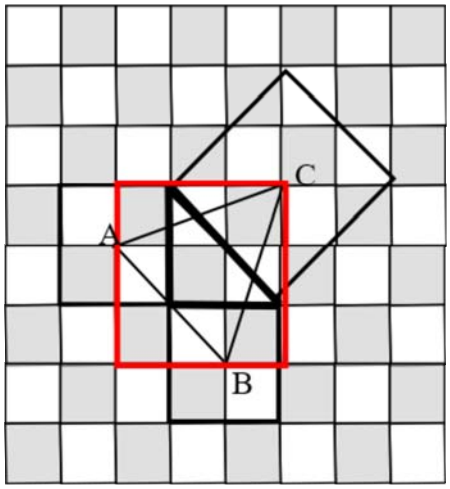
1.-GEOMETRIA EN EL TABLERO



En un tablero de ajedrez, el lado de cada casilla mide 10 cm. Formamos un triángulo rectángulo. Cada cateto del triángulo rectángulo tiene dos casillas de lado.

a) ¿Cuántos cm. mide la hipotenusa? (2 puntos)

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$h = \sqrt{20^2 + 20^2} = 28.28\, cm.$$

b) Sobre cada uno de los lados de ese triángulo se construye un cuadrado. y se unen los centros A,B y C, de los tres cuadrados formando un triángulo. ¿Cuál es el área de ese triángulo? (8 puntos)

Consideramos el cuadrado rojo. dicho cuadrado de 30 x 30, contiene además del triangulo ABC, dos triángulos de 30 x 10 y otro de 20x 20. Por tanto el área de ABC es :

$$A = 30\cdot 30 - 2\cdot\frac{30\cdot 10}{2} - \frac{20\cdot 20}{2} = 400 cm^2$$

2.-TORNEO DE AJEDREZ.

Un torneo de ajedrez es una serie de partidas de ajedrez, jugadas competitivamente para determinar un ganador. La mayoría de torneos de ajedrez están organizados y regulados mediante las normas de la Federación Internacional de Ajedrez (FIDE). El formato de torneos está compuesto de los siguientes sistemas: "todos contra todos" o de liga; y sistema suizo o por eliminación directa.

A un jugador se le concede de forma general, por partida disputada, un punto (1) por la victoria, medio punto (½) por tablas o empate, y cero puntos (0) por la derrota. Por convención, el primer jugador mencionado en un emparejamiento es quien lleva las piezas blancas.

El control de tiempo es un aspecto reglamentado en un torneo de ajedrez para consensuar la duración de las partidas que van a ser disputadas. Existen muy diversos ritmos de juego. Desde las partidas rápidas con 5 minutos por jugador, hasta las partidas de ritmo clásico, con 2 horas por jugador y una hora más una vez realizada la jugada 40. Actualmente el ritmo "normal" de juego impuesto por la FIDE es de 90 minutos por jugador para toda la partida, más un incremento de 30 segundos por cada jugada realizada, lo que permite que a un jugador siempre le queden al menos 30 segundos para realizar su siguiente jugada.

El reloj de ajedrez consiste en un reloj de doble esfera que contabiliza el tiempo invertido por cada jugador al pensar sus jugadas durante una partida de ajedrez. Al pulsar el botón encima del reloj, éste se detiene y pone en marcha el otro (los relojes nunca funcionan simultáneamente), haciendo correr el tiempo de su oponente.

a) Seis jugadores han jugado un torneo de ajedrez de liga o "todos contra todos", a una vuelta. Completa la siguiente tabla con los datos que faltan, sabiendo que no hubo empates en la clasificación final.

jugador	Carlsen	Vallejo	Tejedor	Polgar	Anand	Illescas	*puntos*	*clasificación*
Carlsen		1	½	**1**	**1**	1	**4,5**	1º
Vallejo	**0**		**½**	**1**	**1**	**1**	**3,5**	2º
Tejedor	**½**	½		1	**½**	**½**	3	3º
Polgar	0	**0**	**0**		**1**	**1**	**2**	4º
Anand	0	**0**	½	**0**		**1**	1,5	5º
Illescas	**0**	**0**	**½**	**0**	**0**		**0,5**	6º

b) Magnus Carlsen y Enrique Tejedor disputaron una partida a ritmo "normal". Tras realizar 27 jugadas, Carslen, que jugaba con las piezas blancas, había consumido 87 minutos. Le tocaba jugar a Tejedor, que lo hacía con negras, y que había utilizado la mitad del tiempo consumido por Carlsen.

b1) En ese momento, ¿de cuántos minutos disponía cada jugador?

