novia es una extraterrestre* o *Sal gorda* son títulos que el profesor maneja como elemento de reflexión, invitando a los estudiantes a encontrar algunos gazapos aparecidos en ambas películas. *Los Simpson* son el pretexto para repasar el teorema de Pitágoras o algunas ideas acerca de fracciones.

Ésa es una de las maneras en las que el profesor Sorando nos convoca a usar todos los medios que están a nuestro alcance para trabajar matemáticas dentro y fuera del aula, haciendo que cotidianeidad, ocio y aula sean un continuo y no una intersección accidental.

COMUNICACIONES SEGÚN LOS DIFERENTES BLOQUES TEMÁTICOS

BLOQUE INFANTIL Y PRIMARIA

Una aproximación a las matemáticas en Infantil

Jugar y aprender con las matemáticas ¡es divertido!

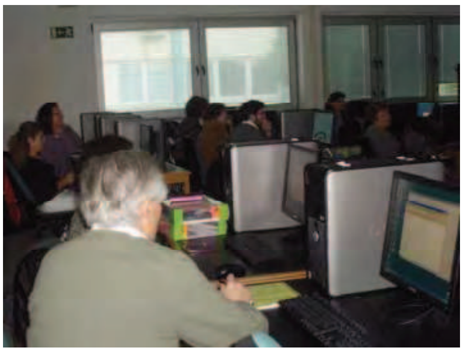
Soledad González, Equipo de Infantil, Colegio Atalaya

Durante su intervención, la profesora González nos presentó tres propuestas prácticas que lleva a cabo en su aula de Educación Infantil. Con dichas actividades (enmarcadas en los bloques temáticos de Números, Geometría y Resolución de Problemas) pretende potenciar en sus alumnos las habilidades matemáticas básicas que les permitan desenvolverse con soltura y acierto en las distintas situaciones, tanto dentro del aula como fuera de ella.

GeoGebra Primaria: otras formas de experimentar la geometría

Ignacio de Miguel, CP El Lloréu (Gijón)

En colaboración con el Instituto *GeoGebra* de Cantabria, se ha organizado un taller de GeoGebra centrado exclusivamente en desarrollar aspectos del curriculum de educación primaria, dando respuesta a una demanda creciente entre el profesorado de este nivel educativo.



El profesor de Miguel presentó un portal de matemáticas en Educación Primaria que se encuadra dentro de los proyectos del CPR Gijón (Centro de Profesorado y Recursos de Gijón). La dirección de dicho portal es:
http://www.proyectoscprgijon.es/mateprimaria/index.php
y en él, como se dice en su página de inicio, se pueden encontrar actividades de geometría dinámica para el alumnado de Educación Primaria, desarrolladas principalmente con *GeoGebra*.

Las actividades de geometría dinámica diseñadas para la enseñanza y aprendizaje en el nivel de Primaria están clasificadas principalmente en los siguientes bloques: *Líneas*, *Ángulos*, *Triángulos*, *Cuadriláteros*, *Circunferencia y círculo*, y *Otros polígonos*. Dentro de cada uno de estos bloques hay construidos *applets* específicos para cada uno de los aspectos a tratar, acompañados de una ficha de trabajo. Así, por ejemplo en la sección *Circunferencia y círculo* aparecen trabajos relacionados con el concepto y elementos notables, con las posiciones relativas de dos circunferencias, la longitud de la circunferencia, el valor del número Pi, etc.

La página web referida también dispone, entre otros elementos, de un pequeño cuestionario de evaluación acerca de la utilidad del material que contiene y, a la vista de los resultados, podemos afirmar que son más que satisfactorios.

Una organización por ámbitos en el primer ciclo de la ESO

Ezequiel Martínez, IES Ricardo Bernardo

Una de las mayores dificultades que encuentran los alumnos de primaria al comenzar la secundaria obligatoria es la adaptación a una etapa con multiplicidad de asignaturas y profesores, lo que conlleva, además, enfrentarse a diferentes exigencias, metodologías, materiales e instrumentos de evaluación, en ocasiones muy diferentes entre sí. En algunos centros de Cantabria (entre los que se encuentra el IES Ricardo Bernardo, de Solares) ha comenzado a implantarse la organización de los dos primeros cursos de secundaria en ámbitos. Es un proyecto ambicioso que no pretende quedarse sólo en que un profesor asuma dos materias; más bien se trata de buscar la integración de saberes y la globalización del aprendizaje, rompiendo la estructura tradicional de bloques de contenidos y estableciendo relaciones, dejando de trabajar las matemáticas sólo desde y para las matemáticas y tratando de hacer que las matemáticas ayuden a aprender y comprender cuanto nos rodea.

Construcción de poliedros y origami modular

María José Fuente, IES Manuel Gutiérrez Aragón
Isabel Gómez, IES Marqués de Santillana
Rosario Iturralde, Sara Pérez y Raquel Trimiño, IES Foramontanos

El atractivo del origami se hizo palpable en este taller, al que acudió un elevado número de personas, que fueron parte muy activa del mismo. Las profesoras responsables iniciaron esta sesión señalando las líneas esenciales que caracterizan ese arte de origen japonés, para después comentar cuáles fueron los motivos que las iniciaron en su práctica. En varios casos estaba el deseo de motivar a una buena parte de su alumnado en la adquisición de una terminología precisa relacionada con la descripción de los poliedros así como la constatación de algunas propiedades elementales de los mismos.

En la parte más práctica del taller, las ponentes enseñaron a los asistentes a construir algunos poliedros mediante el denominado origami modular, donde las figuras se construyen ensamblando una determinada cantidad de piezas idénticas. En las fotografías queda puesto de manifiesto la entrega de los participantes en acabar una labor que no es tan sencilla como puede parecer.

La plataforma Moodle: otra herramienta de trabajo

Sandra Pana y Emilio Seoane, Colegio Castroverde

Los profesores durante su intervención.

La plataforma *Moodle* es, como conocerán los lectores, un sistema de gestión de cursos que permite a los docentes crear comunidades *e-learning*, cuya principal finalidad es que el aprendizaje se origine de forma constructiva y al ritmo de cada individuo al cual el curso va dirigido. Pero la realidad es que tanto *Moodle* como otros recursos de aprendizaje *online*, sin perder la idea de crear comunidades de aprendizaje, son utilizados con mucha mayor frecuencia como un complemento a la enseñanza presencial o semipresencial, produciéndose lo que ha dado en llamarse *b-learning*, una modalidad de aprendizaje que resulta de combinar la educación a distancia y la educación presencial, aprovechando las virtudes de ambos tipos. A esa línea se circunscribía el trabajo presentado por los profesores Pana y Seoane.

Tomando como punto de partida el tema de las Funciones a nivel de Tercero y Cuarto de ESO, los ponentes dieron una muestra del uso de *Moodle* como una aplicación que permite generar, organizar y compartir materiales al alcance de cualquiera de sus estudiantes en todo momento, para su trabajo en el aula o fuera de ella. La propuesta efectuada utiliza los tres grandes entornos que facilita *Moodle*: gestión de contenidos, comunicación y evaluación, cuya materialización queda resumida en la siguiente tabla.

moodle	Gestión de contenidos	Lecciones
		Applets (GeoGebra, Wiris)
		Whiteboard (Wiris)
		Textos en PDF (teóricos y prácticos)
		Aplicaciones Daniel Mentrard
		Enlaces de interés (Diccionarios,…)
	Comunicación	Preguntas/Tareas
	Evaluación	Cuestionarios

BLOQUE SECUNDARIA Y EDUCACIÓN SUPERIOR

Modelizando la realidad con una calculadora gráfica en colores

Abel Martín, IES Pérez de Ayala (Oviedo)
Marta Martín, Universidad de Oviedo

En el inicio de la exposición se señalaron las características de la calculadora gráfica CG-20 de CASIO, herramienta sobre la cual se articuló la presentación. Una de las características que se enumeraron fue que dicha calculadora es la primera en color LCD que ofrece una visualización al estilo de los libros de texto, con una pantalla de visibilidad superior, y de bajo consumo de energía. Además, ofrece la posibilidad de incorporar imágenes y vídeos para su análisis, aspecto éste que la diferencia de otras calculadoras gráficas.

Desde otro punto de vista, los ponentes defendieron que con una calculadora con las prestaciones de la CG-20 de CASIO se pueden realizar prácticamente las mismas tareas que con un ordenador y, además, por un lado, se evitan los problemas de uso de los laboratorios de simulación por saturación y, por otro, se da la oportunidad de realizar trabajos en grupo que en un aula de informática puede ser más limitado por su propia disposición.

Fijadas estas premisas, los profesores de la comunidad asturiana continuaron su intervención abordando una serie de actividades basadas, según sus palabras, en tres líneas de trabajo, con el objetivo de acercar las matemáticas al entorno cotidiano como algo natural y habitual. Esas líneas de trabajo las resumieron en:

(I) A partir de un enunciado literal, propuesto en la Prueba de Acceso a la Universidad (PAU) de Asturias, y que explica verbalmente el comportamiento de una situación determinada, pasamos a realizar un análisis un poco más exhaustivo de lo habitual.

(II) Estudio de imágenes fijas, sobre plano cartesiano, que permite la observación y el análisis del modelo matemático que podemos encontrar tras las formas presentadas.

(III) Imágenes en movimiento y modelización de trayectorias.

La intervención no se limitó a exponer dichas actividades. Se aportaron, además, las indicaciones técnicas necesarias para aprovechar los recursos que ofrece la calculadora gráfica, simplificando la labor de descubrimiento e investigación del docente.

PONENCIA – DEBATE

EVALUACIONES EXTERNAS EN MATEMÁTICAS

Tomás Recio, Universidad de Cantabria
Claudia Lázaro, Consejería de Educación, Cultura y Deporte

En los últimos años términos como evaluación de diagnóstico o pruebas Pisa se han convertido en algo cotidiano e intrínsecamente relacionados con la enseñanza. La importancia de dichas pruebas está en que nos proporcionan datos fiables y válidos para realizar diversos análisis. La preocupación por la calidad educativa ha convertido a la evaluación en su pilar principal pues permite realizar un seguimiento y una valoración de los resultados obtenidos que, a su vez, se transforman en mejoras de los procesos de enseñanza y aprendizaje, lo que conduce a una mejora de la calidad educativa.

Un momento de la intervención de los profesores Recio y Lázaro.

En el ámbito matemático, temas como la autoevaluación y la evaluación externa han sido el núcleo central de un seminario organizado por la federación española de sociedades de profesores de matemáticas, FESPM, ("Autoevaluación del profesor e indicadores de calidad en la enseñanza de las matemáticas") celebrado en el Centro Internacional de Encuentros Matemáticos (CIEM), de Castro Urdiales, en 2010 y cuyas conclusiones han sido difundidas en la revista Suma de noviembre de 2010.

De igual modo, en noviembre de 2011 se ha celebrado en Albacete otro seminario organizado por la de la FESPM y dedicado, precisamente, a "calidad y educación matemática" (ver http://www.fespm.es/-seminarios-).

La intervención de los ponentes versó sobre la situación actual, analizando tanto los resultados de las últimas evaluaciones como las evaluaciones en sí y reflexionando sobre los pros y los contras de esta cultura de la evaluación.

EXPOSICIÓN FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA
"CON PICO Y ALAS"

Durante la conferencia de clausura de las Jornadas que aquí se reseñan, José María Sorando Muzás ya se mostró como un verdadero maestro en el uso de nuestro entorno más inmediato como recurso didáctico en la enseñanza de las matemáticas. Si en ese momento fue el cine, en la exposición "Con pico y alas", de su propiedad y que compartió con todos los asistentes a las Jornadas, el profesor Sorando dio una lección de cómo aprovechar la fotografía para estudiar conceptos o transformaciones geométricas. Su afición por la ornitología, la fotografía y las matemáticas ha llevado a Sorando Muzás a coleccionar una serie de imágenes llenas de plasticidad, que impresionan no sólo por su calidad sino también por la nitidez con la que se percibe algún componente matemático en las mismas. La búsqueda intencionada o el azar han permitido capturar momentos en la vida de las aves o aspectos del mundo que las rodea que observados con mirada científica constituyen un verdadero estímulo para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Durante la celebración de estas Jornadas pudimos contemplar algunas de sus instantáneas.

En http://catedu.es/matematicas_mundo/FOTOGRAFIAS/fotografia.htm el lector puede contemplar hasta 2.000 imágenes catalogadas como *fotografías matemáticas*, cuyos puntos de partida son diversos y no se circunscriben al mundo de las aves, pero de ese bloque son las que se muestran a continuación, algunas de las que pudieron contemplarse en las V Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria.


Simetría


Traslación


Histograma


En un mundo cartesiano


Semicircunferencia


El cuatro

Durante el curso 2011/2012 la Facultad de Ciencias ha sido, una vez más, el escenario en el que se ha desarrollado el ciclo de talleres *Matemáticas en Acción*, que cumplía este año su octava edición. Esta serie de talleres nació en el curso 2004/2005 con la vocación de divulgar el conocimiento matemático presente tanto en las diversas disciplinas científicas como en las actividades más cotidianas y, año tras año, el gran interés mostrado por el público asistente da fe de que dicho objetivo está, sin lugar a dudas, lográndose. Desde sus inicios, el ciclo *Matemáticas en Acción* ha sido organizado por el Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación (MATESCO) de la Universidad de Cantabria (UC), pero es justo decir que la idea de su puesta en marcha y posterior organización se deben, como ya conocen nuestros lectores más veteranos, a los profesores Fernando Etayo Gordejuela y Luis Alberto Fernández Fernández. Una vez más, les agradecemos desde estas páginas su trabajo para que cada ciclo de talleres provoque la atención de todas aquellas personas a las que va dirigido. Curso tras curso los mencionados profesores han tenido la habilidad de contactar con profesionales de las diferentes áreas del saber científico y técnico que han dotado a sus charlas de todos los ingredientes necesarios para lograr y mantener el interés del público; por ello, nuestra felicitación.

En las líneas siguientes queremos reflejar lo que ha sido la octava edición de *Matemáticas en Acción*. No es nuestro propósito hacer una exposición exhaustiva de todas y cada una de las charlas de las que ha constado el ciclo de talleres, sino dar una idea de la variedad de las mismas.

La ponencia que abrió el ciclo se impartió el 19 de octubre de 2011 y estuvo a cargo de Raúl Ibáñez Torres, profesor de la Universidad del País Vasco. Su título fue ***Paseo matemático por los medios de comunicación*** y en ella el profesor Ibáñez mostró cuán divertidas pueden llegar a ser algunas noticias para el lector matemáticamente informado y cuán capaces son de desinformar a un lector menos preparado para interpretar números u otros contextos de carácter matemático. En todo caso, ambas situaciones parecen estar provocadas por dos posibles circunstancias: una, la manipulación de datos; y otra, el analfabetismo numérico de algunos redactores. La alerta, no sin cierta polémica, estaba servida. Mediante significativos ejemplos, como algunos relacionados con los índices de audiencia en emisoras de radio, o con ciertos datos aportados por líderes políticos de nuestro país o bien con los números facilitados por diferentes sectores sociales sobre la afluencia de personas a una manifestación, se solicitaba tener cuidado, por ejemplo, con la utilización de imágenes no proporcionales a los datos representados, poner atención ante gráficos truncados y hacer algunos simples cálculos para saber con qué quedarnos ante las denominadas *guerras de cifras*.

De las epidemias de cólera a la crisis de los pepinos: haciendo cuentas para buscar las causas de una enfermedad. Así se anunciaba la charla de Francisco Javier Llorca Díaz, profesor del Departamento de Ciencias Médicas y Quirúrgicas de la Universidad de Cantabria. En ella, el conferenciante hizo un recorrido histórico del desarrollo de la epidemiología, destacando las herramientas estadísticas que se han ido incorporando a estos estudios médicos. Asimismo, el profesor subrayó el cuidado con que dichas herramientas deben ser utilizadas para la obtención de resultados fiables. Algunos de los aspectos concretos que se abordaron en esta ponencia justifican el título: la investigación de la epidemia de cólera en Londres en 1851 por John Snow y William Farr, y la investigación de la epidemia de Escherichia coli en Alemania en 2011, atribuida inicialmente al consumo de pepinos.

El 2011 fue proclamado *Año Internacional de la Química*, hecho que recogimos en el número anterior de este Boletín en la sección DÍA ESCOLAR DE LAS MATEMÁTICAS que, para celebrar dicha circunstancia, ese año tuvo como hilo conductor una serie actividades relacionadas con esa ciencia, al amparo del título *Las Matemáticas de la Química*. Por un motivo similar, los organizadores de *Matemáticas en Acción* también quisieron participar de esa celebración invitando a los talleres a las profesoras Carmen Blanco Delgado y Josefina Renedo Omaechevarría, pertenecientes ambas al Departamento de Ingeniería Química y Química Inorgánica de la Universidad de Cantabria. A partir del sugerente título ***Química y Matemáticas: ¿extraña pareja o binomio inseparable?***, las profesoras Blanco y Renedo hicieron una revisión de la vinculación entre Química y Matemáticas a lo largo de la historia, ejemplificando cada una de las etapas. La representación logarítmica de la variación del pH y el aprovechamiento del espacio en las estructuras cristalinas de algunas substancias químicas fueron algunos de los ejemplos mostrados.

Las ponentes en un momento del taller, llevando a cabo una práctica de volumetría ácido-base.

Matemágicas fue el título de la ponencia de Carlos Vinuesa del Río, del Department of Pure Mathematics and Mathematical Statistics de la Universidad de Cambridge. Partiendo de que la mayor parte de la magia no tiene nada que ver con las matemáticas, pero que ciertos principios o resultados matemáticos pueden ser usados para hacer juegos de magia, el profesor Vinuesa, según sus palabras, usó como pretexto la magia para mostrar y hacer comprender algunos enunciados matemáticos de una manera más divertida. Que el público disfrutó sobremanera con este taller queda patente en la imagen inferior, donde puede verse cómo los rostros de los asistentes reflejan ese divertimento.

Los asistentes al taller disfrutando con las actividades propuestas por Carlos Vinuesa.

El principio de paridad, los sistemas de numeración en diferentes bases o algunas técnicas combinatorias fueron las bases sobre las que se fueron desgranando los juegos mágicos ofrecidos en esta ponencia.

Las matemáticas escondidas fue el título elegido por Emiliano Gómez Gramuglio, del Departamento de Matemáticas de la Universidad de California en Berkeley, para su ponencia. Este profesor ya había participado en el ciclo de talleres del curso 2010/2011 con una charla de las más celebradas por el público, titulada *Matemáticas jugando con agua*. En esta ocasión, la intención del profesor Gómez Gramuglio, tal y como explicó al inicio de su exposición, era mostrar la existencia de problemas aparentemente difíciles de resolver que pasan a ser de fácil solución una vez que se encuentra una manera adecuada de representarlo o alguna propiedad oculta, en contrapartida con otras situaciones donde un enunciado aparentemente muy sencillo resulta ser muy complicado de resolver.

Emiliano Gómez Gramuglio en un momento de su charla.

En algunos de los enunciados mostrados la técnica de la coloración permitía dar una rápida solución: *¿Es posible teselar por dominós un tablero 8x8 en el que se han eliminado dos esquinas opuestas? ¿Y un tablero 5x5 por tetraminós en forma de L? ¿Es posible asegurar que si hay seis personas en una fiesta, entonces tres de ellas se conocen entre si o bien hay tres donde todas entre sí se desconocen?*

Para saber el número de partidos que han de disputarse en un torneo de tenis de eliminación directa en el que participan 128 jugadores, el profesor mostró dos posibles soluciones, que él tildaba de difícil y fácil, respectivamente. Para llegar a la fácil se precisa lo que el ponente denominaba un cambio de perspectiva. Esta técnica también conducía a las soluciones fáciles de otros dos enunciados, que pueden encontrase en el material que, por cortesía del autor, está disponible en:

http://www.matesco.unican.es/1024.htm

Modelando el problema fue la última de las estrategias mostrada por el profesor Gómez Gramuglio para la resolución de dos enunciados. A continuación señalamos uno ellos y, para el segundo, remitimos a la dirección electrónica anterior. *¿Cuál es el número de regiones (disjuntas) en que queda dividido el interior de un círculo tras considerar en su borde n puntos y todos los segmentos determinados por ellos si no hay tres segmentos que tengan un punto en común en el interior del círculo?*

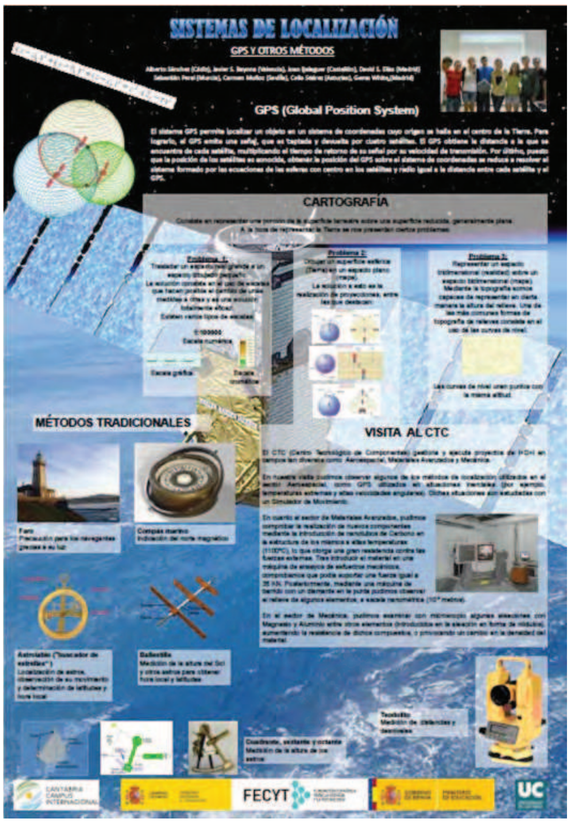
Otros ponentes a los que debemos agradecer talleres durante el curso 2011/2012, pero que también han participado con anterioridad en estos ciclos, son los profesores de la Universidad de Cantabria Julio Güemez Ledesma y Mario Fioravanti Villanueva.

El profesor Güemez pertenece al Departamento de Física Aplicada, y bajo el título ***Cuadrivectores: Matemáticas para una nueva didáctica de la Física***, reveló cómo el análisis de los procesos que involucran tanto conceptos de mecánica como de termodinámica mediante cuadrivectores de Minkowski, en el marco de la Teoría Especial de la Relatividad, puede ser muy útil para erradicar de los libros de texto ciertos errores producidos cuando se abordan tales cuestiones.

El profesor Güemez durante su intervención.

Por su parte, el profesor Fioravanti, del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación (MATESCO), disertó sobre la evolución que han sufrido los aparatos de localización de la posición de un objeto sobre la Tierra a lo largo de la historia, desde el faro al GPS, deteniéndose especialmente en los aspectos matemáticos que están involucrados en el funcionamiento de ese último sistema de navegación: ¿cómo está diseñado?, ¿qué ecuaciones se resuelven dentro de un receptor GPS?, ¿cuál es el papel de los relojes?, etc. Para ello, se tomó como punto de partida el trabajo realizado dentro de los Campus Científicos de Verano organizados por la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria a instancias de la Fundación Española para la Ciencia y la Tecnología (FECYT) con diferentes grupos de estudiantes de Secundaria. En la ponencia, que tenía por título ***GPS y Matemáticas: una experiencia con alumnos de Secundaria***, podían distinguirse las siguientes partes:

- presentación general de los Campus Científicos de Verano,
- aspectos concretos del titulado *GPS y otros métodos de localización*, origen de la charla: los métodos tradicionales de navegación, la teoría matemática que hay detrás de un GPS, la cartografía, etc.,
- resultados con los alumnos de Secundaria.



Uno de los pósters diseñados por los alumnos, presentado por el profesor Fioravanti en su charla.

Entre el grupo de profesores de la Universidad de Cantabria que participaron en el ciclo *Matemáticas en Acción 2011/2012* cabe citar, por último, a José Antonio Juanes de la Peña, del Instituto de Hidráulica Ambiental. Su conferencia estuvo titulada ***Aproximaciones y contribuciones de la Matemática y la Estadística al diagnóstico del medio ambiente acuático***. En la presentación de su trabajo, el profesor Juanes comentó que el objetivo del mismo era mostrar y analizar la importancia de la matemática, y en particular de la estadística, en las siguientes aproximaciones al Diagnóstico de los sistemas acuáticos, que él representaba por las *5 Ds*:

Delimitación de entidades

Dinámicas y procesos

Distribuciones

Diversidad

Decisiones

La primera de las aproximaciones está asociada con dar respuesta a la pregunta, en términos casi médicos, ¿qué tipo de pacientes tenemos? Empleando palabras del ponente, tanto la segunda como la tercera son aspectos imprescindibles para valorar propiedades demográficas y biogeográficas ligadas a la ecología de los sistemas acuáticos para lo que se han de tener en cuenta las respuestas a ¿de qué pruebas analíticas disponemos? y ¿en qué entornos nos movemos? Para describir los diferentes componentes de la *Diversidad* asociada a estos ecosistemas hay que tener en cuenta perspectivas y escalas muy distintas. Si la diversidad es perceptual, tiene que ver con el paisaje y se habla en términos de macroescala. Si se estudian hábitats o grupos, se entiende un trabajo a mesoescala y una diversidad ecológica. Si la diversidad tenida en cuenta es la genética, se entra en el ámbito de la microescala y se estudian razas, estirpes, etc.

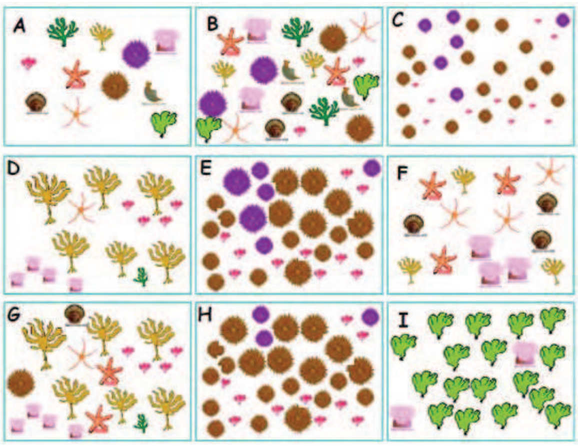


Imagen utilizada por el profesor Juanes para proponer y dar respuesta a cuestiones concretas acerca de diferentes comunidades: ¿cuál es más rica, A o B, A o F?, ¿cuál es más diversa, B o F, D o G?, etc.

En la quinta y última de las aproximaciones abordadas de la charla, la de la toma de *Decisiones*, se relacionan los indicadores que hacen posible la respuesta a ¿cómo determinar el estado de un ambiente dado? El conocer la variabilidad natural, la homogeneización de escalas o la definición de umbrales son algunas de las herramientas empleadas en esta etapa.

Un total de catorce charlas compusieron el programa *Matemáticas en Acción* 2011/2012, de las que faltan por enumerar las siguientes:

· ***¿Dónde estaría nuestra sociedad sin optimización?***, impartida por el profesor Pablo Pedregal Tercero, del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Castilla-La Mancha. Controlar un mundo complejo (la maniobrabilidad de un avión, la resistencia mecánica de una estructura compleja,…), producir ondas para comprimir imágenes sin pérdida de calidad o eliminar ondas que hacen ruido (para evitar un radar u optimizar un muro contra el ruido) fueron algunas de las aplicaciones enumeradas en esta ponencia acerca de la importancia de determinadas teorías matemáticas en el desarrollo y avance de otros campos de la ciencia y la técnica. La propuesta concreta de un modelo de control óptimo para la maniobrabilidad de los submarinos fue el ejemplo desarrollado por el profesor Pedregal.

· ***Glaciaciones y dinámica no lineal***, por Jesús Ildefonso Díaz Díaz, profesor del Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad Complutense de Madrid. "Mediante un modelo no lineal de gran simplicidad se ofrecen justificaciones plausibles de varias fluctuaciones climáticas ocurridas en el pasado que originaron diversas glaciaciones […]. Sin necesidad de apelar a resultados sofisticados de los sistemas dinámicos mostraremos la formación de varios ciclos límites que se corresponden con ciertos periodos de glaciación, datados hoy día con gran precisión [...]" son algunas de las frases con las que resume el ponente su conferencia.

El profesor Díaz al finalizar su charla.

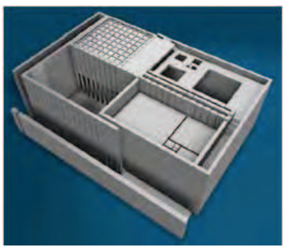
· ***El juego de la evolución***. El profesor José Antonio Cuesta Ruiz, del Departamento de Matemáticas de la Universidad Carlos III de Madrid, su responsable, resume su charla así: "La Teoría de Juegos describe situaciones estratégicas en las que dos o más individuos enfrentados deben decidir lo que más les interesa sabiendo que los demás harán lo mismo. Por ello se ha convertido en el lenguaje habitual de la Economía. Y, por ello, resulta sorprendente que sea también el lenguaje de la evolución. Los seres vivos se enfrentan en "juegos", el resultado de los cuales decidirá su destino en la competencia con los demás. La Teoría de Juegos Evolutivos, como así se denomina, es la otra cara de una teoría genuinamente económica, en la que los postulados son diametralmente opuestos y, sin embargo, las conclusiones son similares”.

· ***Dimensión: algunas intuiciones físicas y matemáticas*** fue el taller impartido por Marco Castrillón López, del Departamento de Geometría y Topología de la Universidad Complutense de Madrid.

El profesor Castrillón en un momento de su intervención, en la que hizo un recorrido histórico a algunas de las aproximaciones que, tanto desde las matemáticas como desde la física, se han ido dando al concepto de dimensión.

· ***¡Echen un vistazo a estas partituras!*** Ana María Pereira do Vale, del Departamento de Matemática y Aplicaciones de la Universidade do Minho de Braga, fue la responsable de esta musical ponencia, en la que mostró la existencia de patrones para crear música, analizando su posible conocimiento y uso por compositores de diferentes épocas.

· Con ***Una propuesta arquitectónica como puente entre literatura y geometría*** se cerró el ciclo de talleres, que estuvo a cargo de una profesora del Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad de Valladolid, María Francisca Blanco Martín. El proyecto arquitectónico ideado por Terragni, aunque no materializado, para construir en Roma un centro de estudio y recopilación de la obra de Dante es el hilo conductor para esta exposición en la que se distinguieron 3 bloques claramente diferenciados ya en el título: 1) División áurea y rectángulo áureo y propiedades; 2) Resumen de *La Divina Comedia* de Dante; y 3) Respuesta gráfica de Terragni: *El Danteum*.



Si el lector está interesado en conocer con más detalle el contenido de cualquiera de los talleres, en la página web del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación, http://www.matesco.unican.es, podrá encontrar el material que cada autor utilizó en su exposición y que tan gentilmente pone a disposición de quien quiera estudiarlo.

Como en boletines anteriores, en el actual queremos recoger la relación de objetivos generales propuestos para cada ciclo de *Matemáticas en Acción* y que, curso tras curso, como se deduce de la aceptación por parte del público asistente, se ven ampliamente cubiertos:

- Difundir el papel esencial desempeñado por las Matemáticas en campos muy variados del conocimiento científico y técnico.
- Mostrar la aplicación de las Matemáticas a problemas reales y enseñar cómo se construyen modelos matemáticos para estudiar un problema real.
- Completar la visión de las Matemáticas ofrecidas en las enseñanzas regladas con una visión interdisciplinar.
- Servir como punto de encuentro de personas provenientes de diferentes ámbitos que utilizan las Matemáticas como base o herramienta fundamental en su trabajo o estudio.

Para aquellos lectores que aún no conocen con todo detalle las condiciones para el seguimiento del ciclo *Matemáticas en Acción,* cabe indicar que está especialmente dirigido a alumnos de la propia Universidad de Cantabria y a profesores de Educación Secundaria.

La entrada es libre y gratuita, por lo que no es necesaria matrícula previa alguna.

En cada sesión se efectúa un control de firmas entre aquellas personas que están interesadas en recibir certificación de asistencia.

Los alumnos matriculados en la asignatura “Habilidades, Valores y Competencias Transversales” de la UC y que, dentro del subprograma “Desarrollo de Habilidades de Comunicación e Información y Competencias Personales”, hayan elegido el curso “Talleres Matemáticas en Acción” (dos créditos ECTS) deberán asistir a nueve de los diez talleres que se ofrecen. El resto de las actividades a desarrollar por estos alumnos están descritas en la guía docente del curso, junto al sistema de evaluación.

Los alumnos de primer y segundo ciclo de la Universidad de Cantabria que asistan al menos a seis talleres recibirán la correspondiente certificación que les permitirá obtener un crédito de libre elección por curso de corta duración. Del mismo modo, los profesores de Educación Secundaria que asistan al menos a seis talleres recibirán la correspondiente certificación que les permitirá obtener igualmente un crédito de formación.

Sesiones

del ciclo de talleres divulgativos

Matemáticas en Acción

Curso 2012/2013

1. *Matemáticas y Palacio de la Magdalena: modelado 3D para documentación digital del patrimonio histórico.* Andrés Iglesias Prieto, Departamento de Matemática Aplicada y CC. CC., Universidad de Cantabria; Oscar Cosido Cobos, Ayuntamiento de Santander.

2. *El orden del desorden.* Jesús María Sanz Serna, Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Valladolid.

3. *Alan Turing: computabilidad, criptoanálisis, primeros ordenadores y test de Turing.* David de Frutos Escrig, Departamento de Sistemas Informáticos y Computación, Universidad Complutense de Madrid.

4. *Las geometrías no euclídeas y la comprensión del universo.* Manuel de León Rodríguez, Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT), CSIC-UAM-UC3M-UCM.

5. *Retos matemáticos en las redes eléctricas inteligentes.* Cruz Enrique Borges Hernández, Deusto Instituto de Tecnología, Departamento de Energía, Universidad de Deusto.

6. *Redes complejas: el mundo es un pañuelo.* Bartolomé Luque Serrano, Departamento de Matemática Aplicada y Estadística, Universidad Politécnica de Madrid.

7. *Haciendo cuentas y cuentos.* Marta Macho Stadler, Departamento de Matemáticas, Universidad del País Vasco-EHU.

8. *Por el giro de una aguja.* Antonio Córdoba Barba, Departamento de Matemáticas, Universidad Autónoma de Madrid.

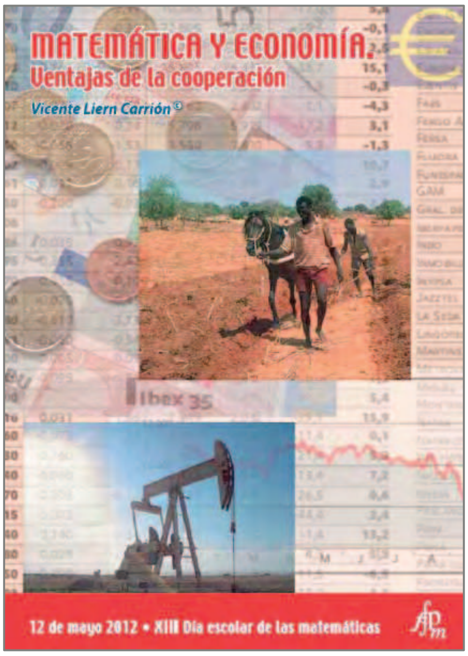
9. *Las matemáticas que hay en el mp3 y el GPS.* José María Martínez Ansemil, Departamento de Análisis Matemático, Universidad Complutense de Madrid.

10. *Una pareja indisoluble: ajedrez y matemáticas.* María José Fuente Somavilla, Departamento de Matemáticas, IES Ría San Martín, Suances.

Todos los talleres se desarrollan en el Salón de Actos de la Facultad de Ciencias, los miércoles de 18:00 a 19:30 horas.

XIII DÍA ESCOLAR DE LAS MATEMÁTICAS

Ya han transcurrido casi trece años desde que la UNESCO declaró al año 2000 como Año Mundial de las Matemáticas y fue ese mismo año cuando la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) decidió celebrar el **Día Escolar de las Matemáticas** (DEM). Para dicha celebración la FESPM instituyó como fecha el 12 de mayo, coincidiendo con el aniversario del nacimiento del insigne matemático Pedro Puig Adam, que fue el iniciador de la didáctica de las matemáticas en nuestro país, y que nació el 12 de mayo de 1900.



Como es sabido, la finalidad de celebrar un Día Escolar de las Matemáticas es invitar a los centros educativos a realizar actividades matemáticas relacionadas con un tema previamente seleccionado. En la página web que la FESPM dedica al DEM 2012 (http://www.fespm.es/-DEM-2012-) puede leerse:

"*El **XIII Día Escolar de las Matemáticas** está dedicado a explorar la fructífera relación entre **matemáticas y economía**. En un año donde las noticias económicas acaparan las portadas de los grandes medios de comunicación nos parece muy adecuado que repasemos algunas de las matemáticas esenciales para entender las relaciones económicas".*

En las últimas ediciones, la FESPM ha venido publicando una guía de actividades para facilitar el principal cometido del DEM que, como ya se ha dicho, es conseguir que los diferentes centros escolares participen en la realización de actividades matemáticas relacionadas cada año con el tema elegido para la ocasión. Dicha guía ya es conocida como el cuadernillo del DEM. Pues bien, el cuadernillo *Matemáticas y economía. Ventajas de la cooperación* para la presente edición del DEM ha sido elaborado por Vicente Liern Carrión, profesor de economía de la Universidad de Valencia. Al inicio de su trabajo el profesor Liern escribe:

"… *La cooperación entre economía y matemáticas es tan antigua como la necesidad de contar. Aunque durante muchos siglos esta relación se basó fundamentalmente en los instrumentos y las reglas que ambas se iban prestando, a principios del siglo diecinueve la interacción se hace conceptual, dando lugar a la economía matemática. A partir de ese momento, la economía proporciona una valiosa área de aplicación de los conocimientos matemáticos y además genera importantes problemas matemáticos, tales como la teoría de juegos…*
…, la intención de este cuadernillo no va más allá de mostrar ideas que puedan motivar el interés de nuestros alumnos. No obstante, por razones de espacio, no hemos seleccionado algunas actividades, …, en las que la relación entre economía y matemáticas resulta muy evidente, como la estadística descriptiva, la interpretación de gráficas o la optimización mediante el uso de las derivadas…"

El cuaderno elaborado por el profesor Liern contiene un gran número de ejemplos resueltos y actividades propuestas para su resolución en el aula, articulados unos y otras en torno a cuatro bloques principales:

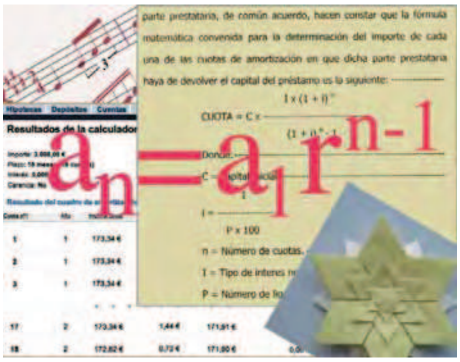
♦ A vueltas con los porcentajes ♦ Repartos justos ♦ Progresiones con interés ♦ Haciendo equilibrios

En el primero de los bloques, *A vuelta con los porcentajes*, Liern Carrión analiza el efecto sobre las ventas de determinados productos en función de las estrategias comerciales o de las campañas descuentos, es lo que él denomina la aritmética de la publicidad y las rebajas. En esas líneas el profesor propone reflexionar acerca del efecto que supone en el consumidor el que, por ejemplo, en un cartel anunciador se muestren a distinto tamaño la parte entera de la parte decimal de un precio o bien analizar en profundidad el significado de expresiones como "lleva 3 y paga 2", "la segunda unidad a mitad de precio" o "rebajas de hasta el 50%".

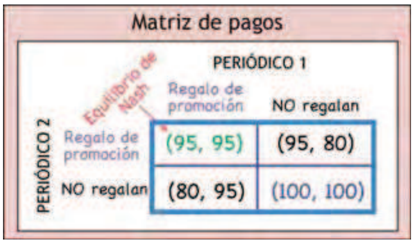
Desde la FESPM se ha aprovechado que el año 2012 ha sido declarado por la ONU como el **Año Internacional de las Cooperativas**, para que entre las actividades del DEM aparecieran algunas específicas que informasen del funcionamiento de una cooperativa. Éste es el objetivo que declara el profesor Liern cuando presenta el bloque *Repartos justos*. En dicho apartado propone, por ejemplo, plantear situaciones reales de nuestro entorno para ver las ventajas de agruparse en una "cooperativa casera" o realizar un concurso de ideas acerca de para qué podría servir una cooperativa en un centro escolar. Una actividad que presenta completamente resuelta es la siguiente:

> "Una pequeña cooperativa aceitera está formada por cuatro socios A, B, C, D que producen cantidades diferentes. Con la venta del aceite del año 2011 han obtenido unos beneficios de 53.000 €. Además, la cooperativa ha recibido un premio de 2.880 € por el buen tratamiento ecológico de los residuos plásticos. Para repartir el premio deciden tener en cuenta el uso de material plástico que cada uno ha hecho. Así, el que más plástico utilice por tonelada de producción, recibirá menos parte del premio. Teniendo en cuenta los datos de la tabla, ¿qué cantidad debe percibir cada socio?"

	A	B	C	D
porcentaje de producción (%)	26	19	33	22
kg de plástico / t de oliva	15	12	8	10

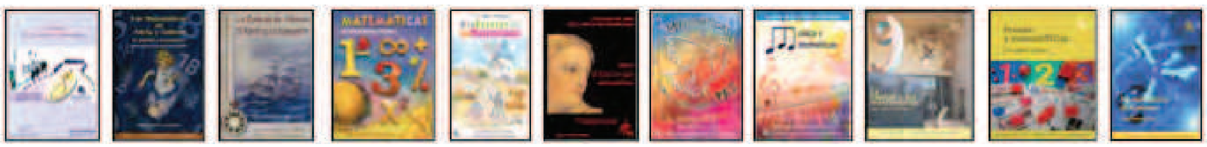


En *Progresiones con interés*, el autor comienza el apartado indicando cuál es el significado de términos como préstamo, inversión, intereses, interés simple e interés compuesto y, a continuación, resuelve actividades en las que el interés compuesto es el aspecto básico, indicando que una secuenciación similar podría llevarse a cabo de querer abordar los problemas de interés simple. Entre las actividades propuestas están, por ejemplo, leer las reglas de *Monopoly* para hipotecar una propiedad y levantar la hipoteca y hacer ejercicios con diferentes ejemplos o calcular la diferencia entre invertir con interés simple y compuesto, fijado un capital inicial, un interés anual y un plazo de inversión.



En palabras del profesor Liern, una situación de equilibrio es una situación estable u óptima, porque en ella la empresa opera con el menor coste posible, obtiene el máximo beneficio, la asignación de los recursos económicos es la mejor para la utilidad de un individuo, etc. Todas estas posibilidades tienen en común que se cuenta con varios fenómenos económicos que suceden simultáneamente y se debe determinar el punto o puntos en los que la situación es beneficiosa. Con esta idea básica, se inicia el apartado *Haciendo equilibrios*, en el que se muestra una serie de ejemplos clasificados en *precios de equilibrio*, *modelo input-output* y *otros equilibrios son posibles*. En *Otros equilibrios son posibles*, estudiando una situación sobre la capacidad de venta de dos periódicos en una ciudad, se plasma el significado de lo que se conoce como un equilibrio de Nash, que no implica lograr el mejor resultado conjunto para los participantes, sino sólo el mejor resultado para cada uno de ellos individualmente.

Agradecemos a Vicente Liern Carrión la confección del cuadernillo *Matemáticas y economía. Ventajas de la cooperación*, que puede descargarse desde http://www.fespm.es/-Dia-Escolar-de-las-Matematicas-, así como la conferencia, de igual título, que impartió en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid. A ésa puede accederse desde http://www.fespm.es/-DEM-2012-



El tema elegido con motivo del **XIV Día Escolar de las Matemáticas 2013** es:
Matemáticas y Agua

Y CANTABRIA… CONVOCÓ

María José Fuente Somavilla
Ana María López García
Raquel Trimiño Rodríguez
IES Ría San Martín, CORTIGUERA - SUANCES

Lectura detallada de resoluciones gubernamentales, recopilación de material, muchas horas de estudio, dudas que acechan la seguridad de uno mismo, noches de pocas horas de sueño y grandes dosis de nerviosismo. Un buen número de lectores reconocerán haber pasado por esta sucesión de estados cuando se iban acercando las fechas de celebración de las coloquialmente conocidas como *oposiciones*, cualesquiera que éstas fuesen. El análisis de las peculiaridades de la última convocatoria de procedimientos selectivos para el ingreso al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria es el objetivo de los próximos párrafos. Dicho análisis está motivado en una gran parte por las circunstancias excepcionales que han rodeado este proceso de selección y que han conllevado, como cabe suponer, un plus de trabajo, esfuerzo y desasosiego en los opositores.

Para entender un poco mejor todo el desarrollo, se inicia esta presentación con unas tablas que muestran de manera comparada las características de las oposiciones de las últimas cuatro convocatorias, las de 2006, 2008, 2010 y 2012. Durante las convocatorias de 2008 y 2010 los procesos selectivos se regían por la reglamentación correspondiente al llamado *régimen transitorio,* durante el cual cambiaron las circunstancias de las pruebas para un periodo de cinco años en el que se pretendía reducir la larga lista de interinos. ¿Qué era de esperar en la convocatoria de 2012? Los distintos cambios que se han ido sucediendo durante los últimos meses hasta publicarse la convocatoria de este año, y la consiguiente variación de las "reglas de juego", se irán detallando secuencialmente a lo largo de estas líneas.

Diferencias entre las últimas convocatorias. Convocatoria de 2012

A continuación presentamos una tabla donde se contrastan las pruebas a superar, con su valor y su carácter o no eliminatorio, de los procedimientos selectivos para el ingreso al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria de las convocatorias de 2006 (última previa al régimen transitorio) y de 2008 (primera del régimen transitorio).

CONVOCATORIA 2006 (Orden EDU/15/2006, de 21 de marzo)		**CONVOCATORIA 2008** (Orden EDU/31/2008, de 16 de abril)	
Oposición	**Hasta 10 puntos**	**Oposición**	**Hasta 10 puntos**
Primera prueba (eliminatoria)	Hasta 10 puntos (mínimo 5 para superarla)	**Primera prueba (no eliminatoria)**	Hasta 10 puntos
Primera parte: resolución de problemas	Hasta 4 puntos (mínimo 1 para superarla)	No hay prueba práctica	
Segunda parte: desarrollo de un tema a elegir entre dos obtenidos al azar	Hasta 6 puntos (mínimo 1,5 para superarla)	Parte A: desarrollo de un tema a elegir entre cinco obtenidos al azar	Hasta 10 puntos
Segunda prueba (eliminatoria)	Hasta 10 puntos (mínimo 5 para superarla)	**Segunda prueba**	Hasta 10 puntos
Parte A: Presentación escrita y defensa oral de una programación didáctica Parte B: Presentación escrita y defensa oral de una unidad didáctica (a elegir entre tres)	Hasta 10 puntos (mínimo 5 para superarla)	Parte B.1: Presentación escrita y defensa oral de una programación didáctica Parte B.2: Presentación escrita y defensa oral de una unidad didáctica (a elegir entre tres)	Hasta 10 puntos
Nota oposición	Media aritmética de las dos pruebas	**Nota oposición**	Media ponderada Primera prueba 40% Segunda prueba 60%

Concurso de méritos	**Hasta 10 puntos**	**Concurso de méritos**	**Hasta 10 puntos**
Experiencia docente	Hasta 5 puntos	Experiencia docente	Hasta 7 puntos
Méritos académicos	Hasta 5 puntos	Méritos académicos	Hasta 4 puntos
Otros	Hasta 2 puntos		
Nota concurso	Suma de méritos (truncando en 10)	**Nota concurso**	Suma de méritos (truncando en 10)
Nota global	**Media ponderada Oposición 2/3 Concurso 1/3**	**Nota global**	**Media ponderada Oposición 60% Concurso 40%**

La convocatoria de 2010 coincide, en esencia, con la de 2008. Ahora bien, el año 2012 iba a ser un año de cambios en cualquier caso, pues suponía el fin del mencionado *periodo transitorio*. La mayor incógnita consistía en saber si se volvería a un régimen ya conocido, como era el existente antes del periodo transitorio; o bien, se propondría un nuevo sistema de acceso. Finalmente, el sistema de acceso ha resultado ser similar al de antes de 2008 y viene regido por el Real Decreto 276/2007.Comparemos ahora la convocatoria de este año con la anterior.