Carlsen:
90 minutos – 87 minutos = 3 minutos
El incremento ha sido: 27 x 30 segundos = 810 segundos = 13,5 minutos
Es decir, a Carlsen le quedan 3 minutos + 13,5 minutos = 16,5 minutos = 16 minutos y 30 segundos.

Tejedor:
90 minutos – 87/2 minutos = 46,5 minutos
El incremento ha sido: 26 x 30 segundos = 780 segundos = 13 minutos
Es decir, a Tejedor le quedan 46,5 minutos + 13 minutos = 59,50 minutos = 59 minutos y 30 segundos.

b2) ¿Durante cuánto tiempo pudo haber estado pensando su jugada Tejedor para quedarse con el mismo tiempo que tenía Carlsen?

Como a Tejedor le quedan 59,5 minutos y a Carslen le quedan 16,5 minutos, restamos:
59,50 minutos – 16,5 minutos= 43 minutos

Pero, además, hay que tener en cuenta que cuando Tejedor realice su jugada se le añadirán 30 segundos de incremento. Por lo tanto, Tejedor podrá pensar 43,5 minutos = 43 minutos y 30 segundos para quedarse con el mismo tiempo que Carlsen cuando Tejedor pulse el botón.

3.- NUMERANDO CASILLAS

Hemos construido un tablero de ajedrez gigante de 80 filas y 80 columnas numeradas. Para numerar las casillas hemos partido de la casilla inferior izquierda y hemos avanzado en diagonales como indica el dibujo.

columnas						
…						
5	15	…				
4	10	14	…			
3	6	9	13	…		
2	3	5	8	12	…	
1	1	2	4	7	11	…
	1	2	3	4	5	…
	filas					

a) ¿En qué fila y en qué columna está el número 25? (2 puntos)

Basta seguir numerando para llegar a que el 25 está en la celda de la fila 4 y columna 4

b) ¿En qué fila y en qué columna está el número 2015? (4 puntos)

Observamos que en la primera columna están los números : 1, 1+2 =3, 1+2+3 = 6, etc. o sea, la suma de los primeros números. Para que la suma sea cercana a 2015 debemos plantear

1+2+3+....+n = 2015 ➔ $\frac{(n+1)\cdot n}{2} = 2015$ ➔ $n^2 + n - 4030 = 0$ ➔ *n = 62.4 Tomamos la fila 63 y vemos que en ella está el número* $\frac{(63+1)\cdot 63}{2} = 2016$. *Lo cual significa que el 2015 esta en la fila 62 columna 2*

c) En un principio todas las casillas son blancas. Cuando ponemos un número impar en una casilla la cambiamos de color (de blanca pasa a negra o de negra a blanca), pero no sólo a ella sino las casillas que están a su alrededor (es decir las que comparten un lado o un vértice). ¿De qué color queda la casilla que tiene el número 25? ¿y la casilla 2015? (4 puntos)

La casilla quedará negra si contando con ella y con las casillas de su alrededor hay un número impar de impares y blanca cuando haya un número para de impares. La situación es la siguiente:

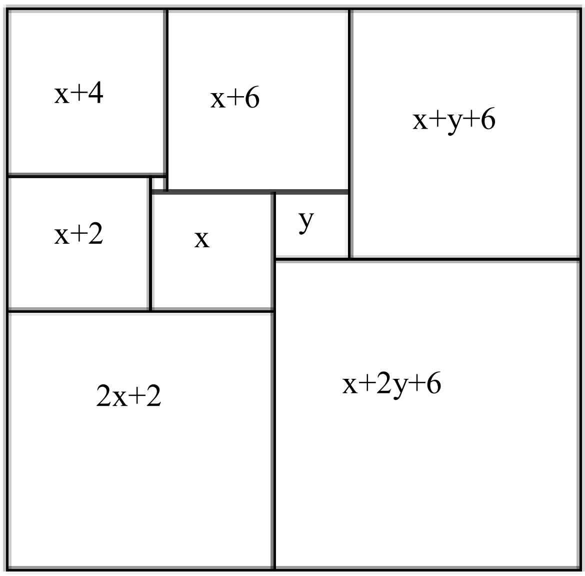
26	**33**	40
19	**25**	32
13	18	24

1+…+64 →	2080	2144		
1+…+63 →	2016	**2079**	**2143**	
1+…+62 →	**1953**	**2015**	2078	2142
1+…+61 →	**1891**	1952	2014	2077

Luego la celda 25 queda blanca y la celda 2015 queda negra.