CONVOCATORIA 2010 (Orden EDU/26/2010, de 25 de marzo)		**CONVOCATORIA 2012** (Orden ECD/39/2012, de 9 de mayo)	
Oposición	**Hasta 10 puntos**	**Oposición**	**Hasta 10 puntos**
Primera prueba (no eliminatoria)	Hasta 10 puntos	**Primera prueba (eliminatoria)**	Hasta 10 puntos (mínimo 5 para superarla)
No hay prueba práctica		Parte A (prueba práctica): resolución de problemas	Hasta 10 puntos (mínimo 2,5 para superarla)
Parte A: Desarrollo de un tema a elegir entre cinco obtenidos al azar	Hasta 10 puntos	Parte B: desarrollo de un tema a elegir entre cuatro obtenidos al azar	Hasta 10 puntos (mínimo 2,5 para superarla)
		Calificación primera prueba	Media aritmética de las partes A y B
Segunda prueba	Hasta 10 puntos	**Segunda prueba (eliminatoria)**	Hasta 10 puntos (mínimo 5 para superarla)
Parte B1: Presentación escrita y defensa oral de una programación didáctica Parte B2: Presentación escrita y defensa oral de una unidad didáctica (a elegir entre tres)	Hasta 10 puntos	Parte A: Presentación escrita y defensa oral de una programación didáctica Parte B: Presentación escrita y defensa oral de una unidad didáctica (a elegir entre tres)	Hasta 10 puntos (mínimo 5 para superarla)
Nota oposición	Media ponderada Primera prueba 40% Segunda prueba 60%	**Nota oposición**	Media aritmética de las dos pruebas
Concurso de méritos	**Hasta 10 puntos**	**Concurso de méritos**	**Hasta 10 puntos**
Experiencia docente	Hasta 7 puntos	Experiencia docente	Hasta 5 puntos
Méritos académicos	Hasta 4 puntos	Méritos académicos	Hasta 5 puntos
		Otros	Hasta 2 puntos
Nota concurso	Suma de méritos (truncando en 10)	**Nota concurso**	Suma de méritos (truncando en 10)
Nota global	**Media ponderada Oposición 60% Concurso 40%**	**Nota global**	**Media ponderada Oposición 2/3 Concurso 1/3**

Dado que la convocatoria que nos ocupa es la de 2012, trataremos de detallar más en qué consiste cada una de sus pruebas.

La primera prueba es escrita y consta de dos partes. La parte A consiste en la resolución de una serie de problemas, para lo cual se dispone de un tiempo de dos horas. La parte B consiste en el desarrollo de un tema a elegir de entre los cuatro que salen por sorteo justo antes de iniciarse la misma, proceso en el que pueden ser testigos los propios opositores. Para la parte B también se dispone de dos horas. Tanto la parte A como la B se puntúan de 0 a 10 puntos y la calificación de la primera prueba es la media aritmética de ambas puntuaciones. Para superar esta prueba será necesario obtener una puntuación superior o igual a 2,5 en cada parte y que la media aritmética de las dos puntuaciones sea igual o superior a 5. En cualquier otro caso, el opositor será declarado no apto.

Una vez corregida la primera prueba, se publicará la lista de los que son declarados aptos para la segunda prueba. A partir de ese momento, los opositores tienen 48 horas para presentar su programación didáctica al tribunal, una copia en formato papel y otra en un CD en formato pdf. A continuación, serán convocados para la segunda prueba de la oposición, que consta, a su vez, de dos partes las cuales tendrán lugar el mismo día.

Al inicio de la segunda prueba el opositor conocerá las tres unidades didácticas extraídas por sorteo de su programación, para que elija cuál desea defender. A partir de ese momento, el opositor dispondrá de una hora para la preparación de esta segunda prueba y, transcurrido ese tiempo, deberá hacer una defensa oral tanto de su programación didáctica como de la unidad didáctica elegida, que constituyen la parte A y la parte B, respectivamente, de esta prueba. Para cada parte dispondrá de 30 minutos y en la parte B el opositor podrá ayudarse de un sucinto guión manuscrito. A continuación, el tribunal podrá hacerle preguntas. La calificación global de la segunda prueba será de entre 0 y 10 puntos.

Sólo en caso de superar las dos pruebas de la fase de oposición se suman los méritos de la fase de concurso.

Ya hemos visto en qué consiste el procedimiento selectivo. Conozcamos ahora los distintos pasos que se fueron dando hasta la publicación de esta convocatoria.

La polémica convocatoria de 2012

Una vez conocido que la convocatoria se regiría por el Real Decreto 276/2007, faltaba por saber cuál sería el temario, pues hacía ya un tiempo que se esperaba un cambio del mismo y el Gobierno no terminaba de pronunciarse. Finalmente, con la Orden EDU/3138/2011, de 15 de noviembre, se hizo público el nuevo temario oficial para los siguientes procesos selectivos. Obsérvese que las fechas naturales para los procesos selectivos son los meses estivales, con lo que el temario fue publicado unos siete meses antes de la fecha esperada para las pruebas, tiempo objetivamente escaso para poder preparar con garantías los 74 temas en que consistía el nuevo temario de matemáticas. Por otra parte, la orden EDU/3530/2011, de 19 de diciembre, todavía corregía errores y omisiones un mes después.

Tras las vacaciones de Navidad se produjeron nuevos cambios. La Orden ECD/191/2012, de 6 de febrero, derogaba el nuevo temario, cuya vigencia fue de tres meses, para retomar el temario existente anteriormente. Todo esto a unos cuatro meses de la fecha esperada para los procesos selectivos. Este cambio, por sus implicaciones y el momento en que se dio, supuso un gran revuelo entre los opositores por la inversión de tiempo y dinero realizada en balde durante tres meses y a tan poco tiempo del examen.

Con el Decreto 7/2012, de 23 de febrero, se aprobaba la oferta de empleo público para los Cuerpos Docentes, confirmándose que tan sólo saldrían 12 plazas para matemáticas.

Finalmente, la convocatoria de los procedimientos selectivos para el ingreso al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria se publicó en la Orden ECD/39/2012, de 9 de mayo.

A estas alturas de año, eran pocas las Comunidades Autónomas que habían publicado convocatoria de procesos selectivos pues, entre otras cuestiones, se presionaba desde el Gobierno Central para congelar las oposiciones este año debido a la crisis. El problema de que sean pocas las Comunidades Autónomas que convocan es que aquellos opositores cuya Comunidad Autónoma no convoca se desplazan a otras Comunidades donde sí que tienen opción de presentarse, con lo que el número de presentados en las Comunidades convocantes aumenta significativamente y, en el caso particular de las Comunidades Autónomas pequeñas, como Cantabria, multiplica el número de presentados. Es lo que comúnmente se llama *efecto llamada*.

Las Comunidades Autónomas que sí que abrieron proceso de oposiciones fueron:

- Andalucía: (BOJA) Orden de 13 de febrero de 2012. Sin duda, ésta era la convocatoria más importante del país pues ofertaba 300 plazas de matemáticas. La polémica rodeó esta convocatoria desde el principio pues no se atenía a la tasa de reposición exigida, limitada a un máximo del 10%, porcentaje que la oferta andaluza superaba con creces. Finalmente, el Gobierno recurrió el 20 de abril la convocatoria andaluza de oposiciones ante el Tribunal Constitucional, dejando en el aire la celebración de las mismas. A día de hoy, aún no se han llevado a cabo los procedimientos selectivos.

- Madrid: (BOCM) Resolución de 10 de mayo de 2012. La convocatoria de Madrid suponía 190 plazas, de las que ninguna era de matemáticas.
- País Vasco: (BOPV) Resolución de 10 de febrero de 2012. El País Vasco ofertaba un total de 531 plazas, de las que 34 eran de matemáticas.

Ninguna otra Comunidad Autónoma convocó para este año. Conviene observar el siguiente detalle: suspendida la convocatoria andaluza, Cantabria se convertía en la única Comunidad Autónoma sin lengua propia que convocaba plazas de matemáticas, con lo que pasaba a ser el único destino posible para obtener una plaza en esta especialidad a nivel estatal, salvo que el opositor interesado hablase euskera.

El *efecto llamada* parecía inevitable, aunque se esgrimía un argumento en sentido contrario con la publicación en la convocatoria cántabra de que las pruebas no tendrían lugar antes del 1 de septiembre, dos meses más tarde de lo que viene siendo habitual.

Durante el verano se fue publicando más información. En la Resolución de 11 de julio de 2012 se hacían públicas las listas provisionales de admitidos y excluidos a los procedimientos selectivos; y en la Resolución de 22 de agosto de 2012, las listas definitivas. Fueron admitidos 702 opositores.

La composición definitiva de los tribunales, que fueron finalmente dos, se hizo pública con la Resolución de 26 de septiembre de 2012.

Desarrollo de la convocatoria de 2012

Hasta la Resolución de 26 de septiembre de 2012 no se supo cuándo tendrían lugar los actos de presentación, que son los que dan comienzo a las pruebas. En tal Resolución se informó a los opositores de que dichos actos de presentación se celebrarían el 5 de octubre, a las 16:00 horas, en el Conservatorio Jesús de Monasterio, en Santander. La asistencia al acto de presentación es personal y obligatoria, no pudiendo otorgarse ninguna clase de poder a otra persona para que vaya en lugar del opositor. Todo aquél que no se presenta a tal acto queda excluido del proceso. En este acto se informa a los opositores de los materiales que pueden llevar al examen, las fechas y horas de cada prueba y se hacen públicos los criterios de corrección y valoración. Asimismo, se responde a cuantas preguntas tengan los opositores sobre las distintas pruebas.

En el acto de presentación se hizo el llamamiento público para opositores a partir de la letra O. Tuvo lugar cierto revuelo en tal acto por varios motivos. En primer lugar, la acústica no era la mejor y los miembros de los tribunales no dispusieron de medios externos de megafonía para hacerse oír bien, con lo que, teniendo en cuenta la cantidad de gente presente, eran muy pocos los que alcanzaban a oír los nombres que se iban sucediendo en el llamamiento. Quizá esto no hubiera tenido mayor importancia de no ser por el motivo siguiente. En lugar de proceder a llamar a todos los opositores por orden alfabético a partir de la O, los tribunales repartieron los nombres en dos listas, una para cada tribunal, y durante el llamamiento alternaron nombres de una y otra lista (la segunda lista encabezada por apellidos de inicial C). Los nervios brotaron, sobre todo, por este último hecho, pues muchos de los allí presentes no pudieron escuchar o no entendieron cómo iba a producirse el llamamiento. Los opositores temían ser llamados sin ellos saberlo, con la consiguiente pérdida de derechos a examen.

Pero los que podríamos catalogar como incidentes, no acabaron ahí. Dado el número de opositores presentados, el aforo del salón de actos del Conservatorio Jesús de Monasterio se quedó pequeño y tuvieron que habilitar un aula para acoger a las personas que se quedaron fuera, habiendo que repetir para ellos el acto de presentación.

Aspecto del salón de actos del Conservatorio Jesús de Monasterio, completamente abarrotado de opositores, algunos incluso de pie o sentados en las escaleras.

También se hacía pública en la Resolución de 26 de septiembre de 2012 la fecha de la primera prueba, convocándose a los opositores para la misma en el IES José María de Pereda el día 9 de octubre a las 15:30 horas.

Ese día tuvieron lugar las dos partes de la primera prueba. En primer lugar, la parte A; y, a continuación, la parte B. Para la resolución de los cinco problemas que constituían la parte A no se dejó el uso de calculadoras. La parte B consistió en desarrollar por escrito uno de los siguientes cuatro temas que salieron por sorteo: 33 – Evolución histórica del cálculo diferencial; 5 – Números racionales; 30 – Primitiva de una función. Cálculo de algunas primitivas. Aplicaciones de la integral al cálculo de magnitudes geométricas; 7 – Aproximación de números. Errores. Notación científica.

Para la corrección y valoración, tanto de la parte A como de la parte B, se siguen algunos criterios comunes y otros diferentes. Así, en ambos casos, se valora el orden, la limpieza y la claridad de la presentación junto con la corrección ortográfica. En relación a la notación matemática, en el caso de la parte A se prima el rigor y en la parte B, su adecuación. Hacer referencia a la teoría aplicada en cada caso (teoremas, propiedades, etc.) y un desarrollo y resultados correctos son aspectos imprescindibles para una buena calificación en la parte A. En la parte B se pide coherencia en el desarrollo del tema, valorando la realización de un esquema acerca del mismo.

A la primera prueba se personaron 440 opositores. Para hacerse una composición de lugar, y comparar cifras, en la actual lista de sustituciones de matemáticas, donde figuran todos los presentados en la convocatoria de 2010, constan 256 nombres.

Los nombres de aquellos opositores que resultasen aptos en esta primera prueba de carácter eliminatorio se harían públicos no antes del 15 de noviembre.

El 15 de noviembre se publicó una nota informativa en la que se comunicó en qué situación estaba el proceso de corrección de exámenes y se avanzaba cuándo sería la siguiente nota informativa, la semana del 26 al 30 de noviembre.

El 26 de noviembre se publicó la segunda nota informativa, donde se hizo público que el proceso de apertura de plicas tendría lugar el día 29 de noviembre a las 10:00 horas en el Conservatorio Jesús de Monasterio. Asimismo, se informó de que al día siguiente, 30 de noviembre, a las 14:00 horas, se harían públicas las listas de aquellos aspirantes que superasen la primera prueba.

Finalmente, fueron declarados aptos de la primera prueba 21 aspirantes del tribunal 1, y 19 del tribunal 2, es decir, un total de 40 personas, lo que supone un 9% de los opositores presentados. Estos 40 aspirantes fueron llamados a entregar su programación el día 3 de diciembre en el Conservatorio Jesús de Monasterio en horario de 10 a 14 horas y serían convocados para realizar la segunda prueba entre los días 10 y 17 de diciembre, según su apellido.

A raíz de este último proceso selectivo se incorporarán al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria 12 profesores de matemáticas a los que enviamos desde aquí nuestra felicitación, aun cuando al cierre de este Boletín aún desconozcamos sus nombres.

Tampoco nos olvidamos de aquellas personas que tras las pruebas se quedaron sin plaza o suspendieron. Entre ellos hay muchos profesionales con una extraordinaria dedicación y un gran espíritu innovador, que son merecedores de nuestro más sincero reconocimiento. A éstos queremos hacerles llegar nuestro apoyo, esperando que dentro de dos años, cuando esperamos se produzca una nueva convocatoria de este tipo de plazas, alcancen lo que en esta ocasión se les ha escapado. Para los que crean en la diosa fortuna, ¡mucha suerte! Para los que sólo crean en el esfuerzo de uno mismo, ¡mucho ánimo!

Los problemas de la convocatoria de 2012

A continuación se hace una transcripción de memoria de los problemas planteados, esperando que sean el más fiel reflejo de los enunciados oficiales. Durante la prueba no se permitía sacar borrador alguno y la hoja de los enunciados debía ser entregada. Asimismo, nos hemos atrevido a resolver los problemas, dejando claro que en ningún caso las soluciones dadas se corresponden con las soluciones oficiales, que desconocemos.

Como podrá comprobarse, el número de problemas que constituía esta primera prueba era cinco y algunos de ellos constaban de dos apartados; en ese caso, los dos puntos con los que se calificaba cada ejercicio estaban repartidos equitativamente entre los apartados.

Procedimiento selectivo de ingreso al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria

Matemáticas

Primera Prueba - Parte A

1) a) Demostrar que el polinomio $P(x) = x \cdot (x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3) + 1$ es un cuadrado perfecto.

b) Demostrar que $\lambda = \dfrac{\log 3}{\log 2}$ es un número irracional.

2) Dado el endomorfismo $T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ cuya matriz asociada en la base canónica es $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, estudiar si T es diagonalizable y, si lo es, dar la base en la que T diagonaliza.

3) a) Calcular el valor de $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x - E(x)}{2^{E(x)}}\, dx$, donde E(x) es la parte entera de x.

b) Demostrar que $\displaystyle\int_0^{\pi} x \cdot f(\operatorname{sen} x)\, dx = \frac{\pi}{2} \cdot \int_0^{\pi} f(\operatorname{sen} x)\, dx$, con f función continua.

4) Sean X e Y dos variables aleatorias independientes con distribuciones uniformes en (0,1) y (5,9), respectivamente. Sea un rectángulo con lados de longitud X e Y. Determinar el valor esperado y la varianza del área del rectángulo.

5) Una cicloide es la trayectoria $\mathcal{C}$ descrita por un punto M fijo sobre el borde de un disco D de radio $a > 0$ que rueda sin deslizamiento a lo largo de una recta L. Demostrar que la curva cicloide no es algebraica.

1) a)

Si el polinomio P(x) es un cuadrado perfecto, deberá cumplirse que:

$x \cdot (x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3) + 1 = (x^2 + ax + b)^2 \quad (*)$

(Puesto que el polinomio dado es mónico es posible suponer que, si factoriza, puede hacerlo en polinomios mónicos).

Desarrollando el primer miembro de (*) y agrupando términos:

$x \cdot (x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3) + 1 = x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1$

Desarrollando el segundo miembro de (*) y agrupando términos:

$(x^2 + ax + b)^2 = x^4 + 2ax^3 + (2b + a^2)x^2 + 2abx + b^2$

Es decir:

$x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1 = x^4 + 2ax^3 + (2b + a^2)x^2 + 2abx + b^2$

Igualando los coeficientes de términos de igual grado en los dos polinomios de la expresión anterior:

$$\begin{cases} 2a = 6 \\ 2b + a^2 = 11 \\ 2ab = 6 \\ b^2 = 1 \end{cases}$$

De la primera igualdad se obtiene a=3 y, llevando este valor a la tercera igualdad, se obtiene b=1.

Puesto que para esos valores se satisface el resto de igualdades, queda probado que el polinomio $P(x) = x \cdot (x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3) + 1$ es un cuadrado perfecto: $\mathbf{P(x) = (x^2 + 3x + 1)^2}$

1) b)

Realizamos la demostración por reducción al absurdo. Supongamos que $\lambda = \dfrac{\log 3}{\log 2} = \log_2 3$ es un número racional, es decir, que $\log_2 3 = \dfrac{p}{q}$ con $p, q \in \mathbb{N}^*$ (ya que $\log_2 3 > 0$).

$$\log_2 3 = \frac{p}{q} \quad \Leftrightarrow \quad q \cdot \log_2 3 = p \quad \Leftrightarrow \quad \log_2 3^q = p \quad \Leftrightarrow \quad \log_2 3^q = \log_2 2^p \quad \Leftrightarrow \quad 3^q = 2^p \quad \Leftrightarrow \quad p = q = 0$$

Llegamos a una contradicción, pues hemos supuesto que $p \neq 0$ y $q \neq 0$. Queda demostrado, pues, que $\boldsymbol{\lambda = \dfrac{\log 3}{\log 2}} = \log_2 3$ **es un número irracional**.

2)

T es diagonalizable si para alguna base de $\mathbb{R}^4$, la matriz asociada a T respecto de esa base es diagonal. Por tanto, dada la matriz A, que representa a T respecto de la base canónica, T es diagonalizable si existe una matriz P inversible y con coeficientes reales tal que $P^{-1}AP = D$ es una matriz diagonal. Entonces P se dice la matriz de paso y D la forma diagonal de A. La matriz D está determinada salvo reordenación de los elementos de su diagonal, que son precisamente los autovalores de A.

Para que T sea diagonalizable es necesario y suficiente que se verifiquen las dos condiciones siguientes:

1) Que A tenga todos sus autovalores en $\mathbb{R}$.
2) Y que para cada autovalor λ de A, la dimensión del subespacio propio $V(\lambda)$ coincida con la multiplicidad de λ.

Por tanto, los pasos a seguir son el cálculo de los autovalores asociados a A (y, por tanto, su multiplicidad) y la determinación de los subespacios de valores propios (y, en consecuencia, su dimensión). Pero, en este caso, la forma un tanto peculiar de la matriz A nos permite modificar ligeramente el habitual esquema de actuación.

Si representamos por $B_c = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ la base canónica de $\mathbb{R}^4$, la matriz A nos dice que:

$$\begin{cases} T(e_1) = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 \\ T(e_2) = e_1 + e_2 - e_3 - e_4 \\ T(e_3) = e_1 - e_2 + e_3 - e_4 \\ T(e_4) = e_1 - e_2 - e_3 + e_4 \end{cases}$$

De la primera y la segunda igualdad se deduce que $T(e_1 + e_2) = 2 \cdot (e_1 + e_2)$

De la primera y la tercera igualdad se observa que $T(e_1 + e_3) = 2 \cdot (e_1 + e_3)$

De la primera y la cuarta igualdad de obtiene que $T(e_1 + e_4) = 2 \cdot (e_1 + e_4)$

♦ De las igualdades anteriores se puede afirmar que 2 es un valor propio de A con, al menos, multiplicidad 3, y con un subespacio propio asociado de dimensión 3, al menos.

Llamando $v_1 = e_1$, $v_2 = e_1 + e_2$, $v_3 = e_1 + e_3$ y $v_4 = e_1 + e_4$, B a la base formada por los vectores v_1, v_2, v_3 y v_4 (es inmediato probar que esos vectores son linealmente independientes) y M a la matriz asociada a T respecto de B, se tiene que: $M = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Se deja para el lector comprobar que $T(v_1) = -2 \cdot v_1 + v_2 + v_3 + v_4$, expresión que arroja la primera columna de M.

♦♦Puesto que A y M son matrices asociadas a un mismo endomorfismo, tienen los mismos valores propios. Teniendo en cuenta M, podemos deducir que –2 es otro valor propio asociado y que tiene multiplicidad 1. En consecuencia, el subespacio propio asociado a –2 tiene dimensión 1.

De ♦ y ♦♦ es posible afirmar que **T es diagonalizable.** Para completar la base respecto de la cual T diagonaliza, tenemos que determinar un vector $v_1{}^*$ de coordenadas (x, y, z, t) respecto de la base B tal que:

$$(M+2I)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

O, lo que es lo mismo:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x+4y=0 \\ x+4z=0 \\ x+4t=0 \end{cases} \Rightarrow (x, y, z, t) = a\cdot(-4, 1, 1, 1), \quad a \in \mathbb{R}$$

Si tomamos como $v_1{}^*$ el vector que respecto de B tiene coordenadas $(-4, 1, 1, 1)$, $v_1{}^*$ respecto de la base canónica B_c tiene coordenadas $(-1, 1, 1, 1)$.

De todo ello, se deduce que respecto de la base $B^* = \{-e_1+e_2+e_3+e_4, \quad e_1+e_2, \quad e_1+e_3, \quad e_1+e_4\}$, la matriz asociada a T es:

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{-2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{2} \end{pmatrix}$$

3) a)

Siendo n un número entero, $\forall\, x \in [n, n+1),\ E(x) = n$, de aquí:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x-E(x)}{2^{E(x)}}\,dx = \lim_{n\to\infty}\left(\int_0^1 \frac{x-0}{2^0}dx + \int_1^2 \frac{x-1}{2^1}dx + \int_2^3 \frac{x-2}{2^2}dx + \dots + \int_n^{n+1} \frac{x-n}{2^n}dx\right)$$

Se tiene que:

$$\int_k^{k+1} \frac{x-k}{2^k}dx = \frac{1}{2^k}\int_k^{k+1}(x-k)\,dx = \frac{1}{2^k}\left[\frac{x^2}{2}-kx\right]_k^{k+1} = \frac{1}{2^k}\left[\frac{(k+1)^2}{2} - k(k+1) - \left(\frac{k^2}{2}-k^2\right)\right] = \frac{1}{2^{k+1}}$$

Por tanto: $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x-E(x)}{2^{E(x)}}\,dx = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{n+1}}\right)$

La expresión de dentro de los paréntesis es la suma de los n+1 primeros términos de la progresión geométrica de primer término $a_1 = \frac{1}{2}$ y razón $r = \frac{1}{2}$. Utilizando la fórmula general para la suma, se obtiene que:

$$S_{n+1} = \frac{a_{n+1}\cdot r - a_1}{r-1} = \frac{\frac{1}{2^{n+1}}\cdot\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-1} = \frac{\frac{1}{2^{n+2}} - \frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^{n+1}}$$

Así: $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\mathbf{x-E(x)}}{\mathbf{2^{E(x)}}}\,\mathbf{dx} = \lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2^{n+1}}\right) = \mathbf{1}$, pues $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2^{n+1}} = 0$

3) b)

Sea $I = \int_0^{\pi} x \cdot f(\text{sen}\, x)\, dx$ y realicemos el cambio de variable: $u = \pi - x \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} du = -dx \\ \begin{cases} x = 0 \Rightarrow u = \pi - 0 = \pi \\ x = \pi \Rightarrow u = \pi - \pi = 0 \end{cases} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \int_{\pi}^{0} (\pi - u) \cdot f\big(\text{sen}(\pi - u)\big)(-du) = -\int_{\pi}^{0} (\pi - u) \cdot f\big(\text{sen}(\pi - u)\big) du = \int_{0}^{\pi} (\pi - u) \cdot f\big(\text{sen}(\pi - u)\big) du$$

De trigonometría, se sabe que: $\text{sen}(\pi - u) = \text{sen}\, u$.

Así, se tiene que: $I = \int_0^{\pi} (\pi - u) \cdot f(\text{sen}\, u)\, du = \int_0^{\pi} \pi \cdot f(\text{sen}\, u)\, du - \int_0^{\pi} u \cdot f(\text{sen}\, u)\, du$

Pero la segunda integral de la expresión anterior es idéntica a I. Así, pues:

$$2 \cdot I = \int_0^{\pi} \pi \cdot f(\text{sen}\, u) du \Rightarrow I = \frac{\pi}{2} \cdot \int_0^{\pi} f(\text{sen}\, u) du$$

O lo que es lo mismo:

$$I = \frac{\pi}{2} \cdot \int_0^{\pi} f(\text{sen}\, x)\, dx$$

Con lo cual, queda demostrado que:

$$\boldsymbol{\int_0^{\pi} x \cdot f(\text{sen}\, x)\, dx = \frac{\pi}{2} \cdot \int_0^{\pi} f(\text{sen}\, x)\, dx}$$

4)

Dada una variable aleatoria con distribución uniforme continua $U(a,b)$, se tiene que su función de densidad viene dada por la expresión: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{si } a \le x \le b \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

Además, la esperanza es : $E(x) = \mu = \dfrac{a+b}{2}$ *y la varianza es:* $Var(x) = \sigma^2 = \dfrac{(b-a)^2}{12}$

La función de densidad para la variable continua X con distribución uniforme U(0,1) es: $f_X(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

Y la función de densidad para la variable continua Y con distribución uniforme U(5,9) es: $f_Y(y) = \begin{cases} \dfrac{1}{4} & \text{si } 5 \le y \le 9 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

Definimos la variable "área del rectángulo" $A = XY$.

Como las variables X e Y son independientes, la variable de densidad conjunta, $f_A = f_{XY}$,satisface:

$$f_A(x,y) = f_{XY}(x,y) = f_X(x) \cdot f_Y(y) = \begin{cases} \dfrac{1}{4} & \text{si } 0 \le x \le 1 \quad \text{y} \quad 5 \le y \le 9 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Por definición de esperanza matemática:

$$E(A)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}A\cdot f_A(x,y)\,dx\,dy=\int_5^9\int_0^1\frac{1}{4}xy\,dx\,dy=\frac{1}{4}\int_5^9\left(\int_0^1 xy\,dx\right)dy=\frac{1}{4}\int_5^9\left[y\cdot\frac{x^2}{2}\right]_0^1dy=\frac{1}{4}\int_5^9\frac{y}{2}dy=$$

$$=\frac{1}{8}\left[\frac{y^2}{2}\right]_5^9=\frac{1}{16}(81-25)=\frac{56}{16}=\frac{7}{2}\quad\Rightarrow\mathbf{E(A)=\frac{7}{2}}\,u^2$$

Nota:
Este resultado se podría haber obtenido de manera más inmediata sabiendo que la esperanza del producto de dos variables independientes es el producto de sus esperanzas respectivas:

$$E(A)=E(XY)=E(X)\cdot E(Y)=\frac{1+0}{2}\cdot\frac{9+5}{2}=\frac{7}{2}$$

Por otro lado, por definición de varianza, se tiene que:

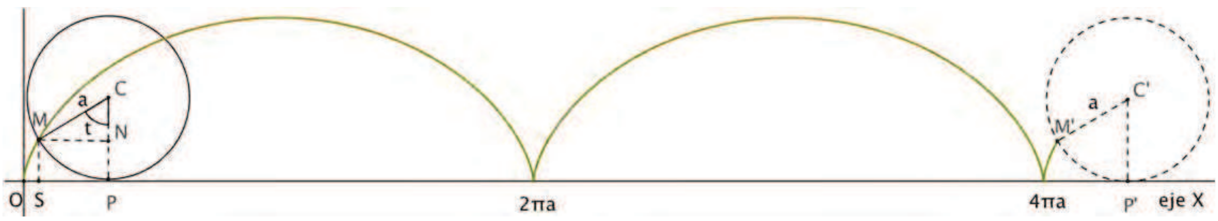
$$\mathrm{Var}(A)=\left[E(A^2)\right]-\left[E(A)\right]^2=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}A^2 f_A(x,y)\,dx\,dy-\left[E(A)\right]^2=\frac{1}{4}\int_5^9\int_0^1 x^2y^2\,dx\,dy-\left(\frac{7}{2}\right)^2=$$

$$=\frac{1}{4}\int_5^9\left(\int_0^1 x^2y^2dx\right)dy-\frac{49}{4}=\frac{1}{4}\int_5^9\left[y^2\frac{x^3}{3}\right]_0^1dy-\frac{49}{4}=\frac{1}{12}\int_5^9 y^2dy-\frac{49}{4}=\frac{1}{12}\left[\frac{y^3}{3}\right]_5^9-\frac{49}{4}=$$

$$=\frac{1}{36}\cdot(729-125)-\frac{49}{4}=\frac{163}{36}\quad\Rightarrow\mathbf{V(A)=\frac{163}{36}}\,u^4$$

5)

Hallemos, en primer lugar, una expresión paramétrica de la cicloide en coordenadas cartesianas. Supongamos que la posición inicial del punto M es el origen O. Examinemos la posición (x, y) del punto M cuando el centro del disco se encuentra en el punto C. Sean P y S, respectivamente, las proyecciones de C y M sobre el eje X. Sea t el ángulo comprendido entre los radios CP y CM.



Se verifican las relaciones:

$$\begin{cases}x=x(t)=OS=OP-SP=\text{arco}MP-SP=a\cdot t-a\cdot \operatorname{sen}t=a\cdot(t-\operatorname{sen}t)\\ \\ y=y(t)=SM=PN=a-a\cdot\cos t=a\cdot(1-\cos t)\end{cases},\quad t\in\mathbb{R}$$

Es decir, las ecuaciones paramétricas de la cicloide $\mathcal{C}$ son:

$$\begin{cases}x=x(t)=a\cdot(t-\operatorname{sen}t)\\ \\ y=y(t)=a\cdot(1-\cos t)\end{cases},\quad t\in\mathbb{R}$$

Demostremos ahora que la curva $\mathcal{C}$ no es algebraica. Supongamos que existe un polinomio no constante $f\in\mathbb{R}[X,Y]$ tal que $\mathcal{C}=V(f)$.

Sabemos que para cada $k\in\mathbb{Z}$, el punto $(2k\pi a,0)$ pertenece a $\mathcal{C}$, por tanto: $f(2k\pi a,0)=0$ para todo $k\in\mathbb{Z}$. Entonces, el polinomio $\tilde{f}(X)=f(X,0)\in\mathbb{R}[X]$ posee infinitas raíces, luego es el polinomio nulo. Esto implica que Y es un divisor de f. Geométricamente esto significa que el eje X está contenido en la cicloide, lo que es falso. Por tanto, se concluye que la **curva cicloide no es algebraica**.

CULTURA Y MATEMÁTICAS

EFEMÉRIDES

Amador Álvarez del Llano
IES La Marina, SANTA CRUZ DE BEZANA

Arquímedes

Arquímedes ha pasado a la historia como el matemático y científico más genial de la Antigüedad y, posiblemente, uno de los más grandes de todos los tiempos. No obstante, se conocen pocos datos fehacientes sobre su vida, y ello a pesar de que lo más granado de la literatura greco-romana - Plutarco, Eutocio, Tito Livio, Cicerón, entre otros muchos - escribió abundantes páginas sobre su vida y obras. Pese a que Eutocio afirmaba que un contemporáneo de Arquímedes, Heráclides de Alejandría, había escrito una biografía sobre él, lo cierto es que esta obra se perdió y cuanto se sabe de su vida proviene de fuentes muy posteriores que, probablemente, entremezclan datos reales con abundantes elementos legendarios en los que, básicamente, se resaltan sus logros como inventor de sofisticados ingenios mecánicos, dejando en un segundo término su faceta de genial creador matemático y científico.

Arquimedes de Siracusa (287-212 a.C.)

La obra de Plutarco *Vida de Marcelo*, dedicada al cónsul romano que dirigió el asedio a la ciudad de Siracusa durante los años 214 al 212 a.C. en el transcurso de la Segunda Guerra Púnica, es una de principales fuentes de información sobre su vida. En ella se afirma que Arquímedes fue abatido por un soldado romano el año 212 a.C. a la edad de 75 años, lo que sitúa su fecha de nacimiento en el año 287 a.C. en lo que entonces era la capital de la Magna Grecia (la Sicilia actual). El propio Arquímedes cuenta en el prólogo de su obra *El Arenario* que su padre era el astrónomo Fidias. Parece, aunque en esto hay profundas discrepancias según las fuentes, que estaba emparentado con la dinastía reinante en Siracusa. En todo caso, lo cierto es que Arquímedes mantuvo siempre una estrecha amistad con el rey Hierón II.

Cabe suponer que, en un principio, su propio padre se encargó de su formación matemática y astronómica, pero siendo aún muy joven lo envío a Alejandría, en cuyo Museo y Biblioteca trabajaban los mejores sabios y científicos del mundo heleno, para que completase su formación. En este emporio cultural y científico debió estudiar con los discípulos de Euclides y desarrolló una estrecha amistad con el astrónomo Conon de Samos, cuya competencia matemática siempre tuvo en alta estima, con Dositeo de Pelusa y con el famoso bibliotecario de Alejandría, el matemático y filólogo Eratóstenes de Cirene. A su vuelta a Siracusa, mantendrá con ellos una abundante correspondencia científica y les dedicará algunas de sus principales obras.

Durante su estancia en Egipto diseñó su primer gran invento mecánico, el llamado tornillo de Arquímedes o cóclea. Con este dispositivo, utilizado para elevar el agua, se conseguía fertilizar las tierras altas de las márgenes del Nilo, a las que no llegaban las aguas en la época de las inundaciones. Sus aplicaciones se extendieron rápidamente por el mundo helénico y, posteriormente, por el imperio romano. Diodoro Sículo afirma que se utilizaba en Hispania para desaguar las minas de Riotinto, y Plinio el Viejo relata en su *Historia Natural* el procedimiento seguido para extraer oro en las Médulas del Bierzo, consistente en soltar agua a presión sobre las montañas para, posteriormente, proceder al lavado de las arenas desprendidas. Aunque no lo menciona explícitamente, es posible que se utilizaran cócleas para estos menesteres.

No están claras las razones por las que abandona Alejandría, habida cuenta de que era el principal centro cultural y científico en aquellos tiempos, y retorna a Siracusa, donde pasará el resto de su vida. Según la interpretación más común, regresó atendiendo a la llamada de su rey Hierón para aplicar sus conocimientos científicos y técnicos en aquel reino. Un punto de vista diferente sostiene que su concepción científica, abiertamente heterodoxa respecto a la corriente platónica, que inspiraba a la mayoría de los científicos de Alejandría, le habría situado en una posición comprometida con el estamento científico alejandrino.

De regreso a Siracusa continuó sus investigaciones sin desdeñar la resolución de problemas prácticos que, con toda certeza, constituyeron el punto de partida para su formulación de las leyes de la mecánica de la palanca, leyes que aplicaría a la determinación de los centros de gravedad, áreas y volúmenes de diversas superficies planas y sólidos. Igualmente, inició la ciencia de la hidrostática, aplicándola al estudio de las posiciones de reposo y de equilibrio de cuerpos flotantes de diversas formas. Seguramente, fueron estas investigaciones el origen de algunas famosas anécdotas, como la que refiere Plutarco respecto a la un tanto pretenciosa afirmación "*Dadme un punto de apoyo y moveré la Tierra*" y el consiguiente desafío del rey Hierón para que, aplicando sus conocimientos científicos y técnicos, acercase hasta la costa un gran barco que no habían podido mover 100 hombres. Arquímedes, utilizando un sistema de poleas compuestas, pudo hacerlo sin gran esfuerzo, causando tal sorpresa y admiración al tirano que, al parecer, dictó un decreto en el que se establecía que, en adelante, las afirmaciones de Arquímedes deberían ser consideradas como certezas. Igualmente legendaria resulta la historia de su paseo desnudo por las calles de Siracusa gritando *¡¡Eureka!!*, tras descubrir la falsificación del joyero que realizó la corona del rey Hierón sustituyendo una parte del oro por plata, mientras tomaba un baño.

Cuenta Plutarco que Arquímedes no daba gran importancia a sus máquinas e ingenios mecánicos y que, pese a trabajar en ellos, estaba más interesado en sus principios básicos que en sus aplicaciones. Como prueba, aduce el hecho de que nunca dedicó una obra a la descripción de los mismos. Estas afirmaciones son cuestionables si se tiene en cuenta que su juicio puede estar sesgado por su afiliación a los principios del idealismo platónico y el papel que, como se verá más adelante, concede Arquímedes a la mecánica en el contexto del descubrimiento. Una de sus máquinas, conocida como esfera de Arquímedes, consistente en un planetario movido por energía hidráulica en el que se representaban el Sol, la Luna y los cinco planetas conocidos en su época, concitó la admiración y asombro de sus contemporáneos. Al parecer, podían observarse en ella los movimientos de rotación y traslación de estos cuerpos celestes, los eclipses y ciertos fenómenos atmosféricos. Pero, fue a raíz del sitio de Siracusa por las naves romanas comandadas por Marcelo, cuando el renombre de Arquímedes alcanzó las más altas cotas. Parece haber un acuerdo unánime en que los dos años que duró el cerco de Siracusa fueron debidos a los dispositivos bélicos diseñados por Arquímedes, cuya variedad y eficacia letal causaron la admiración de sus contemporáneos: catapultas que disparaban enjambres de flechas y proyectiles sobre la armada romana; gigantescos brazos, anclados en las murallas de Siracusa, que levantaban los barcos enemigos por la proa hasta ponerlos verticales y, tras zarandearlos, los estrellaban contra los acantilados; espejos ustorios o curvos que, colocados sobre las murallas, concentraban los rayos solares sobre las velas de las naves romanas hasta provocar su combustión. Aunque la atribución de la autoría de este último ingenio ha sido puesta en cuestión con frecuencia, cabe aportar a favor de su credibilidad que Arquímedes había estudiado en su obra *Sobre conoides y esferoides* las propiedades de los paraboloides, hiperboloides y elipsoides y, por ello, estaba familiarizado con sus propiedades óptico focales. Por otra parte, Teón de Alejandría afirmaba que Arquímedes había descrito estos espejos en una obra titulada *Tratado de catóptrica* que se ha perdido.

La leyenda ha atribuido a Arquímedes las características típicas del sabio distraído. Famosa era su capacidad de concentración cuando trabajaba en la resolución de un problema, que le llevaba a olvidarse de los aspectos más básicos de la vida cotidiana, hasta el punto que sus propios criados se veían obligados a arrastrarlo hasta los baños e incluso, en su interior, seguía trazando sus figuras geométricas sobre las cenizas del suelo o sobre el aceite que ungía las espaldas de sus criados. Probablemente, esta extraordinaria capacidad para abstraerse de la realidad circundante resultó letal para él cuando, roto el cerco de Siracusa, los soldados romanos entraron en la ciudad. Uno de ellos lo encontró dibujando una figura geométrica sobre la arena y lo asesinó, contraviniendo las órdenes de Marcelo que, conocedor de su formidable talento, había ordenado expresamente que se respetara su vida y fuera conducido a su presencia.

Plutarco ha dejado constancia en su obra de las tres versiones que le habían llegado sobre el asesinato de Arquímedes. La primera cuenta que, hallándose totalmente concentrado en la resolución de un problema, no fue consciente de la entrada de los romanos en la ciudad, y cuando uno de los invasores llegó hasta él y lo conminó a que le siguiera para llevarlo a presencia de Marcelo, Arquímedes se negó a cumplir la orden hasta que no hubiera dado con la solución. La negativa enfureció tanto al soldado que lo atravesó con su espada. La segunda versión resalta el espíritu perfeccionista de Arquímedes quien, al ver aproximarse al soldado romano con la espada desenvainada y actitud amenazante, le imploró que aguardase unos instantes para darle muerte, ya que no podía dejar el problema mientras la solución fuese imperfecta o dudosa. Finalmente, la última versión resulta ser la más prosaica y, por ello, quizá sea la que más se aproxima a lo sucedido en realidad. Arquímedes llevaba a Marcelo diferentes instrumentos matemáticos cuyos elementos metálicos reflejaban los rayos solares. Al ver sus destellos un grupo de soldados romanos, creyeron que transportaba piezas de oro y lo asesinaron para robarle. Consternado Marcelo al conocer los hechos, ordenó un funeral en el que se le rindieran honores y, siguiendo los deseos del sabio, esculpió en su tumba la figura de un cilindro circunscrito a una esfera acompañada de la razón entre los volúmenes de las dos figuras, descubrimiento que Arquímedes consideraba uno de sus logros más importantes.

El saqueo que siguió a la toma de Siracusa provocaría, sin duda, la destrucción y desaparición de la biblioteca del sabio siracusano y, quizás, alguna de sus obras desapareció para siempre. Sin embargo, sus amigos y corresponsales de Alejandría habían recibido copias de gran parte de ellas. En cualquier caso, los tratados arquimedianos conocidos o que han llegado hasta nuestros días provienen de tres fuentes principales: la del griego clásico (muchas veces a partir de versiones arábigo-latinas), la bizantina y la estrictamente árabe. Durante más de dos milenios, las fuentes griegas de las obras de Arquímedes fueron dos manuscritos: el compendio elaborado por León de Tesalónica en el siglo IX, conocido como *códice Valla* por haber sido propiedad de este humanista, del que no se tienen más noticias a partir de 1544; y un segundo manuscrito bizantino que incluía *Sobre el equilibrio de los planos, sobre la cuadratura de la parábola* y *sobre los cuerpos flotantes* y, posiblemente, *sobre las espirales*. Estuvo disponible durante la Edad Media y aparecía en los catálogos de la biblioteca papal entre los años 1295 y 1311; posteriormente, desapareció sin dejar ninguna copia. Ambos manuscritos los tuvo a su disposición Guillermo de Moerbeke (1215 - 1286), dominico amigo de Tomás de Aquino y traductor de las obras de Aristóteles que en 1269 hizo, a partir de ambos manuscritos, la traducción al latín de varias obras de Arquímedes. Esta traducción latina fue directa o indirectamente el origen de todas las copias de Arquímedes durante el Renacimiento. A estas obras se añadían otros tratados provenientes de fuentes árabes, cuya atribución a Arquímedes se ha puesto con frecuencia en entredicho, como sucede con *El libro de los lemas* o *El problema de los bueyes*. Había también referencias de autores clásicos a otras obras perdidas de Arquímedes. Pappus de Alejandría citaba un tratado sobre polígonos semirregulares y otro sobre equilibrios y palancas. Teón de Alejandría, como se indicó anteriormente, cita una obra sobre espejos ustorios, y el propio Arquímedes hizo referencia a un tratado sobre el sistema numérico que se utiliza en *El Arenario*. En el año 1906, Johan Ludvig Heiberg, historiador y estudioso de la matemática griega, descubrió en Constantinopla un tercer manuscrito bizantino. Se trataba de un palimpsesto cuya escritura superior, correspondiente a un devocionario religioso, se había realizado sobre textos de Arquímedes que un escriba anónimo había recopilado en el siglo X, que previamente habían sido lavados y raspados para poder reutilizar el pergamino, afortunadamente sin hacerlos desaparecer por completo. Este tercer manuscrito contiene gran parte de *Sobre la esfera y el cilindro*, *Sobre las espirales*, algunas partes de *Sobre la medida del círculo* y *Sobre el equilibrio de los planos*, la mayor parte del texto griego de *Sobre los cuerpos flotantes* (de la que solo se conocía la versión en árabe), el prefacio y dos proposiciones cortas del *Stomachion*, y un tratado inédito del que únicamente se tenían dos referencias, *Sobre el método de los teoremas mecánicos* (*El método*), dedicado a su amigo Eratóstenes, que contiene información esencial sobre los métodos heurísticos utilizados por el genio siracusano para descubrir los resultados que posteriormente demostraba según el modelo euclídeo.

Las obras de Arquímedes se clasifican habitualmente en tres grupos: las relacionadas con las cuadraturas y cubaturas de diferentes figuras planas y sólidos; las que analizan geométricamente problemas sobre estática e hidrostática; y una miscelánea de obras, en la que estarían incluidas *El Arenario* y *Stomachion*, que no tienen una característica común.

Resultaría pretencioso cualquier intento de analizar la obra arquimediana en esta sección; por ello, se centrará la atención en un somero análisis de algunos de sus tratados matemáticos más populares. Se prescinde, por tanto, de considerar sus importantes contribuciones a la estática y la hidrostática, recogidas en *Sobre el equilibrio de los planos* y *Sobre los cuerpos flotantes.* En el primero establece, entre otros resultados, las leyes de la palanca sobre sólidas bases matemáticas, en contraposición a los fundamentos especulativos utilizados por Aristóteles, y calcula los centros de gravedad de diferentes figuras geométricas: triángulo, trapecio y segmento parabólico. Análogamente, en los dos libros que componen el segundo tratado, deduce importantes proposiciones, como el famoso principio hidrostático, partiendo de sencillos postulados y vinculando la geometría con la hidrostática. Es justa-mente esta ligazón, que habría de tener una proyección esencial en el futuro desarrollo de la ciencia, lo que le convierte en el más antiguo e ilustre precursor de la física matemática.

Uno de sus tratados matemáticos más populares fue, sin duda, *Sobre la medida del círculo*. La sencillez de sus contenidos y la elegancia de los procedimientos matemáticos aplicados hicieron de él una de las obras arquimedianas más accesibles. Muestra en ella una clara orientación hacia la geometría de la medida que contrasta con la geometría de posición omnipresente en la obra de Apolonio (260 a 185 a.C.). Esa orientación se observa también en los tratados que sus contemporáneos, Aristarco de Samos (310 a 230 a.C.) y Eratóstenes de Cirene, dedicaron a la determinación de los tamaños y distancias del Sol y la Luna y a la medida de la Tierra, respectivamente. En ese contexto Arquímedes realiza sus cálculos y aproximaciones haciendo un amplio y eficaz uso de la logística o aritmética práctica griega, disciplina que el platonismo había relegado a trabajo de esclavos. El tratado, sin el prólogo habitual de otras obras, lo componen tres proposiciones. La segunda de ellas depende de los resultados de la tercera, lo que según Thomas L. Heath indica que el orden fue alterado y, posiblemente, se trate de un fragmento de una obra más extensa. La primera proposición establece que "El área de un círculo es igual a la de un triángulo rectángulo cuyos catetos son el radio y la longitud de la circunferencia del propio círculo". Esta equivalencia entre el círculo y un triángulo da la engañosa impresión de haberse logrado la cuadratura de círculo puesto que el triángulo es una figura cuadrable con regla y compás; sin embargo, el triángulo considerado, uno de cuyos catetos es la longitud de la circunferencia, no es cuadrable por tal procedimiento. Con toda probabilidad, Arquímedes era consciente de ello, ya que en la tercera proposición, combinando magistralmente la geometría y la logística, logra uno de sus resultados más famosos: la extraordinaria aproximación de la razón entre la circunferencia y su diámetro, el número π, que sitúa entre los valores $3+\frac{10}{71}$ y $3+\frac{1}{7}$. Para conseguir esta aproximación recurre al procedimiento iterativo de inscribir y circunscribir el círculo con polígonos regulares, cuyos lados duplica, hasta llegar a un polígono de 96 lados. La demostración, como es habitual, recurre al método de exhaución y a la relación entre los perímetros y áreas de los polígonos considerados. Simplificando el procedimiento, considera las sucesiones (p_n) y (P_n) de perímetros de polígonos inscritos y circunscritos y, a partir del tercer término de ambas sucesiones, establece las siguientes relaciones: $P_{n+1}=\frac{2\cdot p_n\cdot P_n}{p_n+P_n}$ y $p_{n+1}=\sqrt{p_n\cdot P_{n+1}}$. Análogas relaciones se obtienen para las áreas de los polígonos inscritos y circunscritos. En el transcurso de estos cálculos, Arquímedes se topa con el problema de obtener aproximaciones de irracionales cuadráticos como $\sqrt{3}$ y llega a un sorprendente resultado: $\frac{265}{153}<\sqrt{3}<\frac{1.351}{780}$. Dado que en ningún lugar indica qué procedimientos siguió para alcanzar esta relación, se ha especulado con diferentes hipótesis. Cabe la posibilidad de que fueran métodos sobradamente conocidos en su época y, por ello, no juzgó necesario explicarlos. También se ha sugerido que conocía y utilizó métodos similares a los que habían empleado los matemáticos babilónicos.

Debe destacarse que la primera proposición establece, por primera vez, y definitivamente en la geometría griega, la equivalencia de la razón entre la circunferencia y su diámetro y la razón del círculo al cuadrado del radio, es decir la igualdad de ambas constantes que la posteridad designará como número π. Por otra parte, como el propio Arquímedes señala en el prólogo de *El Método*, la conclusión de este teorema le sirvió para establecer por analogía la conocida proposición de que el área de la superficie esférica es cuatro veces el de uno de sus círculos máximos.

La segunda proposición establece que el área de un círculo es al área de un cuadrado sobre su diámetro como 11 es a 14. Como ya se ha indicado, su demostración se apoya en la conclusión de la tercera proposición. Si bien Arquímedes apoyó su demostración en consideraciones geométricas, es fácil ver, utilizando el lenguaje algebraico actual, que el área del cuadrado vendría dada por $4r^2$, siendo 2r el diámetro. Utilizando la aproximación $\frac{22}{7}$ para π, el área del círculo viene dada por $\frac{22\cdot r^2}{7}$, de donde la razón será:

$$\frac{22\cdot r^2}{28\cdot r^2}=\frac{11}{14}$$

En *Sobre la esfera y el cilindro* hallamos los resultados que Arquímedes tuvo en mayor estima. Lo conforman dos libros, el primero es un complemento de la geometría tridimensional del libro XII de *Los Elementos*. Euclides había demostrado que la razón de los volúmenes de dos esferas era igual a la de los cubos de sus diámetros. Arquímedes va a extender considerablemente estos resultados demostrando por el método de exhaución nuevos teoremas, como el recogido en la proposición 33: "la superficie de la esfera es cuatro veces la de su círculo máximo", o en la 34: "cualquier esfera es igual a cuatro veces el cono cuya base es igual al círculo máximo de la esfera y su altura igual al radio de la esfera". Como corolario de estos resultados, concluye que: "la razón entre una esfera y el cilindro que la contiene es $\frac{2}{3}$ tanto en superficie como en volumen". Resultado que consideró uno de sus logros más preciados y dispuso que se inscribiera en su tumba. Además del área y el volumen de la esfera, el primer libro incluye la determinación de las áreas y volúmenes de otros cuerpos redondos: cilindros, segmentos esféricos, etc. El segundo libro trata problemas que desbordan ampliamente el marco de la geometría euclídea. Entre otros, cabe señalar la sección de la esfera mediante planos, de forma que los volúmenes de los segmentos esféricos obtenidos estén en una razón dada de antemano. La resolución de este problema lleva a una ecuación cúbica, $\frac{a-x}{c}=\frac{b^2}{x^2}$, que resolvió geométricamente a partir de la intersección de una parábola y una hipérbola. Plantea también cuestiones relativas a la determinación de una esfera igual a un cono o un cilindro dados, o del segmento esférico de mayor volumen entre los que tienen igual área.

Tanto en *La medida del círculo,* como en los dos libros que componen *Sobre la esfera y el cilindro*, queda perfectamente ilustrada una de las facetas características de la producción científica arquimediana: la vía de la demostración. Arquímedes expone sus resultados acompañados de las correspondientes demostraciones realizadas dentro del riguroso marco euclídeo. Su método demostrativo por excelencia es el de exhaución. Sus antecedentes más directos han de buscarse en Eudoxo de Cnido, el matemático más ilustre de la academia platónica, que superó la primera crisis de la historia de las matemáticas, provocada por la irrupción de las magnitudes inconmensurables, estableciendo sobre firmes bases lógicas una teoría de las proporciones. Con ella, los geómetras griegos podían manejar las razones de magnitudes de forma análoga a como la matemática actual opera con los números reales. Él fue también quien introdujo por primera vez en las matemáticas el axioma de continuidad, que hacía posible trabajar con magnitudes que pueden hacerse mayores o menores que otras arbitrariamente elegidas, salvando así el horror de las matemáticas griegas al infinito actual. Este axioma fue perfeccionado y utilizado profusamente por el genio de Siracusa y por ello se suele denominar de Eudoxo-Arquímedes.

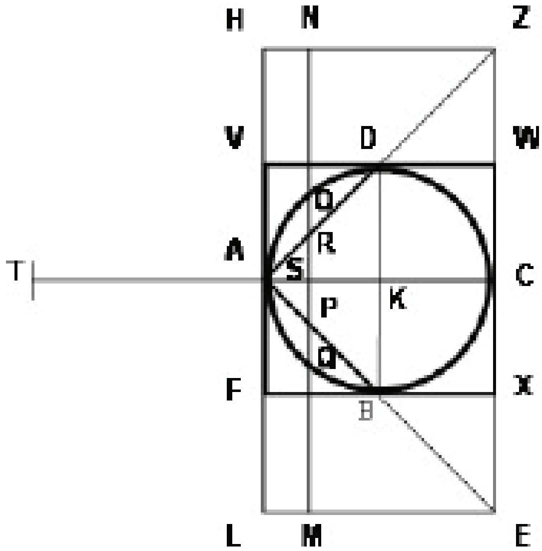
El método de exhaución arquimediano es deudor también de los procedimientos utilizados por Antifón de Atenas (hacia 430 a.C.) y Bryson de Heraclea (hacia 400 a.C.) para cuadrar el círculo. El primero partía de un polígono regular inscrito y sobre cada lado construía un triángulo isósceles, cuyo lado desigual coincidía con el del polígono. Repitiendo el proceso, afirmaba, se llegaría a un polígono cuyos lados serían tan pequeños que coincidiría con la circunferencia. Por su parte, Bryson consideraba también polígonos regulares circunscritos. Reiterando la duplicación de los lados de los polígonos inscritos y circunscritos, consideraba que se llegaría a un único polígono de área intermedia entre ambos que coincidiría con el área del círculo. El método utilizado por Arquímedes se basa, además, en la utilización de la demostración indirecta (o reducción al absurdo) y lo aplica en sus obras de tres formas diferentes: Método de exhaución por compresión por diferencia; Método de exhaución por compresión por razón; Método de exhaución por aproximación.

En todos los casos, el problema planteado es el siguiente: dada una magnitud geométrica G (longitud, área o volumen), se pretende probar que es equivalente a otra D previamente conocida. Para realizar la demostración, aplicando el método por compresión por diferencia, procede de la siguiente forma: se construye una sucesión de figuras regulares inscritas (I_n) y circunscritas (C_n) tales que para todo n se verifica que $I_n < G < C_n$. A continuación, demuestra que la diferencia ($C_n - I_n$) puede hacerse tan pequeña como se quiera (axioma de Eudoxo-Arquímedes) al crecer n y que, para todo n, $I_n < D < C_n$. De donde se concluye que $G = D$. La demostración por compresión por razón o división procede también construyendo sendas sucesiones (I_n) y (C_n) tales que, para todo n, $I_n < G < C_n$. Considera a continuación una razón cualquiera, r, mayor que la unidad, y demuestra que existe un valor n_o tal que si $n > n_o$, entonces $\frac{C_n}{I_n} < r$, con ello prueba que dicha razón puede acercarse a la unidad más que cualquier razón dada y, como $I_n < D < C_n$, concluye que $G = D$.

Las dos formas anteriores del método de exhaución son originales de Arquímedes, la demostración por aproximación parece que se corresponde con la utilizada por Eudoxo y está recogida en el Libro XII de *Los Elementos*. El método parte de una sucesión de figuras regulares inscritas en G, tales que sus correspondientes magnitudes $s_1 + s_2 + ... + s_n = S_n$, utilizando el lenguaje algebraico actual, verifican: 1) dado un valor arbitrario $\varepsilon > 0$, existe n_o tal que si $n > n_o$, $G - S_n < \varepsilon$ y $s_n < \varepsilon$; 2) para todo n, $s_1 + s_2 + ... + s_n + R_n = D$, siendo $R_n < s_n$; de donde concluye que G = D. Para la demostración de la igualdad G = D, Arquímedes recurre invariablemente a la doble reducción al absurdo razonando de la forma que sigue: de no darse la igualdad, o bien G > D ó G < D. Si ambas hipótesis llevan a contradicción, entonces debe ser G = D.

La mayoría de los matemáticos que estudiaron las obras de Arquímedes durante más de dos milenios se habían preguntado cómo llegaba a conocer el valor de la magnitud D. Muchos pensaron que debía haber utilizado algún método heurístico, una vía de descubrimiento que había ocultado deliberadamente, para hallar los resultados que luego probaba rigurosamente.

El descubrimiento realizado por Heiberg en 1906 confirmó la existencia de dichos métodos. En el *Método relativo a los teoremas mecánicos*, Arquímedes revela dicha vía de descubrimiento, en la que se conjugaban la mecánica y la geometría con una libertad de razonamiento inhabitual en la escuela de Alejandría. El uso de recursos mecánicos, proscritos en el canon platónico-euclídeo que establecía una drástica separación entre la teoría y la práctica, convirtió a Arquímedes, sin duda, en un heterodoxo entre sus colegas alejandrinos. La obra se inicia con un preámbulo dedicado a Eratóstenes al que siguen once asunciones previas o lemas, la mayoría de las cuales están dedicadas a describir las propiedades de los centros de gravedad de diferentes figuras geométricas, y dieciséis proposiciones en las que, aplicando el método mecánico, establece las cuadraturas y cubaturas de diversas figuras planas y sólidas. Las cinco últimas, dedicadas al estudio de la cuña y la bóveda cilíndrica, que constituyen el objetivo principal de la comunicación a Eratóstenes, ilustran el ciclo completo de la investigación arquimediana, que se inicia con la aplicación del método mecánico para el descubrimiento de los resultados y, a continuación, sigue con su demostración geométrica mediante el método de exhaución. La aplicación del método mecánico se hace en tres fases. Para ilustrar cada una de ellas partiremos del resultado presentado en la proposición 34 de *Sobre la esfera y el cilindro*: "cualquier esfera es igual a cuatro veces el cono cuya base es igual al círculo máximo de la esfera y su altura igual al radio de misma". En la primera fase, de carácter puramente geométrico, Arquímedes realiza la figura que acompaña al texto. En ella, ABCD representa un círculo máximo de la esfera. Siendo AC y BD perpendiculares, considera un segundo círculo máximo de diámetro BD, perpendicular a ABCD; a partir de éste construye un cono de vértice A cuya superficie prolonga hasta ser cortada por un plano paralelo a su base que pasa por C. Dicha sección determina un círculo perpendicular a AC de diámetro EZ. A continuación, construye un cilindro de altura AC cuyas generatrices son LE y HZ y prolonga CA hasta el punto T, siendo AT = AC. Considerando CT como una palanca cuyo punto medio es A, corta, mediante un plano perpendicular a AC que pasa por MN, el cilindro, la esfera y el cono. Aplicando diferentes proposiciones geométricas tomadas de *Los Elementos*, demuestra que la razón del círculo que resulta de la sección del cilindro por dicho plano (de diámetro MN) a los círculos que resultan de la sección del cono y la esfera (de diámetros PR y OQ, respectivamente) tomados conjuntamente es igual a la razón de AT a TS. Establecidas estas relaciones geométricas, pasa a una segunda fase de carácter mecánico en la que aplica las leyes de la estática desarrolladas en *Sobre el equilibrio*



de los planos y razona de la siguiente manera: dada la relación de proporcionalidad hallada, si el círculo de diámetro MN del cilindro se mantiene en su lugar, es decir con el centro de gravedad en S, la palanca estará en equilibrio respecto al punto A si los círculos determinados en el cono y la esfera se trasladan conjuntamente a T, situando sus centros de gravedad en dicho punto. Análogamente, cualquier plano perpendicular a AC seccionará al cilindro, la esfera y el cono según tres círculos tales que, manteniendo en su lugar el círculo determinado en el cilindro, estará en equilibrio con los de la esfera y el cono, trasladados sus centros de gravedad al punto T. Pasa a continuación a la tercera fase de la aplicación del método mecánico, en la que se observan estrechas similitudes con la geometría de los indivisibles, introducida por Cavalieri en el siglo XVII. Arquímedes afirma que "llenados" con tales círculos el cono, la esfera y el cilindro, y permaneciendo éste en su lugar, es decir con su centro de gravedad en el punto K, estará en equilibrio si se trasladan conjuntamente el cono y la esfera, situando sus centros de gravedad en el punto T. De donde la razón del volumen del cilindro a los de la esfera y el cono juntos vendrá dada por $\frac{AT}{AK} = 2$. Teniendo en cuenta que AC = 2AK y que EZ = 2BD, es fácil probar que el volumen del cono de sección AEZ, V_{AEZ}, es 8 veces el volumen del cono de sección ABD, V_{ABD}. Si designamos por V_e al volumen de la esfera y por V_{EZ} al volumen del cilindro, tendremos que: $V_{EZ} = 3 \cdot V_{AEZ} = 24 \cdot V_{ABD}$ y $2 \cdot (V_e + V_{AEZ}) = 2 \cdot (V_e + 8 \cdot V_{ABD}) = V_{EZ}$. Operando con ambas ecuaciones, se llega al resultado establecido en la proposición: $V_e = 4 \cdot V_{ABD}$. Con este resultado, y razonando por analogía con la proposición de que todo círculo equivale al triángulo cuya base es la circunferencia del círculo y su altura el radio, Arquímedes concluye que el área de la esfera equivale al cuádruplo de un círculo máximo. A partir de aquí, es fácil derivar la famosa relación entre los volúmenes del cilindro y la esfera inscrita en él. En efecto, si en la figura considerada se trazan los segmentos FX y VW paralelos a AC y tangentes al círculo máximo ABCD, y se considera el cilindro de eje AC y generatrices FX y VW, cuyo volumen se designará por V_{FW}, dado que $EZ = 2WX$, se tendrá que $V_{EZ} = 4 \cdot V_{FW}$ y $V_{ABD} = \frac{1}{6} \cdot V_{FW}$. Lo que, sustituyendo en $2 \cdot (V_e + 8 \cdot V_{ABD}) = V_{EZ}$ y despejando V_e, lleva a $V_e = \frac{2}{3} \cdot V_{FW}$.

Arquímedes fue consciente de que, aunque las dos primeras fases de su método de descubrimiento eran irreprochables desde el punto de vista del rigor lógico, la tercera adolecía de notorias debilidades en ese terreno. Por ello, en el propio preámbulo de *El Método* reconoce la necesidad de mantener una vía demostrativa posterior basada en la geometría. *... ciertas cosas me quedaron claras por un método mecánico, aunque tenían que ser probadas por la geometría posteriormente porque su investigación por el método dicho no proporcionaba una prueba real. Pero esto es por supuesto más fácil, cuando hemos previamente adquirido, por el método, algún conocimiento de las preguntas, para suministrar la prueba que es encontrarla sin ningún conocimiento previo.*

En el prólogo a *Sobre las espirales*, dirigido a su amigo alejandrino Dositeo, hace referencia a una serie de teoremas que había enviado a su amigo Conon, dos de los cuales proporcionaban resultados aparentemente ciertos pero contradictorios con teoremas previamente admitidos. Esta especie de humorada arquimediana debía prevenir, según su autor, a los matemáticos que daban por verdaderas demostraciones que no habían sido probadas.

Quizá su obra de mayor profundidad matemática, y también más trasgresora, sea *Sobre las espirales*. En ella introduce la espiral que lleva su nombre, correspondiente al lugar geométrico de un punto del plano que, partiendo del extremo de una semirrecta, sigue un movimiento uniforme sobre ella, mientras ésta gira uniformemente alrededor de su extremo. Con esta curva, Arquímedes resuelve dos de los problemas clásicos de la matemática griega: la trisección de un ángulo cualquiera y la cuadratura del círculo. Obviamente, esta curva es de naturaleza mecánica y no construible mediante regla y compás. A estos notables resultados ha de añadirse la proposición 24, en que determina que: "el área barrida por el radio vector de dicha espiral en su primera rotación completa equivale a la tercera parte del área del círculo con centro en el origen de la espiral y radio igual al módulo de dicho vector en la posición final". Demuestra, también, que: "el área de la región comprendida entre una vuelta n de la espiral y la siguiente n+1 viene dada por la siguiente fórmula recursiva $A_{n+1} = \frac{n}{n-1} \cdot A_n$"

La importancia y originalidad de la obra de Arquímedes en el campo de las matemáticas ha sido excepcional, pese a que su influencia fue limitada entre sus contemporáneos e inmediatos seguidores. Dos razones pueden explicar esta anomalía histórica: por un lado, la hegemonía romana, y su nulo interés por las ciencias teóricas, precipita el declive de la matemática griega; por otro, las obras de Arquímedes tiene un carácter muy similar a las modernas monografías científicas, en cuanto plantean y resuelven problemas muy específicos y se dirigen a una comunidad de especialistas. Carecen, por ello, de la orientación didáctica que se observa en otras obras más populares, como *Los Elementos* de Euclides. Aunque algunos de sus resultados fueron ampliamente conocidos, en lo que sabemos, no dejó discípulos que profundizaran y extendieran sus grandes aportaciones a la mecánica, a la hidrostática o a las cuadraturas y cubaturas de figuras geométricas. Es cierto que importantes matemáticos alejandrinos como Herón, Pappus o Teón citaron con frecuencia sus obras, pero fueron los comentarios de Eutocio de Ascalón, matemático del siglo V, quienes jugaron un papel decisivo en la preservación y transmisión de la obra arquimediana. Estos escritos sirvieron un siglo más tarde a la escuela formada en Constantinopla por Isidoro de Mileto y Antemio de Tralles, arquitectos de la basílica de Santa Sofía, para estudiar y editar parte de la obra de Arquímedes. A esta primera recopilación se fueron añadiendo gradualmente otros trabajos de Arquímedes hasta que en el siglo IX León de Tesalónica realizó el compendio recogido en el códice Valla. Similar origen cabe atribuir a los otros dos manuscritos anteriormente mencionados.

Entre los siglos VIII y IX los árabes acceden a las obras de Arquímedes. Probablemente, nunca llegaron a disponer de un manuscrito tan completo como el códice Valla; sin embargo, alcanzaron un gran dominio de los métodos arquimedianos e hicieron importantes contribuciones.

El occidente cristiano llegó al conocimiento de la obra arquimediana en el siglo XII, cuando Platón de Tívoli y Gerardo de Cremona inician las traducciones al latín desde fuentes árabes. En la segunda mitad del siglo XIII se produce un importante avance cuando Guillermo de Moerbeke realiza la traducción al latín de los dos manuscritos bizantinos que tuvo a su disposición en la biblioteca papal, a la que habían pasado desde la colección de los reyes normandos de Sicilia.

En el siglo XV comenzó a extenderse el conocimiento de Arquímedes por toda Europa a partir de una nueva traducción al latín de los textos del códice Valla realizada por Jaime de Cremona, pero la mayor difusión se produce en la siguiente centuria, época en la que se multiplican las traducciones, destacando especialmente las realizadas por Federico Commandino en Bolonia el año 1558 o, anteriormente, por Francisco Maurolico que se publicarían en Palermo el año 1685.

Puede afirmarse que, a partir de la segunda mitad del siglo XVI, el interés de los matemáticos por los trabajos de Arquímedes había alcanzado su apogeo, especialmente en lo relativo a los problemas de cuadraturas y cubaturas, que intentaron resolver introduciendo nuevos métodos, precursores del advenimiento del cálculo infinitesimal de Newton y Leibniz. También sus concepciones mecánicas e hidrostáticas tuvieron un papel fundamental en la reformulación de la hasta entonces hegemónica física aristotélica. Grandes físicos y matemáticos de esa centuria y la siguiente reconocieron la importante influencia arquimediana en sus trabajos: Simon Stevin, Kepler, Cavalieri, Torricelli, Galileo, que lo cita más de un centenar de veces, Descartes, Fermat y un largo etcétera. Puede afirmarse que la asimilación de la obra arquimediana por los matemáticos europeos de esta época resultó determinante en el nacimiento de la ciencia moderna.

Jules Henri Poincaré

Jules Henri Poincaré ha sido uno de los matemáticos más creativos de la historia. Nació en Nancy (Francia) el año 1854, en el seno de una familia acomodada e influyente. Su padre, Léon, era profesor de medicina en la Universidad, y su tío Antoine, tras estudiar en la prestigiosa Escuela Politécnica, ocupó el cargo de Inspector General de Puertos y Caminos; un hijo de éste, Raymond Poincaré, desempeñó el cargo de ministro varias veces y llegó a ser Presidente de la República durante la Primera Guerra Mundial. Su hermana se casó con el prestigioso filósofo Émile Boutroux.

Cuando contaba cinco años enfermó de difteria y, como secuela, sufrió una parálisis de laringe que le obligó a permanecer en reposo durante varios meses. Su madre, mujer culta y decidida, tomó a su cargo la educación de Henri y, a juzgar por los resultados, con gran éxito: su hijo se convirtió en un ávido lector que devoraba y asimilaba a la perfección cuantos libros caían en sus manos, gracias a una extraordinaria memoria visual que le permitía, no solo citar literalmente párrafos, sino señalar también la página en que se encontraban. Igualmente destacables eran las composiciones escritas que realizaba el joven Poincaré en esa época. Como contrapartida, aunque nunca fue un motivo de gran preocupación para él, mostraba algunas limitaciones en la coordinación motora y en la agudeza visual, que le iban a acompañar el resto de su existencia.

En 1862 ingresó en el liceo de Nancy donde permaneció once años. Aunque inicialmente se decantó por la historia natural y la geografía, durante la adolescencia se despertó su pasión por las matemáticas. Realizaba los cálculos mentalmente, abstrayéndose de cuanto le rodeaba, y hasta que no alcanzaba la solución del problema no ponía los resultados por escrito. Este método de trabajo lo mantendrá en el futuro y, de hecho, cuando sea un matemático consagrado, continuará escribiendo sus artículos y tratados, productos de una larga elaboración mental, de un tirón y sin recurrir apenas a segundas lecturas para revisarlos y corregirlos. Sus extraordinarias aptitudes para las matemáticas eran reconocidas tanto por sus condiscípulos como por sus maestros; uno de ellos se refería a él como "un monstruo de las matemáticas". También eran muy populares sus habituales despistes y su falta de atención a los detalles que, en alguna ocasión, arruinaban sus excelentes planteamientos. Pese a ello, Poincaré no tuvo problemas para ganar con brillantez el premio de Matemáticas Elementales y Especiales en el Concurso General, una competición en la que participaban los alumnos de todos los liceos franceses.

Notable fue también su facilidad para el aprendizaje de los idiomas. Se cuenta la anécdota de que en el transcurso de la guerra franco-prusiana, su ciudad fue tomada en 1870 por los alemanes. La ocupación puso fin a la edición de periódicos en lengua francesa y Henri, que tenía en ese momento 16 años, aprendió el alemán para poder enterarse de las noticias sobre el transcurso de la guerra, que solo se publicaban en ese idioma.

En el año 1871 obtiene el título de bachiller en Letras y, unos meses después, se presenta a los exámenes de Ciencias en los que, paradojas de la vida, no consigue superar la prueba de matemáticas. Pese a ello, su brillante expediente le permitió obtener el título de bachiller de esta especialidad. Dos años más tarde ingresa en la prestigiosa Escuela Politécnica, donde continuará destacando en matemáticas. Allí tuvo ocasión de estudiar análisis con el gran matemático Charles Hermite y física con Marie-Alfred Cornu. Éstos iban a ser los profesores que mayor influencia ejercieran sobre él. Hermite impartía el curso de geometría diferencial, tema que se convertiría en uno de los predilectos de Poincaré y, unos años más tarde, sería el encargado de supervisar su tesis doctoral. En 1875 se gradúa en la Escuela Politécnica con el número dos de su promoción. La causa de que no obtuviera el primer puesto hay que buscarla en su ineptitud para el dibujo que, como sus deficiencias para la práctica deportiva o musical, se derivaba de su falta de coordinación corporal. De hecho, una de sus mayores frustraciones fue no haber conseguido aprender a tocar el piano, lo que compensó en cierta manera convirtiéndose en un apasionado melómano. Ese mismo año, el conocido filósofo Émile Boutroux, que impartía clases en la Universidad de Nancy, se casa con Aline, una hermana de Henri. Desde ese momento, Poincaré y su cuñado mantendrán frecuentes debates sobre problemas filosóficos que, más adelante, ejercerán una profunda influencia en la filosofía de la ciencia de Poincaré.

Tras obtener la licenciatura en matemáticas el año 1876, opta por continuar sus estudios en la prestigiosa Escuela de Minas. Los alumnos graduados en los primeros puestos en la Escuela Politécnica, solían elegir entre esta escuela técnica o su competidora, la Escuela des Ponts et Chaussées. Aunque parece que no estaba especialmente dotado para la minería, el prestigio social y la solvencia económica que aportaba esta titulación, parecen que fueron factores determinantes de su elección. Como alumno de ingeniería realizó diferentes viajes por Europa, Suecia, Austria y el norte de África. El mes de marzo de 1879 recibe el título de ingeniero de minas y es destinado a Vesoul, donde con ocasión de una explosión de grisú que causó 16 muertos en una mina, tuvo ocasión de demostrar su celo en el cumplimiento de sus funciones y su valor, descendiendo al interior de la mina acompañando al equipo de salvamento pese al evidente riesgo.

Poincaré había compatibilizado sus estudios de ingeniería con sus investigaciones matemáticas, y en el mes de agosto de 1879 defendió su tesis doctoral en la Facultad de Ciencias de París ante un jurado del que formaba parte el prestigioso matemático Jean-Gaston Darboux que, más adelante, será uno de sus biógrafos. En la tesis, titulada *Sur les propriétés des fonctions définies par les équations différences*, planteaba la mejora de los métodos de resolución de estas ecuaciones diferenciales, que habían sido sugeridos por Cauchy unos años antes. Poincaré centraba su trabajo no tanto en los métodos de resolución como en los teoremas de existencia de las soluciones. Un informe redactado por el propio Darboux señalaba la excelente impresión que le habían producido sus procedimientos y resultados, a la vez que mostraba reservas respecto a la claridad de su estilo. Posiblemente, las tareas administrativas que comportaba el ejercicio de la ingeniería minera le resultaban mucho menos gratificantes que su dedicación a la investigación en las ciencias puras y, aunque con los años habría de tomar diferentes responsabilidades como miembro del Corps des Mines, convirtiéndose primero en ingeniero jefe y más tarde en inspector general, el mes de diciembre de 1879 aceptó el nombramiento de profesor de análisis matemático en la Facultad de Ciencias de Caen. El periodo comprendido entre esa fecha y octubre de 1881 fue sumamente fructífero para sus investigaciones matemáticas ya que redactó y publicó más de veinte artículos en la revista *Comptes Rendus* de la Academia de Ciencias de París. Sus contenidos pueden agruparse en torno a tres ramas de las matemáticas puras: la aritmética de las formas cuadráticas y ternarias, donde utiliza métodos tomados de la geometría no euclídea; la teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales y las funciones fuchsianas o automorfas.

Su matrimonio con Louise Poullain d'Andecy el 20 de abril de 1881 puso un brillante cierre a este periodo. De esta feliz unión nacerían tres hijas, Jeanne, Yvonne, Henriette, y un niño al que bautizaron con el nombre de León.

En el otoño de 1881, con el apoyo de Hermite, obtiene el nombramiento de profesor asociado de análisis en la Universidad de la Sorbona. El joven matrimonio fija su residencia en París, donde Henri desarrollará una brillante carrera profesional e irá acrecentando su fama y prestigio hasta convertirse en el principal referente mundial de la matemática francesa. Dos años más tarde asume el cargo de profesor de la Escuela Politécnica. En 1885 obtiene la cátedra de mecánica física y experimental de la Facultad de Ciencias y, al año siguiente, la de física Matemática y teoría de probabilidades. También tuvo a su cargo un curso de astronomía de la Escuela Politécnica y otro de electricidad teórica en la École des Postes et Télégraphes. En sus cursos de física matemática Poincaré adquirió la costumbre de elegir cada año un tema nuevo. De esta forma, planteaba en sus clases las cuestiones más sobresalientes y de más candente actualidad de cada una de las ramas de la física seleccionadas. Así, fue desarrollando a lo largo de los años cursos de hidrodinámica, termodinámica, teoría cinética, óptica, electrodinámica, teoría de Maxwell, experimentos de Hertz, y un largo etcétera. Sintió una especial atracción por los fundamentos teóricos de la telegrafía sin hilos y se propuso sentar las bases matemáticas que facilitaran la comprensión de este fenómeno. Sus resultados en este campo, quedaron plasmados en un tratado titulado *La théorie de Maxwell et les oscillations hertziennes* que publicó en 1907.

Además de sus responsabilidades como catedrático e inspector de minas, Poincaré fue miembro del *Bureau des Longitudes* de París desde principios del año 1893 y lo presidió los años 1899, 1909 y 1910. Esta oficina, fundada el año 1795 en plena Revolución Francesa, era la responsable de la normalización de las unidades de medida. Por aquellas fechas se planteó el proyecto de incluir las unidades de tiempo en el Sistema Internacional de Unidades, lo que llevó a sus miembros a considerar en detalle el problema de la medida del tiempo y el de la sincronización de relojes. Poincaré abordó la cuestión de cómo medirían el tiempo dos observadores situados en distintos puntos de la Tierra y moviéndose a gran velocidad uno respecto al otro. ¿Medirían el mismo tiempo sus relojes o se irían desfasando uno respecto al otro? A través de la correspondencia que mantenía con el físico holandés Hendrik Antoon Lorentz conocía la corrección que éste había introducido en su revisión de algunas ecuaciones de Maxwell dependiendo de la velocidad de los observadores. Lorentz la había denominado "tiempo local", pero su interpretación no iba más allá de los límites de las matemáticas. Poincaré, sin embargo, le dio un significado físico que apuntaba al concepto de tiempo y de simultaneidad y recogió sus conclusiones en una obra titulada *La mesure du temps* que publicó en 1898. En ella señala que "la simultaneidad de dos sucesos o el orden en el que se han producido, la igualdad entre dos períodos de tiempo, deben ser definidos de modo que la formulación de las leyes naturales sea lo más simple posible". En otras palabras, nuestras elecciones no se basan en que unas reglas sean ciertas y otras no, sino en su conveniencia, que viene determinada por el grado en que simplifican la formulación de las leyes físicas. Aunque Einstein llegó más lejos que Lorentz o Poincaré en su teoría de la relatividad especial de 1905, es indudable que éstos, de forma independiente, le habían precedido en la introducción de algunas de las ideas germinales de esta revolucionaria teoría.

El año 1887 Poincaré es nombrado miembro la Academia de Ciencias de París, cuya presidencia ostentará en 1908. Ese mismo año le abrió sus puertas la Academia Francesa, en reconocimiento a su mérito literario, para ocupar el sillón dejado vacante por el poeta Sully Prudhomme. Su creciente prestigio le proporcionará innumerables honores y premios. Recibe nombramientos de las más importantes sociedades científicas y academias de Europa y de los Estados Unidos. Se le conceden doctorados Honoris Causa en las universidades europeas de mayor prestigio: Berlín, Bruselas, Cambridge, Estocolmo, Glasgow, Oxford, etc. La Real Sociedad Astronómica de Londres le concede la Medalla de Oro en 1900 y la Royal Society le otorga la Medalla Sylvester. El año 1904, la Sociedad Físico-Matemática de Kazán le impone la Medalla Nicolai I. Lobachevski. También le fueron concedidos importantes premios a lo largo de su carrera, entre otros, el premio Internacional de Matemáticas, que le otorgó en 1889 el rey Oscar II de Suecia por su memoria *Sobre el problema de los tres cuerpos y las ecuaciones de la dinámica,* y el gran premio Farkas y Janos Bolyai de la Academia de Ciencias húngara.

Como investigador, Poincaré mantuvo siempre un estrecho contacto con los progresos científicos de de su época y dio una gran importancia al intercambio de ideas en la comunidad científica, lo que le llevó a desempeñar un papel activo en los congresos y reuniones científicas internacionales. En 1897 recibe el encargo de elaborar la conferencia inaugural del Primer Congreso Internacional de Matemáticas, celebrado durante el mes de agosto en Zurich, centrando su contenido en las relaciones entre el análisis puro y la física matemática, y en lo que se denominó el programa Poincaré, que establecía las funciones de un matemático y las directrices sobre cómo debería conducirse la investigación matemática en el futuro. El 14 de abril de 1900 se inauguró la Exposición Universal de París y, como parte de programa, se organizaron diferentes congresos, entre ellos el Segundo Congreso Internacional de Matemáticas, que tuvo el honor de presidir. La conferencia inaugural corrió, en esta ocasión, a cargo de Hilbert y marcó un hito en la historia de las matemáticas al proponer en ella los veintitrés famosos problemas que habrían de guiar el grueso de la investigación matemática durante el siglo XX. En el mismo marco de la Exposición Universal se celebraron otras dos reuniones en las que Poincaré tuvo un papel central: el Primer Congreso Internacional de Filosofía, desarrollado entre los días 1 y 5 de agosto bajo la presidencia de su cuñado Emile Boutroux; y el Congreso Internacional de Física, celebrado entre el 6 y el 12 de agosto. En 1904 viajó a Estados Unidos para pronunciar varias conferencias con motivo de la Exposición Universal de St. Louis. Cuatro años más tarde, mientras asistía al Congreso Matemático de Roma, sufrió una seria indisposición que impidió su presencia en la jornada de clausura, teniendo que ser hospitalizado y operado de urgencia. Desde entonces, su salud se vio seriamente quebrantada, hasta el punto que sus médicos le aconsejaron una nueva intervención quirúrgica en 1912. El 17 de julio de ese mismo año, cuando parecía que el proceso de recuperación se desarrollaba con total normalidad, sufrió una embolia que acabó inesperadamente con su vida en uno de los momentos más brillantes de su carrera.

Poincaré y Hilbert fueron los últimos matemáticos universalistas. Ambos cerraron con brillantez el siglo inaugurado por otro gran matemático universal, Carl F. Gauss.

Como él, Poincaré había llegado a dominar la mayor parte de las ramas de las matemáticas puras y aplicadas de su época, haciendo notables contribuciones a cada una de ellas. También, como el "Príncipe de las Matemáticas", su pensamiento había mostrado una especial predilección por los teoremas generales frente a los casos particulares.

No obstante, al lado de estas similitudes, había importantes diferencias entre ambos. Gauss fue un matemático precoz y su virtuosismo en los cálculos matemáticos complejos era legendario. Estos rasgos no se dieron en el sabio francés que, en ocasiones, mostraba dificultades con cálculos aritméticos sencillos. Muy diferentes fueron también en lo que se refiere a su producción escrita. La parquedad de Gauss en la publicación de resultados, que pulía sin cesar antes de entregar a la imprenta, contrasta con un prolífico Poincaré que a lo largo de su relativamente corta etapa creativa publicó unos 500 trabajos de matemáticas y más de 30 libros dedicados a diversas ramas de la física y a la astronomía teórica, a los que habría que añadir sus obras sobre filosofía y sus ensayos de divulgación científica, temas sobre los que Gauss nunca llegó a plantearse escribir.

Posiblemente, su abundante producción escrita tuvo que ver con su singular rutina de trabajo. Además del tiempo destinado a la docencia, trabajaba regularmente por la mañana, de 10 a 12 horas, y por la tarde, de 4 a 7, en los temas que le exigían una mayor concentración. En ningún caso dedicaba más de dos horas a cada uno de ellos. Por las noches, antes de dormir, dedicaba un tiempo a la lectura de artículos publicados por sus colegas.

Su legado escrito recorre todos los dominios de la matemática y de la física de su tiempo. En casi todos ellos abrió nuevas vías de investigación a la vez que extraía sus principios filosóficos. Él mismo hizo una clasificación de sus trabajos que situó bajo siete epígrafes: ecuaciones diferenciales; teoría general de funciones; cuestiones diversas de las matemáticas puras (álgebra, aritmética, teoría de grupos y analysis situs); mecánica celeste; física matemática; filosofía de la ciencia y enseñanza; divulgación matemática y temas diversos. Esta agrupación, señalaba el sabio francés, no implica estanqueidad de cada grupo; por el contrario, se dan múltiples conexiones entre los temas adscritos a cada uno de ellos, hasta el punto que, en muchos casos, un mismo tema podría figurar bajo dos o tres rúbricas diferentes.

La amplitud y complejidad de la obra de Poincaré hace imposible plantearse siquiera un somero análisis de sus trabajos. En lo que sigue se centrará la atención en una breve descripción de algunas de sus contribuciones más notables. Una de las principales, en el campo de la teoría general de funciones, fue la introducción de las funciones que llamó fuchsianas, en honor al matemático alemán Lazarus Immanuel Fuchs y a sus aportaciones al estudio de las ecuaciones diferenciales, y en la actualidad son conocidas como funciones automorfas. Sus investigaciones sobre este tema se iniciaron en 1880 con motivo de la convocatoria de un premio, realizada por la Academia de Ciencias de París, para trabajos que tuviesen como objetivo "perfeccionar en cualquier punto importante la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias de una sola variable independiente”. Fue precisamente su maestro Hermite quien le instó a participar en la convocatoria. A partir del estudio de las funciones modulares y de las soluciones de la ecuación hipergeométrica, Poincaré halló ejemplos de funciones analíticas que, estando definidas en un subconjunto abierto conexo D del plano complejo, permanecían invariantes bajo un grupo infinito numerable G de transformaciones lineales fraccionarias o de Möbius de D en D del tipo $T: z \to \frac{az+b}{cz+d}$, donde a, b, c y d son constantes que verifican $ad-bc \neq 0$. Las investigaciones de Poincaré, en definitiva, pusieron de manifiesto la existencia de una nueva clase de funciones que constituían una generalización de las funciones trigonométricas y de las funciones elípticas. Hermite había estudiado una clase de funciones elípticas modulares que permanecían invariantes bajo ciertas transformaciones lineales, tales funciones correspondían al caso particular en que las constantes eran números enteros y verificaban $ad-bc=1$. Pero Poincaré fue más allá en su trabajo, observó que en la construcción de las funciones fuchsianas se introducían múltiples parámetros que podían variar continuamente y que, elegidos adecuadamente, permitían obtener una curva algebraica $P(x,y)=0$ representable paramétricamente por esta clase de funciones. También llegó a la conclusión de que una ecuación diferencial lineal homogénea de cualquier orden, cuyos coeficientes son funciones algebraicas, tiene soluciones expresables mediante funciones fuchsianas. Algunos años más tarde, en una conferencia pronunciada el año 1908 ante la Sociedad Psicológica de París, con el título de *L'invention mathématique*, hizo una pormenorizada descripción de cómo había llegado en 1881 a resolver el problema de las funciones automorfas. Su relato ponía de manifiesto la naturaleza de sus procesos de pensamiento y creación científica y el importante papel que concedía al trabajo del subconsciente en la invención matemática. La teoría general de las funciones automorfas de una variable compleja es una de las pocas ocasiones en que Poincaré completó su investigación y dejó poco que hacer a sus continuadores. No fue ese su comportamiento habitual ya que no se detenía el tiempo suficiente en ninguno de los campos que estudiaba para completar su obra. Uno de sus contemporáneos dijo al respecto que Poincaré “era un conquistador, no un colonizador”.

La teoría de las funciones analíticas de varias variables complejas es otra de sus aportaciones más notables. Antes de sus trabajos, apenas se habían realizado contribuciones relevantes en este campo. Entre los resultados que obtuvo cabe destacar el teorema en el que establece la caracterización de una función meromorfa de dos variables complejas como cociente de dos funciones enteras. En el año 1883 proporcionó su demostración recurriendo a una ingeniosa aplicación del Principio de Dirichlet. Unos años más tarde, en 1898, extendió estos resultados a cualquier número de variables complejas, aplicándolos al estudio de las funciones abelianas.

En el campo de las ecuaciones diferenciales, sus aportaciones fueron continuas desde su primera publicación, fechada el año 1878, hasta el año de su fallecimiento, trabajando el tema desde todos los puntos de vista. Como el propio Poincaré reconoce, comenzó completando los resultados de Cauchy relativos a los puntos ordinarios, señalando bajo qué condiciones la solución puede desarrollarse no solo a partir de las potencias de la variable independiente, sino a partir de los valores iniciales o de los de un parámetro arbitrario. Más tarde, extendió los trabajos de I. L. Fuchs sobre la determinación de todas las ecuaciones diferenciales de primer orden en el dominio complejo, algebraicas en y e y' que tuvieran puntos singulares. Sus resultados en este dominio fueron continuadas por Picard y extendidas al caso de ecuaciones de segundo orden.

Sus investigaciones sobre los movimientos de los satélites y la estabilidad de sus órbitas le condujeron al estudio de las ecuaciones diferenciales no lineales. Ante la inexistencia de métodos generales para su resolución, Poincaré se propuso desarrollar métodos alternativos a partir del examen de las mismas ecuaciones, introduciendo así la llamada teoría cualitativa de ecuaciones diferenciales, cuyas principales ideas recogió en la *Memoria sobre las curvas definidas por una ecuación diferencial*, que sintetiza los cuatro artículos sobre el tema publicados entre los años 1881 y 1886. En ellos intentaba dar respuesta a la cuestión de si las órbitas eran estables o no y, para ello, debía determinar si el movimiento de un punto describía una curva cerrada y si las soluciones permanecían siempre dentro de una misma zona del espacio. En el análisis de los tipos de soluciones que podía tener la ecuación, encontró que los puntos singulares de la ecuación diferencial jugaban un papel fundamental. Poincaré distinguió cuatro tipos de puntos singulares y describió el comportamiento de las soluciones alrededor de estos puntos. En el último de los cuatro artículos señalados inició la teoría cualitativa de ecuaciones diferenciales de órdenes superiores. En este caso, el número de tipos de puntos críticos crecía con la dimensión y Poincaré resolvió la dificultad introduciendo los "índices de Kronecker" de un punto crítico y demostrando que la suma de los índices en un dominio acotado por una hipersuperficie Z depende únicamente de los números de Betti de la misma.

A partir de 1885 la mayor parte de sus artículos sobre ecuaciones diferenciales están relacionados con sus investigaciones sobre el problema de los tres cuerpos que, en síntesis, consiste en hallar las ecuaciones matemáticas que permitan predecir la posición de sus masas a lo largo del tiempo. Aunque su planteamiento resultaba trivial utilizando las leyes de Newton, conducía a una serie de ecuaciones diferenciales, dependientes unas de otras, cuya complejidad convertía el problema en prácticamente irresoluble.

Ese mismo año el rey Óscar II de Suecia, a instancias del insigne matemático Gösta Mittag-Leffler, decidió celebrar su sexagésimo cumpleaños concediendo un premio, con una dotación de 2.500 coronas de oro, a la memoria que hiciese la aportación más valiosa en alguno de los siguientes temas: *1.- El problema de los n cuerpos de la mecánica celeste; 2.- La generalización de Fuchs de las funciones ultraelípticas; 3.- Las funciones definidas por ecuaciones diferenciales de primer orden; 4.- Las relaciones algebraicas entre dos funciones fuchsianas con un grupo común*. Cualquiera de los temas propuestos se ajustaba perfectamente a los intereses y trabajos desarrollados por Poincaré que, finalmente, se inclinó por el primero. El mes de mayo de 1888 envió una memoria de 160 páginas titulada *Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique*. El tema central de la memoria era el estudio de las soluciones periódicas del problema de los tres cuerpos cuando las masas de dos de ellos eran muy pequeñas comparadas con la del tercero, lo que ocurre en nuestro Sistema Solar. El enfoque dado por Poincaré se alejaba totalmente del tradicional; en lugar de intentar resolver las ecuaciones, se centró en sus aspectos cualitativos: ¿cómo podrían caracterizarse?, ¿cuántas habría?, ¿serían parecidas o muy diferentes? En definitiva, en lugar de intentar estudiar la trayectoria que seguiría cada cuerpo, centró su atención en las propiedades comunes de todas sus trayectorias posibles: ¿serían estables o no?, ¿periódicas o de otra clase? Con este enfoque, logró llegar mucho más lejos que cualquiera de sus predecesores. Así lo reconoció el jurado, formado por los insignes matemáticos Karl Weierstrass, Charles Hermite y Magnus Mittag-Laeffler, quienes le concedieron el premio con la siguiente argumentación: "*Es el trabajo original y profundo de un genio matemático que se sitúa entre los más grandes geómetras del siglo. Ha tratado el problema más importante y difícil, como es el de la estabilidad del sistema del mundo, utilizando métodos que abren una nueva era en la mecánica celeste*". La concesión del premio tuvo un gran eco en la prensa francesa y Poincaré fue nombrado Caballero de la Legión de Honor. Mittag-Leffler era el editor encargado de publicar la memoria premiada en la revista *Acta Mathematica*. En el transcurso de los trabajos de impresión, realizados entre julio y noviembre de 1889, uno de sus colaboradores, Phragmen, le comunicó que no estaba convencido de las conclusiones a que llegaba Poincaré en cinco puntos de la memoria. Esta advertencia fue el origen de un intenso intercambio epistolar entre el matemático francés y su colega sueco que se oponía a que la memoria fuese publicada con errores. Lo cierto es que, aunque Poincaré tenía razón en los cuatro primeros puntos señalados por Phragmen y así lo pudo consignar añadiendo nueve notas a la memoria, en el último de ellos, se señalaba que el sabio francés basaba la demostración de un teorema en la convergencia de una serie; como en ninguna parte de la memoria aparecía probada dicha convergencia, Phragmen había añadido cautelosamente que quizá fuera útil para el lector el poder disponer de esa prueba. Cuando Poincaré se dispuso a buscarla se encontró con que la serie no tenía por qué ser convergente. En una carta fechada el 1 de diciembre de 1889 el sabio francés admite su error y señala que, como consecuencia, la conclusión de que el Sistema Solar es estable debía ser invalidada. Finalmente, en junio de 1890 envía una nueva versión corregida de la memoria y se hace cargo de los gastos de edición cuyo importe resultó superior a las 2.500 coronas del premio. En el proceso de corrección de su error, Poincaré advirtió que, aunque el problema físico era determinista en un principio, es decir que a partir de las condiciones iniciales parecía posible predecir la posición en un futuro, con una precisión arbitrariamente grande, en la práctica no era así. La razón era que si partiendo de unos datos iniciales –masas, posiciones iniciales, etc. – el problema de los tres cuerpos tenía una solución, al introducir variaciones minúsculas en ellos, la nueva solución no solo no era similar a la antigua, sino que, con el transcurso del tiempo, ambas soluciones diferían tanto que parecían corresponder a datos iniciales completamente distintos. Con ello, Poincaré establecía que un sistema dinámico totalmente determinista, como el de los planetas en órbita, puede llegar a un estado de caos que impide predecir su comportamiento futuro, cuando responda a una situación no lineal, en la que una pequeñísima fluctuación se vaya amplificando al ser reiterada un gran número de veces. Este comportamiento corresponde a lo que clasificó como sistemas dinámicos inestables o no integrables. Poincaré estableció la distinción fundamental entre sistemas dinámicos estables e inestables y demostró que la mayoría de los sistemas dinámicos son no integrables. La no linealidad es una característica propia de los sistemas inestables que les hace sensibles a cambios mínimos en las condiciones iniciales. La linealidad, por el contrario, implica la proporcionalidad entre las magnitudes de la causa y las del efecto, cuyas relaciones pueden representarse por ecuaciones lineales. Con estas conclusiones dejó abierto un nuevo camino a la investigación matemática y puso las bases de lo que posteriormente se convertiría en la teoría del caos.

Poincaré se adelantó al interés generalizado por la topología que caracterizó a las matemáticas del siglo XX. Aunque matemáticos como Leibniz, Euler, Cantor o Möebius habían abordado anteriormente algunas cuestiones topológicas, el inicio oficial de esta rama de la matemática suele situarse en el año 1895, fecha de publicación de su *Analysis situs*, donde por primera vez se da un desarrollo sistemático del tema. Pese a que el avance de la topología durante el siglo XX ha extendido enormemente sus contenidos y relaciones, a grandes rasgos puede dividirse en dos clases bien determinadas: la topología combinatoria o algebraica y la topología conjuntista. La obra de Poincaré se entronca totalmente en la primera, es decir, en el estudio de los aspectos cualitativos intrínsecos de las configuraciones espaciales que permanecen invariantes bajo transformaciones biunívocas y bicontinuas. Parece que el sabio francés llegó a sus investigaciones topológicas a partir de sus intentos de integración cualitativa de las ecuaciones diferenciales. En todo caso, las cuestiones topológicas aparecían, de una u otra forma, en casi todos sus trabajos: teoría de números, análisis complejo, etc. Entre sus principales contribuciones a esta rama matemática cabe destacar su generalización de la fórmula Descartes-Euler para los poliedros, a espacios de mayores dimensiones utilizando los números de Betti. También definió el grupo fundamental para caracterizar superficies y formuló su famosa conjetura.

Desde el siglo XIX era bien conocido el homeomorfismo entre superficies cerradas sin agujeros y la esfera. En topología, dos objetos (espacios topológicos) son iguales (homeomorfos) si uno se obtiene del otro mediante una deformación topológica, llamada isotopía. En 1904 Poincaré se preguntó si esa afirmación sería cierta en el caso de una variedad de tres dimensiones. Evidentemente, su formulación fue más precisa: si X es una variedad compacta de dimensión 3 simplemente conexa, ¿es homeomorfa a la esfera S^3? El sabio francés no supo dar una respuesta definitiva a esta cuestión que, con el tiempo, fue conocida como conjetura de Poincaré. No fue ésta su primera formulación de una conjetura; en 1900 había planteado otra ligeramente distinta: "toda variedad topológica de dimensión 3 cuyos grupos de homología sean triviales y que sea compacta, orientable y sin borde es homeomorfa a la esfera". Cuatro años más tarde, el propio Poincaré dio un contraejemplo demostrando así que era falsa. En definitiva, la conjetura de Poincaré quedó establecida con el siguiente enunciado: "Toda variedad topológica de dimensión tres que sea simplemente conexa, compacta, orientable y sin borde es homeomorfa a la esfera S^3, es decir, a la esfera de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1$". La demostración de esta conjetura, como es bien sabido, se hizo esperar un siglo. Grigori Perelman, matemático ruso nacido en 1966 en San Petersburgo, comenzó a investigarla en 1994, consiguiendo resolverla al cabo de ocho años de trabajo. Tras un largo periodo de comprobación de sus resultados, no exento de controversia, la comunidad matemática aceptó su demostración. Ganó la Medalla Fields el año 2006, aunque la rechazó alegando que: "el Premio me es completamente irrelevante. Todos saben que si la prueba es correcta ningún otro reconocimiento es necesario". También le fue concedido el premio de un millón de dólares establecido por el Instituto Clay de Matemáticas para quienes resuelvan alguno de los siete problemas del milenio y, hasta el momento, parece que no se ha decidido a recoger esa recompensa económica.