4.- UNIÓN DE TABLEROS

Se tiene un rectángulo formado por la unión de 9 tableros de ajedrez de distintos tamaños y no superpuestos, como vemos en la figura. Si el tablero más pequeño es 2 cm x 2 cm, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?



Si llamamos x e y a las dimensiones de los dos tableros centrales (grande y pequeño), se tiene para las dimensiones de los restantes tableros:

$x+2$
$x+4$
$x+6$
$2x+2$
$x+y+6$
$x+2y+6$

Igualando las longitudes de los lados laterales y de los lados superior e inferior, se tienen dos ecuaciones con dos incógnitas:

$(x+4)+(x+2)+(2x+2)=(x+y+6)+(x+2y+6)$
$(2x+2)+(x+2y+6)=(x+4)+(x+6)+(x+y+6)$

Es decir:

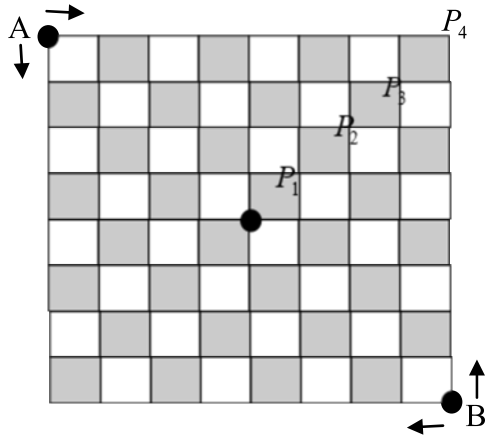
$4x+8=2x+3y+12$
$3x+2y+8=3x+y+16$

Por tanto:

$2x-3y=4 \rightarrow x=14$
$y=8$

Y las dimensiones del rectángulo son 64 cm x 66 cm

5.- HORMIGAS PASEANDO POR EL TABLERO



Dos hormigas, A y B, parten de esquinas opuestas de un tablero de ajedrez moviéndose a la misma velocidad y al azar por el contorno de las casillas, sin pisar el interior. La hormiga A avanza en las direcciones derecha y abajo y la hormiga B avanza siguiendo las direcciones izquierda y arriba.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que las hormigas se encuentren en el centro del tablero?

Para llegar al centro del tablero partiendo de A, necesitamos un camino que recorra 8 lados, de los cuales 4 deben ser hacia la derecha (D) y 4 deben ser hacia abajo (A). De estos caminos hay tantos como $C_8^4 = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1}$ *=70 caminos de un total de* 2^8 *= 256 caminos posibles. La probabilidad de que la hormiga A llegue al centro es de* $\frac{70}{256}$ *y que llegue la que ha partido de B es la misma, por tanto la probabilidad de encontrarse en el centro es de* $\left(\frac{70}{256}\right)^2 \cong 7.4\%$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentren en algún punto del tablero?

Sólo pueden encontrarse en $P_1, P_2 P_3, P_4$ *o en sus simétricos respecto del centro.*

$$P(P_1) = \left(\frac{C_8^3}{2^8}\right)^2 = \left(\frac{56}{256}\right)^2$$

$$\mathrm{P}(P_2) = \left(\frac{C_8^2}{2^8}\right)^2 = \left(\frac{28}{256}\right)^2$$

$$\mathrm{P}(P_3) = \left(\frac{C_8^1}{2^8}\right)^2 = \left(\frac{8}{256}\right)^2$$

$$\mathrm{P}(P_4) = \left(\frac{1}{2^8}\right)^2 = \left(\frac{1}{256}\right)^2$$

La suma total es de $\frac{3985}{65536} + \frac{3985}{65536} + \frac{4900}{65536} \cong 19.64\%$

Otra forma de resolver este problema, siguiendo la indicación, es observar que el número de hormigas que llegan a cada vértice es la semisuma de las hormigas que han llegado a los vértices superior e izquierdo, con lo cual se hace la siguiente tabla.

256	128	64	32	16	8	4	2	1
128	128	96	64	40	24	14	8	
64	96	96	80	60	42	28		
32	64	80	80	70	56			
16	40	60	70	70				
8	24	42	56					
4	14	28						
2	8							
1								

Las hormigas que llegan al centro son 70 de 256 = 27,3% Y la probabilidad de que dos se encuentren en el tablero es de $0{,}273^2 = 7.4\ \%$

La probabilidad de encontrarse en cada punto de la diagonal central es de

$2\cdot(1/256)^2+2\cdot(8/256)^2+2\cdot(28/256)^2+2\cdot(56/256)^2+(70/256)^2=19.64\%$