Para concluir este sucinto repaso a sus principales contribuciones a las matemáticas, cabe señalar que sus trabajos sobre teoría de números concluyeron abriendo un nuevo campo de investigación: la geometría algebraica sobre el cuerpo de los racionales, y sus estudios en álgebra, le posicionan como el principal continuador de la obra Lie sobre los "grupos continuos". No es extraño, por todo ello, que su nombre sea omnipresente en todas las ramas de las matemáticas, asociándose con importantes resultados: la métrica de Poincaré, el teorema de Poincaré-Bendixson, el teorema de la dualidad de Poincaré, el teorema de Poincaré-Hopf, la serie de Hilbert-Poincaré, el método de Lindstedt-Poincaré, el teorema de la recurrencia de Poincaré, la desigualdad de Poincaré, etc.

Poincaré profundizó y perfeccionó todas las teorías físicas contemporáneas e hizo importantes aportaciones a las obras de ilustres predecesores como Maxwell, Hertz o Lorentz. Sus investigaciones se extendieron a campos tan variados como la teoría electromagnética de la luz, la electricidad, la mecánica de fluidos, la capilaridad, la elasticidad, la cosmología, la transferencia de calor, la óptica y la termodinámica. Mención especial merecen sus contribuciones a la mecánica celeste, donde sus trabajos coronaron el gran edificio cimentado por las leyes de Newton y levantado por los trabajos de Laplace. Sus resultados en este campo están recogidos en los tres tomos de *Les Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, publicados entre 1892 y 1899, y sus *Leçons de mécanique céleste*, publicadas en 1905. En estas obras, Poincaré renueva la teoría de las figuras de equilibrio de una masa fluida en rotación, al establecer una infinidad de nuevas formas de equilibrio, y aplica sus conclusiones al estudio de la constitución de los anillos de Saturno. Sus trabajos en este campo tuvieron un triple propósito. En primer lugar, trató de introducir un mayor rigor en los métodos de la mecánica celeste. Abordó también el estudio de la estabilidad del Sistema Solar, como se ha indicado anteriormente, y, por último, planteó la necesidad de verificar si las leyes newtonianas eran las únicas que regían el movimiento de los astros.

Además de científico, Poincaré fue un profundo filósofo de la ciencia y un excelente divulgador científico. En 1902, el editor Camille Flammarion le convenció para editar una recopilación de sus artículos y conferencias desperdigados en diferentes publicaciones. Entre este material se hallaban sus escritos sobre los fundamentos de la geometría y la mecánica, los textos de las conferencias impartidas en los congresos internacionales celebrados con motivo de la Exposición Internacional de París y un largo etc. Todo ello fue agrupado en tres libros publicados en vida de Poincaré y en un cuarto póstumo. El primero de ellos, *Ciencia e Hipótesis*, recogía los escritos publicados hasta el año 1902. El segundo, *El Valor de la Ciencia*, abarcaba los publicados entre los años 1902 y 1905, y el tercero, *Ciencia y Método*, se extendía hasta el año 1908. El libro póstumo, *Últimos pensamientos*, vio la luz el año 1913. La recopilación consistió básicamente en dedicar cada capítulo a un artículo o conferencia sobre los temas que habían sido objeto de reflexión del autor: la crisis de los fundamentos de las matemáticas a finales del XIX, la naturaleza de la matemática, el razonamiento matemático, el papel de la lógica en las matemáticas, los desarrollos recientes de la física, etc. Mención especial merecen sus reflexiones sobre el carácter convencional de la geometría y de los principios de la mecánica.

En *Ciencia e Hipótesis* están recogidas sus reflexiones sobre el convencionalismo geométrico. A partir de sus investigaciones sobre la teoría de grupos, llega a la conclusión de que la geometría no es otra cosa que el estudio de un grupo de movimientos. Dado que la existencia de diferentes grupos no presenta incompatibilidades, la verdad de la geometría euclídea, señala, tampoco debe ser incompatible con la de la geometría de Lobachevsky o con la de cualquier otra geometría no euclídea. Los axiomas geométricos son, por tanto, convenciones, no juicios sintéticos a priori o hechos experimentales. Entre todos los grupos posibles, elegimos un grupo particular respecto al que referimos los fenómenos físicos. El criterio para esa elección es, ante todo, la comodidad y la sencillez que ofrezca para representar las relaciones de los movimientos en el mundo real. En este contexto, Poincaré propuso en *Les Géométries non Euclidienne,* artículo fechado en 1891, otro modelo geométrico, al que llamó "cuarta geometría", cuya validez era compatible con la de las otras tres geometrías.

Alan Mathison Turing

El 23 de junio de 1912 vio por primera vez la luz Alan Mathison Turing en una elegante clínica londinense situada en el barrio de Paddington. Era el más joven de los dos hijos del matrimonio formado por Julius Mathison Turing, con remotos ancestros familiares en Aberdeenshire, ciudad del norte de Escocia, y Ethel Soney, descendiente de una familia protestante irlandesa. El padre de Ethel, Edward Stoney, era el ingeniero jefe de los ferrocarriles de Madrás, localidad a la que fue destinado Julius Mathison Turing tras licenciarse en Oxford e ingresar en el Servicio Civil de la India. Allí se conoció la joven pareja en la primavera del año 1907. Poco tiempo después, contrajeron matrimonio y tuvieron a su primer hijo, John. Para el nacimiento de Alan, la familia al completo se trasladó a Londres. Su padre, nueve meses después de su nacimiento, regresó a su destino, y su madre se reunió con él seis meses más tarde, dejando a sus hijos a cargo de la familia Wards, un coronel del ejército retirado, su esposa y cuatro hijas, que residía en una pequeña ciudad cercana a Hastings.

Alan ingresó con 14 años en la Public School de Sherborne, un internado de pago en el que se cursaba el bachillerato. Hasta ese momento, los dos hermanos permanecieron alejados de sus progenitores y sometidos a la disciplina espartana que imponía en su hogar el rígido y distante coronel Ward. Alan poseía una personalidad introvertida y comenzó a manifestar un comportamiento un tanto asocial e indisciplinado. El mismo año de su ingreso en Sherborne, su padre pidió el retiro en el Servicio Civil de la India y el matrimonio Turing regresó a Inglaterra.

En la escuela infantil, Alan había manifestado una gran capacidad para los juegos numéricos y, durante su estancia en la escuela preparatoria de Hazlehurst, aunque no había destacado especialmente en ninguna materia, se despertó en él un gran interés por las ciencias, motivado, al parecer, por la lectura de un libro de divulgación muy popular en aquellos momentos en Inglaterra titulado *Maravillas naturales que todos los niños deben conocer*.

Su paso a Sherborne no fue muy gratificante para Alan, sus dificultades con el latín y el inglés, unidas al descuido y desaliño con que realizaba sus trabajos y a un interés exclusivo por las materias científicas, lo convirtieron en un alumno atípico, hasta el punto que uno de sus profesores llegó a sugerirle, no sin fundamento, que si lo único que quería era especializarse como científico estaba perdiendo el tiempo en aquella escuela. Turing mostraba una excelente capacidad para las matemáticas, cuyos problemas resolvía aplicando procedimientos propios. Por contra, su falta de atención a los detalles le llevaba a cometer frecuentes errores. La física se convirtió en otra de sus pasiones, leía por su cuenta los libros de divulgación de Eddington sobre mecánica cuántica y de Einstein sobre la teoría de la relatividad, anotando en una libreta sus propias ideas y reflexiones sobre estos temas. Estas anotaciones muestran que había logrado alcanzar un alto grado de comprensión de la teoría de la relatividad especial y general. También realizaba experimentos químicos por su cuenta, lo que en alguna ocasión le ocasionó enfrentamientos con sus profesores.

Desarrolló también una gran afición al ajedrez y a la práctica del deporte. Sus biógrafos cuentan una anécdota que pone de manifiesto la excelente condición física que había alcanzado. Con ocasión de una huelga general que paró todos los medios de transporte en Inglaterra, Turing recorrió en bicicleta las 60 millas que separaban su casa de la escuela. El episodio le procuró una inesperada popularidad en la prensa local y también entre sus compañeros.

En 1928, dos años después de su ingreso en Sherborne, conoció y entabló una estrecha amistad con Chistopher Morcom, un brillante alumno de un curso superior al suyo, dotado de un gran talento científico. Alan le profesaba una profunda admiración; con él podía compartir sus ideas científicas e inquietudes intelectuales y llegaron a trazar sus propios planes de futuro, que incluían el ingreso de ambos en el Trinity College para cursar estudios de matemáticas. En diciembre de 1929 concurrieron al examen de becarios de esta institución, Cristopher lo superó con brillantez, pero no Turing. Este periodo de gratificante compañerismo intelectual se truncó inesperadamente con la súbita muerte de

Morcom en 1930. La tragedia sumió a Alan en una profunda crisis durante un tiempo. Escribió cartas a la madre de su amigo en las que insertaba sus propias reflexiones sobre las ligaduras de la mente humana con la materia (cerebro) y el desconocido mecanismo que la liberaba después de la muerte. Incluso llegó a conjeturar que la mecánica cuántica podría tener un papel clave en esa relación.

Dispuesto a continuar él solo los planes que habían trazado conjuntamente con su amigo, decidió continuar sus estudios en Cambridge. Ganó una beca para el King's College, donde ingresó el otoño de 1931. En cierta manera, fue una suerte para él, ya que este centro era menos rígido que el Trinity, se respiraba en él un ambiente de libertad en el que Turing se sentía reconfortado y seguro. En este contexto, le resultó más fácil reconocer y aceptar su homosexualidad como una parte definitiva de su identidad. Se sumó a los movimientos pacifistas, aunque políticamente estuvo más próximo a la izquierda liberal de Keynes que a la ideología marxista hegemónica en estos grupos. Tampoco frecuentó los círculos literarios, muy apreciados por los homosexuales del King’s College, ya que prefería dedicar su tiempo libre a la práctica del remo, las carreras y la navegación a vela.

Estudió con el eminente matemático Godfrey Harold Hardy y el año 1933, tras leer la obra de Bertrand Russell, *Introduction to mathematical philosophy* y *Principia mathematica*, se despertó en él un vivo interés por la lógica matemática. También contribuyó a ello su lectura de *Los fundamentos lógicos de la mecánica cuántica*, publicada por John von Neumann en 1932. A finales de 1933 da una conferencia en el Moral Science Club de Cambridge que titula *Mathematics and logic*, en la que considera inapropiada la visión puramente lógica de las matemáticas, aduciendo que las proposiciones matemáticas admiten diferentes interpretaciones, siendo la lógica tan solo una de ellas.

Se gradúa el año 1934 con un trabajo sobre teoría de probabilidades titulado *Sobre la función de error de Gauss,* en el que incluye una nueva demostración del teorema central del límite, realizada la primera vez por Lindeberg diez años antes, que le proporciona un gran prestigio en la comunidad matemática, además de la concesión del Smith Prize, que recibió el año 1936. En la primavera de 1935 asiste a un curso sobre fundamentos de las matemáticas, impartido por el topólogo Max Newman. En su transcurso, se entera de los resultados obtenidos por Gödel sobre dos de los problemas propuestos por Hilbert en 1928: el de la completitud y el de la consistencia de las matemáticas y, también, de que aún permanece abierto el problema de la decibilidad de las matemáticas (Entscheidungsproblem). La cuestión que se plantea, en este caso, es saber si puede encontrarse un algoritmo que, dada una proposición matemática cualquiera, permita decidir si es cierta o falsa.

Turing aborda el problema clarificando, en primer lugar, la noción de algoritmo o procedimiento automático. Para ello, introduce la idea de “máquina de Turing”, una idealización matemática útil que permite probar si ciertas tareas son o no automatizables, o ciertas funciones son o no computables. Una función es computable si existe una máquina de Turing que la computa, esto es, si dándole como entrada un argumento de la función, tras ejecutar un número finito de pasos programados, da como resultado un valor. De esta forma, una teoría o conjunto de fórmulas es decidible si su función característica, que asigna 1 a los objetos que pertenecen al conjunto y 0 a los que no le pertenecen, es computable. Partiendo de ese planteamiento, prueba que existen funciones no computables. Cada máquina de Turing realiza una única operación, podría decirse que ejecuta un programa fijo e inalterable; para salvar esta dificultad, Turing introduce el concepto de máquina universal capaz de simular el funcionamiento de cualquier máquina de Turing. Con este nuevo concepto, Turing puede demostrar que hay problemas matemáticos indecidibles y, con ello, da una respuesta negativa a la cuestión planteada por Hilbert.

Concluida su investigación, en el mes de agosto de 1936 envía un artículo con los resultados, que titula *Sobre números computables, con una aplicación al Entscheidungsproblema,* a la revista Proceedings of the London Mathematical Society. Unos meses antes, el lógico americano Alonzo Church había publicado en American Journal of Mathematics un trabajo titulado *An unsolvable problema of elementary Lumber theory*, en el que, trabajando de forma independiente y siguiendo metodologías radicalmente diferentes, había llegado a las mismas conclusiones que Turing. Éste, al tener conocimiento de la existencia del trabajo de Church, se vio obligado a reescribir su artículo y enviarlo nuevamente a la Sociedad Matemática de Londres. Para evaluar el artículo, los editores consideraron que la persona más adecuada era el propio Church; éste no solo hizo una evaluación positiva, sino que reconoció la superioridad de la formulación de computabilidad a partir de la noción de máquina de Turing y le invitó a trabajar en su propio equipo de investigación en la universidad de Princeton. Hacia allí viajó Alan Turing el mes de septiembre de 1936. Durante los dos años que permaneció en

Princeton realizó estudios de doctorado con Alonzo Church y trabajó en la concepción final de su máquina, cuyos resultados presentó en un artículo titulado *On Computable Numbers*. En ese periodo publicó también su trabajo matemático más abstracto: *Ordinal Logic*. En 1938 obtiene el doctorado con la tesis titulada *Systems of Logic Based on Ordinals*. Tras pasar un tiempo trabajando con John von Neumann en el Institut for Advanced Studies rechazó el puesto que éste le ofreció como asistente de investigación en el Instituto y regresó a Inglaterra el verano de ese mismo año.

A su vuelta a Europa, el clima prebélico se palpaba en las calles. Alan Turing, antes de pasar por Cambridge, se dirigió a la Escuela de Codificación y Desciframiento Gubernamental (GCCS), un organismo dependiente del Ministerio de Asuntos Exteriores, para comunicar que había empezado a investigar técnicas de encriptación y desencriptación y poner sus conocimientos a su servicio. Al estallar la guerra en septiembre de 1939 es reclutado para trabajar en el centro creado por la GCCS en Bletchley Park, una pequeña localidad a 100 kilómetros de Londres. El objetivo fundamental de este centro era descifrar los mensajes del Ejército y la Marina alemana. Entre los variados sistemas de cifrado que utilizaban las fuerzas armadas germanas, destacaba el realizado por la máquina llamada *Enigma*, un dispositivo transportable electromecánico dotado de tres rotores, cada uno de ellos con una ventana o visor que mostraba una letra que constituía la clave para cifrar y descifrar los mensajes. Para realizar la operación de descifrado era preciso conocer, además del funcionamiento de la máquina, su configuración inicial al emitir el mensaje, es decir, la posición de los rotores y la letra visible en cada rotor. Esa letra, elegida al azar, se indicaba por duplicado en el propio mensaje para facilitar a la máquina receptora su desciframiento. El ejército polaco había conseguido hacerse con una de estas máquinas antes del comienzo de la guerra, y un grupo de matemáticos de esta nacionalidad había descubierto que el duplicado de las letras visibles, “hembras” en su argot, constituía el talón de Aquiles de *Enigma*. A partir del análisis de las frecuencias de las letras del mensaje, lograron romper su código. Para realizar estas tareas de una forma más eficiente, idearon un dispositivo electromecánico que bautizaron con el nombre castellano de *Bomba*. A finales de 1938 los alemanes incorporaron tres rotores más a la máquina *Enigma*. El número de permutaciones que podían generarse con seis rotores hacía preciso disponer de un alto número de *Bombas*, lo que resultaba prohibitivo para los magros recursos económicos del gobierno polaco. Ante esta situación, sus servicios de inteligencia comunicaron a los británicos y franceses sus resultados a principios de 1939, llegando al compromiso de que fueran los británicos quienes continuaran el trabajo en la GCCS. Fruto de estos acuerdos fue la creación del complejo de barracones de Bletchley Park. Alan Turing fue destinado al barracón nº8 con el encargo de descifrar los códigos *Enigma* de la Marina germana. Este trabajo resultaría crucial para el devenir de la contienda. Los submarinos alemanes utilizaban estas máquinas para comunicar su posición a otros submarinos y la de los convoyes aliados que detectaban, con el fin de reunirse y planificar un ataque que provocase la destrucción de la mayor parte de naves enemigas. Si se tiene en cuenta que estos convoyes transportaban suministros básicos tanto para las tropas aliadas como para la población, no cabe juzgar exageradas las apreciaciones de algunos historiadores cuando afirman que el trabajo de Bletchley Park acortó en dos años el final de la contienda. Continuando la labor iniciada por sus colegas polacos, Alan Turing y su equipo deciden construir una nueva máquina a la que denominan *Bombe*. El primer prototipo estuvo listo en el mes de marzo de 1940 y al final de la guerra trabajaban 211 *Bombe* en Bletchley Park. Su diseño difería de la polaca en que utilizaba un algoritmo diferente, basado en procedimientos probabilísticos. Estas máquinas permitieron descifrar los mensajes que se cruzaban los submarinos alemanes pero a finales de 1941, posiblemente alertados por los servicios de inteligencia, modificaron nuevamente la máquina *Enigma*. En este caso, el azar facilitó el descifrado, y la historia de *Enigma* ha dado mucho juego tanto en la literatura como en el cine. Para mayor abundancia, Turing tuvo en Bletchley Park su única relación seria con una mujer, Joan Clarke, con la que empezó a salir en la primavera de 1941 y, tras varios meses de cortejo, la propuso matrimonio. Aunque en un principio ella aceptó, incluso a sabiendas de la homosexualidad de Turing, finalmente rompieron su imposible compromiso. En 1945 Alan Turing recibió la Orden del Imperio Británico en reconocimiento a los servicios prestados en Bletchley Park.

Finalizada la guerra, W. Churchill ordenó destruir todas las máquinas *Bombe*, al igual que el resto de máquinas que se habían construido en Bletchley Park para descifrar las comunicaciones del enemigo. La orden incluyó también al *Colossus*, considerado el primer precedente del ordenador programable, electrónico y digital. Su diseño había estado a cargo de Max Newman, antiguo profesor de Turing, y había sido realizado por el ingeniero Tommy Flowers, que tuvo la idea de utilizar válvulas electrónicas en su construcción. Su propósito, al igual que el de *Bombe*, consistió en romper el código de *Enigma*, es decir, descifrar los códigos de la máquina *Lorenz* que representaba cada carácter por una secuencia de 5 bits. Alan Turing, a partir de su trabajo con *Bombe* y el éxito de *Colossus*, se planteó la posibilidad de construir físicamente una *máquina de Turing* universal. La oportunidad le vino dada por el National Physical Laboratory de Londres al encargarle, recién acabada la contienda, el diseño del primer proyecto de ordenador británico. Turing desarrolló el proyecto *Proposal for Development in the Mathematics Division of an Automatic Computing Engine*, entre octubre y diciembre de 1945. En él establece las características y especificaciones que tendría el ordenador digital de propósito general, y propone que la computadora almacene un conjunto de tablas de instrucciones que puedan ser utilizados en función de los datos de entrada. Con ello, introduce por primera vez la idea de programación del ordenador mediante un programa interno almacenado en la memoria. La lentitud en el desarrollo del proyecto y las trabas burocráticas –en realidad el primer prototipo no vio la luz hasta el año 1950- determinaron que Turing lo abandonase a los dos años y se trasladase a la Universidad de Cambridge, donde retomó su beca y enseñó matemáticas durante el curso 47-48. En el tolerante y acogedor ambiente del campus universitario volvió a retomar la práctica deportiva, consiguiendo excelentes registros en las pruebas de maratón que a punto estuvieron de incluirle en el equipo olímpico inglés de atletismo. También comenzó a interesarse por cuestiones de neurofisiología y sus relaciones con el funcionamiento de los computadores.

En el año 1948 se traslada a la Universidad de Manchester invitado por Maxwell Newman que, a la sazón era catedrático de matemáticas puras, y, aprovechando su experiencia de Betchley Park, había creado un nuevo departamento con el propósito de diseñar y construir ordenadores con fines científicos. Newman encargó a Turing los aspectos formales y matemáticos de la computación, incluyendo el diseño de subrutinas para resolver problemas de análisis numérico. De esta forma, Turing se incorporó al diseño del ordenador *Manchester Mark I*, conocido popularmente como *MADAM*.

A partir de 1951 se desarrolla una versión comercial con el nombre de *Ferranti Mark I*, instalándose el primero de ellos en la propia Universidad. Este ordenador llevaba el sistema de programación diseñado por Turing. Resulta sumamente curioso que el liderazgo británico en el diseño y construcción de los primeros ordenadores, que fue indiscutible hasta esos momentos, cayese en picado a partir de entonces. Un biógrafo de Turing, Andrew Hodges, atribuye el declive a la decisión tomada por el Gobierno en 1948 de acometer un programa de desarrollo de armas nucleares, que detraería todos los recursos para ese fin.

Durante su estancia en Manchester, Turing continuó sus estudios sobre biología, psicología y neurofisiología y sus relaciones con la computación. En 1950 publica en la revista *Mind* el artículo *Computing machinery and intelligence*, considerado como el inicio de la inteligencia artificial. Plantea en él la posibilidad de que las máquinas puedan pensar y sostiene que la cuestión puede resolverse experimentalmente mediante lo que se ha dado en llamar *test de Turing*. Brevemente, consistiría en colocar a varias personas y a un ordenador de forma que se pudieran comunicar por escrito sin verse. Si un observador humano es incapaz de distinguir a la máquina del resto de interlocutores humanos, podría afirmarse que la máquina es inteligente. Turing sentó las bases de los dos enfoques en que se ha articulado la inteligencia artificial: el simbólico, que da paso al estudio de los sistemas expertos, y el conexionista, del que surgen modelos como las redes neuronales artificiales.

Desde 1952 hasta su muerte, dos años más tarde, Turing fue uno de los primeros científicos en utilizar el ordenador en biología, concretamente en el tratamiento matemático de la morfogénesis, es decir, en tratar de explicar cómo adquieren los seres vivos su forma final, ya sea la arborescente de las plantas, el cuerpo anillado de los anélidos, etc. También abordó el problema de la formación de los patrones que exhiben algunos vertebrados en su piel. En estos temas, Turing es un pionero tanto en el enfoque computacional de la biomatemática, como en plantear, por primera vez, un enfoque matemático de la morfogénesis. En uno de sus trabajos, demuestra que la disposición de las hojas de las plantas de acuerdo con la sucesión de Fibonacci optimiza la captación de luz en competencia con las plantas vecinas (filotaxis de Fibonacci). No obstante, su mayor contribución en este campo se recoge en un artículo titulado *The chemical basis of morphogenesis*, publicado en 1952 en la revista de la Royal Society de Londres, que describe el modelo matemático de la reacción-difusión para la formación de patrones en los seres vivos y propone las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que rigen dicho patrón.

En 1951 Turing había sido nombrado miembro de la prestigiosa Royal Society. A finales de ese mismo año conoce a un joven de 19 años llamado Arnold en el ambiente homosexual de Manchester. Mantienen relaciones esporádicas hasta que un amigo de Arnold, llamado Harry, aprovecha la coyuntura para acceder a la casa de Turing y robar algunas cosas; éste denuncia el robo, pero cuando en el transcurso de la investigación policial salen a relucir sus relaciones homosexuales con Arnold, es arrestado acusado de grave indecencia, de acuerdo con las leyes británicas vigentes en aquel tiempo. Durante el juicio celebrado el 31 de marzo Turing no oculta su condición homosexual, desoyendo los consejos de sus amigos, y es condenado a pena de cárcel que, finalmente, le es conmutada al acceder a recibir un tratamiento de estrógenos para neutralizar su libido. No acabaron con este despropósito las desgracias de Turing. Desde el final de la guerra, había continuado trabajando en secreto sobre temas de criptografía para el organismo sucesor de Bletchley Park. Al descubrirse su condición homosexual fue despedido dando por supuesto que su tendencia sexual representaba un alto riesgo para el chantaje de los servicios de espionaje. Este mismo argumento debió justificar la exasperante vigilancia a que le sometió la policía de seguridad, que incluso llegó a extenderse a las vacaciones que pasó en Grecia el verano de 1953. Para completar este macabro cuadro, el tratamiento hormonal había dejado su forma física en un estado lamentable.

El exceso de trabajo, la soledad y las frustraciones derivadas de la exasperante vigilancia policial, y su bajo estado físico le condujeron a un estado de ansiedad que le llevó a suicidarse el 7 de junio de 1954, comiendo una manzana envenenada con cianuro potásico. Este hecho dio pie a la controvertida leyenda de que el logotipo de los ordenadores *Apple* era un velado homenaje a este legendario pionero de la computación. Su cuerpo fue descubierto por su asistenta la mañana del 8 de julio de 1954. Iba a cumplir 42 años y se truncaba un extraordinario talento que había realizado valiosas contribuciones en su breve carrera.

Ferran Sunyer i Balaguer

En las tres décadas que siguieron a la Guerra Civil, Ferran Sunyer i Balaguer fue uno de los matemáticos españoles más importantes y con mayor proyección internacional. Su inesperada y prematura muerte en el año 1967 representó una gran pérdida para la investigación matemática española. El indudable valor intrínseco de su obra matemática, se acrecienta si se tiene en cuenta que nació afectado de una atrofia casi total del sistema nervioso que le confinó de por vida a una silla de ruedas de la que sólo se levantaba para acostarse, que hablaba con serias dificultades y que sus limitados movimientos de las extremidades superiores nunca le permitieron escribir y apenas le ayudaban a pasar las páginas de un libro. Por si no fueran suficientes estas dificultades, hubo de realizar su obra matemática en el mayor de los aislamientos, personal e institucional, con escasos recursos económicos y marginado e ignorado por el estamento matemático oficial de la época.

Ferran nació el año 1912 en el seno de una familia de clase media alta afincada en Figueras. Su padre, Ricard Sunyer i Molinas, era médico y murió de tuberculosis cuando Ferrán tenía dos años. Su madre, Ángela Balaguer, se trasladó a la masía de su abuela materna, donde también recalará su hermana Clara Balaguer con sus tres hijos, María, Angels y Ferran Carbona, tras ser abandonada por su esposo. Clara morirá poco después, y la nueva familia, formada ahora por Ángela, su hijo y sus tres sobrinos, trasladará su residencia a Barcelona. Su situación económica no era muy boyante y tras la Guerra Civil se vio considerablemente mermada.

Aunque inicialmente su familia pensaba que la atrofia del sistema nervioso podía haber afectado a sus facultades mentales, pronto Ferran dio muestras de poseer un enorme potencial intelectual y su madre dedicó todos sus esfuerzos a favorecer su desarrollo. Como los médicos le habían desaconsejado que enviase a su hijo a la escuela, Ángela Balaguer se encargó personalmente de su educación y, al parecer, obtuvo excelentes resultados. Puede decirse que Ferran devoraba cuantos libros caían a su alcance. Cuando su primo ingresa en el Instituto Químico de Sarria para cursar la carrera de ingeniería, Ferran tiene ocasión de acceder a sus libros de texto. Inicialmente se interesó por la astronomía y la física, materias que de forma natural le condujeron hacia las matemáticas. Una vez que hubo acabado con los libros de su primo, éste se encargó de proporcionarle otros más avanzados que sacaba de la biblioteca del instituto o de la cercana Biblioteca de Catalunya.

El hecho es que, con veintidós años, Ferran había alcanzado un nivel matemático excepcional, hasta el punto que mandó su primera comunicación matemática a la Academia de Ciencias de París (1934), a la sazón dirigida por un anciano Picard que rechazó su publicación. No se desanimó ante esta negativa y, cuatro años más tarde, envía dos notas a la revista *Comptes Rendus*, de la Academia de Ciencias de París (CRASP), cuyo editor era el insigne matemático Jacques Hadamard. Éste aceptó publicar una de ellas, *Sur une classe de transformations des formules de sommabilité*, el año 1939, y le animó a continuar sus investigaciones.

Desde el final de la Guerra Civil hasta 1945, pese a las adversas circunstancias económicas, sociales y morales, y a su aislamiento de los círculos académicos oficiales, Ferran desarrolla un intenso trabajo, siguiendo las recomendaciones de Hadamard. Su rutina de trabajo consistía en encerrarse en el cuarto de estudio teniendo a su alcance todos los libros y documentación que necesitaba consultar. Realizaba todos los análisis y cálculos mentalmente y, cuando tenía listos los resultados y necesitaba redactar alguna nota, se la dictaba a su madre. Cuando ésta fallezca el año 1955, serán sus primas quienes realizarán esta tarea.

En ese periodo, inicia una nueva y productiva línea de investigación, que le proporcionará importantes resultados sobre la existencia de lagunas en las series de Taylor representativas de funciones analíticas, que imposibilitan la existencia de valores excepcionales y su extensión a las series de Direchlet. A través de su primo, que se había visto obligado a exiliarse en Francia al finalizar la Guerra Civil, Ferran reanuda nuevamente el contacto con Hadamard. Éste se había refugiado en Estados Unidos durante la Segunda Guerra Mundial y, finalizado el conflicto, regresó a Paris. El año 1947 Ferran le envía una memoria titulada *Sur la substitution d'une valeur excepcionelle par une proprieté lacunair*, en la que había reunido sus resultados más relevantes. El anciano matemático francés, tenía a la sazón 80 años, remitió el trabajo a su continuador en la especialidad, Szolem Mandelbrojt, que la evaluó muy positivamente. Sin embargo, también observó abundantes defectos de estilo y forma, propios de quien había trabajado aislado del mundo académico y de los recursos bibliográficos adecuados. Por ello, se limitó a publicar dos notas breves en CRASP y le devolvió la memoria para que realizara las correcciones pertinentes, acompañada de algunos trabajos que le servirían de modelo para adaptar el estilo de exposición matemática y la notación a los usos habituales. Finalmente, el proceso de revisión demoró cuatro años su publicación y no aparecerá en *Acta Mathematica* hasta el año 1952. El contacto con Mandelbrojt fue sumamente positivo para Sunyer, el matemático francés le ofreció un puesto en el Centre National de la Recherche Scientifique, pero la plaza implicaba su traslado a Francia, lo que resultó imposible en sus circunstancias. Además, le presentó en la Societé Mathematique de France, lo que permitió a Sunyer inscribirse en la American Mathematical Society y recibir los boletines bibliográficos de ambas instituciones.

Sunyer, debido a su formación totalmente autodidacta, carecía de títulos académicos oficiales, ni siquiera tenía el título de bachiller; por ello, no vio otro medio más adecuado para legitimarse como matemático profesional ante la comunidad académica que concurrir a las convocatorias de premios científicos. Por otra parte, la situación económica de su familia era muy precaria y había una necesidad imperiosa de aportar recursos. En 1946 presenta una memoria a la Academia de Ciences i Arts de Barcelona que le concede el premio Agell. Este trabajo se publicó en la Memoria de la Academia correspondiente al año 1948, y sus resultados más importantes dieron lugar a dos notas publicadas en CRASP bajo el título *Sur les substitutions d'une valeur exceptionelle par une proprieété lacunaire* el año 1947. Un año más tarde presenta una memoria sobre generalización de funciones cuasi periódicas en el Institut d'Estudis Catalans (IEC) y obtiene el premio Prat de la Riba del año 1948. En el informe redactado por el tribunal, se señala que el trabajo de Sunyer amplía los de Bohr, Bochner, Montel y Favard, elogiando la construcción efectiva que realiza de las funciones cuasi elípticas con la ayuda de las generalizaciones de algunos teoremas de Liouville, desarrolladas por el propio Sunyer, y siguiendo los métodos de Favard relativos a la representación en la esfera de Riemann.

Sunyer había enviado una nota sobre la memoria premiada por el IEC a Mandelbrojt para su publicación en CRASP. Como éste no era especialista en el tema, consultó con Jean Favard que no la consideró digna de publicarse alegando que ese estudio había sido realizado previamente por Besanov y por él mismo. Cuando Mandelbrojt le comunica la negativa, Sunyer, lejos de desanimarse, realiza un profundo análisis de los trabajos de Favard y Besanov y redacta un escrito, que envía directamente a Favard, probando que sus resultados amplían los de ambos y señalando importantes errores que había detectado en los dos trabajos de Besanov. La respuesta de Favard fue muy positiva, iniciándose una fructífera correspondencia entre ambos.

El minucioso y profundo estudio que Sunyer hacía de los trabajos de sus colegas, le había permitido desarrollar una rara habilidad para detectar errores en ellos. Además de los mencionados de Besanov, advirtió un error de importancia en un trabajo del eminente matemático francés Henri Milloux. Tras comunicárselo por escrito, se inició entre ambos una interesante correspondencia, que había de prolongarse durante los años 1952 y 1953, en la que se hacen referencias a las investigaciones desarrolladas en esos años por Sunyer, que cristalizarían en dos notas publicadas en CRASP el año 1953: *Sur les directions de Borel-Valiron communes une fonction entiere, a ses derives et a ses integrales succesives* y *Sur le théorème de Denjoy-Carleman-Ahlfors*. Esta correspondencia fue más allá de las meras relaciones entre colegas y, en el otoño de 1952, Sunyer invitó a Milloux a dar una conferencia en Barcelona, lo que les permitió conocerse personalmente. Famoso fue también su encuentro con Sierpinski, uno de los fundadores de la prestigiosa escuela matemática polaca, en la Primera Reunión de Matemáticas de Expresión Latina, celebrada en Niza el año 1957. Allí tuvo ocasión de conocer personalmente a Mandelbrojt y a otros eminentes matemáticos. Sunyer pidió a éste que le presentara a Sierpinski, pues había detectado un error no trivial en su obra *La hipótesis del continuo*, publicada el año 1934, y quería comunicárselo. Aunque Mandelbrojt le desaconsejó que lo hiciera, dada la diferencia de nivel y prestigio que le separaba de Sierpinski, Sunyer aprovechó la presentación para comunicarle el error. Al parecer, el eminente matemático polaco le escuchó respetuosamente y guardó silencio, pero al día siguiente le envió una nota comunicándole que, a su vuelta a Varsovia, examinaría detenidamente el error señalado por Sunyer y, de confirmarse, publicaría una nota de rectificación. Así lo hizo, y en la nota publicada en la prestigiosa revista matemática polaca *Fundamenta Mathematicae* señalaba: *Stanislav Saks fue asesinado por la Gestapo en noviembre de 1942 y sus manuscritos ya no existen. Yo mismo he perdido en las llamas mi biblioteca y mis archivos en 1944. Hoy es imposible establecer cuál era la demostración de Saks. En cualquier caso, es notable que gracias a M. Sunyer i Balaguer se haya encontrado el error veintitrés años después de la primera edición de mi libro*. Sierpinski envío esta nota a Sunyer antes de su publicación en la revista junto con algunas separatas. Éste y Corominas trabajaron sobre alguno de los problemas propuestas en ellas, ignorantes de que ya habían sido resueltos. Con todo, Sierpinski consideró “nueva e interesante” una de las soluciones aportadas por Sunyer y fue el origen del artículo *Sur les types d'ordre distincs dont les n-iémes puissances sont equivalentes* que se publicó el año 1958 en *Fundamenta Mathematicae*. A raíz de estos contactos, Sierpinski envió varias conjeturas sobre ordinales a Ferran Sunyer e, invitado por éste, publicó un pequeño artículo en *Collectanea Mathematica*, la revista de la Universidad de Barcelona que había fundado José M. Orts.

Es indudable que Ferran Sunyer fue una figura marginada, cuando no ignorada, por las instituciones matemáticas franquistas. Únicamente Ricardo San Juan, un matemático con gran prestigio y una buena posición en el estamento matemático oficial de Madrid, valoró sus méritos y le brindó su apoyo. San Juan y Sunyer se habían conocido en Barcelona el año 1952 y desde ese momento hasta la muerte de éste mantuvieron una abundante y regular correspondencia que consolidó una relación tanto profesional como amistosa. A principios de 1948, Sunyer había solicitado una plaza de colaborador en el Seminario Matemático de Barcelona, centro adscrito al CSIC, aportando como méritos sus publicaciones hasta esa fecha: las notas de CRASP; un artículo publicado el año 1942 en la Revista Matemática Hispano-Americana bajo el título *Sobre unos resultados relacionados con los teoremas de Picard, Landau y Schottky y sobre un criterio de casi normalidad*; también la memoria ganadora del premio Agell y; posiblemente, una carta de referencias de Mandelbrojt. La respuesta de la institución se produjo dos meses más tarde, concediéndole una plaza con la categoría académica más baja después de la de becario y unos honorarios ínfimos de 5.000 pesetas anuales.

Sus esfuerzos por promocionarse en el CSIC fueron continuos e infructuosos hasta el año 1956. Con el apoyo de San Juan y de Rey Pastor, que en la década de los 50 había recuperado parte de su influencia en las instituciones matemáticas oficiales, va a lograr una sustancial mejora en su posición en el CSIC y también en sus intentos de prestigiarse ante la comunidad matemática española. La influencia de San Juan y Rey Pastor fueron determinantes, en primer lugar, para que le fuera concedido ese mismo año el Premio Nacional de Investigación Francisco Franco, cuya dotación económica (50.000 pesetas) era la más alta de este tipo de premios. Simultáneamente, las gestiones de Rey Pastor ante el presidente del CSIC, Ibañez Martín, lograron que se le concediese una beca anual prorrogable de 60.000 pesetas. Al parecer, la decisión final hubo de tomarla el propio presidente ante la actitud negativa de Albareda, director del CSIC, y la cúpula matemática del Instituto Jorge Juan.

Su paisano **Ernest Corominas** fue otro de los escasos matemáticos residentes en España con los que colaboró y, además, mantuvo una estrecha y leal amistad. Corominas se había exilado a la Argentina después de la Guerra Civil. Allí, gracias a apoyo e influencia de Rey Pastor, obtuvo una plaza de profesor en la Universidad Nacional de Cuyo (Mendoza), donde residió hasta el año 1946 en que regresa a París para realizar su tesis doctoral bajo la dirección de A. Denjoy. En 1952 vuelve a Barcelona, donde permanecerá hasta 1960. Durante este periodo colaboró con Sunyer en algunos trabajos. El resultado más importante de esta colaboración fue su demostración conjunta de un teorema de caracterización de las funciones polinómicas: "Si f es una función real de variable real infinitamente derivable en R tal que para todo $n \in N$ existe un x para el que $f^{(n)}(x) = 0$, entonces f es un polinomio". Este resultado dio origen a un artículo publicado en CRASP el año 1957 con el título *Sur la determination d'une fonction par ses nombres derivés*. El matemático norteamericano R. P. Boas lo incluyó en su popular texto sobre funciones reales, *A primer of real functions* (1960), proporcionando una demostración del mismo.

Corominas trató de integrarse en las instituciones matemáticas catalanas, pero fue ignorado por el estamento oficial e incluso algunos, como Orts y Enrique Linés que controlaban la Sección de Matemáticas y las plazas de análisis en la Universidad, le fueron manifiestamente hostiles. Asqueado de este ambiente y angustiado por sus problemas económicos, marcha a la Universidad Central de Venezuela. En 1964 vuelve a Europa y, con el apoyo del grupo bourbakista y la ayuda de Sunyer, que pone en marcha sus contactos en el país galo, obtiene una cátedra en la Universidad de Lyon, de la que se retiró el año 1982, dejando tras él una importante escuela de álgebra ordinal.

Resulta incomprensible, teniendo en cuenta el aislamiento y la escasa relevancia internacional de la matemática española en las décadas posteriores a la Guerra Civil, que las autoridades matemáticas franquistas pudieran permitirse el lujo de ignorar y marginar a matemáticos de la talla de Sunyer o Corominas, impidiendo o poniendo trabas a que hubieran desarrollado su labor y creado escuela en nuestro país. En la década de los cincuenta, Rey Pastor había intentado adjudicar a Sunyer y Corominas sendas plazas de investigadores especiales en el Centro de Cálculo, creado a instancia suya dentro del CSIC y dirigido por él. Sus intentos se estrellaron contra el muro de la incomprensión de las autoridades del CSIC. Más adelante, el propio Sunyer trató en reiteradas ocasiones de conseguir un puesto para Corominas en la Universidad de Barcelona que evitase su salida de España. También en esta ocasión sus esfuerzos resultaron baldíos. La respuesta de Corominas a una carta de su amigo, fechada el 2 de febrero de 1964, resulta sumamente elocuente respecto a la actitud de las autoridades matemáticas hacia ellos: *"veo difícil que yo vuelva a España en plan profesional (...) lo que me hace ver las cosas claras es el trato innoble que Vd. sufre en manos de tantos inquisidores. ¡Es tan absurdo!"*

Abundando en ello, cabe señalar que, tras recibir el premio Francisco Franco y conseguir una mejora sustancial de su posición en el CSIC, gracias a los buenos oficios de Rey Pastor y Ricardo San Juan, Sunyer era consciente de que nunca conseguiría el pleno reconocimiento como matemático profesional por parte de las autoridades académicas, mientras careciese del título de doctor. Ante esta situación, a finales de 1956 comunica a San Juan que ha decidido hacer el bachillerato, la licenciatura y el doctorado en matemáticas. En junio del siguiente año consigue el título de bachillerato y dos años más tarde el de licenciado. Pese que algunos catedráticos le hicieron examinarse de sus materias calificándole con un simple aprobado, se le concedió el premio extraordinario de licenciatura. Para obtener el título de doctor hubo de esperar hasta 1962. Con el título de doctor en la mano, Sunyer solicitará la plaza de investigador en el CSIC. En este caso, su solicitud estaba más motivada por la necesidad de reconocimiento de sus méritos como creador científico con la correspondiente posición en la jerarquía del CSIC que por necesidades económicas. Al finalizar la Segunda Guerra Mundial, los Estados Unidos habían establecido una especie de Plan Marshall para financiar la investigación científica básica europea a cargo de los presupuestos del ejército americano. El año 1961 Sunyer firmó un contrato con la US Navy, con una importante dotación económica, para investigar sobre "Aproximación de funciones por combinaciones lineales de exponenciales". El contrato le fue renovado anualmente hasta su fallecimiento. El Consejo siguió actuando con su parsimonia burocrática habitual y Sunyer recibió el nombramiento de investigador del CSIC a finales de noviembre de 1967. Apenas un mes más tarde, el 27 de diciembre de 1967, un fallo cardiaco provocó su muerte de forma inesperada.

Pese a su marginalidad dentro de los círculos matemáticos oficiales de nuestro país, Ferran Sunyer fue un matemático de reconocido prestigio y proyección internacional. Así lo atestiguan, aparte de sus colaboraciones en *Collectanea Mathematica* y *Revista Matemática Hispano- Americana*, los artículos publicados en prestigiosas revistas matemáticas foráneas con valiosas aportaciones originales que, si se exceptúa a Ricardo San Juan, superan con creces a los del resto de sus colegas matemáticos residentes en España: doce artículos en CRASP, uno en *Acta Mathematica*, tres en *Proceedings of the American Mathematical Society* y uno en *Fundamenta Mathematicae*. Cabe señalar al respecto que Ferran Sunyer y Ricardo San Juan fueron los dos únicos matemáticos españoles que publicaron artículos en *Acta Mathematica* hasta la década de los 90. Destacable también fue su labor en el Seminario Matemático de Barcelona, donde consiguió elevar el nivel de sus actividades –conferencias, encuentros, etc.– y las publicaciones asociadas gracias a sus importantes contactos internacionales. En lo que se refiere a los premios que recibió a lo largo de carrera, especialmente en sus primeros años por las razones anteriormente apuntadas, cabe destacar, además de los mencionados, el premio que le concedió la Academia de Ciencias de Zaragoza el año 1950 por una memoria que publicará tres años más tarde en *Proceedings of the American Mathematical Society* con el título *Values of entire functions represented by gap Dirichlet series*. El año 1952 gana el premio Torres Quevedo con la memoria *Aproximación de funciones por sumas de exponenciales*. Dos años más tarde recibe el premio de la Academia de Ciencias de Madrid por un trabajo titulado *Direcciones de Borel-Valiron de especie máxima comunes a una función entera, a sus derivadas y a sus integrales sucesivas*. Este trabajo se publicó en la Memoria de la Real Academia el año 1956 y dio origen a una nota publicada en CRASP. El mismo año, obtiene por segunda vez el Premio Torres Quevedo con la memoria *Valores asintóticos de las funciones enteras*. En la misma línea de investigación, la memoria titulada *Valores asintóticos de las funciones enteras o meromorfas representadas por series de Taylor lagunares* le proporcionó el ya mencionado Premio Nacional de Investigación Francisco Franco en 1956. Al año siguiente, obtiene nuevamente el premio de la Real Academia de Ciencias de Madrid con el trabajo *Representación de una función analítica mediante una serie formada con las primitivas de una función entera*. A partir de este año, no se registran más premios en su currículo que el Marti d'Ardenya, otorgado por Institut d'Estudis Catalans el año 1966 a su memoria *Sobre un espai de funcions enteres d'ordre infinit*.

La falta de reconocimiento a su figura y labor, incluso después de su muerte, por parte de las autoridades matemáticas durante la era franquista, ha sido paliada en parte por el prestigioso l Centre de Recerca Matemàtica de Cataluña al instituir el año 1992 el premio internacional Ferran Sunyer i Balaguer, cuya valoración y prestigio allende nuestras fronteras se ha ido incrementando en las sucesivas ediciones.

Referencias

- Boyer, Carl B. 1987. ***Historia de la matemática.*** Alianza Universidad Textos. Madrid.
- González Urbaneja, Pedro Miguel. 2008. ***Arquímedes y los orígenes del cálculo integral***. Editorial Nivola. Madrid.
- Lehoz-Beltra, Rafael. 2009. ***Turing: del primer ordenador a la inteligencia artificial***. Editorial Nivola. Madrid.
- Malet, Antoni. 1995. ***Ferran Sunyer i Balaguer (1912 - 1967)***. Institut d'Estudis Catalans. Barcelona.
- Mosterin, Jesús. 2000. ***Los lógicos***. Editorial Espasa Calpe. Madrid.
- Ríbnikov, K. 1987. ***Historia de las matemáticas***. Editorial Mir. Moscú.
- Torija Herrera, Rosalina. 2007. ***Arquímedes. Alrededor del círculo***. Editorial Nivola. Madrid.
- The MacTutor History of Mathematics archive: http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history

COLEGAS DE MI MUJER

Fermín Gascón Rosado
Profesor jubilado de Secundaria y de Universidad

Cuando este artículo fue recibido por las responsables del Boletín de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC), éste incluía unas palabras del autor en las que se nos daba permiso, si lo considerábamos oportuno, para modificar el título del mismo. Muy al contrario, lo que queremos es indicar en estas líneas las razones por las que este escrito está así denominado. En palabras del autor, "como homenaje a una persona muy cercana y de consolidado prestigio como profesora y científica".

En este artículo me propongo mostrar, según mi opinión, que fueron las mujeres científicas las que sacaron a la luz la ciencia moderna. Los hombres quizás pusieron la semilla, pero fueron las mujeres las que dieron a luz las grandes realizaciones de la ciencia. Indicaré como residuo la influencia que tuvieron en sus logros su parte femenina y la ayuda que recibieron de sus colegas masculinos. Por otra parte habrá que acentuar los perjuicios que les ocasionaron su feminismo extremo y sobre todo el machismo espeso incrustado en la sociedad. Se debe distinguir, pues, lo femenino de lo feminista y lo masculino de lo machista.

Está ya científicamente probado, gracias a las resonancias, escáner, tomografías axiales e incluso encefalogramas, que los cerebros de hombres y mujeres están configurados de distinto modo. Lógicamente la manera de atender, entender, comprender y aprender será diferente para cada sexo. Evidentemente la estructura anatómica y fisiológica influirá en su trabajo científico, incluso más que en otros aspectos de su vida y su conducta. Se ha comprobado que los hombres tienen seis veces y media más materia gris que las mujeres y las mujeres diez veces más materia blanca que los hombres. La materia blanca es una proteína grasa llamada mielina, que envuelve y aísla a las dendritas y a los axones que se prolongan fuera de las células. Es la red de comunicaciones del cerebro; une las diferentes partes de la materia gris y a ésta con el resto del cuerpo. La materia blanca de las mujeres se halló en una elevada concentración en los lóbulos frontales, donde los hombres carecían de ella. Resulta significativo, ya que se cree que los lóbulos frontales desempeñan un papel clave en el control emocional, la personalidad y el buen juicio. Así, las distintas teorías sobre las diferencias de género pronto podrían tener una justificación fisiológica. Los cerebros de hombres y mujeres están conectados y configurados de forma diferente pero el resultado, aunque su producción siga procesos alternativos, es el mismo: la inteligencia.

Es muy difícil encontrar en un taller a una mujer trabajando como mecánico, pero es más difícil ver a un hombre en los congresos o concursos de labores de macramé o encaje de bolillos, una ocupación casi exclusivamente femenina, pero cuyos resultados artesanales son en muchas ocasiones geniales obras de arte comparables a pinturas de museo.

La lista de mujeres científicas cuyo trabajo ha sido fundamental sería interminable. Procuraré ceñirme a las que considero pioneras, las que encendieron la primera chispa en algún capítulo de la Ciencia moderna.

Caroline Lucretia Herschel (1750 – 1848): Hacia los confines del Sistema Solar

Así como los cimientos de un gran edificio están escondidos, pero son absolutamente imprescindibles, de ese modo debemos considerar a esta magnífica mujer. Sus cualidades podemos asignárselas prácticamente a todas las científicas. Sencilla, callada, trabajadora, modesta, práctica, sensata, genial y completamente necesaria. Sin ella, la astronomía moderna, la astrofísica, la interferometría, la física cuántica, la relatividad, hasta los nuevos materiales, probablemente no hubieran pasado de teorías y especulaciones.

Como otras mujeres, su trabajo queda oscurecido por el edificio científico brillante construido por los hombres que la rodeaban. Caroline queda oculta tras las figuras grandiosas de su hermano William y su sobrino John, tanto más cuanto que Caroline era menuda, medía 155 centímetros, y no hacía alarde de sus descubrimientos ni ideas. Sin embargo, sin su trabajo, ambos familiares no hubieran conseguido sus descubrimientos, y sus éxitos hubieran sido mucho menores.

Los Herschel procedían de Hanover, Alemania. En 1772 emigraron a Inglaterra, contratados como músicos en la elegante ciudad turística de Bath. Caroline acompañó a su hermano. Al llegar a Londres debió de sospechar que William tramaba algo cuando la arrastró por todas las tiendas de óptica de la ciudad. Al poco tiempo de instalarse, no tuvo dudas de lo que la esperaba: todas las habitaciones de la casa se habían convertido en talleres de espejos; y ella, en una obrera pulidora especializada en espejos pequeños. De 1778 a 1782 fabricaron más de cuatrocientos.

En 1782, un año después de descubrir el planeta Urano, se trasladaron a Datchet, localidad cercana al castillo de Windsor. Horrorizada, Caroline descubrió que la casa era una ruina en medio de una ciénaga. Con un esfuerzo tremendo convirtieron las cuadras en talleres y arrancaron la maleza para colocar un observatorio. Allí pasaban las noches tiritando mirando al cielo mientras Carolina anotaba con precisión las observaciones y datos de su hermano y las suyas propias. El 31 de diciembre de 1783, mientras corría para dar vuelta al enorme telescopio, resbaló con la nieve y se clavó en la pierna un gancho de hierro que le arrancó un trozo de carne cuando se lo retiraron.

Aunque no le hizo gracia que su hermano se casase a los 49 años con Mary Pitt, una viuda rica, Caroline fue paciente y siguió ayudando a su cuñada y a su sobrino hasta lograr que éste fuese un científico casi tan grande como su padre. En 1822 murió William y Caroline volvió a Alemania. "*Por desgracia me encuentro entre personas que no hallan placer en nada, salvo en fumar, hablar de política, de guerras y de cosas por el estilo*".

La chispa que encendió Caroline iluminó las noches de William. Descubrió, entre otros objetos, hasta ocho cometas, y sus observaciones son el fundamento de la astronomía de las galaxias y del origen de los cometas, parece que procedentes de la Nube de Oort. Sus espejos, su minuciosidad y sus indicaciones fueron claves para que su hermano distinguiera las estrellas dobles, descubriera los rayos infrarrojos y su sobrino, el inicio de la fotografía.

Como mujer siempre se mantuvo en la sombra, a pesar de ser elegida miembro de la Royal Society. De haber vivido 100 años después hubiera sido considerada la astrónoma por antonomasia.

Williamina Paton Stevens Fleming (1857 – 1911): Hacia los orígenes del Universo

"No podemos afirmar, en general, que las mujeres sean iguales a los hombres, pero su perseverancia, paciencia y método las hacen superiores en muchas cosas. En la actualidad la astronomía proporciona un amplio campo para el trabajo y habilidades de las mujeres. Por tanto, como ha ocurrido en otras ciencias, las mujeres podrán demostrar que pueden equipararse a los hombres". Estas palabras proféticas fueron escritas en 1893 por la jefa de las calculadoras del Harvard College Observatory.

La señora Fleming, una emigrante escocesa de veinticuatro años, graduada en la escuela pública y madre separada, había sido contratada en 1981 por el director, Edward Pickering, para sustituir a su torpe ayudante masculino porque estaba harto de sus errores al copiar o calcular. Fleming permaneció en el observatorio treinta años como encargada de contratar y dirigir un tropel de mujeres que se ocupaban de clasificar fotografías de espectros solares y realizar los cálculos de las observaciones. Entre esas mujeres se encontraba Henrietta Leavitt, la descubridora de las Cefeidas.

Fleming descubrió siete novas y alguna supernova (Z Centauro de magnitud 7). Además, gracias a sus esfuerzos, se publicó el Catálogo de Espectros Solares de 1890 que, además de los espectros, daba también la clasificación de más de 10.000 estrellas hasta la octava magnitud. El catálogo era un instrumento imprescindible para astrónomos y astrofísicos. Naturalmente, el trabajo concienzudo de Williamina es el comienzo del desarrollo de la astrofísica que desembocaría en la teoría sobre el origen del Universo y el concepto del "Big Bang".

Su espíritu femenino, su minuciosidad y su espíritu práctico fueron el fundamento de su trabajo, pero el machismo recalcitrante la impidió ser considerada en todo su valor y elevada a la categoría de gran científica, como es ahora evidente.

Luchadora por la igualdad de las mujeres, tuvo que sufrir la discriminación y hasta una explotación encubierta: *"Tuve una disputa con el director a propósito del salario de las mujeres. Parece pensar que ningún trabajo es demasiado duro para mí, no importa la responsabilidad ni las horas que dure, pero en cuanto saco a relucir la cuestión del salario se me dice inmediatamente que recibo un salario*

excelente comparado con lo que cobran las mujeres. Algunas veces me siento tentada de abandonar y dejarle que intente con otro o que alguno de los hombres haga mi trabajo, así se daría cuenta de lo que hago yo por los 1.500 dólares que me paga comparado con lo que hacen otros ayudantes por 2.500. No quiere darse cuenta de que yo tengo una casa y una familia que mantener lo mismo que los hombres. Supongo que como mujer no tengo derecho a esos excesos. ¡Y se considera esta era una época ilustrada!" (Anotado en su diario el 12 de marzo de 1900).

Como se puede comprobar, en 100 años no se ha avanzado demasiado. En grandes sectores de la sociedad se sigue pensando que las mujeres deben dedicarse a la casa y los hijos; en el caso de que trabaje el matrimonio, incluso en la misma profesión, la mentalidad reinante es que la mujer aporta una "ayudita", que su trabajo no es tan importante y, por eso, cobra menos.

Henrietta Swan Leavitt (1868 – 1921): La medida del Universo

Una de las empleadas y discípulas de Williamina Fleming fue Henrietta S. Leavitt. Su trabajo consistía en analizar y clasificar las fotografías tomadas en los observatorios dirigidos desde Harvard.

En 1786 había sido detectada Delta Cephei, la primera de las estrellas variables. De no haber sido por la minuciosidad y la precisión de Henrietta, estas estrellas hubieran sido una simple curiosidad o un objeto de estudio. Gracias a su intuición, constituyen la base para medir las distancias en el Universo.

En su informe de 1908, "*1,777 variables in the Magallanic clouds*", basado en las placas fotográficas tomadas en el observatorio de Arequipa en Perú, dependiente de Harvard, no sólo marcaba 9 estrellas variables sino que para 16 de esas estrellas determinaba los períodos con que variaban sus luminosidades, indicando la regla fundamental: "*Merece la pena señalar que las estrellas variables más brillantes tienen períodos más largos*". En 1912 había calculado los períodos de 25 estrellas y, lo que demuestra su genialidad, descubierto la expresión matemática que liga esos períodos con su luminosidad aparente. Pasar de esta relación a la luminosidad absoluta, a calibrar las magnitudes absolutas y a determinar las distancias astronómicas no quedaba más que un paso inmediato que dio Harlow Shapley del observatorio del Monte Wilson. Actualmente, la expresión se escribe:

$$\text{magnitud absoluta} = \text{magnitud aparente} + 5 - 5 \cdot (\text{logaritmo de la distancia})$$

Se había iniciado la carrera, no sólo para medir distancias entre estrellas y galaxias, sino para ampliar nuestro Universo mucho más allá de nuestra galaxia. Las distintas etapas fueron ganadas por astrónomos como Heber Curtis, George Ritchey y, sobre todo, Edwin Hubble que zanjó la tremenda disputa entre astrónomos demostrando que las galaxias espirales estaban más allá de la nuestra y que se alejaban unas de las otras a velocidades vertiginosas.

Para que se vea la diferencia entre la ciencia en muchos casos especulativa de los hombres y la práctica y concienzuda de las mujeres, es de remarcar la disputa entre Shapley, quien sostenía la hipótesis de que las nubes espirales no eran galaxias lejanas, sino nebulosas gaseosas asentadas en la Vía Láctea y el jactancioso Hubble, quien aseguraba la existencia de galaxias lejanas. El 5 de octubre de 1919, en el observatorio del Monte Wilson, Hubble tomó una fotografía de cuarenta minutos de exposición de la nebulosa de Andrómeda, observando tres estrellas nuevas. Al comparar las placas con otras anteriores, descubrió que una no era nueva, sino que cambiaba su brillo. Era la primera cefeida identificada en una espiral. Calculó que estaba a un millón de años-luz y, por tanto, fuera de la Vía Láctea. Se lo comunicó a Shapley, director del observatorio de Harvard, que comentó anonadado al leer la carta: "*Esta carta ha destruido mi Universo*". Henrietta había rasgado la cortina del templo, pero sus circunstancias no le permitieron echar un buen vistazo a las maravillas que ahora podemos admirar. Por un lado su director, E. Pickering, del que tenemos referencias por su jefa Williamina Fleming, consideraba que el trabajo de sus empleadas era reunir datos, no interpretarlos; de este modo cortó las investigaciones de Williamina, Henrietta y otras muchas mujeres que tomaban interés por lo que hacían y cuya curiosidad femenina les hubiera permitido aportar grandes descubrimientos. Por otra parte, es probable que a las calculadoras de Pickering les faltase preparación suficiente para realizar un trabajo tan complejo como es el de un observatorio.

Lo cierto es que cuando los despistados científicos suecos quisieron proponer a Henrietta para el premio Nobel, hacía cuatro años que se había ido más allá de sus estrellas.

Junto a Henrietta Leavitt se debe nombrar a otra calculadora de Harvard: **Angie Jump Cannon**. Angie J. Cannon empleó su conocimiento repetitivo de las estrellas para idear un sistema de clasificaciones estelares tan práctico que sigue empleándose actualmente. Hasta en los detalles fueron pioneras estas magníficas mujeres.

Cecilia Helena Payne-Gaposchkin (1900 – 1979): La materia estelar

Durante mucho tiempo se mantuvo la idea del positivismo: Nunca sabríamos de qué están hechas las estrellas. Podríamos admirarlas, pero nunca podríamos conocer la esencia de su brillo.

Cecilia acabó con las especulaciones de tantos hombres que teorizaban sobre la naturaleza sin manosearla. En 1925 la Monografía número 1 del Harvard Observatory publicaba su tesis: *Stellar Atmospheres.* Rompía el velo y lanzaba el estudio químico de la materia mucho más allá de nuestro sistema. Probó que con los espectros se podía saber la composición química de las estrellas y lo comprobó demostrando que las atmósferas estelares están compuestas fundamentalmente de hidrógeno y helio. Quedaba al descubierto la fuente de la energía de las estrellas y el origen de nuestra composición química. El remate del estudio de Cecilia es pues la expresión: Somos polvo de estrellas.

En 1934 se casó con el astrónomo de origen ruso Sergei Gaposchkin, empleado en Harvard por su recomendación. En 1956, ya madre de tres hijos, accedió a full professor, la primera mujer que lo conseguía en Harvard.

Cecilia Payne-Gaposchkin fue rebelde y luchadora por la igualdad con los demás científicos. Siendo la más grande de los astrónomos y astrofísicos tenía que soportar alusiones hasta de su marido: "*Cecilia es una astrónoma tan excelente como yo*". Su inteligencia y su trabajo debían provocar resquemores hasta en astrónomos tan eminentes como Shapley que había medido la Vía Láctea apoyándose en las Cefeidas de Henrietta Leavitt y el presidente de la Universidad, Lowell, quien aseguró a Shapley: "*Miss Payne no tendrá un puesto en la Universidad mientras yo viva*". Es probable que Shapley, abrumado por los logros de Cecilia, intentase que se la nombrara directora titular del nuevo departamento de astronomía pero el machismo encastrado lo impidió y nombraron a un mediocre, Harry Plaskett. Los estudiantes que estaban asignados a Miss Payne pronto se fueron con Harry. Era menos exigente y minucioso y más torpe. Ellos se lo perdieron.

Cecilia tardó treinta años en lograr que la nombraran astrónoma y catedrática gracias a que en Harvard ya estaban dos científicas tan eminentes como ella, la astrónoma Canon y la espectroscopista molecular Hertha D. Sponer, y a que Shapley se retiró y le sucedió Donald Menzel, un científico mucho más joven y abierto que comenzó por aclarar las finanzas del observatorio, hasta entonces oscuras y secretas, y por doblar el sueldo de Cecilia nombrándola directora del departamento.

Se observa en la trayectoria de Cecilia Payne-Gaposchkin las características casi comunes a las mujeres científicas, su minuciosidad, su tesón, su intuición y su rebeldía contra el cerrilismo y la mentalidad de los hombres que, en vez de reconocer sus méritos, o por eso mismo, no cesaban de estorbarlas.

Margaret Burbidge (1919): Movimiento de las galaxias

Ha sido presidenta de la American Astronomical Society, catedrática de la Universidad de San Diego y directora del Center for Astrophysics and Space Sciencies.

Margaret inició el estudio de los contenidos metálicos de las estrellas y, sobre todo, reveló el movimiento de rotación de las galaxias y los quásares.

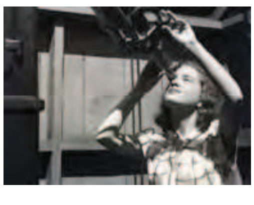
Como las demás científicas relacionadas, su contribución al nacimiento de un aspecto o un nuevo descubrimiento es enorme, correspondiendo con su modestia que en Margaret Burbidge es, si cabe más notable por el hecho de que sus descubrimientos confirman la relatividad de modo mucho más irrefutable que los primeros cálculos sobre la curvatura de la trayectoria de la luz debida a la presencia de grandes masas y efectuados aprovechando eclipses solares. Los resultados si no falseados, al menos fueron corregidos para hacerlos coincidir con la teoría. Contrasta en este caso la minuciosidad y la dedicación femenina, el trabajo concienzudo y su sencillez con la espectacularidad casi insolente de las expediciones masculinas, su prepotencia y su obstinación en hacer coincidir lo que ellos querían con los datos reales.

Se podría señalar como contraste masculino de Margaret Burbidge a Arthur Stanley Eddington (1882 – 1944). Eddington era el astrónomo británico más destacado en los años posteriores a la Primera Guerra Mundial. Era cuáquero y pacifista y quizás por eso admirador de Einstein, quien había condenado abiertamente el militarismo alemán. Al mismo tiempo, era tozudo y vanidoso hasta el punto de que cuando le comentaron que quizás sólo había tres personas que entendían la teoría de la relatividad, señaló que no sabía quién podría ser el tercero. Se empeñó, pues, en demostrar que Einstein tenía razón.

Una predicción verificable de la teoría sería comprobar que la trayectoria de la luz era curvada por la gravedad y la forma más directa de comprobarlo era medir la desviación de la luz procedente de una estrella al pasar cerca del Sol. Si una estrella está casi alineada con el Sol, la luz que emite pasará muy cerca y se podría medir la desviación. Para ver la estrella sólo hay que esperar que se produzca un eclipse. Casualmente estaba previsto un eclipse solar total para el 29 de mayo de 1919. Por iniciativa de Eddington se prepararon dos expediciones británicas para realizar las observaciones. Una, a Sobral, en Brasil. Otra, dirigida por el propio Eddington, a la isla del Príncipe, en la costa occidental de África. Lo cierto es que ya Laplace y un astrónomo alemán llamado Georg von Soldner habían predicho que la luz sería desviada por un campo gravitatorio al considerarla de naturaleza corpuscular. El estudio de von Soldner lo había redescubierto Philipp Lenard, un enemigo declarado de Einstein. El modelo newtoniano empleado por Laplace predecía una desviación de 0`875” de arco, mientras que Einstein había predicho el doble después de amañar una serie de cálculos. En Brasil las condiciones de observación fueron más favorables. Uno de los telescopios dio una desviación media de 1`98” y el otro 0`86”. O sea, uno demasiado y el otro demasiado poco. En Príncipe, con el cielo cubierto, sólo dos de las dieciséis placas mostraron imágenes de estrellas medibles y no muy claras. Calcularon una media de 1`61” con un generoso margen de error o desviación típica de 0`33”. Los resultados se presentaron el 6 de noviembre de 1919 en una reunión extraordinaria de la Royal Society y la Astronomical Society presidida por sir J.J. Thomson. El astrónomo real, sir Frank Dyson hizo el informe: *Las placas astrográficas dieron 0`97” para el desplazamiento en el borde cuando se determinaba el valor de la escala a partir de las propias placas y de 1`40” cuando se tomaba el valor de la escala a partir de las placas de prueba o fotografías de las mismas estrellas tomadas anteriormente por la noche. Pero las placas mucho mejores dieron para el desplazamiento en el borde un valor de 1`98” frente al 1`75” predicho por Einstein.* Eddington apuntó que el incómodo 1`98” de Sobral y el poco preciso 1`61” de Príncipe obtenían la media que exigía la teoría. El profesor Silberstein señaló que si otro intento de verificar la teoría de la relatividad basándose en el desplazamiento hacia el rojo había fracasado, no se podía asegurar que unos datos de curvatura de la luz obtenidos de medidas que bordeaban los límites de la precisión podrían confirmarla. Eddington no podía responder a esta objeción. Sin embargo, los informes de la expedición ayudaron al propósito de Eddington de restablecer las buenas relaciones entre los científicos alemanes y los occidentales y causaron un gratificante revuelo en la prensa. “*Revolución en la Ciencia. Las Ideas Newtonianas Derrocadas*” fue el titular en The Times. Einstein se convirtió en un héroe, la teoría de la relatividad casi en una religión, y Eddington, con unos pocos escrúpulos, casi en su profeta. Por supuesto, hubo medidas en eclipses posteriores que dieron resultados ambiguos y contradictorios, pero para entonces ya era demasiado tarde para discutir. Una auténtica chapuza.

Vera Cooper Rubin (1928): El Universo extraordinario

Tras obtener su título de bachiller en 1948, intentó matricularse en Princeton, pero no se lo permitieron porque no se autorizaba a las mujeres a seguir estudios de astronomía. Se matriculó pues, en Cornell, siendo discípula de Philip Morrison, Richard Feynmann y Hans Bethe. Obtuvo el magíster en 1951 y, más tarde, en Georgetown, el doctorado en física bajo la dirección de George Gamow. Además de su carrera, Vera ha formado toda una familia de científicos. Tres hijos y una hija, todos doctores en aspectos punteros de la ciencia.



Fue la primera mujer que utilizó el telescopio de Monte Palomar (1954). De sus observaciones dedujo el movimiento preferente en una dirección de las galaxias y la distribución irregular de las mismas. Su descripción de la rotación anómala y las curvas planas de rotación no estuvo exenta de críticas; sin embargo, los cálculos precisos y las anomalías que detectaba determinaron que, junto a W. Kent Ford, descubriera la existencia de la denominada materia oscura. La materia oscura es una expresión empleada para describir la materia que no emite bastante radiación para detectarla, pero que provoca deformaciones en la atracción debida a la gravedad y fenómenos descritos como lentes gravitacionales inexplicables bajo otros supuestos. Aunque fue el astrónomo suizo Fritz Zwiky quien sugirió la falta de masa en las fórmulas que describían el movimiento de las galaxias debido a las fuerzas de la gravedad, es el trabajo de Vera Rubin el que explica las anomalías e inicia el estudio científico y astrofísico de la materia oscura que, según sus resultados, constituiría el 90% de la materia del Universo.

Jocelyn Bell Burnell (1943): El interior de las estrellas

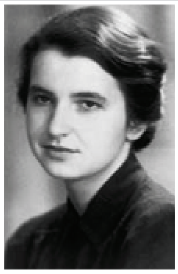
Radioastrónoma irlandesa que descubrió los cuatro primeros pulsares cuando tenía veinticuatro años, mientras hacía su tesis doctoral en Cambridge, bajo la dirección de Anthony Hewish, que fue quien recibió el premio Nobel de Física de 1974 por el descubrimiento. En realidad, el estudio se centraba en los quásares, fuentes de emisiones muy intensas de radio y que siguen siendo objetos misteriosos, aunque se cree que son agujeros negros.

Hewish pensaba que el parpadeo de la radioonda daría una medida del tamaño del quásar, así que se le ocurrió que con una red de detectores de radio podría medir los centelleos de intensidad con mucha precisión. Con esta malla de receptores extendida sobre una hectárea de terreno Jocelyn podía medir los intervalos en los que se producían los centelleos. Al examinar una mañana la cinta de registro, se dio cuenta de que los impulsos se repetían cada 1´34 segundos. Supuso que era alguna máquina que interceptaba las señales, pero al comprobar los días sucesivos que los trenes de ondas se sucedían cuando el telescopio apuntaba al quásar cada 23 horas y 56 minutos, justo la duración del día sidéreo, empezó a pensar que eran seres inteligentes tratando de comunicarse, así que a la fuente de los centelleos la designó LGM1 (Little Green Men – Hombrecillos Verdes). Naturalmente, esta conjetura no se podía admitir. Al poco tiempo, dos astrónomos, Thomas Gold y Franco Pacini, dieron la explicación. Se trataba de minúsculas estrellas muertas que se habían encogido, reducido, concentrado en una pelota de neutrones de unos diez kilómetros de diámetro y que giraban rápidamente, rotaban en períodos poco más o menos de un segundo emitiendo radiaciones como si fueran faros espaciales. Se llamaron púlsares. De pronto, Jocelyn había conectado un punto de unión entre la física cuántica y la relatividad, el espacio y el átomo. Se descubrió que la rotación de los púlsares se frena al pasar el tiempo y la desaceleración es proporcional a su edad, algo parecido a las sustancias radiactivas; así se podía calcular el momento de su nacimiento. Como ejemplo, se estimó que la edad de un púlsar en la nebulosa del Cangrejo era de unos mil años. Curiosamente una explosión de una supernova se registró por astrónomos chinos y japoneses en el año 1054.

En 1974 Anthony Hewish recibió el premio Nobel por el descubrimiento de los púlsares. Astutamente convenció a Jocelyn de que no firmase el artículo que revelaba el descubrimiento por oscuras razones de pérdida de beca y normativa sobre los doctorandos. "*Es la mayor estupidez que he cometido en mi vida*", confesó más tarde Jocelyn. Este engaño fue denunciado por Fred Hoyle y otros astrónomos, calificándolo de escándalo.

Jocelyn Bell Burnell es otro ejemplo de las mujeres científicas. Siendo la clave de los nuevos descubrimientos, permanecen en segundo término y no reclaman la gloria que les corresponde. Prefieren disfrutar de su obra, como las tejedoras que contemplan la belleza de su bordado y perciben la perfección de un vestido o el esplendor del arte en detalles que los hombres no saben descubrir. En muchas ocasiones merecían ser las jefas de unos hombres que, siendo sus jefes, no les interesaba más que la gloria o el dinero que habían arrebatado fraudulentamente a la colaboradora que les superaba en inteligencia y grandeza de espíritu.

Rosalind E. Franklin (1920 – 1958): Imágenes de la vida



Pasará a la historia por ser la científica que consiguió fotografiar la macromolécula de la vida gracias a su sólida preparación en las técnicas de vanguardia. Con su famosa Foto 51 tuvo la evidencia de que el ADN tenía la forma de una doble hélice que se retorcía como una escalera de caracol. Cuando en 1962 se otorgó el premio Nobel por el descubrimiento de la estructura del ADN, ella ya había muerto, seguramente a causa del cáncer contraído por sus muchas horas de exposición a los rayos X, en cuya utilización era una consumada experta. Su competencia y minuciosidad hizo posible el descubrimiento de la estructura y la posibilidad de que otorgaran el premio a hombres más inconscientes y astutos. En cambio a ella, el ser tan concienzuda la supuso la ignorancia y el olvido por parte de quienes se beneficiaron de sus esfuerzos, incluso el menosprecio después de muerta. Más tarde, algunos colegas, como el premio Nobel Aaron Klug, reivindicaron las aportaciones fundamentales de Rosalind, contrarrestando los desafortunados comentarios sobre su persona aparecidos en el libro "*La doble hélice"*, escrito precisamente por James Watson, el individuo que más agradecido debería estar a Rosalind.

Rosalind Franklin había trabajado y aprendido en París las técnicas de difracción y cristalografía con rayos X. Sus publicaciones atrajeron la atención de John Randall, director del laboratorio del King's College, quien en diciembre de 1950 le escribió una carta proponiéndola como titular de una unidad de investigación en la que contaría con un ayudante. Entusiasmada, se traslada en enero de 1951 y monta su laboratorio; pero unos meses después vuelve de vacaciones el que era titular, Maurice Wilkins y se encuentra con que, no sólo el laboratorio estaba cambiado y mejorado, sino que su empleado, Gosling, es ahora el ayudante de la recién llegada. Pone de manifiesto su disgusto y comienza un enfrentamiento rencoroso que al final casi da al traste con todo el trabajo del equipo y, desde luego, despojará a Rosalind de la gloria que merecía. Maurice Wilkins era un físico neozelandés que había colaborado en el Proyecto Manhattan y por entonces investigaba sobre la estructura del ADN aplicando algunas técnicas de rayos X, aunque era un tanto torpe comparado con Rosalind y las imágenes que obtenía eran confusas y chapuceras.

El estudio del ADN estaba de moda debido a los descubrimientos de Oswald Avery, quien con un genial experimento había introducido ADN de unas bacterias en otras y así demostrado que era el agente activo de la herencia, a las confusas fotografías y las especulaciones aún más confusas de Williams Astbury y, sobre todo, a los cálculos de Linus Pauling, el gran teórico de los orbitales moleculares, que, sin embargo, privado de los datos experimentales, había cometido un error al determinar la estructura del ADN como tres hélices retorcidas. Linus Carl Pauling se disponía a viajar a Inglaterra para asistir a una conferencia con lo que se hubiera encontrado con Maurice Wilkins y se hubiera informado con suficiente exactitud para corregir los errores teóricos en los que había incurrido. Por tanto, comprendería que el ADN no estaba retorcido como una trenza, sino que era una escalera de caracol con las bases como peldaños y la barandilla formada por azúcares y fosfatos. Por desgracia, se interpusieron los políticos. Estaba en plena efervescencia la cruzada anticomunista del senador McCarthy y Pauling razonaba demasiado, así que fue detenido en el aeropuerto de Idlewild, en Nueva York, y le confiscaron el pasaporte basándose en que tenía un pensamiento demasiado liberal para que se le pudiera permitir viajar al extranjero. Tenían toda la razón pues en 1962 le concedieron el premio Nobel de la Paz por sus actividades pacifistas en contra de las pruebas nucleares. En su condescendiente magnanimidad las autoridades le devolvieron el pasaporte al año siguiente para que pudiera ir a recibir el premio Nobel de Química, pero, evidentemente, ya era tarde, pues Watson y Crick habían obtenido de Peter, el hijo de Linus, entonces estudiante graduado en el laboratorio Cavendish, la idea de que la macromolécula tenía forma de espiral y de Wilkins, enfurruñado con Rosalind, las fotos que lo confirmaban y que ésta no les dejaba ojear. En diciembre de 1952 Peter recibió una carta de su padre donde le indicaba la idea sobre la forma de hélice que había concebido en 1948 mientras convalecía de una gripe y que ahora confirmaba teóricamente. Peter inocentemente les enseñó la carta a los dos listillos. En febrero Linus completó su artículo y envió dos copias del manuscrito a Cambrige, una para sir Lawrence Bragg, director del Cavendish, y otra para el propio Peter. Sin dar tiempo a que Crick le pidiera el manuscrito, Watson lo sacó del bolsillo del abrigo de Peter y empezó a leerlo. Se fijó en los dibujos y enseguida descubrió que la trenza de Pauling no era compatible, no sólo los datos y fotografías, sino químicamente. Quizás Linus Pauling buscó una estructura demasiado bonita y le resultó demasiado complicada. Sólo le faltó ver una foto, una sola foto. De ese modo, entre obtusos políticos y espabilados científicos lograron arrebatar la gloria del descubrimiento de la estructura del ADN al químico más grande del siglo XX y a la investigadora más concienzuda de la ciencia moderna.

En los años cincuenta todavía se trataba a las mujeres científicas con una cortesía y un desdén calculado que hoy resultaría irritante. En el King's College no se les daba acceso al comedor de profesores, ni siquiera a las más prestigiosas. A Rosalind la trataban los demás con cierto paternalismo y Watson sugería más tarde en el libro "*La doble hélice*" que resultaba poco sexy. Naturalmente, semejante actitud molestaría bastante a un espíritu tan independiente y a una inteligencia tan aguda como la de Rosalind, que se desquitaba con alusiones y sarcasmos feroces que Watson no le perdonó jamás. La causa profunda de esa enemistad estaba en que con su intuición femenina, Rosalind había calado el espíritu taimado de Watson en contraposición a su minuciosidad y concepción del trabajo científico. Por ser tan concienzuda perdió la ocasión de haber sido ella y sólo ella la descubridora de la forma del ADN. En 1974 Francis Crick confesó: "*Rosalind Franklin estuvo a dos pasos de la solución, sólo necesitaba comprobar que las dos cadenas iban en direcciones opuestas*". Con las fotos resultó sencillo obtener la maqueta del ácido: era una escalera de caracol. Cada peldaño tenía una altura de 3'4 angstrom (diezmillonésima de milímetro). Diez peldaños completaban una vuelta de la escalera, o sea, cada peldaño giraba 36º. La escalera tenía un radio de 20 angstrom. Si se dibujaba la planta de la estructura cada peldaño se proyectaba sobre un radio de un decágono. Tenía pues relación con el número áureo. O sea, que no sólo era profundo, sino que era estéticamente bonito. Todo eso revelaban las estupendas fotografías de Rosalind.

El 25 de abril de 1953 la revista Nature publica un artículo: *Estructura molecular de los ácidos nucleicos*; está dividido en tres partes: una escrita por Crick y Watson, otra por Wilkins y la tercera por Franklin; esta última la tenía escrita desde hacía tiempo, pero por asegurarse, por dejarlo aclarado minuciosamente, por ser sensata y concienzuda, por no guardar celosamente sus fotografías y quizás por confiar en Wilkins, quien se creía su jefe, había dejado que el atrevimiento de dos oportunistas que habían corrido el riesgo que ella como mujer no quería correr y había perdido la oportunidad de ser ella sola la auténtica descubridora. Rosalind se vio tan timada y vejada que decidió marcharse de King's College admitiendo una propuesta del Birbeck para trabajar con Desmond Bernal, un investigador del mosaico del tabaco, un virus que amenazaba con destruir no sólo las cosechas del propio tabaco, sino las de muchos otros cultivos. A pesar de todo, tuvo que soportar una última humillación pues la obligaron a renunciar a sus investigaciones sobre el ADN y suprimir los contactos con el King's, incluso con Gosling, su ayudante, con el que estaba muy bien compenetrada.

En el Birbeck College estuvo a gusto trabajando con hombres que reconocían su talento y la trataban con respeto. Tanto su jefe como su colaborador, el sudafricano Aaron Klug, futuro premio Nobel y presidente de la Royal Society, se refieren a ella con elogios y admiración sincera, reconociendo que sus fotos y diagramas de rayos X eran los mejores y más bellos obtenidos hasta entonces, y eso que trabajaba en un cobertizo con goteras de las que se protegía con un paraguas, emulando a M. Curie, a quien en cierto modo imitó hasta en su muerte por cáncer.

En los Estados Unidos reconocieron su valía y varias universidades solicitan que exponga sus investigaciones. En 1956 durante una excursión al monte Whitney, en California, se siente muy mal con fuertes dolores en el abdomen; de vuelta a Inglaterra le diagnostican el cáncer. A pesar de todo, sigue con su actividad, escribe artículos con Aaron Klug y prepara una exhibición con el diagrama de la estructura del virus del mosaico del tabaco por encargo de la Royal Society para la Exposición Universal de Bruselas de 1958. El 16 de abril de ese mismo año muere esta magnífica mujer.

Lise Meitner (1878 – 1968): La bomba atómica

Era vienesa, judía no ortodoxa, alumna de Ludwig Boltzmann y de Max Planck. Sacó sus títulos en las universidades de Viena y Berlín, en donde resultaba una rareza su condición femenina. Estaba en efervescencia la nueva física, y Lise quedó impactada por las ideas de William Ramsay, Otto Hahn, Emil Fischer y Niels Bohr.

En 1912 fue admitida como colaboradora sin sueldo en el recientemente creado Instituto William Kaiser, donde Otto Hahn, de la misma edad que Lise, era contratado como profesor. Pero al poco tiempo, Max Planck se percató de la valía de Lise y la nombró su ayudante, con el sueldo de investigadora y Fischer la coloca al mismo nivel que Hahn al cargo del departamento de radiactividad con capacidad para contratar ayudantes y elaborar presupuestos. Con los nuevos medios que le habían proporcionado se lanza a estudiar las series radiactivas que derivan desde el uranio hasta el plomo, profundiza en el conocimiento de la radiación gamma de tal manera que sus artículos son conocidos en todo el mundo y comienza a recibir ofertas de trabajo.

Todo el trabajo se ralentiza, e incluso se interrumpe, con el comienzo de la Primera Guerra Mundial en la que colaboró con actividades humanitarias hasta que en 1916 la ponen al frente del departamento de física en el KWI casi bajo jurisdicción militar, pues el Ministerio de Guerra estaba empeñado en que los científicos se dedicasen a producir gases venenosos, explosivos y combustibles. Seguramente esperaban que Lise produjera una bomba victoriosa. Lo cierto es que ella tenía unas ideas muy claras sobre la guerra hasta el punto de calificar como peculiarmente ingenuos los comentarios de Einstein. En el KWI permanecerá durante veintiún años como directora de investigación labrándose un prestigio internacional, sobre todo a partir de 1917 cuando descubre el protactinio en colaboración con Otto Hahn, quien firmó el artículo como primer autor. Otro de los episodios de sustracción de los méritos a una mujer científica, pues fue a Otto a quien le otorgaron la medalla Fisher mientras a Lise le ofrecían una copia, siendo ella la que realmente había descubierto y descrito las propiedades del elemento. Hizo muy bien en no asistir al acto.

Al subir los nazis al poder había en Alemania unos 600.000 judíos que representaban el 1% de la población; en el mundo académico, sin embargo, representaban el 25%. Lise Meitner se aferraba a una esperanza optimista y creía que los políticos podían cambiar hasta que se dio cuenta de que si no escapaba corría peligro su vida. Salió hacia Suecia sin pasaporte, con una maleta y un anillo de diamantes que le dio Otto Hahn y que había pertenecido a su madre. El Ministerio de Educación decretó su cese. Causa: "*Frau Meitner tiene un 25% de sangre judía*". Desde siempre los Gobiernos han encontrado motivos muy peculiares para amedrentar a los maestros.

Antes de exiliarse "Frau Meitner", además del protactinio, había descubierto: que los rayos gamma sólo se emiten tras una desintegración radiactiva; que la energía atómica se producía de dos formas, por fusión y por fisión; había montado una cámara de Wilson y un espectrómetro de masas de Aston; había calculado la edad de la Tierra a partir de la vida de los isótopos; de sus conversaciones con James Chadwick, el descubridor del neutrón, dedujo que la masa del neutrón y del protón eran casi iguales y que el neutrón era la partícula más idónea para provocar las reacciones nucleares siendo los neutrones lentos más propicios que los rápidos para iniciar el proceso; detectó la presencia de positrones no procedentes del espacio exterior deduciendo muy acertadamente que iban emparejados con electrones y comprobó con fotografías la producción de radiactividad artificial que habían descubierto los Joliot-Curie.

Por entonces se pensaba que el bombardeo de uranio por neutrones debería producir elementos transuránicos, según las teorías de E. Fermi, pero los experimentos de Lise sólo producían partículas beta y trazas de isótopos radiactivos. Tuvo que ser otra mujer, una química, Ida Noddack, quien indicara la interpretación correcta: el núcleo se rompía en trozos más pequeños que eran isótopos de elementos conocidos; pero como era mujer, hostil a la teoría y opuesta a la interpretación de Fermi, nadie la hizo caso.

Otto Hahn había sido nombrado director del KWI por lo que no disponía de mucho tiempo para dedicarlo a los experimentos, de modo que casi todos los llevaba a cabo otro químico, Fritz Strassmann, quien observó que entre los subproductos obtenidos del uranio había trazas de bario y que quien dirigía realmente las investigaciones, indicaba los pasos sucesivos, guiaba el proceso y corregía los errores era Lise Meitner.

En 1938 Lise demostró su gran genio en dos entrevistas. Una, durante el mes de noviembre en Copenhague, con Niels Bohr y su sobrino, Otto Frisch, quien trabajaba con Bohr y le mantenía al tanto de los resultados que obtenían en Berlin. Allí Strassmann había partido el uranio y había obtenido isótopos del radio. Algo absurdo siendo un núcleo más pequeño. Además, los trozos se comportaban como bario. "*Esto no puede ser*" repetía Hahn, quien instaba a Lise a guardar el secreto y buscar una explicación. Ella lo hizo así, y le instó a que se asegurara de los resultados antes de publicarlos pero Otto Hahn los publicó en la revista Naturvissen-schaften sin mencionarla, actitud que mantendrá en lo sucesivo, apartándola de todo reconocimiento del descubrimiento. La segunda entrevista entre tía y sobrino, más tarde relatada por éste, tuvo lugar durante las Navidades en Kungälv, Suecia, paseando por un bosque nevado. La comunicación de Otto Frisch relataba algo inexplicable: que el uranio se partía en trozos como una gota de agua que rebotara contra una piedra y que no salían elementos transuránicos, que entre los trozos aparecía el bario y que los trozos salían disparados separándose a gran velocidad desprendiéndose mucha energía. Hahn no lo entendía. No podía ser que los isótopos de radio que debían salir se comportaran como bario. Como químico de laboratorio era un prodigio, pero como teórico e imaginativo no podía compararse con Lise. Sólo la inteligencia de ella pudo desentrañar el misterio y componer el rompecabezas. Como a todo científico auténtico y en especial a todas las científicas, descorrer un poco el velo y descubrir un misterio de la Naturaleza, le produjo un placer tan enorme que los honores y premios que podía obtener le parecieron una nimiedad. Lise lo comprendió y lo calculó.

Los núcleos formados al romperse el uranio tenían en conjunto casi la masa inicial, casi; le faltaba justo 1/5 de la masa del protón que, según la fórmula de Einstein, era exactamente la masa que se había transformado en la energía que habían detectado. Lise había descubierto la energía atómica y, sin saberlo, abrió otra “Caja de Pandora” y desató el gran estallido del siglo XX. Al relatar a un biólogo norteamericano de su laboratorio la ruptura del uranio en dos núcleos, este compañero le comentó: “*Es como la fisión del núcleo de la célula*”, y así quedó el nombre: Fisión nuclear. Frisch se lo contó inmediatamente a Niels Bohr quien dándose un golpe en la frente exclamó: “*¡Eso es! ¡Qué idiotas hemos sido!*” Pero, como estaba a punto de escapar hacia América, prometió no decir nada hasta que tía y sobrino lo publicasen. Sin embargo, Otto Hahn no sólo no tuvo escrúpulos en publicarlo como descubrimiento propio, sino que ni siquiera hizo mención de que él no lo había entendido y de que la contribución esencial era de Lise Meitner. El reconocimiento de su genialidad lo tuvo en América. No se decidió a marchar cuando debía haberlo hecho y tenía ofertas de trabajo y luego lo lamentó. Casi todos los científicos con los que se comunicaba y sus familiares, incluido su sobrino, escaparon a América huyendo de la guerra. Muchos estuvieron empleados en el Proyecto Manhatan, precisamente surgido de las ideas de Lise por iniciativa de Leo Scilar y dedicado a construir la bomba atómica, cuyos efectos la aterrorizaron.

En 1946 Lise Meitner viaja a Nueva York con la intención de visitar a su familia, pero un proyecto tan sencillo no es aceptado en los Estados Unidos, donde lo grandilocuente y la fanfarria producen interés y dinero. Su llegada al aeropuerto fue como la de una estrella del espectáculo y fue llevada casi en triunfo a la American Physics Society. Durante las semanas siguientes se suceden las recepciones y conferencias. En una gala con el presidente Truman, el Women’s Nacional Press Club la nombra “Mujer del año” y la prensa en general la titula “Madre judía de la bomba”, título que no le hace ninguna gracia y totalmente injusto pues había sido la primera que había insistido en que no se volviera a construir más bombas atómicas.

Desde la posguerra hasta su muerte siguió dedicándose a la ciencia, reuniéndose con los grandes científicos que desarrollaban la física cuántica y aportando las ideas de vanguardia. Permaneció soltera, seguramente porque su trabajo le absorbía todo su tiempo o porque no pudo encontrar al hombre que pudiera comprenderla o se acercase a su nivel como les ocurrió a las Curie. Las mujeres como Lise, de inteligencia superior, dan miedo a los machos y es necesario ser muy sencillo o muy sensato para poder convivir con ellas.

No fue la madre de la bomba, pero sí la descubridora de la nueva energía que permitirá al género humano vivir mejor y preservar nuestro mundo en el que quedan tantas maravillas por descubrir.

Mary Douglas Leakey (1913 – 1996): El origen del ser humano

Era hija de padres bohemios y bohemia fue prácticamente durante toda su vida. Sus padres eran muy sociables, tenían múltiples y variadas amistades y de esta vida social disfrutó, por lo menos hasta que se quedó huérfana de padre a los trece años. Para entonces, sus padres le habían dado una educación atípica, lejos del colegio y las normas, educación que le sirvió para descubrir y tratar los orígenes de la humanidad sin cortapisas ni prejuicios.

Desde el principio de los tiempos han vivido miles de millones de seres humanos con sus peculiaridades y su variación genética. El conocimiento de todos estos supuestamente seres humanos se basa en los restos, herramientas, huellas, huesos y cachos de huesos de unos 5.000 individuos. Según Ian Tattersall, conservador del Museo Americano de Historia Natural de Nueva York, todas las muestras de que se dispone podrían caber en la caja de un camión, si no importa mucho que esté todo revuelto. Esa escasez no sería tan grave si los restos aparecieran con una distribución más o menos regular, pero aparecen al azar en el espacio y el tiempo. El homo erectus vagabundeó por la tierra desde Europa hasta China durante más de un millón de años, pero no podemos atestiguar la existencia de un grupo mayor que el que llenaría un autobús. Del homo habilis se dispone de dos esqueletos incompletos y un puñado de huesos de las extremidades. Si hubiera existido una civilización como la nuestra no podríamos conocer absolutamente nada a través del registro fósil.

El gran mérito de Mary Leakey es no sólo haber encontrado muchos de esos restos y huellas, sino de haber iniciado el estudio concienzudo y fundamentado del origen de la especie.

Se podría decir que la antropología está dando sus primeros pasos y surgen confusiones e interpretaciones descabelladas y acertadas. Ante nuevos hallazgos se hacen suposiciones que en muchos casos sirven para confirmar las ideas previas de su descubridor y otras para atacar la ignorancia de los antagonistas. Por ejemplo, los autores del libro *Java Man* dedican capítulos enteros a establecer la incompetencia de Donald Johanson, el descubridor de Lucy. El esqueleto, más bien el semiesqueleto, más famoso hasta ahora es el descubierto en Hadar, Etiopía, designado oficialmente por A.L. 288-1 y popularmente conocido por Lucy. Es un montón de huesos que constituyen aproximadamente el 20% de un esqueleto aproximadamente humano, con los cuales, prescindiendo de los simétricos y de los deducibles, se especula sobre su estatura, que sería de 105 mm; sobre su modo y forma de caminar y trepar, ya que Johanson había descontado los huesos de manos y pies; sobre su cerebro, ya que casi no se tienen huesos del cráneo, y sobre su sexo pues se supone que era hembra debido a su pequeño tamaño. Hasta hace poco tiempo se consideraba que los humanos actuales eran descendientes de *Lucy*, pero han surgido demasiadas dudas, precisamente por parte de Mary Leakey y toda su familia, que constituyen una auténtica saga de investigadores.

El gran debate sobre el origen de la humanidad se originó tras el descubrimiento del Procónsul. El hallazgo tuvo lugar en 1948 excavando en la isla de Rusinga, en el lago Victoria, donde residían prácticamente Mary y su marido Louis tras haber pasado multitud de penalidades y peripecias. Lograron extraer cachos del cráneo y parte de la mandíbula, con los cuales recompusieron la cabeza que metieron en una caja con la que Mary viajó a Londres para que confirmaran su hallazgo y su datación la Royal Society y los expertos y mecenas que por entonces les financiaban. El primer Procónsul lo descubrió el paleontólogo Hopwood en un paquete que llegó al Museo Británico en 1927. Le pusieron ese nombre por un chimpancé de circo que fumaba en pipa y montaba en bicicleta y al que llamaban *Cónsul*; puesto que los huesos eran de un mono anterior, llamaron Procónsul al cadáver. El Procónsul resultaría ser un ancestro del hombre, un primate a partir del cual la evolución obtuvo por un lado los grandes monos y por otro los humanos. El esqueleto encontrado por los Leakey tenía unos 18 millones de años y procedía del Mioceno. Por los estudios de los esqueletos se dedujo que el Procónsul era arborícola y lento; se parecía al hombre entre otros rasgos porque no tenía cola pero era todavía un auténtico mono. El mejor resultado para los Leakey fue que los restos se los disputaron los científicos ingleses y el gobierno de Kenia; ambos contribuyeron a financiar las expediciones proporcionándoles incluso un barco con el que viajaban desde Rusinga por el lago Victoria y los ríos adyacentes; también tuvieron presupuesto suficiente para algunas vacaciones y viajes; en uno de estos viajes visitaron las cuevas de Lascaux y Altamira. Cuando volvieron a África pasaron por Olduvai para estudiar las pinturas de la roca de Kondoa-Irangui e incluirlas en su libro sobre el arte africano. Las pinturas reflejan la vida cotidiana de los hombres de la edad de piedra y no sólo dejaban encantada a Mary sino que confirmaban algunas de sus especulaciones sobre el origen y los ancestros del hombre moderno. En Olduvai encontraron cráneos de australopitecos, de homo erectus, homo habilis y paranthropus, junto con chozas fabricadas con piedra volcánica. Este terreno de lava volcánica petrificada proporcionó en 1978 a Mary, puesto que Louis había muerto en 1972, su descubrimiento más famoso. Sobre la ceniza pastosa habían quedado miles de huellas de animales que con el tiempo y un mineral llamado carbonatita, habían quedado perfectamente petrificadas y conservadas. La datación del potasio-argón confirmó que tenían una antigüedad de tres millones y medio de años. Dos años después del descubrimiento de Lucy, Mary Leakey descubrió en Laetoli, Tanzania, a 45 kilómetros al sur de Olduvai, las huellas dejadas por dos individuos, que se supone de la misma familia de homínidos. Parece que ambos sujetos iban caminando uno al lado del otro sobre ceniza cenagosa que más tarde se endureció conservando las huellas en dura roca a lo largo de unos 23 metros. El Museo Americano de Historia Natural de Nueva York tiene una imagen en diorama, en la que se ve a los dos peludos representados como macho y hembra, cariñosamente entrelazados y casi con porte humano. Se diría inspirado en “El planeta de los Simios”. Sin embargo, de las huellas no se puede suponer ni que sean peludos, ni que fueran cariñosos, ni que fueran macho y hembra, pues más bien parece que, por lo próximas que están y la diferencia de tamaño, que fuese un adulto llevando de la mano a una cría. Al analizarse más detenidamente se observaron más bien como pisadas de tres individuos, uno pisando sobre las huellas del más grande y el otro más pequeño parecía arrastrado por el mayor cogido de la mano. Con algo de imaginación podría pensarse que huían de la erupción volcánica pisando sobre las cenizas calientes y por eso el mediano pisaba sobre el rastro del otro. En Laetoli llegaron a descubrirse hasta 23 individuos que se clasificaron como australopitecus afarensis según Johanson, el descubridor de Lucy, con lo cual Mary no estaba en absoluto de acuerdo. La disputa se llevó incluso ante la televisión por medio de Richard, el hijo de Mary; la disputa siguió en otros medios, pero como Johanson era más espectacular y fotogénico, parecía que era el que tenía razón, de manera que los Leaky se retiraron de controversias sin sentido y dejaron que hablaran por ellos sus propios descubrimientos. En su autobiografía, “*Desvelando el pasado*”, comunicó que sus descubrimientos demostraban que la fechación de Lucy era inexacta y que los fósiles de Johanson eran demasiado jóvenes aunque fueran auténticos. Como todas las mujeres científicas y pioneras, al final son ellas las que tienen razón porque les mueve su sensatez y no persiguen la gloria y el reconocimiento tan ansiosamente como sus rivales masculinos atestados de testosterona.

Mary recibió numerosos reconocimientos y condecoraciones, aunque la gloria que a ella le causaba más satisfacción es haber contribuido más que ningún otro occidental al desarrollo y reconocimiento de las culturas africanas que tanto le atraían. Sin embargo tuvo que sufrir las penalidades y los avatares de las revoluciones y guerras que siguieron a la independencia de muchos pueblos africanos. Durante la revuelta de los Maumau necesitaron armarse y disponer de guardaespaldas, pero a su primo Gray que era un pacífico granjero al que siempre habían querido y respetado los pobladores nativos, le asesinaron junto con su familia de la manera más violenta.

Como todas las grandes científicas, fue sensata y modesta; consideraba que sus descubrimientos, que ahora sabemos eran fundamentales, eran simples restos del pasado que hemos hallado por casualidad y que nos dan una visión casi imperceptible de nuestros ancestros y que eran más importantes las piedras que los huesos. Mary Douglas Leaky abrió el camino para que lleguemos a conocer nuestro origen, que ella consideraba en África y mucho más antiguo de lo que se suponía. Murió en 1996 y su senda la siguen muchísimos antropólogos y paleontólogos, empezando por sus hijos y su familia que han llegado a formar un grupo de magníficos científicos que se prolonga ya en la cuarta generación.

Bárbara Eleanor McClintock (1902 – 1992): La mutación genética

Se denomina *telómero* al extremo de los cromosomas que contiene secuencias repetidas de ADN que se emplean durante los procesos de replicación. Cuantas más replicaciones se producen tanto más decrece la longitud de los telómeros, de lo que se deduce que el envejecimiento celular guarda una relación directa con el tamaño de dichos telómeros.

Hace más de setenta años Bárbara McClintock describió su estructura y explicó que su función principal era evitar que los extremos de los cromosomas se tocasen y quedaran fusionados. Es probable que en algún proceso análogo durante la evolución se fusionaran algunos cromosomas, algo que nos distingue de los monos. Fundándose en los estudios de McClintock se ha podido descubrir que los telómeros tienen una estructura muy compleja compuesta de ambos ADN y un conjunto variado de proteínas que permiten determinar su longitud y conservar la integridad del genoma. Funcionarían, además, como un reloj que regula el número de divisiones celulares impidiendo que sobrepasen una cierta cantidad. O sea, que serían los dictadores del envejecimiento celular. Se ha descubierto también que otros elementos intervienen en el proceso, como la encima telomerasa transcriptasa inversa que se encuentra en células madre y embriones y que sintetiza las repeticiones de telómeros, pero que apenas se encuentra en los tejidos adultos. Con la poca actividad de esta encima y la dificultad de la polimerasa del ADN para replegar los extremos de los cromosomas, se llega al agotamiento del telómero al cabo de muchas divisiones celulares. La disminución progresiva de los telómeros es la causa principal del envejecimiento de muchas células después de cerca de cien divisiones en los tejidos conjuntivos lo que repercute en la degeneración sucesiva de esos tejidos y otros órganos, además del desarrollo de algunas enfermedades. Sin embargo, se ha observado que este proceso degenerativo se puede retardar con la introducción de la telomerasa en esas células con lo que se previene el envejecimiento y se mantienen. Incluso en ciertos procesos cancerígenos este método terapéutico logra recuperar algunas células inmersas en esos procesos e incluso cortar su desarrollo que, detenido a tiempo, evita llegar a la metástasis.

El estupendo trabajo de Bárbara, mal comprendido por sus colegas, es pues el principio de los estudios de la longevidad, y con el tiempo, seguramente, de la curación de muchas clases de cáncer. La incomprensión provocó que se retirase del escenario científico en 1953, cuando ya había descubierto el proceso de transposición de elementos del genoma y había explicado cómo los genes determinan muchas características físicas. Diez o veinte años después, otros científicos publicaron los mecanismos de regulación de la expresión genética que ella hacía tiempo había descrito. Sólo su propia longevidad y su tesón la libraron, como había pasado con otras mujeres, del olvido y el desconocimiento. Le otorgaron el premio Nobel cumplidos ya los 80 años, pero desde 1930 era la pionera destacada de la cartografía genética y había descrito el primer mapa del ligamento del genoma del maíz poniendo de relieve las funciones de los telómeros y centrómeros. Con métodos de microscopía desarrollados en su laboratorio de la Universidad de Cornell, estudió los cambios que sufren los cromosomas durante la reproducción del maíz, explicando procesos tan fundamentales como la recombinación genética que se produce durante la meiosis. Eran unos descubrimientos tan extraordinarios que muchos de sus colegas los recibieron con escepticismo y apodaron sus conclusiones como “historietas de los genes saltarines”. Ante este menosprecio dejó de publicar y se dedicó al estudio de la citogenética y etnobotánica de las especies sudamericanas del maíz, con lo que logró aumentar y sanear las cosechas e iniciar la ciencia transgénica de los cereales, salvando a muchísimas personas de morir de hambre.

Bárbara McClintock destaca entre las mujeres científicas como independiente y solitaria. Se opuso con energía a su madre que deseaba para sus hijas un buen matrimonio, según la mentalidad de principios del siglo XX. Consiguió asistir a la escuela secundaria y a la Escuela de Agricultura de Cornell con una beca y luego trabajó y estudió de forma autodidacta hasta lograr una plaza en la Universidad de Cornell. Como destacaba entre todos sus compañeros, el genetista C.B. Hutchinson la incorporó a sus cursos de postgraduados, lo que determinó toda su vida y su carrera dedicada por entero a la genética. Excepcional entre los alumnos del curso, entre los que habría futuros premios Nobel. En Cornell desarrolló técnicas sencillas y geniales como la tinción con carmín que permitía visualizar los cromosomas en el microscopio óptico y así pudo describir la morfología de los diez cromosomas del maíz y relacionar los caracteres que se transmitían conjuntamente en distintos segmentos cromosómicos o la recombinación de caracteres heredables en el entrecruzamiento cromosómico durante la meiosis. Mostró también la organización y función del centrómero. Continuó sus trabajos en períodos veraniegos en la Universidad de Missouri donde descubrió las mutaciones genéticas producidas por los rayos X, como los cromosomas anulares, debidos a la fusión de los extremos de un cromosoma irradiado y la existencia del organizador esencial para el ensamblaje del nucleolo en el cromosoma 6 del maíz.

En 1936 la contrataron como profesora asistente en el departamento de Botánica de la Universidad de Missouri-Columbia. Trabajando en ese departamento hizo el descubrimiento más espectacular, esencial para el estudio del cáncer, como es el ciclo de ruptura, fusión y formación de puentes cromosómicos durante la meiosis.

A pesar de todos estos descubrimientos, o quizás por eso, se veía excluida y postergada sin posibilidad de ser ascendida a profesora titular; incluso el jefe del departamento, cuando leyó en el periódico el anuncio de boda de otra Bárbara, creyendo que se trataba de ella, le amenazó con despedirla si se casaba. Ante estas disyuntivas, aceptó la invitación de un colega, Marcus Rhoades, quien debía toda su carrera a Bárbara, para ocupar un puesto de investigadora en el laboratorio Cold Spring Harbor del departamento de Genética de la Institución Carnegie, en Washington. De esta época procede su descubrimiento, fabuloso para la época, de los elementos transponibles, con lo que cambiaba totalmente el concepto del genoma como un conjunto de instrucciones estático que pasaba a través de las generaciones. Tan avanzada era su idea, que sus colegas la recibieron con perplejidad e incluso hostilidad y por eso la designaron como “los genes saltarines”. Aceptó entonces la financiación de la Fundación Rockefeller para estudiar la genética de las diferentes clases de maíz de Sudamérica y siguió trabajando en el laboratorio Cold Spring Harbor prácticamente hasta su muerte, pero sus descubrimientos no fueron reconocidos hasta que otros llegaron a sus mismas conclusiones, por eso se lamentaba de lo difícil que era arrancar de sus conceptos a científicos enquistados en sus puestos y más si la innovación llega desde unas ideas expresadas por una mujer.

Fue la primera mujer en obtener la beca “MacArthur”, denominada “de los genios”. En 1983 recibió el premio Nobel. En 1986 fue incluida en la Nacional Women’s Hall of Fame y en 2005 apareció su imagen en una serie de sellos conmemorativa de los científicos americanos, al lado de John von Newman (que era húngaro de nacimiento) y Richard Feyman. Ya en 1989 fue incluida como una de los ocho genetistas ganadores del premio Nobel, en otra serie filatélica editada por la Federación Helvérica Suiza. Murió llena de premios y reconocimiento el 2 de septiembre de 1992.

Rita Levi-Montalcini (1909): Regeneración de las neuronas

Piamontesa. Nació en Turín nada menos que en 1909 y sigue viva y coleando. Nunca mejor dicho, porque esta enérgica mujer sigue activa, produciendo nuevas ideas, y enseñando ciencia y vida a los jóvenes, más bien a las jóvenes de su Instituto, siendo ella misma la prueba física y científica más contundente de sus propias teorías.

Hasta 1986 únicamente tres mujeres, Gerty Cori, Bárbara McClintock y Rosalyn Yalow, habían recibido el premio Nobel en Fisiología y Medicina, por eso Rita

Levi-Montalcini insiste en demostrar que las mujeres han desarrollado la medicina y han hecho surgir ideas y remedios nuevos que no se han tenido en cuenta, incluso se les ha perseguido, y gran número de mujeres, que hubieran sido más grandes que Hipócrates, Galeno, Paracelso o Harvey, acabaron como Miguel Servet, en la hoguera, acusadas de envenenadoras y brujas. En 1986 se lo concedieron a ella, en 1988 a Gertrude Elion, en 1995 a Christiane Nüsslein-Volhard, en 2004 a Linda B. Buck, en 2008 a FranÇoise Barré-Sinoussi y en 2009 a Elizabeth Blackburn y Carol Greider. El avance de la medicina humana, debido no sólo a los trabajos de estas mujeres sino al reconocimiento de su geniales contribuciones a la ciencia, ha sido algo grandioso.

Como judía fue expulsada de su Universidad de Turín, huyó a Florencia, vivió y trabajó clandestinamente, montó su propio laboratorio en la cocina de su escondrijo, escapó y por fin recaló en la Universidad de Washington de San Luis (Missouri).

Su contribución esencial fue el descubrimiento del factor de crecimiento nervioso, FCN, una de las sustancias químicas que regulan el desarrollo embrionario y el crecimiento de los nervios. Para demostrar su existencia, trasplantó células obtenidas de tumores de ratón a embriones de pollo y comprobando que inducían el desarrollo de los nervios del sistema simpático. El FCN fue detectado en las glándulas salivares de los roedores y en el veneno de las serpientes. El factor de crecimiento nervioso será la sustancia fundamental en la reparación de los daños en el sistema nervioso, en enfermedades degenerativas como el Parkinson o la demencia senil; en el estudio del desarrollo de ciertos tumores, en el conocimiento del cerebro y hasta en el desarrollo de la inteligencia artificial. En sus comunicaciones y en sus artículos y conferencias, Rita Levi-Montalcini no deja de reconocer el mérito capital de Santiago Ramón y Cajal, puesto que es en cierto modo la continuadora de sus descubrimientos y ambos son paradigma y orgullo de la ciencia latina y mediterránea.

En los tiempos actuales, en los que la ciencia y la medicina han logrado que, no sólo aumente la esperanza de vida, sino que se llegue a cumplir muchos años en perfecta salud, el mensaje más vital de Rita Levi-Montalcini es que el cerebro de los ancianos puede regenerarse y permanecer activo con tanta o mayor fuerza que el de los jóvenes e incluso superarles en ideas nuevas y profundas debido a que lo han ejercitado muchísimo más y han debido superar pruebas que supusieron un inmenso ingenio y que ahora parecerían auténticas proezas. Ella, como muchos otros, nos han proporcionado herramientas con las que parece fácil acceder a determinados conocimientos, pero es evidente que supone mucho más ingenio fabricar una herramienta que aprender a usarla, por eso puede considerarse que los ancianos han sido, y algunos como ella lo son, mucho más inteligentes que los jóvenes.

Gertrude Theresa Cori (1896 – 1957): La obtención de energía por los seres vivos

Es el ejemplo clásico de superación de prejuicios y discriminaciones. En este caso, como en el de los Curie, es el marido, impresionado por el talento de su mujer, quien se convierte en su primer valedor, quien la apoya, ayuda y anima. Ella, a su vez, incorporó a su marido a todas sus investigaciones y, así, en equipo, consiguieron premios y distinciones por su enorme contribución al bienestar de la humanidad.

Theresa Cori nació en Praga. Intelectualmente poseía muchísimas ventajas que en esa época estaban vedadas a casi todo el mundo. Su padre, Otto Radnitz, era un químico muy prestigioso que había inventado un método de refinación de azúcar; su madre era una mujer culta e inteligente; su tío era médico y profesor universitario y toda la familia era de clase media acomodada. Como se acostumbraba en esa época entre familias de cierto nivel, su educación infantil estuvo encomendada a institutrices y mentores. A los 16 años fue internada en un colegio para señoritas del que salió decidida a hacerse médico. En 1914 fue admitida en la Facultad de Medicina de la Universidad alemana de Praga donde conoció a Carl Cori, quien quedó prendado de las cualidades y la personalidad de Theresa. En 1920 se doctoró y se casó con Carl Cori. Fue un matrimonio sólido, fecundo, conjuntado y feliz hasta la muerte de Theresa en 1957.

Durante la Primera Guerra Mundial trabajaron e investigaron en el Hospital Infantil de Viena, pero tras la Gran Guerra las condiciones se volvieron tan duras que tuvieron que emigrar a los Estados Unidos. Consiguieron un trabajo en el Instituto Estatal del Estudio de Enfermedades Malignas, Roswell Park Cancer Institute, en Búfalo, Nueva York. Permanecieron en Roswell hasta 1929, después de nacionalizarse norteamericanos. En Roswell descubrieron el maravilloso metabolismo de los carbohidratos, la transformación de la glucosa en el cuerpo humano y las hormonas que regulan el proceso; el proceso de conversión catalítica del glucógeno y la acumulación de ácido láctico en los músculos. Sus descubrimientos en los procesos reversibles de asimilación del azúcar y el almidón han sido esenciales por ejemplo para el tratamiento de la diabetes y la nutrición. A pesar de su gran prestigio en las universidades de todo el país, tuvieron muchas dificultades a causa de la renuencia a admitir a mujeres como investigadoras. Gerty, como se la conocía familiarmente, tuvo que esperar seis meses tras la partida de Carl, hasta que éste logró un puesto de trabajo para ella. Aún mucho tiempo después de su llegada tuvieron que superar otro montón de obstáculos para trabajar juntos. Algunas universidades ofrecieron trabajo a Carl, pero se negaban a contratar a Gerty porque consideraban poco ético para la moral americana que trabajasen juntos. En la Escuela de Medicina de San Luis, Misuri, contrataron a Carl y a Gerty le ofrecieron un puesto de asociada, pero con un sueldo diez veces inferior al de Carl, con la advertencia añadida de que anduviese con cuidado porque podría perjudicar la situación de su marido. Carl era consciente de que sus investigaciones dependían de la competencia y el esfuerzo de su mujer, así que tuvieron que aceptar. Así permanecieron 15 años, hasta poco antes de recibir el premio Nobel, cuando ya el reconocimiento internacional era tan enorme que resultaba vergonzoso para la Universidad de Washington mantener en esas condiciones de sumisión a una científica de su valía; la ascendieron a profesora titular.

Fue la tercera mujer, tras las Curie, en recibir el premio Nobel, y la primera en Fisiología y Medicina.

Toda su vida luchó contra la incomprensión y los prejuicios, tanto como contra las enfermedades que tuvo que soportar a consecuencia de las privaciones que sufrió tras la Gran Guerra que le dejaron secuelas permanentes como una xeroftalmia debida a la carencia de vitamina A y, sobre todo, la mieloesclerosis de su médula espinal. Murió el 26 de octubre de 1957 a los 61 años, en plena producción científica, con el reconocimiento y la admiración de la Medicina universal y las grandes organizaciones humanitarias.

Gertrude Theresa Cori es la gran descubridora de los procesos energéticos de los seres sobre la Tierra y con ella empezó a desvelarse el ciclo por el que se mantiene la vida, la necesidad de mantener las cadenas tróficas, la dependencia absoluta de los seres humanos del medio ambiente y como consecuencia el deber de preservar el mundo como lo conocemos para perpetuar nuestra propia existencia.

Se reconoció su valía un poco tarde pues en ediciones de sellos de la Oficina de Correos de los Estados Unidos se la coloca al lado de otros científicos americanos colocando en las estampillas el ciclo de Cori al mismo nivel que las galaxias de Hubble, los orbitales de Pauling o el transistor o la superconductividad de John Bardeen.

Emmy Noether (1882 – 1935): El álgebra moderna

Si alguna científica puede escogerse como paradigma de la persona que hizo surgir una gran rama de la ciencia y, al mismo tiempo, ejemplo de incomprensión y víctima de prejuicios es, sin duda, Emma Noether.

Hija de un catedrático de matemáticas de la Universidad de Erlangen, adquirió el título de profesora de filología inglesa y francesa, pero sólo para enseñar idiomas en instituciones educativas femeninas, pero cuando quiso acceder a la Universidad se encontró con la oposición manifiesta de todo el Senado que había declarado en 1898 que la admisión de mujeres en sus aulas destrozaría todo el orden académico. Ni siquiera la influencia familiar pudo soslayar ese absurdo criterio. Fue admitida sólo como oyente pero sin derecho a examinarse, y eso como excepción extraordinaria, pues de los 985 alumnos matriculados en 1900, únicamente ella y otra privilegiada eran mujeres. Por fin, tras cambiar los estatutos, pudo examinarse y el 13 de diciembre de 1907 obtenía el grado de doctor con su tesis, que marcaría el inicio de la matemática moderna: "*Acerca de sistemas completos de invariantes para formas ternarias bicuadráticas*". La tesis, calificada Summa cum laude, le permitió introducirse en el Instituto Matemático de Erlangen como colaboradora sin sueldo. Sin embargo, sus publicaciones llamaron la atención de David Hilbert y Felix Klein que lograron su traslado a Gotinga en 1915. En ambos lugares coincidió con Emanuel Lasker, matemático singular y el mejor jugador de ajedrez de todos los tiempos pues mantuvo su título de campeón durante veintisiete años, record al que ni de lejos se han acercado otros campeones pues ni siquiera se lo arrebataron sino que Lasker dimitió cediendo su título a Capablanca para dedicarse a otros juegos y sobre todo a las matemáticas. Lasker aplicó su experiencia de *Chess Master* para relacionar el ajedrez con las estructuras matemáticas y sus leyes operativas. Ya en 1905 había publicado la generalización del teorema fundamental de la aritmética sobre la descomposición de un número en sus factores primos para esas concepciones, anillos, cuerpos, módulos, con las que se divertía como si fueran juegos de ajedrez, damas o de la bajara. El teorema, denominado de Lasker-Noether, fue completado y formalizado por Emmy Noether quien lo extendió a sus Anillos, nombrados Noetherianos en su honor y aplicado a los llamados Ideales Primos.

Sin embargo, las geniales realizaciones de la señorita Noether, como se la denominaba en Gotinga, no lograron que se la designase como docente, incluso con el apoyo de mismísimo Einstein, asombrado de que con la enormidad del trabajo realizado por Emmy, no se le concediese la venia, y no lograron ni él ni los grandísimos matemáticos Félix Klein y David Hilbert que se superase el criterio y los estatutos que establecían la imposibilidad de dar clase a los miembros del género femenino. Según el matemático Hermann Weyl, los que mantenían los prejuicios y la oposición más férrea eran los historiadores y los filólogos. Muy propio.

Tras la Primera Guerra Mundial, y visto los enormes servicios que habían prestado las mujeres, no tuvieron más remedio en las Universidades y en muchos otros organismos que aceptarlas en puestos que antes les estaban vetados. En 1919 Emmy dictó su conferencia de Habilitación y así pudo impartir cursos y recibir parte de la matrícula de sus alumnos como compensación y en 1922 la nombraron "profesor asociado", con un contrato para enseñar álgebra y un salario seis veces inferior al de los profesores titulares por realizar el mismo trabajo. Se debe señalar que las mismas condiciones persisten en las Universidades españolas. Seguramente es uno de los motivos por los que están tan "bien" situadas en el "ranking" mundial. Esta situación fue denunciada por el gran matemático Hermann Weyl que se avergonzaba de ocupar un puesto por encima de ella y reconocía sin ambages que Emmy Noether era muy superior a él como matemática. Weyl confesaba que Emmy constituía el centro de la actividad científica con una enorme influencia sobre un gran número de alumnos que serían el núcleo de las matemáticas y la ciencia básica alemana del siglo XX. Intentó, sin éxito, que fuese nombrada miembro de la Academia de Ciencias; le superaron la tradición, los prejuicios, la cicatería y la cerrazón machista de unos profesores de Universidad que ya entonces no podían aportar otros méritos que ser afines a las corrientes políticas que empezaban a brotar en Alemania. Tanta mediocridad no podía soportar que una joven, encima mujer, acumulase tantos méritos y grandeza científica reconocida universalmente hasta por el mismo Einstein.

En 1933 los nazis se hicieron con el poder en Alemania y la situación de Emma se hizo insostenible, pues encima de mujer, pensadora, matemática y eminente era judía. Le retiraron el certificado de docencia, el contrato y el sueldo. En julio recibió dos ofertas, una de Oxford y otra de Pensilvania, así que con una subvención de la Fundación Rockefeller pudo embarcar hacia América y en febrero de 1934 comenzó a impartir clases en Princenton. Su destino sin embargo, parecía ser la lucha y el sufrimiento pues, cuando empezaba una vida de seguridad y éxitos, el 14 de abril de 1935 la intervinieron quirúrgicamente y falleció en la mesa de operaciones. Una circunstancia absurda arrebataba de ese modo a la ciencia y a la humanidad una pionera científica y una gran mujer.

Conclusión

En este artículo se ha tratado de probar con algunos ejemplos singulares la enorme contribución a la ciencia de mujeres magníficas a quienes nunca se podrá agradecer no sólo los beneficios que han reportado a la humanidad, sino su gran espíritu, su valor al enfrentarse a prejuicios, su determinación y su esfuerzo por poner a la mujer en el lugar que le corresponde en el progreso y demostrar que cualquier científica está al mismo nivel, si no superior, al de la mayoría de sus colegas masculinos, hecho incontestable y, sin embargo, discutido con suspicacia durante siglos. Se podría haber puesto algunos ejemplos más, pero no sería necesario añadir a las Curie ni otros bien conocidos.

Sirvan también de reconocimiento y homenaje a tantas científicas, profesoras y maestras que con su entusiasmo y silenciosa labor contribuyen en escuelas, institutos y universidades, no sólo a la formación de los jóvenes, sino a despertar su curiosidad y deseo de saber y conocer nuestro mundo y su ilusión por la vida y las maravillas de la naturaleza.

CURIOSIDADES

Recitando el número Pi

Para nuestros lectores está de más decir que el número Pi es la relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro, que es un número irracional y que es una de las constantes matemáticas más importantes y de gran relevancia para otras disciplinas como la física y la ingeniería. De lo que no estamos tan seguros es de que el lector sepa decir más de seis cifras del desarrollo decimal del número Pi. El valor numérico de Pi, truncado a sus primeras veinte cifras, es el siguiente: $\pi \simeq 3{,}1415926535897932384$. ¿Se atreve el lector a memorizarlo? Lo que sigue tiene relación precisamente con ese aspecto, pero con otra dimensión, como se podrá comprobar.

En 1988 el físico estadounidense Larry Shaw tuvo la idea de introducir el día del número Pi. Si había el día de los consumidores, el día de la madre, el día del docente,... ¿no podíamos tener un día dedicado al famoso número Pi? Lo que el inventor no podía prever era que ese día alcanzase la popularidad que ha logrado en tantos lugares. Larry Shaw escogió el día 14 de marzo para la celebración pues en el sistema de fechas americano tal día se escribe en la forma 3/14 - primero se pone el mes (marzo es el 3) y luego el día -. La cosa tenía sentido pues Pi empieza con 3,14... y resultaba que un día como éste había nacido Albert Einstein. Actualmente, en escuelas y facultades el 14 de marzo se hace una fiesta en honor de Pi (cualquier excusa es buena) con pasteles redondos (en América pastel es *pie* que se pronuncia como el número). El Congreso Americano formuló una resolución declarativa en 2009 a favor del día de Pi.

Hasta el momento, del número Pi se han llegado a descubrir hasta 10 billones de decimales, un récord obtenido por los ingenieros informáticos Shigeru Kondo y Alexander J. Yee en octubre de 2011 utilizando un potente ordenador que contaba con 96 GB de RAM y 30 discos duros con 59 GB de capacidad. Aunque eso de encontrar nuevos decimales de Pi utilizando un ordenador tiene su mérito, lo realmente sorprendente es aprendérselos de memoria. Y, al parecer, ése es el pasatiempo de algunas de las mentes más privilegiadas de nuestra época, que compiten por ver quién es capaz de memorizar el mayor número de dígitos del número Pi. El campeón y vigente récord guiness de memorización de decimales de Pi es el chino Lu Chao que ostenta la marca con la increíble cantidad de 67.890 decimales. La batalla por conseguir ser el ser humano que más decimales puede recitar de memoria está muy reñida y a ella hay que añadir otros grandes cerebros como Hiroyuki Goto (que poseía la anterior marca con 42.195 decimales) o Akira Haraguchi, de quien se dice que fue capaz de recordar hasta 100.000 decimales de Pi, aunque en esta ocasión la organización del récord guiness no estuvo presente y no se le ha dado por válida dicha proeza.

Sin la pretensión de emular hazañas como las descritas arriba, pero conocedora de ellas, Iciar Martino Becerril, alumna del IES Manuel Gutiérrez Aragón, se animó a formar parte del listado de personas que han memorizado más de cuatro cifras decimales de Pi, recitando y escribiendo de memoria los primeros 150 decimales. No está nada mal, Iciar. Enhorabuena.

En la imagen, Iciar posa en clase, sonriente, tras recitar y escribir de memoria los primeros 150 decimales del número Pi.

Si estas líneas han alentado a algún lector a recitar al menos las veinte primeras cifras del desarrollo decimal del número Pi incluidas al inicio de este apartado, y necesita alguna ayuda, aquí la tiene:

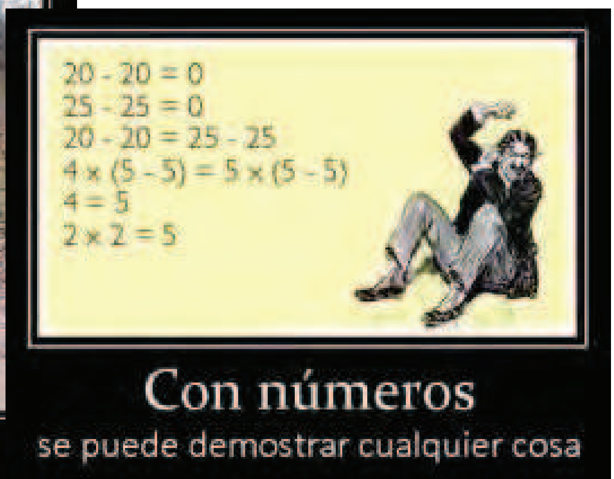
"Soy y seré a todos definible, mi nombre tengo que daros,
cociente diametral siempre inmedible soy de los redondos aros".

Al contar las letras de cada una de las palabras de la frase anterior, se obtiene la parte entera y las diecinueve primeras cifras decimales de Pi. Si el susodicho lector se conforma con aprender las diez primeras cifras, puede considerar la siguiente frase y el mismo esquema de recuento que antes:

"Con 1 hilo y 5 mariposas se pueden hacer mil cosas".

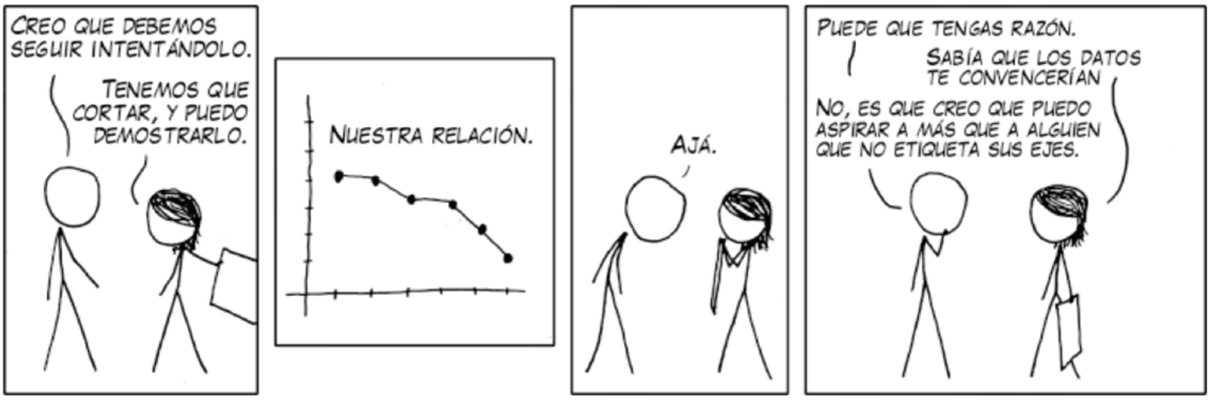
Algunas cosas vistas en la red

En el número anterior de este Boletín, al incluir en esta sección algunas imágenes, hacíamos referencia a la página http://www.desmotivar.com/carteles/matematica, de donde habían sido tomadas. El objetivo de su inserción era arrancar una sonrisa a quien leyera esta revista. En esta ocasión, nuestra finalidad es análoga y para ello se da a continuación una pequeña serie de carteles extraidos de dicha dirección. Nuestro agradecimiento a sus responsables. Como en la anterior ocasión, también aquí anunciamos que la colección puede ampliarse mediante trabajos originales y de calidad remitidos a la dirección http://www.desmotivar.com (en *Crear desmotivación*) de la que depende la sección de temas matemáticos arriba indicada. El lector no sólo puede contribuir con carteles matemáticos, los temas son diversos y el rango de opciones muy amplio. ¡Echa un vistazo y motívate!

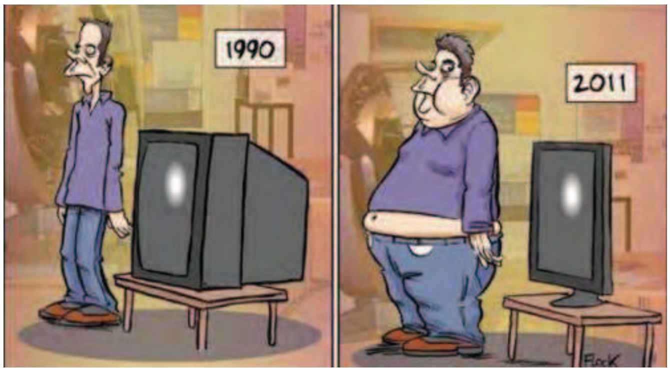


Otras cosas encontradas en red

Éste es el tercer número del Boletín de la SMPC en el que recurrimos a la página http://es.xkcd.com para publicar algunas de las viñetas que allí se presentan. De esa página es la primera tira humorística mostrada a continuación. De las dos siguientes viñetas, cuyos objetos protagonistas son elementos habituales de nuestro trabajo y nuestro ocio, respectivamente, no podemos dar su origen, nos las han hecho llegar algunos compañeros y amigos a nuestra dirección de correo electrónico y aunque eso mismo puede haber pasado a algunos de nuestros lectores, esperemos sepan perdonar el atrevimiento de incluirlas en estas páginas. Las dos últimas son un homenaje a Antonio Mingote, desaparecido este año.



Viñeta obtenida de http://es.xkcd.com/strips/convincente



Viñetas recibidas en nuestra dirección de correo electrónico.

Visto en http://gaussianos.com/%C2%A1viva-la-ciencia-el-libro-de-ciencia-ilustrado-por-antonio-mingote/ y http://poesiaabierta.blogspot.com.es/2009/06/mingote-en-abc.html, respectivamente.

Café para todos

Si hay circunstancias que se producen de manera general entre los colectivos de personas que se dedican al estudio o al trabajo en una mesa de despacho, una de ellas es estar acompañado de una taza de alguna bebida aromática. El rey de todas ellas es el café.

Por si se diera la circunstancia de que alguno de nuestros lectores aún no ha encontrado el tipo de café que le satisfaga plenamente, le sugerimos compruebe si no hay alguno que le sea más afín entre los que se proponen en la figura izquierda tomada de:

http://cocinaymatematicas.wordpress.com

En esta dirección se pueden encontrar, además, recetas propuestas ligadas a algunos términos matemáticos tales como poliedro, cubo, triángulo, volumen,… y una verdadera lección de matemáticas y cocina si se entra en el enlace número Pi.

Citando a algunas personas ilustres

- El razonamiento matemático puede considerarse más bien esquemáticamente como el ejercicio de una combinación de dos instalaciones, que podemos llamar la intuición y el ingenio.

  Alan Turing (1912 – 1954)

- Nunca interrumpas a alguien que está haciendo algo que dijiste que no podía hacerse.

  Amelia Earhart (1897 – 1937)

- La frase más excitante que se puede oír en ciencia, la que anuncia nuevos descubrimientos, no es "*Eureka* (Lo encontré)" sino… "*Es extraño*".

  Isaac Asimov (1920 – 1996)

- El avance y perfeccionamiento de las matemáticas están estrechamente relacionados con la prosperidad de la nación.

  Napoleón Bonaparte (1769 – 1821)

- El arte de resolver problemas, como todo arte, es una actividad que requiere fe (se puede), coraje (se quiere), humildad (no se sabe todo) y disciplina (se está dispuesto a esforzarse por seguir aprendiendo).

  Anónimo

- Ninguna ciencia, en cuanto a ciencia, engaña; el engaño está en quien no sabe.

  Miguel de Cervantes (1547 – 1616)


Alan Turing


Amelia Earhart


Isaac Asimov


Napoléon Bonaparte


Anónimo


Miguel de Cervantes

XVI OLIMPIADA MATEMÁTICA DE CANTABRIA para estudiantes de 2º de ESO

PARTICIPACIÓN Y DESARROLLO

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) organizó la primavera pasada la XVI Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO. La fecha de la convocatoria fue el día 12 de mayo de 2012, coincidiendo con el Día Escolar de las Matemáticas, y a la prueba se presentaron 139 de los 173 estudiantes inscritos inicialmente a la misma.

La prueba tuvo lugar, como ha venido siendo habitual, en el Edificio Interfacultativo de la Universidad de Cantabria. El número total de centros que presentaron alumnos a la Olimpiada fue treinta y seis, considerando tanto colegios como institutos de Cantabria.

Cada estudiante que realizó la prueba recibió un diploma de participación y una camiseta, que podrá guardar como recuerdo, acompañando a otros menos materiales como son la grata experiencia de compartir con distintos compañeros la ilusión por hacer un buen papel al resolver los problemas planteados o el pasear y trabajar en dependencias universitarias.

Por el gran número de participantes entendemos que ésta es una de las actividades organizadas por la SMPC con más repercusión en el ámbito escolar, situación que nos alegra especialmente.

PROBLEMAS

1. DÍA ESCOLAR DE LAS MATEMÁTICAS

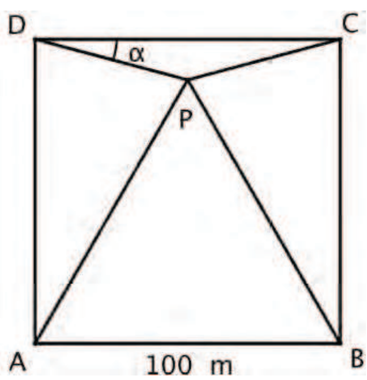
I) El año 2000 fue declarado por la UNESCO Año Mundial de las Matemáticas. La imagen corresponde a una hoja entresacada de un periódico del año 2000 que habla de ello. ¿Cuántas páginas tiene este periódico?

II) La fecha del 12 de mayo quedó instituida como Día Escolar de las Matemáticas porque el 12 de mayo de 2000 se cumplía el centenario del nacimiento de Pedro Puig Adam, internacionalmente reconocido en el campo de la enseñanza de las matemáticas. En homenaje a la fecha de hoy te pedimos que nos digas:

- **a)** ¿Cuál es la última cifra decimal del resultado de la división $\frac{12}{5^{2.012}}$?
- **b)** ¿Cuántas parejas de números naturales cumplen que su producto es $\left(5^{12}\right)^{2.012}$?

2. REPARTO DE LA PARCELA

Vamos a repartir una parcela cuadrada ABCD, de 100 m de lado, de la siguiente forma: *Dentro del cuadrado ABCD construimos el triángulo equilátero ABP y unimos el vértice P del triángulo con los vértices C y D del cuadrado.*



Se pregunta:

a) ¿Cuánto vale el ángulo α?

b) ¿Cuánto vale el área del triángulo DPC?

(Razona tus respuestas).

3. LUCES DE VYNALEZIA

Las 20 farolas de la Gran Vía de Vynalezia eran atendidas por 20 miembros de la organización de ciegos de ese lejano país. Las farolas estaban numeradas con números del 1 al 20 y tenían, cada una de ellas, un interruptor dentro de un cajetín con llave. Inicialmente, al caer la tarde, todas las farolas estaban apagadas. Entonces, los empleados ciegos, numerados del 1 al 20, hacían lo siguiente:

El empleado número 1 tenía una llave maestra y pulsaba los interruptores de todas las farolas.

El empleado número 2 sólo tenía llave de las farolas pares, por tanto, pulsaba los interruptores de las farolas 2, 4, 6, …, 20, quedando éstas apagadas.

El empleado número 3 pulsaba los interruptores de las farolas 3, 6, 9, … sin atender si las farolas estaban encendidas o apagadas.

Y así, sucesivamente.

- **a)** ¿Cuántas farolas quedaban encendidas al final?

Ahora imaginemos que las farolas y los empleados fuesen 400 y actuasen de la misma forma.

b) ¿Cómo quedaría la farola número 90?

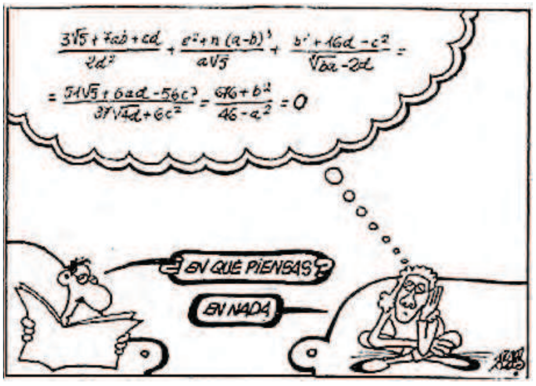
c) Di, razonadamente, el número de una farola que quedase encendida y el número de otra farola que quedase apagada. Ambos números deben ser mayores de 100.

d) ¿Qué farolas quedarían encendidas al final?

4. ESTUDIANTES GRIPOSOS

En una ciudad hay tres institutos que imparten 2º de ESO: IES Pitágoras de Samos, IES Tales de Mileto e IES Hipatia de Alejandría. Averigua el número de estudiantes de 2º ESO que hay en cada centro, sabiendo que:

- En el IES Hipatia hay 7 estudiantes menos que en el IES Tales.
- Este lunes, el 30% del total de los estudiantes de los tres centros estuvieron con gripe.
- Estuvieron enfermos el 40% de los estudiantes del IES Pitágoras, el 25% de los estudiantes del IES Tales y en el IES Hipatia hubo 6 enfermos.
- Hubo 33 enfermos en total.



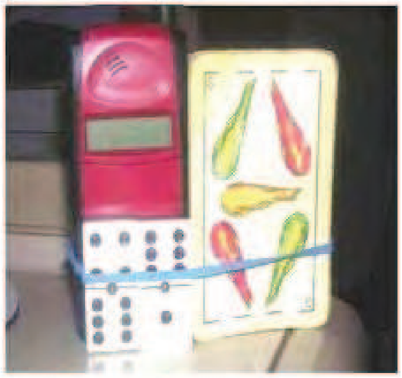
5. POR UN OLVIDO

Francisco desea jugar con los juegos de su antiguo teléfono móvil pero olvidó la clave. Apenas recuerda que su clave contiene 4 dígitos que cumplen las siguientes condiciones:

- Ninguno de los dígitos es 0 ni mayor que 5.
- No hay dígitos repetidos.
- No hay dos dígitos adyacentes que sean números consecutivos.
- La clave es un múltiplo de 4.

Por ejemplo, el número 1135 no cumple las condiciones porque se repite el dígito 1; el número 5413 tampoco cumple las condiciones porque los dígitos 4 y 5, que son consecutivos, ocupan lugares adyacentes.

¿Cuántas claves cumplen todas las condiciones?



El móvil de Francisco fue de los primeros en incorporar juegos.

Solución de: DÍA ESCOLAR DE LAS MATEMÁTICAS

I) Si la página 14 está emparejada con la 87, la página 1 = 14 – 13 estará emparejada con la 87 + 13 = 100. Luego el periódico tiene 100 páginas.

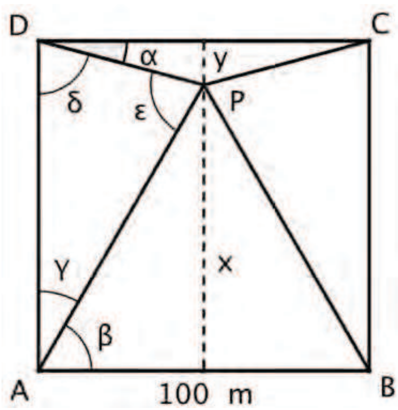
II) **a)** Las fracciones $\frac{12}{5^{2.012}}$ y $\frac{12\cdot 2^{2.012}}{10^{2.012}}$ son equivalentes. La segunda fracción es una división por una potencia de 10, luego el último decimal de la división será el dígito de las unidades del numerador. Miramos la última cifra de las potencias de 2: $2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$, a partir de aquí se repite el mismo ciclo. Por tanto, la última cifra de $2^{2.012}$ es 6, y la última cifra de $12\cdot 2^{2.012}$ es 2.

b) Los divisores de $\left(5^{12}\right)^{2.012}=5^{24.144}$ son potencias de 5. Para que el producto de dos potencias de 5, $5^a\cdot 5^b$, den como resultado $5^{24.144}$ debe ser a + b = 24.144. Las soluciones naturales de esta ecuación son:

(0, 24.144), (1, 24.143), …, (24.144, 0);

en total hay 24.145 soluciones, aunque si se identifican las soluciones simétricas sólo tendríamos 12.073 diferentes.

Solución de: REPARTO DE LA PARCELA



a) Hallamos los valores de los ángulos β, γ, δ, ε y α de la siguiente forma: $\beta = 60^\circ$, por pertenecer a un triángulo equilátero; $\gamma = 30^\circ$, por ser el complementario de β; δ y ε son ángulos correspondientes a lados iguales de un triángulo isósceles y, por tanto, son iguales. Puesto que $\gamma+\delta+\varepsilon=180^\circ \Rightarrow \delta=\varepsilon=75^\circ$; y, por último, $\alpha = 15^\circ$, por ser complementario de δ.

b) La altura x del triángulo ABP es, aplicando el teorema de Pitágoras:

$$x^2+50^2=100^2 \Rightarrow x^2=7500 \Rightarrow x \simeq 86{,}60 \text{ m}$$

La altura del triángulo DPC es:

$y \simeq 100-86{,}60=13{,}40\text{m}$. Y su área es, aproximadamente: $\dfrac{100\cdot 13{,}40}{2}=670\text{m}^2$

Solución de: LUCES DE VYNALEZIA

a) Podemos hacer un cuadro (ver en la página siguiente) indicando en cada fila el estado de las farolas al pasar cada empleado, siendo A = apagada y E = encendida. Así, quedan encendidas las farolas 1, 4, 9 y 16.

b) Con 400 farolas es más laborioso hacer la tabla anterior, sin embargo con ella nos hemos dado cuenta de que el hecho de que la farola quede encendida o apagada depende del número de divisores que tenga su número. Si el número de divisores es par la farola queda apagada y si es impar queda encendida. Los divisores de 90 son 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45 y 90, en total 12 (par), luego la farola número 90 quedaría apagada.

c) Para este apartado hay muchas respuestas. Por ejemplo, la farola número 121 queda encendida porque sólo tiene 3 divisores y la 122 queda apagada porque tiene 4 divisores.

d) Al hacer el apartado **b)** nos hemos dado cuenta de que en la sucesión ordenada de los divisores de un número, el primer divisor multiplicado por el último da el número; también el segundo divisor por el penúltimo; y así las restantes parejas. Si el número de divisores es par se forman parejas de divisores diferentes, pero si el número de divisores es impar el divisor que ocupa el lugar central queda solo. En ese caso, al multiplicarse por sí mismo da el número que, por tanto, será un cuadrado perfecto. Es decir, para que un número tenga una cantidad impar de divisores, el número debe ser un cuadrado perfecto. Así, las farolas que quedan encendidas son 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361 y 400. (Este apartado soluciona también el apartado **c)**).

Solución de: ESTUDIANTES GRIPOSOS

Si llamamos x = nº de estudiantes del IES Pitágoras, y = nº de estudiantes del IES Tales, z = = nº de estudiantes del IES Hipatia, se ha de cumplir que:

$$\begin{cases} z=y-7 \\ \dfrac{30}{100}(x+y+z)=33 \\ \dfrac{40}{100}x+\dfrac{25}{100}y+6=33 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z=y-7 \\ x+y+z=33\cdot\dfrac{100}{30} \\ \dfrac{40}{100}x+\dfrac{25}{100}y=27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=y-7 \\ x+y+z=110 \\ 40x+25y=2700 \end{cases}$$

Sustituyendo $z=y-7$ en la segunda ecuación, resulta que:

$$\begin{cases} x+y+y-7=110 \\ 40x+25y=2700 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2y=117 \\ 40x+25y=2700 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+2y=117 \\ 8x+5y=540 \end{cases}$$

Resolviendo este sistema resulta que: $x=45$, $y=36$. Además, $z=y-7=36-7=29$. Por tanto, el IES Pitágoras tiene 45 estudiantes, el IES Tales tiene 36 estudiantes y el IES Hipatia tiene 29 estudiantes.

Solución de: POR UN OLVIDO

Tenemos que combinar los números 1, 2, 3, 4 y 5. Como la clave es múltiplo de 4, las únicas posibilidades de terminaciones son 12, 24, 32 y 52. Descartamos las terminaciones 12 y 32 porque no cumplen la tercera condición.

Partamos del caso $\boxed{-\,-\,2\,4}$. En la 3ª posición no puede haber ni 1 ni 3, luego necesariamente debe haber un 5, así: $\boxed{-\,5\,2\,4}$ y en la primera posición puede haber 1 ó 3. Por tanto, tenemos dos posibles claves: $\boxed{1\,5\,2\,4}$ y $\boxed{3\,5\,2\,4}$.

Si partimos de $\boxed{-\,-\,5\,2}$, en la tercera posición podemos poner 1 ó 3. Con el 1 queda $\boxed{-\,1\,5\,2}$. y en la primera posición cabe 3 ó 4. Por tanto, dos posibles claves son $\boxed{3\,1\,5\,2}$ y $\boxed{4\,1\,5\,2}$. Con el 3 queda $\boxed{-\,3\,5\,2}$ y en la primera posición cabe sólo el 1, quedando la clave $\boxed{1\,3\,5\,2}$.

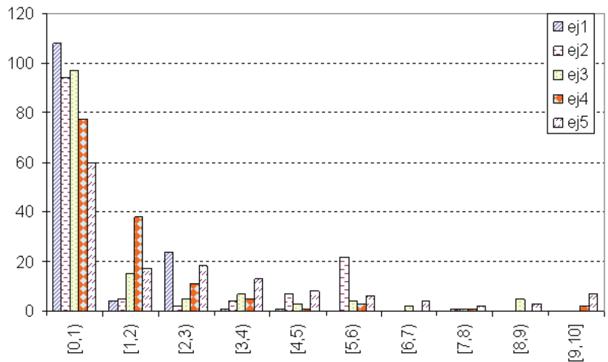
En total, hay 5 claves que cumplen las condiciones: 1524, 3524, 3152, 4152 y 1352.

	FAROLAS																			
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
empleado 1 →	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E
empleado 2 →	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A
empleado 3 →	E	A	A	A	E	E	E	A	A	A	E	E	E	A	A	A	E	E	E	A
empleado 4 →	E	A	A	E	E	E	E	E	A	A	E	A	E	A	A	E	E	E	E	E
empleado 5 →	E	A	A	E	A	E	E	E	A	E	E	A	E	A	E	E	E	E	E	A
empleado 6 →	E	A	A	E	A	A	E	E	A	E	E	E	E	A	E	E	E	A	E	A
empleado 7 →	E	A	A	E	A	A	A	E	A	E	E	E	E	E	E	E	E	A	E	A
empleado 8 →	E	A	A	E	A	A	A	A	A	E	E	E	E	E	E	A	E	A	E	A
empleado 9 →	E	A	A	E	A	A	A	A	E	E	E	E	E	E	E	A	E	E	E	A
empleado 10 →	E	A	A	E	A	A	A	A	E	A	E	E	E	E	E	A	E	E	E	E
empleado 11 →	E	A	A	E	A	A	A	A	E	A	A	E	E	E	E	A	E	E	E	E
empleado 12 →	E	A	A	E	A	A	A	A	E	A	A	A	E	E	E	A	E	E	E	E
empleado 13 →	E	A	A	E	A	A	A	A	E	A	A	A	A	E	E	A	E	E	E	E
empleado 14 →	E	A	A	E	A	A	A	A	E	A	A	A	A	A	E	A	E	E	E	E
empleado 15 →	E	A	A	E	A	A	A	A	E	A	A	A	A	A	A	A	E	E	E	E
empleado 16 →	E	A	A	E	A	A	A	A	E	A	A	A	A	A	A	E	E	E	E	E
empleado 17 →	E	A	A	E	A	A	A	A	E	A	A	A	A	A	A	E	A	E	E	E
empleado 18 →	E	A	A	E	A	A	A	A	E	A	A	A	A	A	A	E	A	A	E	E
empleado 19 →	E	A	A	E	A	A	A	A	E	A	A	A	A	A	A	E	A	A	A	E
empleado 20 →	**E**	A	A	**E**	A	A	A	A	**E**	A	A	A	A	A	A	**E**	A	A	A	A

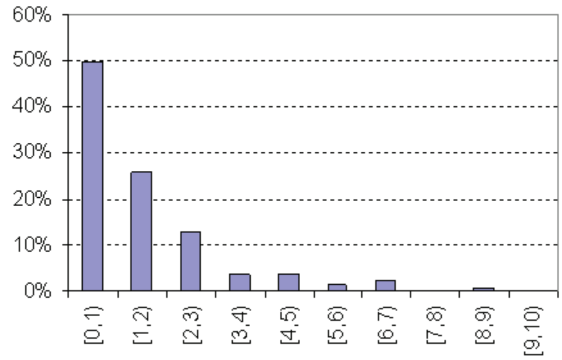
ESTADÍSTICAS

Algunos aspectos relacionados con las puntuaciones obtenidas en la XVI Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO se recogen en las siguientes gráficas y tablas.

Recordemos que la nota final se obtiene como la media aritmética de las puntuaciones de los cinco ejercicios, donde cada uno de ellos tiene una calificación máxima de 10. En esta ocasión, la nota de corte de los finalistas fue de 4,05 (décima mejor calificación obtenida).



Número de estudiantes, de los 139 presentados, que obtiene una nota por ejercicio comprendida en el intervalo correspondiente.



Porcentaje de estudiantes que obtiene una calificación final comprendida entre los extremos indicados.

En la tabla de la derecha se señalan las notas medias, máximas y mínimas obtenidas en cada uno de los ejercicios de la prueba y en la prueba en su conjunto.

	Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	PRUEBA
Nota media	0,61	1,63	1,34	1,10	2,28	**1,39**
Nota máxima	10	10	8,75	10	10	**8,20**
Nota mínima	0	0	0	0	0	**0**

CUADRO DE HONOR

Los diez primeros clasificados, relacionados en orden alfabético, fueron los siguientes:

Arjona Martínez, Jesús

Bravo Bolívar, Javier

Etayo Rodríguez, Rafael

Fernández Herrero, Julio

Ramos Lomas, Jesús

Revuelta Aja, Pablo

Santa Cruz López, Mario

Santos Granero, Jon Ander

Soria Herrero, Rubén

Tejedor Fuente, Marina

Todos los alumnos recibieron mención especial y un premio en un acto que tuvo lugar el día 26 de mayo en las dependencias de la Facultad de Ciencias, que estuvo presidido por María José Señas Pariente, presidenta de la SMPC. A este acto los estudiantes acudieron acompañados de sus familiares más próximos y, en el caso de los tres que iban a representar a Cantabria en la fase nacional de la Olimpiada, se aprovechó la ocasión para que sus padres concedieran a la SMPC los permisos necesarios para que la profesora que debía viajar con los chicos pudiera hacerlo sin problema alguno.

Los alumnos elegidos para representar a Cantabria en la XXIII Olimpiada Matemática Nacional fueron los que en la lista anterior aparecen destacados en negrita. La ciudad que iba a acoger a la delegación de nuestra comunidad como sede de la Olimpiada en la fase nacional era Vitoria-Gasteiz. De la olimpiada propiamente dicha, de la estancia en esta ciudad y de las impresiones que de su participación tuvieron nuestros estudiantes se da información en las páginas siguientes.

AGRADECIMIENTOS

Desde estas páginas queremos agradecer a los organizadores su esfuerzo y su magnífico trabajo para llevar esta prueba a cabo, así como la inestimable colaboración de los profesores que corrigen desinteresadamente las preguntas de la Olimpiada, ayudando a agilizar todo el proceso, en el que cada profesor corrige uno de los cinco problemas propuestos sin saber el nombre de los alumnos que lo realizan, garantizándose así la imparcialidad más absoluta.

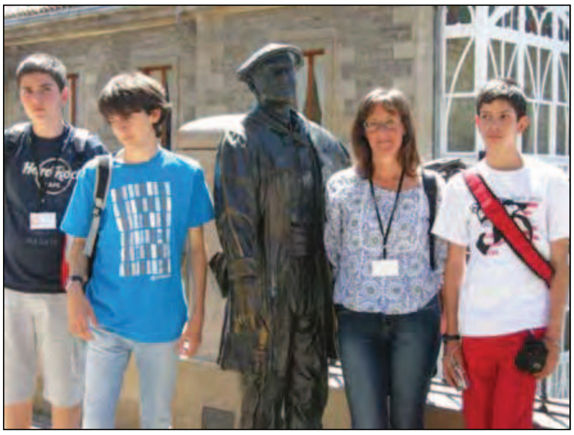
Además, y como en ocasiones anteriores, aprovechamos estas páginas para felicitar y dar las gracias a todos los profesores que inscriben a los alumnos, animándolos y acompañándolos a la prueba. Queremos volver a animar a todos estos profesores de Cantabria a que apunten a sus alumnos de 2º de ESO a la próxima edición de la Olimpiada Matemática de Cantabria, que será ya la decimoséptima, con el objetivo de potenciar entre nuestros jóvenes estudiantes el gusto por el trabajo matemático. De la convocatoria de la XVII Olimpiada Matemática de Cantabria informamos en las páginas finales de este Boletín.

XXIII OLIMPIADA MATEMÁTICA NACIONAL para estudiantes de 2º de ESO

La Olimpiada Matemática Nacional para estudiantes de 2º de ESO, y que inicialmente estaba destinada a estudiantes de 8º de EGB, lleva celebrándose, contando ambos periodos, veintiún años, siempre con la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) como entidad promotora. Esta iniciativa surgió como culminación a cuantas Olimpiadas se venían celebrando en el ámbito de las Comunidades Autónomas.

Este curso la sede para la celebración de la correspondiente Olimpiada Matemática Nacional estaba localizada en el País Vasco. Vitoria-Gasteiz acogió durante los días 24, 25, 26, 27 y 28 de junio de 2012 la edición número veintitrés de tal evento. En esta ocasión la Asociación del Profesorado de Matemáticas de Euskadi (EMIE 20+11) fue la entidad organizadora.

A la XXIII Olimpiada Matemática Nacional para estudiantes de 2º de ESO acudieron un total de 43 alumnos y 17 alumnas, representantes de las diferentes Comunidades Autónomas, acompañados de sus respectivos profesores, un total de 22. Cantabria estuvo representada por los tres primeros clasificados en la decimoquinta edición de la fase provincial: Jesús Arjona Martínez, Jesús Ramos Lomas y Jon Ander Santos Granero, que asistieron a la prueba acompañados por la profesora María Antonia Merodio García.



PROGRAMA DE ACTIVIDADES

Durante los cinco días de duración de la Olimpiada Matemática Nacional los participantes, aparte de realizar las pruebas específicas de matemáticas, pudieron disfrutar con una serie de actividades lúdico-recreativas tales como excursiones, visitas turísticas, etc. en las que se trató de reflejar la presencia de las matemáticas en distintos ámbitos, a citar: la naturaleza, el arte o la ciencia.

Domingo, 24 de junio – Albergue Carlos Abaitua, Vitoria-Gasteiz

18:00 – Recibimiento y asignación de habitaciones en el albergue.

20:30 – Cena.

21:30 – Bienvenida de la organización a los participantes y coordinadores. Presentación de la Olimpiada: programa y grupos de trabajo.

Lunes, 25 de junio – Vitoria-Gasteiz / Bilbao

08:30 – Desayuno en el albergue.

10:00 – Prueba individual en el IES Ekialdea.

12:30 – Inauguración oficial de la Olimpiada. Fotos por Comunidades.

14:00 – Almuerzo en el albergue.

15:30 – Salida hacia Bilbao. Visita turística.

20:30 – Cena en el albergue.

22:30 – Sesión de resolución de problemas de la prueba individual.

Martes, 26 de junio – Vitoria-Gasteiz

08:30 – Desayuno en el albergue.

10:00 – Prueba por equipos en el parque de Gamarra. Tiempo libre.

18:00 – Visita a la Catedral de Santa María. Ruta por las murallas.

20:30 – Cena en el albergue. Entrega de fotos para el concurso fotográfico.

Miércoles, 27 de junio – San Sebastián-Donostia

08:30 – Desayuno en el albergue.

09:30 – Salida hacia San Sebastián. Visita al museo Chillida Leku. Visita al planetarium en el Eureka! Zientzia Museoa.

14:00 – Almuerzo. Recorrido turístico por San Sebastián.

21:00 – Cena en el albergue.

22:00 – Sesión de magia con el matemático y mago Pedro Alegría.

Jueves, 28 de junio – Vitoria-Gasteiz

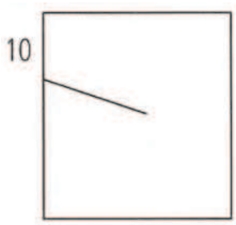
08:30 – Desayuno en el albergue.

11:00 – Entrega de premios y clausura en la sede del Gobierno Vasco en Vitoria.

PROBLEMAS DE LA PRUEBA INDIVIDUAL

1. REPARTIENDO LA TARTA

Ana quiere repartir una tarta cuadrada de 30 cm de lado entre 5 personas de forma que reciban la misma cantidad de tarta. El primer corte lo hace partiendo del centro del cuadrado hasta el borde de la tarta, a 10 cm de una esquina, como muestra la figura.



Si el resto de cortes los hace también en línea recta y partiendo del centro, ¿cómo cortó la tarta?

Con la condición de que la longitud de cada trozo correspondiente al borde de la tarta sea un número entero, indica entre cuántas personas podría hacerse el reparto.

2. EL AÑO 2012

a) Empezando por el número 26 construimos una lista de números de la siguiente forma: cada número es la suma de los cuadrados de los dígitos del número anterior. Es decir, el segundo número de la lista es el 40, el tercero es 16, el cuarto es 37 y así sucesivamente. Si empezamos por el número 2.012, ¿cuál será el número que ocupa el lugar 2.012?

b) En la sucesión de números: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6,… ¿cuál sería el término que ocupa el lugar 2.012?

3. EN EL INSTITUTO

En el patio de un instituto hay 70 chicos alineados en 7 filas y 10 columnas. Cada uno de la mano a todos los que están a su alrededor-por ejemplo, el que está situado en una esquina daría la mano a 3 compañeros-. ¿Cuántos saludos hubo en total?

Y en el caso de que formasen m filas y n columnas, ¿cuántos saludos habría en total?

4. EL JUEGO DE LOS MÚLTIPLOS

Luis y Elena van a formar cada uno de ellos un número de tres cifras. Para ello eligen alternativamente un dígito entre los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6 (los dígitos no se pueden repetir). Luis gana si el número que forma es divisible por 3. En caso contrario, gana Elena.

a) Si empieza eligiendo Luis, ¿cuál es la estrategia ganadora que puede seguir?

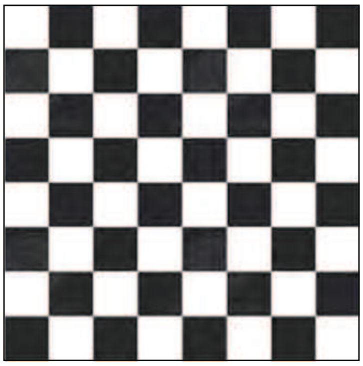
b) Si empieza eligiendo Elena, ¿sigue habiendo estrategia ganadora para Luis?

c) Y si eligiesen los números al azar, ¿qué probabilidad de ganar tendría Luis?

Nota: La estrategia ganadora consiste en describir los pasos que debe dar Luis para que, haga lo que haga Elena, siempre gane.

5. RELLENANDO EL TABLERO

Disponemos de un tablero de 64 casillas, cada una de 3 cm de lado, y de fichas de damas de 3 cm de diámetro.



¿Cuál es el número máximo de fichas que pueden colocarse en el tablero, sin colocar una encima de otra ni traspasar sus bordes?

CUADRO DE HONOR

Las seis menciones de la prueba individual fueron, por orden alfabético: Marcos García Fierro (Castilla y León), Berta García González (Comunidad de Madrid), Alfonso Herruzo Cardador (Andalucía), Sergio Junquera Pérez (Principado de Asturias), Guillem Miralles Gosálbez (Comunidad Valenciana) y Clara Nicolás Violant (Andalucía).

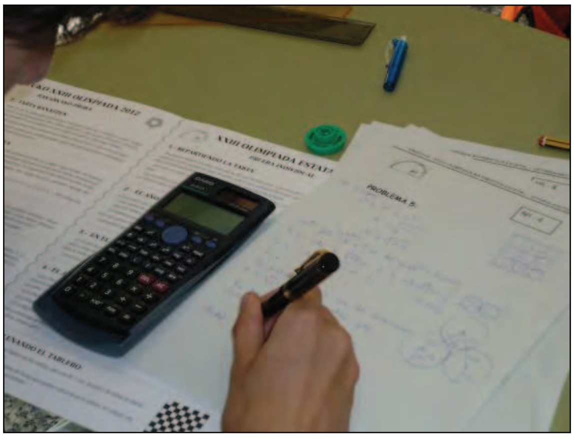
Los dos equipos ganadores de la prueba por equipos fueron el equipo *Hipatia*, formado por Javier Aguilar Lázaro (Región de Murcia), Beñat Arribas Imaz (País Vasco), **Jesús Ramos Lomas (Cantabria)**, Blanca Riba Mesina (Principado de Andorra), Aurora Ruiz de la Puente (Comunidad de Madrid) y Javier Sáez de la Coba (Extremadura); y el equipo *Gauss*, formado por Marcos García Fierro (Castilla y León), Javier Gil Durán (Extremadura), Andrés Miguel Cuartero (Aragón), Victoria Miralles Martínez (Región de Murcia), David Suarez Moreno (Ciudad Autónoma de Melilla) y Ángela Turnes Méndez (Galicia).

NUESTROS REPRESENTANTES OPINAN

Jesús Arjona Martínez

Salimos el 24 de junio hacia Vitoria-Gasteiz en autobús. El viaje no fue nada largo y cuando llegamos nos repartieron un sobre y nos indicaron nuestras habitaciones. Cuando abrimos el sobre había unas pistas para ver con quién íbamos en el grupo. Me pareció una buena idea que no hiciesen los grupos por Comunidades sino aleatoriamente para así poder conocernos mejor.

El siguiente día hicimos la prueba individual en un instituto cercano al albergue y por la tarde fuimos en una visita turística a Bilbao, en la que sólo eché en falta haber visitado el Guggenheim. Más tarde, por la noche, corregimos los problemas para poder ver las soluciones que habían dado los demás.

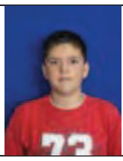


Además de la prueba individual, también hicimos una prueba grupal. Aunque fue un poco larga, en general estuvo bien. También fuimos a San Sebastian, donde visitamos el museo Chillida Leku - el cual abrieron para nosotros - y el planetario del Museo de la Ciencia. A mí, personalmente, me gustó más el planetario ya que no llegué a comprender las esculturas de Chillida.

Me pareció que todo el viaje estaba muy bien organizado, desde la recepción hasta la clausura y entrega de premios en la sede del Gobierno Vasco en Vitoria. Las dos cosas que menos me gustaron fueron la comida del albergue y el calor. Lo que más me gustó fue el espectáculo de magia matemática de Pedro Alegría que, además, nos permitió ver el partido de España - Portugal puesto que el espectáculo empezó durante la prórroga y nos dejaron 15 minutos para que pudiésemos ver los penaltis.

Una cosa que me llamó mucho la atención fue que Cantabria es una Comunidad poco conocida y que había gente que no sabía en qué parte de España se encontraba.

Jesús Ramos Lomas



Desde mi punto de vista, ésta ha sido una experiencia muy enriquecedora ya que nos hemos relacionado con gente de toda España.

Respecto a la prueba individual, estuvo muy bien organizada pues el instituto donde la hicimos era grande, con suficiente capacidad y había personas responsables de cuidar del examen en cada clase. Aunque, como he dicho, la prueba individual estuvo muy bien organizada, a mí me ha gustado más la prueba grupal debido a que fue en el parque de Gamarra de Vitoria, al aire libre, con pruebas que hacíamos en equipos de seis. Las pruebas desafiaban al equipo y se valoraba que trabajásemos todos juntos y expusiésemos nuestras ideas a los demás para ver cuál nos parecía la mejor.

El albergue y sus instalaciones estaban bien, las excursiones por Bilbao, por San Sebastián y por Vitoria fueron los mejores momentos del viaje. También estuvieron muy bien las visitas al Museo de Chillida Leku y al Guggenhein. En el Chillida Leku el hijo de Eduardo Chillida nos habló sobre las obras de su padre. En San Sebastián también vimos obras de Eduardo Chillida en la bahía.

En Vitoria visitamos el Ayuntamiento y el alcalde, Javier Maroto, inauguró oficialmente la Olimpiada Matemática. Al día siguiente estuvimos en la catedral de Santa María y nos hablaron sobre su historia.

Después de esta gran experiencia me encantaría repetir en la Olimpiada de Bachillerato.

Jon Ander Santos Granero

Me lo pasé bastante bien en el viaje a Vitoria. Hice nuevos amigos; aprendí cosas nuevas; estuve en lugares interesantes, como la catedral de Santa María, en obras, o el parque de Gamarra; y me divertí mucho. Fue excepcional haber podido ver el Chillida Leku, que está cerrado al público, el paseo por Bilbao o la visita a San Sebastián.

Aunque hubo otras cosas que me gustaron, el día que mejor me lo pasé fue el segundo. Me gustó hacer la prueba por equipos en el parque de Gamarra porque entre todos siempre se nos ocurría algo, aunque al final ya estuviéramos cansados. Y, como hacía calor, después de comer el bocadillo nos pudimos bañar en la piscina. Cuando volvimos al albergue vimos la actuación del mago (después del partido de España) que fue muy interesante.

Para resumirlo, el viaje a Vitoria ha sido una gran oportunidad para aprender y pasarlo bien.

∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞

XLVIII OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Cada curso la Real Sociedad Matemática Española (RSME) realiza la convocatoria de la Olimpiada Matemática Española (OME), que en 2011/2012 ha celebrado su cuadragésima octava edición. Dicha Olimpiada consta, como ya es sabido por los lectores de este Boletín, de dos fases, una autonómica, provincial o local, y otra nacional. Habitualmente la organización de la primera fase está a cargo de alguna Sociedad Matemática o Departamento de la región o ciudad correspondiente. El Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación (MATESCO) de la Universidad de Cantabria (UC) es el responsable de esa labor en nuestra Comunidad. Santander es la ciudad que ha acogido la fase nacional de la OME en 2012.

FASE LOCAL

La Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria ha sido, como ya es costumbre, el lugar elegido para la celebración de la fase local de la XLVIII Olimpiada Matemática Nacional. El sábado 17 de diciembre de 2011 fue la fecha acordada por la RSME para realizar dicha prueba. Como entidad organizadora de esta fase de las Olimpiadas, el Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación, nombra periódicamente un Comité que se responsabiliza de esa labor. Como en las dos anteriores ediciones, durante el curso 2011-2012 dicho Comité ha estado integrado por Jesús Araujo, Nuria Corral, Delfina Gómez, Demetrio González y Jaime Vinuesa. El Comité Local de la OME procura que los alumnos participantes, además de sentirse cómodos en la realización de las diferentes pruebas, tengan la oportunidad de conocer de manera relajada ciertos aspectos matemáticos que no están tratados dentro de su formación académica. Para lograr ese segundo propósito, los profesores responsables de la prueba organizan alguna actividad de carácter lúdico a celebrar en las horas intermedias de las dos sesiones de problemas.

En esta ocasión, el número de alumnos participantes fue 42, duplicando el de la edición anterior. Los estudiantes procedían de seis centros de la comunidad cántabra, pero con un reparto muy desigual: Colegio Social Bellavista Julio Blanco, Colegio San Agustín, IES Garcilaso de la Vega, IES La Albericia, IES Marqués de Santillana e IES Santa Clara.

La prueba de la fase local, desarrollada en sesiones de mañana y tarde de tres horas y media de duración cada una, constaba de un total de 6 problemas, a realizar 3 en cada una de las sesiones. Las respectivas horas de inicio de las mismas fueron las 10:00 y las 15:30 horas. Entre sesión y sesión de problemas, los estudiantes pudieron asistir a la conferencia programada por el Comité Local de la OME que tenía como ponente al profesor de la Universidad de Cantabria Mario Fioravanti Villanueva y que llevaba por título *GPS: las matemáticas que hay detrás.*

Un momento del desarrollo de la prueba en las aulas de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria.

Cada problema se puntuaba sobre 7 puntos, por lo que la calificación máxima posible era de 42. Además, no estaba permitido el uso de calculadoras. En la tabla que se muestra a continuación aparecen los nombres de los seis estudiantes que obtuvieron una mayor puntuación.

	APELLIDOS	NOMBRE
1	CRESPO RUIZ	LUIS
2	CAMARERO GONZÁLEZ DE RIANCHO	DIEGO
3	FERNÁNDEZ HERRERO	ANDRÉS JOSÉ
4	DE LA TORRE PÉREZ	CLARA
5	AIRIONDO MURUZÁBAL	CARLOS
6	BUSTAMANTE SAMPEDRO	YOLANDA

El primero de los clasificados, Luis Crespo Ruiz, del Colegio Social Bellavista Julio Blanco, ya recibió una mención especial en la XXII Olimpiada Matemática Nacional para estudiantes de 2º de ESO de 2011 y su nombre volverá a aparecer en el siguiente apartado pues también ha sido destacada su participación en la fase nacional de las Olimpiadas de Bachillerato de 2012. Los nombres del segundo y tercer clasificados, Diego Camarero González de Riancho y Andrés José Fernández Herrero, del IES Santa Clara, aparecieron también en la tabla que recogía los seis mejores clasificados de la fase local de la XLVII edición, aunque intercambiaban sus puestos. Los tres estudiantes con mayor puntuación eran, como viene siendo habitual, los posibles representantes de Cantabria en la Fase Nacional de la Olimpiada, que en este caso no tendrían necesidad de hacer maletas pues era Santander la sede de la misma.

Los enunciados de los problemas de la XLVIII OME a los que tuvieron que enfrentarse los participantes en la fase local, y las soluciones de los mismos, aparecen a continuación. Tanto unos como otras han sido obtenidos de la dirección electrónica:
http://platea.pntic.mec.es/csanchez/loc2012.html
aunque en algún caso la transcripción no es literal.

ENUNCIADOS Y SOLUCIONES

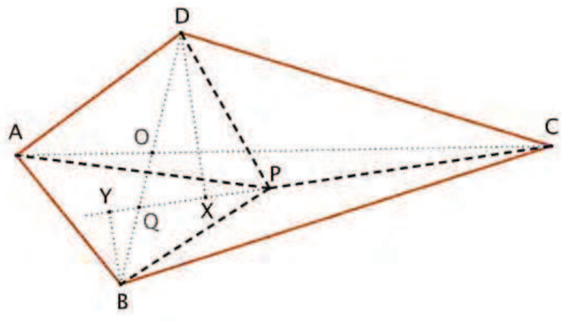
Primera sesión. Sábado mañana, 17 de diciembre de 2011.

Problema 1

Sea ABCD un cuadrilátero convexo y P un punto interior. Determinar qué condiciones deben cumplir el cuadrilátero y el punto P para que los triángulos PAB, PBC, PCD y PDA tengan la misma área.

Solución:

Consideremos primero los triángulos PCD y PCB. Tienen la base común PC y alturas correspondientes DX y BY. Si queremos que tengan la misma área, las alturas deben ser iguales. Por lo tanto, el punto Q tiene que ser el punto medio de la diagonal BD. La recta CP debe pasar por Q. Análogamente, consideremos los triángulos ADP y PAB de base común AP. Por el mismo argumento de antes, han de tener alturas iguales y AP tiene que pasar por Q. De ahí que AP y CP tengan dos puntos comunes: P y Q. Los segmentos AP y PC están, pues, alineados. Es decir, son la diagonal AC. Es pues necesario que las dos diagonales se corten en el punto medio de una de ellas. Pero mirando los triángulos PDA y PDC, que tienen la misma área, resulta que P tiene que ser el punto medio de AC. La condición pedida es que las diagonales del cuadrilátero se corten en el punto medio de una de ellas y el punto P sea el punto medio de la otra.



Problema 2

Sean a, b y c los lados de un triángulo ABC. Si
$$b(a+b)(b+c) = a^3 + b(a^2+c^2) + c^3,$$
demostrar que la medida (en radianes) de los ángulos A, B y C cumple la relación:
$$\frac{1}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} + \frac{1}{\sqrt{B}+\sqrt{C}} = \frac{2}{\sqrt{A}+\sqrt{C}}$$

Solución:

La condición del enunciado se puede escribir:
$$b^3 + b^2a + b^2c + abc - a^2b - c^2b - a^3 - c^3 = 0$$
o, de forma equivalente:
$$b^2(a+b+c) - (a^3+b^3+c^3-3abc) +$$
$$+ b^3 - 2abc - a^2b - b^2c = 0,$$
donde, sustituyendo $a^3+b^3+c^3-3abc$ por $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac)$, se obtiene:
$$b^2(a+b+c) -$$
$$-(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) +$$
$$+ b(a+b+c)(b-a-c) = 0,$$
o, lo que es igual:
$$(a+b+c)(b^2-a^2-c^2-ac) = 0$$
Al ser $a+b+c \neq 0$, se deduce que
$$b^2-a^2-c^2-ac = 0$$
De donde, por el teorema del coseno, resulta que:
$$\frac{b^2-a^2-c^2}{2ac} = \frac{1}{2} = \cos B$$
Por lo tanto, $B = \pi/3$. Como $A+B+C = \pi$, resulta que $A + C = 2\pi/3 = 2B$. Es decir, los ángulos A, B y C están en progresión aritmética. En ese caso, si suponemos que $B = A + d$ y $C = A + 2d$ con $d > 0$ (pues para $d = 0$ el triángulo sería equilátero y el enunciado se cumpliría trivialmente), tenemos:
$$\frac{1}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} + \frac{1}{\sqrt{B}+\sqrt{C}} = \frac{\sqrt{B}-\sqrt{A}}{B-A} + \frac{\sqrt{C}-\sqrt{B}}{C-B} =$$
$$= \frac{\sqrt{C}-\sqrt{A}}{d} = \frac{C-A}{d(\sqrt{C}+\sqrt{A})} = \frac{2}{\sqrt{A}+\sqrt{C}}$$

Problema 3

Tenemos una colección de esferas iguales que apilamos formando un tetraedro cuyas aristas tienen todas n esferas. Calcular, en función de n, el número total de puntos de tangencia (contactos) entre las esferas del montón.

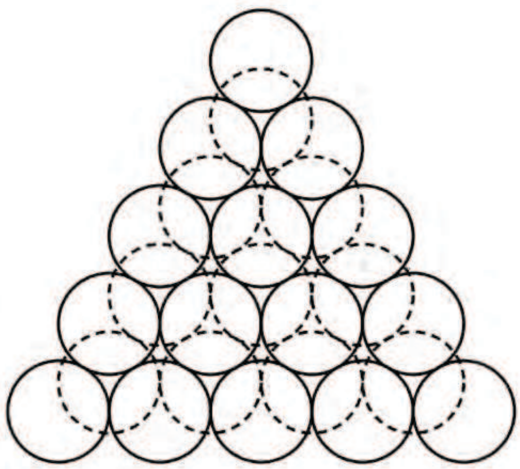
Solución:

1) Problema en el caso plano

Supongamos construido un triángulo plano T_n con n esferas en cada uno de sus lados. Denotando por E_n el número total de esferas que componen ese triángulo T_n y por A_n el número de contactos entre ellas, se tiene que:

- $E_n = \frac{n(n+1)}{2}, \ \forall n \geq 1$
- Para cada $n \geq 2$, A_n será la suma de A_{n-1} y del número de contactos que provengan de añadir a T_{n-1} una fila de n esferas. Al añadir esta última fila se producen dos tipos de contactos:
  - Los que hay entre las esferas de la última fila, en total, $n-1$.
  - Los que hay entre las esferas de la n-ésima fila con la anterior, que son $2(n-1)$.

  Por tanto,
  $$A_n = A_{n-1} + 3(n-1)$$
  Si la última igualdad se escribe como
  $$A_n - A_{n-1} = 3(n-1)$$
  y se suman $A_n - A_{n-1}$, $A_{n-1} - A_{n-2}$, ... , $A_2 - A_1$, se obtiene:
  $$A_n - A_1 = 3((n-1) + (n-2) + \cdots + 1)$$
  Como $A_1 = 0$, se tiene la relación:
  $$A_n = 3E_{n-1} = 3\frac{(n-1)n}{2}$$



2) Problema en el espacio tridimensional

Sea C_n el número de contactos entre esferas de un montón tetraédrico τ_n de n esferas por arista. Razonando de manera similar al caso anterior, para cada $n \geq 3$, C_n será la suma de C_{n-1} y del número de contactos que provengan de añadir a τ_{n-1} un triángulo T_n de n esferas de lado. Al añadir el piso n-ésimo, se producen dos tipos de contactos:

- Los propios del piso, es decir, $A_n = 3E_{n-1}$.
- Los que hay entre las esferas del n-ésimo piso con el anterior, que son $3E_{n-1}$, pues cada esfera del piso $n-1$ toca exactamente n bolas del piso n.

Por tanto,
$$C_n = C_{n1} + 3n(n-1)$$
Si la última igualdad se escribe como
$$C_n - C_{n-1} = 3n(n-1)$$
y se suman $C_n - C_{n-1}$, $C_{n-1} - C_{n-2}$, ... , $C_3 - C_2$, se obtiene, tras agrupar términos:
$$C_n - C_2 = 3(n^2 + \cdots + 3^2) - 3(n + \cdots + 3)$$
Como $C_2 = 6 = 3^2 - 3$, la igualdad anterior se puede expresar, teniendo en cuenta la fórmula de la suma de los cuadrados de los n primeros números naturales, así como la de la suma de esos n números, de la siguiente forma:
$$C_n = 3\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 3\frac{n(n+1)}{2} = n^3 - n$$

Segunda sesión. Sábado tarde, 17 de diciembre de 2011.

Problema 4

Hallar todas las funciones reales continuas $f\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ que cumplen, para todo x real positivo, la condición:
$$x + \frac{1}{x} = f(x) + \frac{1}{f(x)}$$

Solución:

La expresión dada en el enunciado puede escribirse como:
$$x - f(x) = \frac{x - f(x)}{xf(x)},$$
que a su vez puede expresarse como:
$$x - f(x)\left(1 - \frac{1}{xf(x)}\right) = 0$$
De donde resulta que para cada $x > 0$, $f(x) = x$ o $f(x) = \frac{1}{x}$.

Obviamente las funciones
$$f_1(x) = x \quad \forall x \in \mathbb{R}^+$$
y
$$f_2(x) = \frac{1}{x} \quad \forall x \in \mathbb{R}^+$$
satisfacen esa condición. Pero ¿existe alguna función f más?

Supongamos que en el intervalo $(0,1)$ de $\mathbb{R}^+$ existiesen valores x_1 y x_2 tales que $f(x_1) = x_1$ y $f(x_2) = \frac{1}{x_2}$. Si llamamos α al supremo de los $x < 1$ tales que $f(x) = x$, como f ha der ser continua, ese valor α sólo puede ser 1 y, por tanto, no hay posibilidad de que en ese intervalo la función f salte de x a $\frac{1}{x}$. Análogamente se hace para $(1, \infty)$.

En consecuencia, f puede definirse a trozos (pero sólo en dos), donde uno de ellos ha de ser el intervalo $(0,1]$ y el otro $(1, \infty)$. Así que la función

$$f_3(x) = \left\{ \begin{array}{ll} x & \forall\, x \in (0,1] \\ \frac{1}{x} & \forall\, x \in (1, \infty) \end{array} \right\} = \min\left\{x, \frac{1}{x}\right\} \ \forall\, x \in \mathbb{R}^+$$

también es solución.

Y análogamente, la cuarta y última posibilidad es

$$f_3(x) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{x} & \forall\, x \in (0,1] \\ x & \forall\, x \in (1, \infty) \end{array} \right\} = \max\left\{x, \frac{1}{x}\right\} \ \forall\, x \in \mathbb{R}^+$$

Problema 5

Consideremos el número entero positivo

$$n = 2^r - 16^s$$

donde r y s también son enteros positivos. Hallar las condiciones que deben cumplir r y s para que el resto de la división de n entre 7 sea 5. Hallar el menor número que cumple esta condición.

Solución:

Los restos de dividir cualquier potencia de 2 entre 7 son, repitiéndose con periodo tres, 1, 2 y 4. Por tanto, el resto de n entre 7 será 5 cuando 2^r y $16^s = 2^{4s}$ tengan restos 2 y 4 respectivamente, es decir, cuando r y s sean de la forma

$$r = 3k + 1 \quad \text{y} \quad s = 3h + 2$$

Ésas son las condiciones pedidas.

Para hallar el menor valor de n escribimos:

$$n = 2^{3k+1} - 2^{12h+8}$$

siendo $3k + 1 > 12h + 8$, que es equivalente a $3k - 12h - 7 > 0$. Los valores de k y h que hagan esa cantidad mínima, proporcionarán el menor valor de n (la función 2^x es convexa) Ésos son: $k = 3,\ h = 0$ y $n = 768$.

Problema 6

Los puntos $A_1, A_2, \ldots, A_{2n}$ son los vértices de un polígono regular de $2n$ lados. Hallar el número de ternas A_i, A_j, A_k tales que el triángulo $A_iA_jA_k$ es rectángulo y el número de ternas tales que el triángulo $A_iA_jA_k$ es acutángulo.

Solución:

~ Si $A_iA_jA_k$ es un triángulo rectángulo, dos de sus vértices serán puntos diametralmente opuestos de la circunferencia circunscrita al polígono regular. Con $2n$ vértices hay n parejas que satisfacen esa condición y por cada una de esas parejas se tienen $2n - 2$ posibles vértices con los que formar un triángulo rectángulo. Por tanto, el número de ternas pedido es $2(n-1)n$.

Aunque no es la única forma, la que se da a continuación para calcular el número de triángulos acutángulos pasa por calcular el número de triángulos obtusángulos.

~ Si $A_1A_jA_k$ es un triángulo obtusángulo de manera que uno de sus ángulos agudos está en A_1, el centro O de la circunferencia circunscrita al polígono regular es exterior a dicho triángulo y, por tanto, los otros dos vértices estarán en uno de los dos conjuntos siguientes: $\{A_2, \ldots, A_n\}$ o $\{A_{n+2}, \ldots, A_{2n}\}$. En consecuencia, el número de triángulos obtusángulos con ángulo agudo en A_1 es $2\binom{n-1}{2}$.

Pero ese razonamiento lo podemos hacer con cada uno de los vértices. Si tenemos en cuenta que de esa forma cada triángulo obtusángulo habrá sido contado dos veces (una por cada vértice con ángulo agudo), la cantidad final es:

$$2n\binom{n-1}{2}$$

~ El número de triángulos acutángulos es la diferencia entre el número total de triángulos con vértices en $\{A_1, A_2, \ldots, A_{2n}\}$ y la suma de las cantidades determinadas en los puntos anteriores:

$$\binom{2n}{3} - 2(n-1)n - 2n\binom{n-1}{2}$$

La expresión anterior puede simplificarse tras sucesivos cálculos a:

$$2\binom{n}{3}$$

FASE NACIONAL

Del 22 al 25 de marzo del 2012 se desarrolló en Santander la fase nacional de la XLVIII Olimpiada Matemática Española. La elección de la capital cántabra como sede de este evento se había producido un año antes, al concluir la anterior edición del concurso en la ciudad de Pamplona. No tardando mucho, la comisión formada por Carlos Beltrán, Nuria Corral, Fernando Etayo y Delfina Gómez, todos ellos profesores del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación, se puso a trabajar en la organización de la cuadragésima octava edición de la Olimpiada Matemática Española.

No resulta difícil entender que uno de los mayores problemas a los que se enfrentaron los miembros de la comisión arriba citados fue el de la financiación. Pero el ánimo y la ilusión con que se enfrentaron a dicho problema, así como el convencimiento del interés que un acto de este tipo supone a nivel académico lograron persuadir a los máximos representantes de la Universidad de Cantabria para apoyar económicamente el encuentro. A ello hay que sumar las ayudas de los dos Departamentos de Matemáticas de la Universidad de Cantabria y de la Facultad de Ciencias, así como el patrocinio y la colaboración de algunas empresas. Tras la negociación y obtención de recursos económicos, que a pesar de todo no fueron abundantes, Carlos, Nuria, Fernando y Delfina mostraron una magnífica aptitud para la gestión de los mismos. Desde estas páginas queremos agradecerles su trabajo y, en ocasiones, hasta desvelos. El programa se confeccionó pensando tanto en los participantes a la prueba como en los profesores que les acompañaban. No faltaron actividades de divulgación matemática junto a otras más recreativas y lúdicas. Los detalles de las mismas pueden verse en líneas más abajo, donde se ofrece el programa completo.

Como se recogía en el anexo de la convocatoria de la XLVIII Olimpiada Matemática Española, a ésta sólo podían presentarse un total de 77 estudiantes procedentes de todas las autonomías del territorio español. Para la mayor parte de las Comunidades Autónomas, eran tres los alumnos que podían acudir, salvo en el caso de Andalucía que podían ir doce, en el de Madrid y Cataluña cuyo número era nueve y en el de la Comunidad Valenciana que eran seis. Las ciudades autónomas de Ceuta y Melilla podían presentar un único estudiante.

Los participantes y sus profesores a la entrada de la Facultad de Ciencias, donde se celebró la competición.

Como en cada edición, los estudiantes dieron muestra de su buen quehacer, obteniendo excelentes resultados. Queremos felicitar de manera especial a los seis primeros clasificados, ganadores de una medalla de oro:

Óscar Rivero Salgado (Galicia)
Eric Milesi Vidal (Cataluña)
Mario Román García (Andalucía)
Jaime Mendizábal Roche (Madrid)
Marc Felipe Alsina (Cataluña)
Luis Martínez Zoroa (Región de Murcia)

De izquierda a derecha, Luis Martínez, Jaime Mendizábal, Marc Felipe, Mario Román, Eric Milesi y Óscar Rivero

Además, durante el acto de la entrega de premios, Óscar Rivero Salgado fue condecorado con la insignia de plata de la Olimpiada por representar a España en la Olimpiada Internacional de Matemáticas durante tres años consecutivos. Nuevamente felicitamos a Óscar por este éxito así como por las otras dos medallas de oro conseguidas este mismo año en las Olimpiadas de Física y de Química, respectivamente.

Luis Crespo Ruiz, participante cántabro ganador de una medalla de bronce.

Luis Crespo Ruiz, uno de los tres representantes cántabros, se hizo merecedor de una de las medallas de bronce de la Olimpiada. Habida cuenta de que es estudiante de ESO, su mérito es enorme. Nuestra más sincera enhorabuena a Luis, que seguro seguirá conquistando otros éxitos en sucesivas convocatorias.

Otro momento muy emotivo de este acto de entrega de premios fue aquél en el que se impuso la insignia de plata de la Olimpiada a José Javier Etayo Miqueo, por el decidido impulso que siempre ha prestado a la misma. Sirvan estas líneas para expresar nuestra máxima consideración a la figura del profesor Etayo, que meses más tarde fallecía como consecuencia de una grave enfermedad.

Imposición de la insignia de plata de la Olimpiada a José Javier Etayo Miqueo de manos del Rector de la Universidad de Cantabria.

PROGRAMA

Jueves, 22 de marzo

Llegada de los participantes de la XLVIII Olimpiada Matemática Española al Hotel Palacio del Mar de Santander.

17:00-19:00 – Entrega de acreditaciones y documentación en el Hotel Palacio del Mar.

19:30 – Acto inaugural en el Paraninfo de la Magdalena y cóctel-cena en las Caballerizas del Palacio de La Magdalena.

Viernes, 23 de marzo

08:00-09:00 – Desayuno en el hotel.

09:00 – Traslado (a pie) desde el hotel hasta la Facultad de Ciencias.

08:30-09:15 – Recogida de la documentación en la Facultad de Ciencias para los participantes que no llegasen a tiempo al hotel.

09:30 – Llamada a los participantes en la Facultad de Ciencias.

10:00-13:30 – Primera prueba de la XLVIII Olimpiada Matemática Española.

10:15-11:15 – Actividades para los profesores: conferencia "Un paseo por la geometría combinatoria" a cargo de Francisco Santos, de la Universidad de Cantabria, en la Sala de Grados de la Facultad de Ciencias.

14:00 – Salida de los autobuses para la excursión al Parque de la Naturaleza de Cabárceno (almuerzo incluido) desde la puerta de la Facultad de Ciencias.

19:30 – Acto de entrega de los premios de la Fase Local en el Salón de Actos de la Facultad de Ciencias.

21:30 – Cena en el Hotel Palacio del Mar.

Sábado, 24 de marzo

08:00-09:00 – Desayuno en el hotel.

09:00 – Traslado (a pie) desde el hotel hasta la Facultad de Ciencias.

09:30 – Llamada a los participantes en la Facultad de Ciencias.

10:00-13:30 – Segunda prueba de la XLVIII Olimpiada Matemática Española.

10:15-11:15 – Actividades para los profesores: conferencia "Cálculo científico en la etapa secundaria. Software *TutorMates*" a cargo de María José González, de la Universidad de Cantabria, en el Laboratorio de Simulación IV de la Facultad de Ciencias.

11:30 – Reunión de delegados en la Sala de Grados de la Facultad de Ciencias.

14:30 – Almuerzo en el Restaurante Piquío.

16:00 – Excursión por la ciudad de Santander.

19:30 – Acto de entrega de premios y clausura de la XLVIII Olimpiada Matemática Española en el Salón de Actos de la Facultad de Ciencias.

21:30 – Cena en el Hotel Palacio del Mar

Domingo, 25 de marzo

08:30 – Desayuno en el hotel.
09:30 – Salida de los participantes de la XLVIII Olimpiada Matemática Española.

ENUNCIADOS

Los enunciados dados a continuación se han obtenido de la página:
http://olimpiadamatematica.unican.es
pero también se pueden encontrar en
http://platea.pntic.mec.es/csanchez/olimp2012.htm
En ambas direcciones también se puede acceder a las soluciones oficiales de tales enunciados.

Primera sesión. Viernes, 23 de marzo de 2012.

Problema 1

Determinar razonadamente si el número

$$\lambda_n = \sqrt{3n^2 + 2n + 2}$$

es irracional para todo entero no negativo n.

Problema 2

Hallar todas las funciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de variable real con valores reales, tales que:
$(x - 2)f(y) + f(y + 2f(x)) = f(x + yf(x))$, para todo $x, y \in \mathbb{R}$.

Problema 3

Sean x y n enteros tales que $1 \leq x < n$. Disponemos de $x+1$ cajas distintas y $n-x$ bolas idénticas. Llamamos $f(n,x)$ al número de maneras que hay de distribuir las $n-x$ bolas en las $x+1$ cajas. Sea p un número primo. Encontrar los enteros n mayores que 1 para los que se verifica que el número primo p es divisor de $f(n,x)$ para todo $x \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$.

Segunda sesión. Sábado, 24 de marzo de 2012.

Problema 4

Hallar todos los números enteros positivos n y k tales que:

$$(n + 1)^n = 2n^k + 3n + 1$$

Problema 5

Una sucesión $(a_n)_{n\geq 1}$ se define mediante la recurrencia:

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 5, \quad a_n = \frac{{a_{n-1}}^2 + 4}{a_{n-2}} \quad \text{para } n \geq 3$$

Demostrar que todos los términos de la sucesión son números enteros y encontrar una fórmula explícita para a_n.

Problema 6

Sea ABC un triángulo acutángulo, ϖ su circunferencia inscrita de centro **I**, Ω su circunferencia circunscrita de centro O, y M el punto medio de la altura AH, donde H pertenece al lado BC. La circunferencia ϖ es tangente a este lado BC en el punto D. La recta MD corta a ϖ en un segundo punto P, y la perpendicular desde I a MD corta a BC en N. Las rectas NR y NS son tangentes a la circunferencia Ω en R y S respectivamente. Probar que los puntos R, P, D y S están en una misma circunferencia.

CONVOCATORIA DE LA XLIX OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

La Real Sociedad Matemática Española (RSME) ya ha convocado la **XLIX Olimpiada Matemática Española**, cuya Fase Nacional se celebrará entre los días **3 y 6 de abril de 2013 en Bilbao**. Las bases completas de la convocatoria, así como el boletín de inscripción, aparecen publicados en la página http://platea.pntic.mec.es/csanchez/olimanun.htm

En los párrafos siguientes nos hacemos eco de las bases más relevantes. Añadimos, asimismo, el anexo aparecido en dichas bases, donde se recoge el número posible de participantes por comunidades autónomas, que por primera vez se ha visto en cierta medida limitado. En el caso de la comunidad de Cantabria dicho número no se ha visto mermado y podrán seguir acudiendo a la Fase Nacional tres estudiantes.

1) Podrán participar todos los alumnos del sistema educativo español que estén matriculados durante el curso 2012 - 2013 en Bachillerato. Con carácter excepcional, y si son avalados por escrito por su profesor, también podrán tomar parte alumnos de 3º o 4º de ESO de excelentes capacidades. La participación es individual.

2) Los interesados en participar lo solicitarán por escrito, cumplimentando íntegramente el boletín de inscripción, el cual enviarán, bien por sí mismos o a través del centro en que realicen sus estudios, al delegado de la Real Sociedad Matemática Española en su Comunidad Autónoma.

3) La Primera Fase, también llamada **Fase Local** de la XLIX Olimpiada Matemática Española, se realizará a nivel de Comunidad Autónoma y consistirá en la resolución de problemas de matemáticas, en una o dos sesiones, a realizar entre los días **11 y 12 de enero de 2013**. Solamente se permitirá la utilización de útiles de dibujo y escritura. En particular, no está permitido el uso de calculadoras, libros, tablas u otros documentos distintos de los que proporcione el Tribunal.

4) La Real Sociedad Matemática Española premiará a los alumnos ganadores con un Diploma acreditativo y una cuota anual de socio-estudiante, lo que da derecho, entre otros beneficios, a recibir la revista *"La Gaceta"* de la Real Sociedad Matemática Española durante un año. Estos premios son independientes y compatibles con cuantos puedan concederse, además, en cada Comunidad Autónoma o Distrito Universitario.

5) La Segunda Fase, o **Fase Nacional**, tendrá lugar en **Bilbao** entre los días **3 y 6 de abril de 2013**, y se desarrollará según los términos que se detallarán en una convocatoria posterior. En ella participarán los seleccionados de la Primera Fase de cada Comunidad o Ciudad Autónoma y consistirá en la resolución de problemas de matemáticas durante dos sesiones.

6) Los alumnos españoles que hayan obtenido Medalla de Oro en la Fase Nacional formarán parte del equipo olímpico de España que ostentará su representación en la 54ª Olimpiada Matemática Internacional, que se celebrará en Santa Marta (Colombia) en julio de 2013. Corresponde a la Comisión de Olimpiadas de la Real Sociedad Matemática Española decidir la composición del Equipo Olímpico de España participante en la XXVIII Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas, que se celebrará en Panamá en septiembre de 2013.

Anexo: Número de seleccionados por cada Comunidad (o Ciudad) Autónoma para participar en la Fase Nacional.

Comunidad (o Ciudad) Autónoma	Número de seleccionados
Andalucía	12
Aragón	3
Asturias	3
Canarias	3
Cantabria	3
Castilla - La Mancha	3
Castilla y León	3
Cataluña	9
Comunidad Valenciana	6
Extremadura	3
Galicia	3
Islas Baleares	3
La Rioja	3
Madrid	9
Navarra	3
País Vasco	3
Región de Murcia	3
Ceuta	1
Melilla	1

Las pruebas de la **Fase Local en Cantabria** se desarrollarán en dos **sesiones de tres horas** (una por la **mañana** y otra por la **tarde**) el **viernes 11 de enero** en la **Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria** (Avenida de los Castros, s/n. Santander). Entre ambas sesiones se ofrecerá un pequeño almuerzo. El comienzo de la primera sesión tendrá lugar a las **10 h** y el de la segunda a las **15:30 h**.

Es habitual admitir la entrega de los boletines de inscripción firmados por padre/madre/tutor al inicio de la primera prueba, pero se agradece que se hagan llegar con unos días de antelación, a la dirección: http://www.unican.es/Departamentos/matesco. En esta misma dirección se recomienda confirmar toda esta información.

Para más información sobre la Fase Local en Cantabria, dirigirse por carta, e-mail o teléfono a:

Jesús Araujo Gómez (coordinador en Cantabria de la Fase Local de la OME)

Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación

Facultad de Ciencias - Universidad de Cantabria

Avenida de los Castros s/n

39071 SANTANDER

Teléf: 942 201425

Fax: 942 201402

e-mail: olimpiada.matematica@unican.es

página web: http://www.matesco.unican.es/olimpiada/index.html

CONCURSO DEL CARTEL
anunciador de la XVI Olimpiada Matemática de 2º ESO
y
CONCURSO DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA

A finales de 2011, y como ya viene siendo costumbre, la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) hizo pública tanto la convocatoria del decimocuarto Concurso del Cartel anunciador de la Olimpiada Matemática de 2º ESO de Cantabria como la convocatoria del undécimo Concurso de Fotografía Matemática, que se celebrarían en la primavera de 2012. Ambos concursos tienen como cometido principal el divulgar el saber matemático entre los estudiantes, mostrar que la creatividad artística y la disciplina matemática son perfectamente compatibles y crear vínculos entre la creación pictórica o fotográfica y las matemáticas. Un año más el lector podrá disfrutar de los trabajos presentados que armonizan adecuadamente determinados aspectos matemáticos con situaciones comunes a los que dotan del sentido plástico adecuado. Si el lector es, además, profesor de matemáticas, le animamos a aprovechar este material para motivar algunos de los temas que trabaja con sus alumnos.

En 2012 el **CONCURSO DEL CARTEL** que divulga la Olimpiada en los diferentes centros escolares de Cantabria era el prolegómeno de la XVI Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º ESO, a celebrarse el día 12 de mayo de ese mismo año, coincidiendo con el Día Escolar de las Matemáticas.

Como en las últimas convocatorias, los estudiantes no tenían limitación en el número de colores empleados, circunstancia que les ofrece un amplio margen para crear modelos con variados matices y llenos de luminosidad, como puede apreciarse en la obra ganadora de esta convocatoria, que aparece reproducida a continuación. En una nueva ocasión, los participantes en esta actividad han puesto de manifiesto su capacidad para relacionar la ciencia matemática y las artes plásticas y dejar constancia de ello en sus creaciones.

En esta décima tercera edición del concurso, el cartel anunciador ha sido el creado por

Mireya Gañán

1º de ESO

Colegio La Salle

Son ya once las ediciones del **CONCURSO DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA** celebradas, si se incluye la que comenzamos a referenciar en estas líneas. Este concurso va dirigido a estudiantes de entre 12 y 20 años, y todos aquellos que deseen participar en él deben captar con el objetivo de sus cámaras algún hecho cotidiano en el que se perciba cierto nexo con la disciplina matemática; el vínculo puede ser bien númerico o bien gráfico, sin exclusión.

Los niveles en los que se convoca el concurso son tres, y se premian dos obras dentro de cada modalidad, salvo que se produzca algún empate, situación en la que se amplía el número de premiados:

- Primer nivel (para estudiantes de 1º y 2º de ESO)
- Segundo nivel (para estudiantes de 3º y 4º de ESO)
- Tercer nivel (para estudiantes de Bachillerato, de Ciclos Formativos y de Programas de Cualificación Profesional Inicial – PCPI –)

El Jurado encargado del fallo del concurso está integrado por seis profesores de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria y el criterio adoptado para la selección de las obras considera, por un lado, los aspectos que tradicionalmente caracterizan una buena fotografía, tales como la nitidez o el enfoque y, por otro lado, y en este caso, muy importante, la originalidad de la composición, el acierto en captar un concepto o un resultado matemático en la plasticidad de un hecho cotidiano y la maestría exhibida para dotarla de un título sugerente.

Las fotografías premiadas en esta undécima edición han sido las indicadas a continuación.

NIVEL "Primero y Segundo de la ESO"

Primer premio

"Escalera"

Celia Ruiz Abascal

IES Garcilaso de la Vega

Torrelavega

Segundo premio

"Polígonos hasta el cielo"

María Fernández Gómez

IES Garcilaso de la Vega

Torrelavega

NIVEL "Tercero y Cuarto de la ESO"

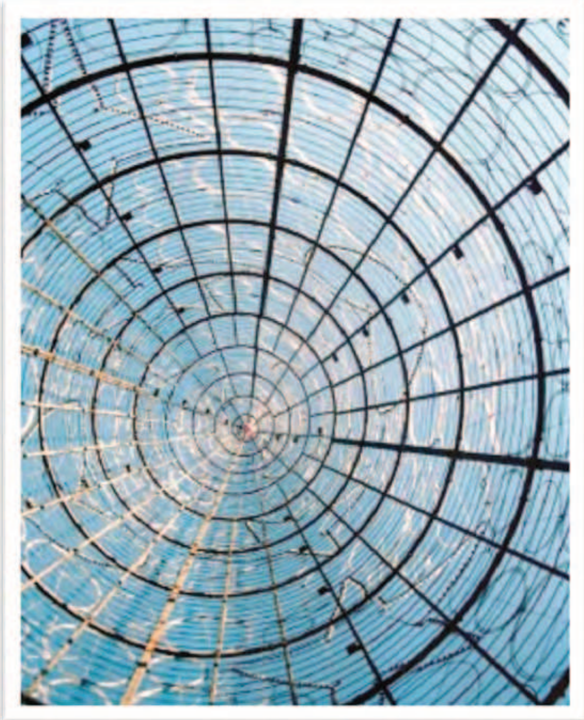
Primer premio

"Profundidad"

Laura Ariztegui Hoya

Colegio Compañía de María

Santander



Segundo premio

"Simetría en las puertas"

Paula María Ardilla Valle

Colegio Compañía de María

Santander

NIVEL "Bachillerato, Ciclos Formativos y PCPI"

Primer premio

"El infinito.es"

Maite Moratinos Fernández

IES La Marina

Bezana

Segundo premio

"Arquitectura animal"

Alicia Revuelta Muela

IES Garcilaso de la Vega

Torrelavega

Todos los alumnos premiados recibieron mención especial y un regalo en un acto que tuvo lugar el 26 de mayo en la Facultad de Ciencias y que estuvo presidido por María José Señas Pariente, presidenta de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria. En la mesa, María José Señas estuvo acompañada por algunos miembros de la Junta Directiva y coorganizadores, junto con otros profesores que se encontraban entre el público, de algunos de los concursos que motivaban el evento.

No todos los ganadores pudieron acudir a la entrega de premios. La fotografía recoge un momento del final del acto en el que los premiados asistentes posan delante de sus obras y de las de sus compañeros.

En el caso de que los institutos deseen exhibir las obras presentadas a este Concurso de Fotografía Matemática 2012, podrán solicitarlas a los responsables del mismo en calidad de préstamo temporal. La exposición permitirá que todos, padres, profesores y alumnos, puedan disfrutar con la creatividad que los estudiantes muestran en la elaboración de sus trabajos.

Las fotografías premiadas en este concurso vienen siendo utilizadas, contando la presente, en la composición de las seis últimas portadas de este Boletín. Por ello, nuestro más sincero agradecimiento a estos artistas de cámara en ristre.

Imágenes de algunas de las exposiciones organizadas con las fotografías ganadoras.

Portadas de los últimos números del Boletín, confeccionadas con las fotos premiadas
en los Concursos de Fotografía Matemática.

En estas mismas páginas aparece la convocatoria tanto del concurso del Cartel anunciador de la XVII Olimpiada Matemática de ESO como del XI Concurso de Fotografía Matemática. En fechas próximas, desde la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria, entidad organizadora de estas dos actividades, se enviará la información de la convocatoria a todos los centros escolares. Nos atrevemos a recomendar el cumplimiento estricto de las bases para evitar que algunas de las obras presentadas, casi siempre de una calidad excepcional, no puedan ser valoradas.

CONVOCATORIAS

CONVOCATORIAS DE LA SMPC

XVII OLIMPIADA MATEMÁTICA DE CANTABRIA PARA ESTUDIANTES DE 2º de ESO

Introducción

Cada año la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) convoca la Olimpiada Matemática Nacional para estudiantes de 2º de ESO. En el presente curso se celebrará la vigésimacuarta edición y será el Principado de Andorra el que acoja dicha celebración. En el momento de la edición de este Boletín no se conoce la sede concreta del eventoni las fechas exactas, aunque previsiblemente estén comprendidas entre el 22 y el 28 de junio. Con el fin de seleccionar a los representantes de nuestra comunidad en dicha prueba, la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) convoca la XVIIOlimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO, a celebrar el sábado **4 de mayo de 2013**. En esta fase autonómica pueden participar todos los centros educativos de la región en los que se imparta 2º de ESO.

La Olimpiada Matemática persigue, entre otros, los siguientes objetivos:

- Popularizar el área de matemáticas con una actividad formativa, motivadora y divertida para alumnado y profesorado.
- Promocionar entre los alumnos el gusto por las matemáticas a través de la resolución de problemas.
- Promover la puesta en práctica de razonamientos y procesos de pensamiento útiles en la resolución de problemas.
- Favorecer el intercambio y el conocimiento mutuo entre centros, profesores de matemáticas y alumnos de 2º de ESO en la región.
- Potenciar las capacidades de los alumnos en este tipo de tareas.

Bases

1ª. Los participantes de la Olimpiada Matemática serán estudiantes de 2º de ESO de centros educativos de Cantabria.

2ª. La celebración de la Olimpiada Matemática se realizará el sábado **4 de mayo de 2013** a las **10 horas** en la **Facultad de Ciencias** de la Universidad de Cantabria.

3ª. La Comisión Organizadora estará compuesta por miembros de la SMPC que no tengan familiares ni alumnos que participen en la Olimpiada.

4ª. La prueba será elaborada por la Comisión Organizadora y constará de cinco problemas de matemáticas, a resolver en un tiempo máximo de dos horas. Se permitirá la utilización de instrumentos de dibujo y de calculadora que, en su caso, deberán aportar los participantes.

5ª. La Comisión Organizadora designará los representantes que velarán por el desarrollo normal de la prueba y elegirá un Jurado que se encargará de la evaluación de los problemas realizados. Los resultados de las pruebas se comunicarán oportunamente a cada uno de los centros participantes.

6ª. Entre los tres alumnos seleccionados para representar a Cantabria en la XXIV Olimpiada Matemática Nacional no podrá haber más de un alumno por centro educativo.

7ª. El fallo del Jurado se hará público y será inapelable.

8ª. La participación en la Olimpiada supone la plena aceptación de estas bases cuya interpretación, en último extremo, corresponderá a la Comisión Organizadora.

9ª. En caso de duda sobre el cumplimiento de algún punto de estas bases se deberá comunicar a la Comisión Organizadora con anterioridad a la inscripción.

Premios

Todos los participantes recibirán un diploma acreditativo. Además, se hará mención especial a los diez alumnos mejor clasificados, que recibirán premios. Ni el Jurado ni la Comisión Organizadora harán público el nombre de los centros educativos a los que pertenecen los participantes mejor clasificados, por lo que se ruega que tampoco lo hagan los profesores o centros participantes. Por otro lado, los tres alumnos mejor clasificados, una vez aplicada la disposición recogida en la base 6ª, acudirán como representantes de Cantabria a la XXIV Olimpiada Matemática Nacional. Estos alumnos viajarán al Principado de Andorra con un miembro de la SMPC. Los gastos del desplazamiento serán sufragados por la SMPC y los gastos de la estancia los sufragará la FESPM.

Condiciones de participación

Además del cumplimiento de las bases expuestas, cada centro educativo interesado en participar en la Olimpiada Matemática de Cantabria deberá rellenar el formulario de inscripción que estará disponible en la página web de la SMPC, http://www.sociedadmatematicacantabria.es, en el periodo comprendido **entre el 1 de marzo y el 10 de abril de 2013**.

Cada centro escolar designará un profesor que será el interlocutor entre el centro y la Comisión Organizadora, encargándose de cumplimentar el formulario de inscripción. A él se dirigirán todos los comunicados e informaciones de la Comisión.

Para cualquier duda o sugerencia, se puede enviar un correo electrónico a la siguiente dirección: smpcolimpiadaeso@gmail.com

XV CONCURSO DEL CARTEL ANUNCIADOR de la XVII Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) convoca el XV Concurso del Cartel anunciador de la XVII Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO, que se celebrará el próximo mes de mayo de 2013.


Bases

Los participantes deberán atenerse a las bases que a continuación se detallan:

1ª. Los participantes serán alumnos de 1º, 2º ó 3º de ESO de centros públicos, privados o concertados de Cantabria.

2ª. El cartel se presentará en tamaño DIN-A3 y posición vertical.

3ª. Se admite cualquier tipo de letra de tamaño no inferior a 1,50 centímetros de altura.

4ª. El cartel deberá contener el siguiente lema:

XVII OLIMPIADA MATEMÁTICA
PARA ESTUDIANTES DE 2º DE ESO
Santander, sábado 4 de mayo de 2013

5ª. Se deberá dejar un área despejada en la parte inferior, de 6 cm de alto y 29,7 cm de ancho para incorporar los nombres de las entidades patrocinadoras y de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC).

6ª. El cartel ganador de este concurso será el anunciador de la XVII Olimpiada Matemática de Cantabria para estudiantes de 2º de ESO.

7ª. Los carteles participantes en el concurso quedarán en poder de la SMPC.

8ª. De entre sus socios, la SMPC designará un Jurado que se encargará de la valoración de los trabajos presentados.

9ª. El Jurado elegirá un único cartel ganador. No obstante, si, a su juicio, la calidad de los trabajos presentados no fuera suficiente, podrá declarar el premio desierto.

10ª. El fallo del Jurado será inapelable.

Inscripciones

Los carteles deberán enviarse a:

XVII Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC)

Centro de Profesorado de Santander
Avenida del Deporte, s/n
39011 Santander

indicando en el sobre "**Concurso de Carteles**".

Dentro del sobre se harán constar los siguientes datos: **nombre y apellidos del alumno participante, centro al que pertenece** y **profesor responsable.**

Fecha límite de inscripción

Se admitirán los carteles recibidos **hasta el 2 de febrero de 2013** y los que, llegando con posterioridad, acrediten una fecha de envío anterior a ese día mediante el sello en el sobre de la correspondiente oficina de correos.

Premios

El ganador obtendrá un lote de material didáctico relacionado con las matemáticas.

XI CONCURSO DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) convoca el XI Concurso de Fotografía Matemática. Su objetivo es **ver en la vida real cualquier aspecto matemático**, ya sea numérico o gráfico. Los principios que regulan este concurso son:

1. Se pueden reflejar polígonos, círculos, curvas variadas, líneas paralelas, secantes, ángulos, transformaciones geométricas, cuerpos geométricos, gráficos estadísticos, expresiones numéricas, etc. En las fotografías no deberán aparecer personas, matrículas de coches, etc., así como tampoco su fecha de realización.
2. Las imágenes se pueden obtener de la naturaleza (flores, hojas,...), la arquitectura, la escultura, el diseño gráfico, la artesanía, etc.
3. Pueden participar en este concurso estudiantes de ESO, de Bachillerato, de Ciclos Formativos de Formación Profesional y de Programas de Cualificación Profesional Inicial (PCPI).
4. Cada fotografía será realizada por un único autor, no admitiéndose más de tres fotografías por estudiante. Cada fotografía deberá ir acompañada de un breve texto explicativo y de un título, alusivo a la noción o concepto matemático al que haga referencia la foto.
5. El concurso se convoca a tres niveles:

   Primer nivel, para alumnos de 1º y 2º de ESO.

   Segundo nivel, para alumnos de 3º y 4º de ESO.

   Tercer nivel, para alumnos de Bachillerato, de Ciclos Formativos y de PCPI.
6. Las fotografías se entregarán convenientemente montadas sobre cartulina o cartón. Se acompañarán con un sobre cerrado en cuyo interior figurará el nombre, domicilio particular, localidad, teléfono, curso y centro de estudios de su autor, así como el número de teléfono y el número de fax del centro. Debajo de la fotografía y en el exterior del sobre deberá figurar el texto explicativo y el título.
7. El formato exigido será, como mínimo, de **13x18 cm**.
8. Se valorará tanto el contenido matemático como la calidad técnica y artística, aunque con un mayor peso del primero.
9. Se admitirán las fotografías recibidas **del 1 de febrero al 9 de marzo de 2013** y las que, llegando con posterioridad, acrediten una fecha de envío anterior a ese día mediante el sello en el sobre de la correspondiente oficina de correos. Las fotografías deberán enviarse a la dirección:

   XVII Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO

   Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC)

   Centro de Profesorado de Santander
   Avenida del Deporte, s/n
   39011 Santander

   indicando en el sobre **"Concurso de Fotografía Matemática"**.
10. Un Jurado, nombrado al efecto, fallará el concurso. El fallo del Jurado se hará público y será inapelable. Se podrán declarar desiertos los premios convocados cuando, a juicio del Jurado, las obras presentadas no tuvieran suficiente calidad.
11. Premios: **Primer y Segundo Premio** por cada nivel, consistente en material didáctico relacionado con las matemáticas.
12. Las fotografías participantes en el concurso quedarán en poder de la SMPC. En los últimos años las mismas son utilizadas para confeccionar la portada de este Boletín.

Cono de luz.

Fotografía publicada en http://www.fotomat.es, página dedicada a la fotografía matemática, que se presenta así:

Como dice Ian Stewart en sus muy recomendables *Cartas a una joven matemática*, si cada cosa que tiene matemáticas en su interior llevara una etiqueta roja, todo el mundo se vería colorado.

OTRAS CONVOCATORIAS

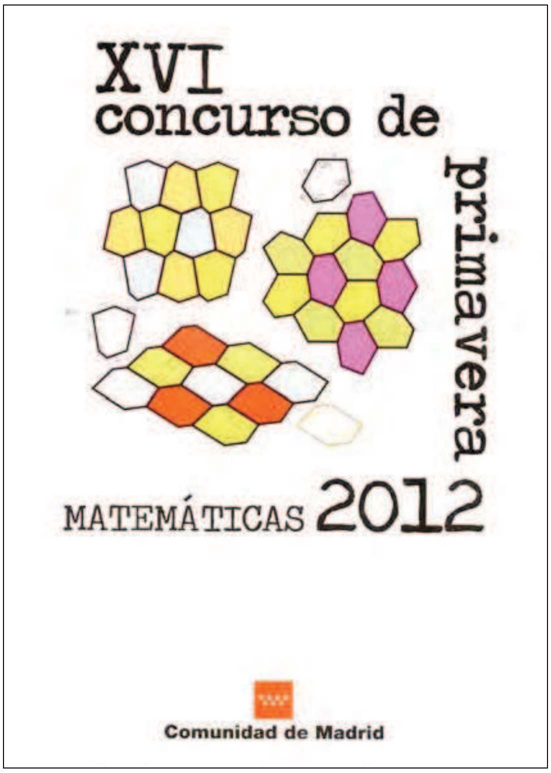
XVII Concurso de Primavera de Matemáticas

La Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid convoca el *Concurso de Primavera de Matemáticas*, con el que pretende motivar y estimular a una gran mayoría de estudiantes, haciéndoles ver que es posible disfrutar pensando, haciendo y aprendiendo matemáticas.

La prueba consiste en un test de 25 preguntas para cada uno de los cuatro niveles, con cuestiones de elección múltiple. Los niveles para participar son: 5º y 6º de Primaria, 1º y 2º de ESO, 3º y 4º de ESO, 1º y 2º de Bachillerato.

Con el objetivo de extender esta interesante iniciativa más allá de los límites de la comunidad de Madrid, todos los profesores y alumnos que no puedan participar en el concurso presencial, por vivir en otras comunidades u otros países, pueden realizar las pruebas a través de Internet, en http://www.profes.net

Cada año se elabora un libro, que se distribuye gratuitamente, en el que están resueltos todos los problemas del concurso, convirtiéndose así en un valioso material para que todos los profesores de matemáticas puedan usarlo en su labor docente.



XX Concurso Canguro Matemático

La asociación castellano-leonesa *Canguro Matemático Europeo* organiza este concurso dentro de la convocatoria que, a nivel europeo, hace la organización *Canguro sin Fronteras*. Colaboran los profesores de los departamentos de matemáticas de los centros que participan, siendo algunos de los objetivos del concurso los siguientes:

- ✓ Que sea un concurso para todos los alumnos y no sólo para los que obtienen mejores notas. No debe hacerse una selección previa de los alumnos sino animar a todos a participar.
- ✓ Conseguir que cada alumno, a través de las matemáticas, se plantee un reto consigo mismo y con los demás. El concurso no es, ni pretende ser, una competición entre centros.
- ✓ Incentivar el gusto por el estudio de las matemáticas.
- ✓ Incorporar a aquellos alumnos que tienen "miedo" a las matemáticas al estudio de las mismas, haciendo que descubran su sentido lúdico.
- ✓ Tratar de que los alumnos consigan divertirse resolviendo cuestiones matemáticas.
- ✓ Seguir aumentando el número de participantes de las convocatorias anteriores y conseguir las cuotas de participación existentes en otros países europeos.

La prueba consiste en un test de 30 preguntas, en orden creciente de dificultad, para cada uno de los seis niveles, con cuestiones de elección múltiple. Los niveles para participar son: 1º de ESO, 2º de ESO, 3º de ESO, 4º de ESO, 1º de Bachillerato y 2º de Bachillerato.

Más información de las bases y de las fechas de inscripción en:

http://www.canguromat.org.es

Alumnos del IES Manuel Gutiérrez Aragón en la cita europea **XIX Concurso Canguro Matemático**.

VII Premios de Matemáticas para Estudiantes de Secundaria

El Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de Madrid convoca la *VII edición de los Premios de Matemáticas para Estudiantes de Secundaria* con el objetivo de fomentar entre los estudiantes de ese nivel el interés por las matemáticas y los temas relacionados con ellas, y con el propósito de incentivar los conocimientos que se adquieren en los centros de secundaria.

Pueden participar estudiantes que durante el año académico 2012/13 estén cursando estudios del segundo ciclo de ESO o de Bachillerato y que preparen un trabajo de investigación o experimental sobre un tema relacionado con las matemáticas. Cada trabajo puede tener un mínimo de 2 y un máximo de 5 autores, y debe ser coordinado por uno o varios tutores.

Se concederán un máximo de 4 premios, de 500 euros cada uno, a los mejores trabajos presentados, teniendo en cuenta, en especial, el esfuerzo de los participantes en relación con su curso o nivel. Se premiará a los centros de los equipos ganadores.

Solicitudes: hasta el día 25 de enero de 2013 rellenando el formulario que se encuentra en la página web abajo mencionada.

Trabajos definitivos: desde el día 1 de abril hasta el día 30 de abril de 2013. El trabajo definitivo se presentará en soporte electrónico. Se debe acompañar de:

- Un informe del profesorado que haya guiado el trabajo que detalle el material complementario, si procede, resumen del trabajo, objetivos, metodología y conclusiones.
- Una presentación electrónica en tamaño póster A1 para exposición que podrá presentarse hasta el 15 de mayo de 2013.

Toda la información sobre estos Premios se puede encontrar en:

http://www.uam.es/matematicas

Concurso de Resolución de Concurso de resolución de actividades del Calendario Matemático 2012-2013

Cada curso escolar la Sociedad de Educación Matemática de la Comunidad Valenciana Al-Kwharizmi publica un calendario en el que cada día aparece un reto matemático. Su resolución permite participar a estudiantes de Secundaria en un concurso diseñado a tal efecto con las dos modalidades siguientes.

1. A la solución más ingeniosa:

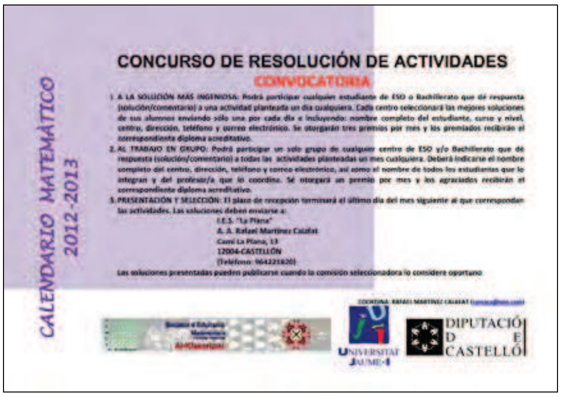
Podrá participar cualquier estudiante de ESO o Bachillerato que dé respuesta (solución / comentario) a una actividad planteada un día cualquiera del Calendario Matemático 2012-2013. Cada centro seleccionará las mejores soluciones de sus alumnos enviando sólo una por cada día e incluyendo: nombre completo del estudiante, curso y nivel, centro, dirección, teléfono y correo electrónico.

Se otorgarán tres premios por mes y los premiados recibirán el correspondiente diploma acreditativo.

2. Al trabajo en grupo:

Podrá participar un solo grupo de cualquier centro de ESO y/o Bachillerato que dé respuesta (solución / comentario) a todas las actividades planteadas un mes cualquiera del Calendario Matemático 2012-2013. Deberá indicarse el nombre completo del centro, dirección, teléfono y correo electrónico, así como el nombre de todos los estudiantes que lo integran y del profesor que lo coordina.

Se otorgará un premio por mes y los agraciados recibirán el correspondiente diploma acreditativo.



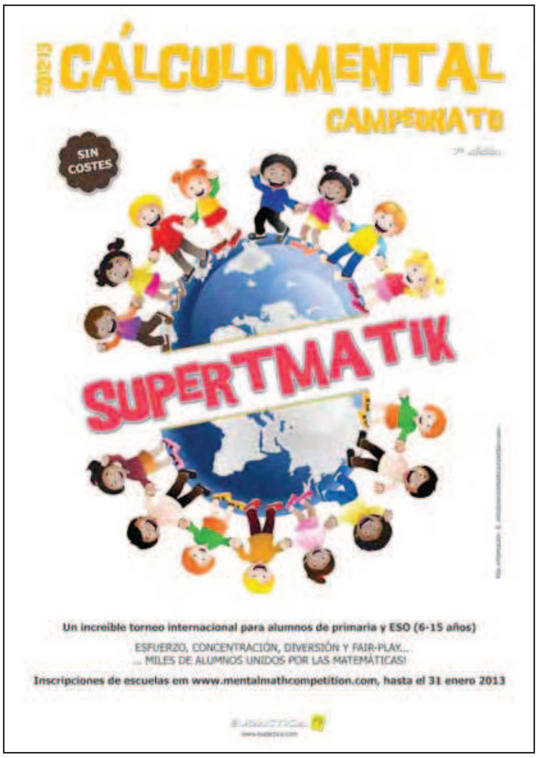
En ambas modalidades, el plazo de recepción terminará el último día del mes siguiente al que correspondan las actividades. Las soluciones deberán enviarse a:

IES La Plana
A. A. Rafael Martínez Calafat
Camí La Plana, 13
12004-Castellón
(Teléfono: 964 221 820)

Las soluciones presentadas podrán publicarse cuando la comisión seleccionadora lo considere oportuno.

VII Campeonato Internacional de Cálculo Mental superTmatik

La VII edición del Campeonato Internacional de Cálculo Mental superTmatik ya está en marcha. Este campeonato es una competición internacional de matemáticas para alumnos de Primaria y Secundaria (6 -15 años).



Los objetivos principales del campeonato se centran en promover el interés por el cálculo mental, desarrollar las habilidades numéricas y de cálculo mental, reforzar el aprendizaje de las matemáticas a través del juego, y descubrir y premiar el talento por el cálculo mental.

Para la participación de los alumnos sólo es necesario registrar el centro en la competición antes del 31 de enero de 2013. El próximo paso es el de enseñar a los alumnos cómo se juega y dejarles practicar con sus compañeros antes de empezar la competición. Si el centro no tiene juegos superTmatik Cálculo Mental se puede solicitar el préstamo de juegos a través del Kit de Préstamo de Escuelas. ¡Eso es todo lo necesario para empezar!

Se puede encontrar el formulario de registro, el reglamento y más información en la página web de la competición:

http://www.mentalmathcompetition.com

Tanto el juego de cartas superTmatik como otros juegos de estrategia y lógica pueden adquirirse en:

http://www.eudactica.com

IV Concurso Escolar de Trabajos Estadísticos

El Instituto Cántabro de Estadística (ICANE), en colaboración con la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Cantabria, convoca cada curso escolar el Concurso Escolar de Trabajos Estadísticos.

El objetivo de este Concurso es, por un lado, dar a conocer la actividad estadística desarrollada en el ICANE y, por otro lado, propiciar el uso de datos sobre la realidad socioeconómica de Cantabria en los centros educativos de nuestra región. Esta iniciativa puede ser una herramienta interesante para trabajar algunos tipos de ejercicios y problemas con los alumnos, así como ahondar en temas cotidianos con fines educativos, utilizando razonamientos críticos, fomentando el trabajo en equipo, etc.

El Concurso está orientado a todos los escolares que cursen estudios de ESO, Bachillerato o Ciclos Formativos; asimismo, podrán participar los alumnos oficiales de Enseñanza de Adultos que estén estudiando para la obtención del Graduado en Educación Secundaria o para la prueba de libre acceso a Ciclos Formativos de Grado Medio, menores de 19 años. Los trabajos deben ser realizados por grupos de un máximo de cinco estudiantes y estar dirigidos por un profesor.

El contenido de los trabajos presentados será estadístico de tema libre. Podrán abordar una o varias fases del proceso estadístico, desde la toma o recogida de datos hasta la elaboración de inferencias y proyecciones, pudiendo incluir tablas y gráficos. Se pueden usar datos extraídos de las publicaciones del ICANE, o de su web, o realizar un estudio estadístico similar a alguno publicado por el ICANE, pero referido a su centro escolar, municipio o comarca y comparar los resultados.

Se establecen dos categorías de premios (ESO y Bachillerato / Ciclos Formativos) que cuentan cada una de ellas con un primer y un segundo premio respectivamente.

Bases e información adicional del Concurso puede obtenerse a través de:

http://www.icane.es

http://www.educantabria.es

VIII Concurso de Narraciones Escolares y Concurso de Relatos Cortos DivulgaMAT 2012

La Real Sociedad Matemática Española (RSME) convoca la edición 2012 de sus concursos literarios de *Narraciones Escolares* y *Relatos Cortos RSME - ANAYA*, con la colaboración del grupo ANAYA, y las editoriales Nivola, Elrompecabezas y Proyecto Sur.

El objetivo fundamental de estos concursos es la popularización de las matemáticas fomentando el interés por esta ciencia, por su historia y sus protagonistas. Asimismo, tiene la finalidad de transmitir a toda la sociedad que las matemáticas son parte de la historia y la cultura del hombre.

El **concurso de narraciones escolares** consiste en la presentación de un relato de ficción basado en un resultado matemático, un personaje relacionado con esta ciencia o una situación donde afloran las matemáticas. Se trataría de mostrar alguna de estas cuestiones a través de la mirada crítica e imaginativa del autor de la narración. Pueden participar aquellos jóvenes que a 31 de diciembre de 2012 sean mayores de 12 años y menores de 18.

El **concurso de relatos cortos** consiste en la presentación de un relato corto, de tema libre, relacionado con las matemáticas (de la forma que su autor considere oportuna). El relato deberá ser original e inédito y no podrá haber sido premiado en ningún otro concurso, ni podrá ser presentado a ningún otro concurso mientras éste permanezca abierto. Puede participar cualquier persona, sin distinción de edad o nacionalidad.

Las bases completas de estos concursos se encuentran en el portal DivulgaMAT:

http://www.divulgamat.net

IV Concurso de Microrrelatos Irracionales

La Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas (SMPM) "*Emma Castelnuovo*" convoca el *Concurso de Microrrelatos Irracionales* cuyo objetivo es eminentemente lúdico y busca establecer lazos de comunicación entre áreas aparentemente dispares como la literatura y las matemáticas.

Las bases de este concurso permiten participar a profesores y alumnos sin restricción de curso, pertenezcan o no a la SMPM, con tantos microrrelatos como deseen, de temática libre, originales y siempre que se envíen dentro del plazo del concurso.

Los microrrelatos deben tener un máximo de veinte palabras y tienen que cumplir el requisito de que el número de letras de cada palabra sea la cifra correspondiente de un número irracional, tal y como se muestra en el siguiente ejemplo:

3	1	4	1	5	9	2	6	5	3	5	8
Así,	y	digo	a	todos	puramente	la	verdad,	acaba	una	fugaz	historia

Los números irracionales a elegir son: φ, e, π, $\sqrt{2}$. Se utilizarán, como máximo, las veinte primeras cifras del número irracional elegido, tal y como aparecen, eliminando sus ceros. Independientemente del número de palabras del microrrelato, se debe comenzar siempre por la primera cifra del número, y respetar el orden de las cifras hasta la correspondiente a la última palabra del relato. Además, en caso de que el microrrelato tenga título, las palabras que lo formen se consideran las primeras palabras del texto y, por tanto, deberán adaptarse en su longitud a las primeras cifras del número.

El fallo del III Concurso fue el siguiente:

<u>1º premio:</u>

"Un paseíto y despacio, se recuesta y descansa. ¡Ya llegamos papá! ¡Vamos, levántate! Sólo suena la voz suave del cariño".

Inmaculada Gutiérrez López

<u>2º premio ex aequo:</u>

"Dos o tres, a veces..., confiesas. Mi cabeza niega. - Son pocas, intentas excusarte, perdona… Vertiendo una de mis lágrimas digo: ¿podría?".

Eva Castro Outeiriño

"Le imagina y rememora su calvario. Y entierra su anterior vida vacía. ¿Aprenderá cómo vivir ya sin temer sus golpes?".

María Asunción Cañón Fernández

Toda la información sobre este Concurso puede encontrarse en: http://www.smpm.es

Concurso "La calculadora en la resolución de problemas 2012"

La Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES y la División Didáctica CASIO tienen como objetivo la promoción del uso de las calculadoras como recurso didáctico en la enseñanza de las matemáticas en los distintos niveles educativos, para lo cual desde hace varios años han desarrollado distintas actividades recogidas en un convenio de colaboración firmado entre las dos entidades. Enmarcada en estas líneas de actuación se convoca este concurso, dirigido al profesorado, para la presentación de propuestas de problemas cuya resolución requiera el uso de la calculadora en sus distintas versiones.

Se establecen como objetivos de esta convocatoria los siguientes:

- Promover el uso de la calculadora gráfica como recurso didáctico en ESO y en Bachillerato.
- Fomentar la redacción de problemas que requieran el uso de la calculadora.
- Difundir experiencias realizadas por el profesorado.

Podrá participar el profesorado en activo de cualquier nivel educativo tanto a nivel individual como de forma colectiva.

Los trabajos presentados propondrán un problema o un conjunto de problemas (máximo tres) que requieran el uso de cualquier tipo de calculadora para su resolución. Los problemas propuestos corresponderán a contenidos del área de matemáticas de los niveles educativos de Educación Primaria, Secundaria o Bachillerato.

Más detalles del concurso pueden obtenerse en las siguientes páginas web:

http://thales.cica.es

http://www.aulacasio.com

VII Concurso sobre Unidades Didácticas Matemáticas con Calculadora Gráfica

La Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES y la División Didáctica CASIO convocan la séptima convocatoria del concurso sobre unidades didácticas que utilicen la calculadora gráfica como recurso didáctico, de acuerdo con las bases siguientes:

~ Convocar un concurso para la elaboración de unidades didácticas correspondientes a los contenidos del área de matemáticas de los niveles educativos de ESO y de Bachillerato.

~ Podrá participar el profesorado en activo de centros docentes de Educación Secundaria o de Bachillerato tanto a nivel individual como de forma colectiva.

~ El plazo de presentación finaliza el 31 de marzo de 2013.

~ Se establecen los siguientes premios para las unidades presentadas:

Un primer premio con una asignación económica de 600 € y un lote de material compuesto por dos calculadoras *Classpad 330* y un emulador *Classpad Manager.*

Un segundo premio con una asignación económica de 300 € y un lote de material compuesto por una calculadora gráfica *fx-9860 GII*, una gráfica *fx-9750 GII* y una unidad retroproyectable *RM 9850 G.*

Dos terceros premios con una asignación económica de 150 € y un lote de material compuesto por dos calculadoras gráficas *fx 9750 G II.*

~ Más detalles del concurso pueden obtenerse en las siguientes páginas web:

http://thales.cica.es

http://www.aulacasio.com

XVI JAEM Palma 2013

Las Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM) nacieron antes de crearse la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) y tuvieron periodicidad anual entre 1981 y 1984, pero, tras unos años en los que dejaron de realizarse (entre 1985 y 1990), al constituirse la FESPM en 1989, se decidió retomar la idea y convocarlas a partir de ese momento, dándoles periodicidad bianual y encargando su organización a alguna de las sociedades federadas.

La relación de JAEM realizadas y previstas es:

I	Barcelona	1981
II	Sevilla	1982
III	Zaragoza	1983
IV	Santa Cruz de Tenerife	1984
V	Castellón	1991
VI	Badajoz	1993
VII	Madrid	1995
VIII	Salamanca	1997
IX	Lugo	1999
X	Zaragoza	2001
XI	Canarias	2003
XII	Albacete	2005
XIII	Granada	2007
XIV	Girona	2009
XV	Gijón	2011
XVI	Palma	2013

Las JAEM constituyen una de las actividades más representativas de cuantas organiza la FESPM. Desde la Federación se apuesta por esta actividad como un punto de encuentro que sirva para reflexionar y debatir sobre la situación actual de la educación matemática, así como para dar a conocer o informarse de los últimos avances, proyectos o estudios llevados a cabo por los diferentes colectivos de profesores. Todo ello conlleva un enriquecimiento de la formación de los profesores de matemáticas que creen en esta disciplina como una de las fundamentales en la educación de cualquier persona. Por todas estas razones, desde la FESPM se nos invita a participar activamente en las XVI JAEM.

La Sociedad Balear de Matemáticas SBM-XEIX es la encargada de organizar esta XVI edición. La ciudad de Palma de Mallorca acogerá las Jornadas entre el 2 y el 5 de julio de 2013.

Fechas a tener en cuenta:

15 de marzo de 2013: fecha límite para la presentación de comunicaciones, talleres, materiales de zoco matemático, pósteres y proyectos.

15 de mayo de 2013: fecha límite del primer período de inscripción.

15 de junio de 2013: fecha límite para la inscripción a las JAEM.

2 al 5 de julio de 2013: celebración de las JAEM.

Toda la información sobre las Jornadas en: http://xvi.jaem.es

VII CIBEM Montevideo 2013

La Sociedad de Educación Matemática Uruguaya anuncia la realización del VII Congreso Iberomericano de Educación Matemática (CIBEM) en Montevideo para los días comprendidos entre el 16 y el 20 de septiembre de 2013, ambos inclusive.

El Congreso Iberoamericano de Educación Matemática es responsabilidad de la Federación Iberoamericana de Educación Matemática (FISEM), que delega su organización en alguna de sus sociedades. Se realiza cada cuatro años, siendo la Junta de Gobierno de la FISEM quien designa al país anfitrión. Durante la última edición de este encuentro, el VI CIBEM, celebrado en enero de 2009, en Puerto Montt (Chile), se designó a Uruguay como sede del VII CIBEM a realizarse en 2013, y a la Sociedad de Educación Matemática Uruguaya (SEMUR) como la sociedad responsable de su organización.

Los participantes del Congreso podrán intervenir en las siguientes modalidades: Comunicación Breve, Taller, Mini Curso, Póster, Feria Matemática, Conferencia Plenaria, Conferencia Regular y Mesa Redonda (en las tres últimas, la convocatoria la realizará directamente el Comité de Programa). Los diferentes bloques de trabajo son: Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas (en todos los niveles); La Resolución de Problemas en Matemáticas; Aspectos Socioculturales de la Educación Matemática; Formación del Profesorado en Matemática; Utilización de Herramientas y Recursos adecuados en Educación Matemática; Matemática y su Integración con otras Áreas; Aspectos Teóricos, Conceptuales y Epistemológicos de la Investigación en Educación Matemática e Historia de La Educación Matemática en Iberoamérica.

Las condiciones de participación en cada una de esas categorías y otras informaciones relacionadas con este evento pueden verse en la página del mismo: http://www.cibem.org

Aquí sólo adelantamos que el plazo para presentar resúmenes vencerá el 30 de abril de 2013.

Nuestros lectores han de tener en cuenta al considerar esta sección que en el momento de la publicación de este Boletín aún no está confirmada la convocatoria de alguno de los concursos, por ello los anuncios deben interpretarse como posibles, no como certeros. Para confirmarlos, remitimos a los lectores a las páginas web de los correspondientes concursos.

SOCIEDAD MATEMÁTICA DE PROFESORES DE CANTABRIA (SMPC)

La Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC) se creó en abril de 1996 en un acto que contó con la presencia de Miguel de Guzmán Ozámiz (1936-2004), presidente de las Sociedades Matemáticas a nivel internacional, eminente matemático, humanista y persona de bien. La SMPC se constituyó con la intención de crear un espacio de diálogo y de intercambio de experiencias entre el profesorado de matemáticas de Cantabria, de cualquier nivel educativo, Primaria, Secundaria y Universidad, tanto de enseñanza pública como privada. La SMPC también está abierta a todas las personas interesadas por las matemáticas, en su vertiente didáctica o científica. La meta fundamental de la SMPC es contribuir a la mejora de la enseñanza de las matemáticas y pretende tener una proyección pública, de forma que su opinión se escuche y sea tenida en cuenta en todos los asuntos relacionados con la educación matemática.

La SMPC está integrada en la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM), formada por colectivos de profesorado que abarcan la práctica totalidad de España y que trabajan con los mismos fines.

Las siguientes palabras de la actual presidenta de la SMPC, María José Señas Pariente, aparecidas en el número anterior de este Boletín, dan una magnífica idea del cometido de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria.

[…] La SMPC viene organizando desde hace años diferentes actividades para alumnos y profesores de Cantabria con el fin de divulgar el conocimiento matemático en nuestra Comunidad Autónoma y mejorar los correspondientes procesos de enseñanza y aprendizaje. Es necesario emplear todos los recursos que existen en nuestra Sociedad para mejorar el nivel de educación matemática de los jóvenes, ya que de él, entre otros, dependerá el futuro y nuestra posición en el mundo actual.

Difundir la cultura matemática entre los estudiantes y profesores de Cantabria y que éstos sirvan de vía de transmisión para que la sociedad alcance mayores niveles de conocimiento matemático; descubrir a los jóvenes un mundo de posibilidades por medio del saber matemático; ampliar sus perspectivas de futuro y formarles para una sociedad en continuo cambio; fomentar el interés por las matemáticas mediante la organización de actividades motivadoras e innovadoras fuera del aula; e incluso fomentar la detección temprana y el estímulo de talentos matemáticos, son algunos de los objetivos que la SMPC establece como base para el desarrollo de su programación anual. […]

La SMPC ha organizado desde la firma del Convenio de Colaboración con la Consejería de Educación, Cultura y Deporte diversas actividades destinadas al profesorado de matemáticas. Entre las actividades desarrolladas a lo largo de los tres últimos años están dos cursos de formación para profesores del Proyecto ESTALMAT, uno a nivel regional y otro a nivel nacional; dos ediciones de las Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria; dos cursos acerca del uso de *GeoGebra*, uno de iniciación y otro de nivel intermedio (ambos con la colaboración del Instituto *GeoGebra* de Cantabria); y un curso a distancia acerca del sotfware *TutorMates* (con la colaboración de Addlink Research, empresa que ha desarrollado dicho software). Salvo el último curso mencionado, todos se han celebrado o bien en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria o bien en el Centro Internacional de Encuentros Matemáticos (CIEM) de Castro Urdiales.

El esfuerzo de organizar todas las actividades y de gestionar los no muy abundantes recursos viene recayendo, por el momento, en un pequeño número de profesores que ponen desinteresadamente a disposición de la SMPC parte de su tiempo libre. Desde estas líneas se hace un llamamiento al resto de socios u otras personas que estén interesadas para colaborar en esa parte de organización y gestión, ya se sabe que la renovación de responsables en esos apartados suele suponer una savia nueva que enriquece la labor de la entidad y permite garantizar su continuidad. Para informar sobre esa disposición a la colaboración se puede escribir un mensaje a la siguiente dirección, señalando aquellos apartados en los que se desearía participar: organizar y/o impartir algún curso de formación, cooperar en la puesta en marcha de alguna de las actividades de la SMPC, dirigir algún taller, etc.

sociedad@sociedadmatematicacantabria.es

No hace falta dejarlo todo, pero si alguien te dice ven…

COLABORA,
HAZTE SOCIO,
PARTICIPA ACTIVAMENTE EN LA SMPC

En otro orden de cosas, informar que el pasado 27 de septiembre de 2012 se celebró la Asamblea General Anual de la SMPC en la que se acordaron las fechas para la realización de actividades para estudiantes a celebrar a largo del curso 2012/2013 y de cuyos detalles se dan cuenta en la sección de este Boletín titulada *Convocatorias de la SMPC*. En esa misma reunión, Ángela Núñez Castaín anunció su deseo de dejar la edición de la página web de la Sociedad y Neila Emma Campos González pasó a hacerse cargo de la misma. A ambas, desde aquí, el agradecimiento de la Junta Directiva y de los responsables de otras actividades, cuyos componentes se indican en la tabla siguiente.

Junta Directiva	
Presidenta	María José Señas Pariente
Vicepresidenta	Cecilia Valero Revenga
Secretaria	María Antonia Merodio García
Tesorera	Paz Valle López-Dóriga
Vocales	María José Fuente Somavilla Isabel Gómez Velarde Almudena Señas Pariente

Responsables de las Actividades	
Boletín Informativo	María José Fuente Somavilla Cecilia Valero Revenga
Página Web	Neila Emma Campos González Ángela Núñez Castaín
Proyecto Estalmat	María José Señas Pariente
Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas	Claudia Lázaro del Pozo Almudena Señas Pariente
Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO	Juan Martín Pindado María Antonia Merodio García
Concurso del Cartel Anunciador de la Olimpiada Matemática para estudiantes de 2º de ESO	Sergio Trueba López
Concurso de Fotografía Matemática	Sonia Alonso Sanz Rosa Arias García
Recursos Económicos	Begoña Martínez Barreda

Los socios son la parte fundamental de la SMPC. Asociarse da derecho a participar activamente en la vida de la Sociedad, a tener puntual información de ella y a obtener descuentos en las actividades que organice. Los socios reciben el *Boletín Informativo de la SMPC*, así como *SUMA*$^+$, revista de didáctica de las matemáticas de periodicidad cuatrimestral (marzo, junio y noviembre) y que es publicada por la FESPM. Los socios abonan una cuota anual de 40 euros, que se cobra por domiciliación bancaria.

Para hacerse socio de la SMPC basta con rellenar la ficha de inscripción y la ficha de domiciliación bancaria para el pago de las cuotas. Una vez cumplimentados ambos impresos, deben ser entregados a alguno de los miembros de la Junta Directiva o bien enviados a la SMPC por alguna de las siguientes vías:

correo postal	**Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria (SMPC)** cepsantander CENTRO DE PROFESORADO DE SANTANDER Avda. del Deporte s/n. 39011 Santander Tel.: 942 35 40 15 - Fax: 942 32 38 27
correo electrónico	sociedad@sociedadmatematicacantabria.es
página web	http://www.sociedadmatematicacantabria.es

D/Dª ………..…………………………………………….................., DNI ………………………………

con domicilio en ……………….………, CP: ……………., calle: …..…………………….…. nº.: …….,

teléfono: …………………….…………... y e-mail: ……………………………………………………..

solicita ser dado de alta como miembro de la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria.

Centro de trabajo: ……………………………...…, localidad: …………………… CP: ……..……

calle: ……………………………………, nº.: ..…, teléfono: ……………..…, fax: ………………………

y e-mail: ……………………………………………………

Nombre y apellidos: ……………………………………………………………………………………..

Código cuenta corriente:

Entidad				Oficina				DC		Cuenta									

Banco/Caja: ………………………………………..., agencia: ……………………………………………..

localidad: ………………………………, CP: ………….., calle: ……………………………………………

Sr/Sra Director/a del Banco/Caja:
Le ruego atiendan, con cargo a mi cuenta y hasta nueva orden, los recibos que periódicamente les presentará la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria para el pago de mi cuota de afiliación.

Atentamente (fecha y firma):

Notas

SOCIEDAD MATEMÁTICA de

SOCIEDAD MATEMÁTICA de

SMPC

PROFESORES de CANTABRIA

PROFESORES de CANTABRIA

GOBIERNO
de
CANTABRIA
CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN,
CULTURA Y DEPORTE