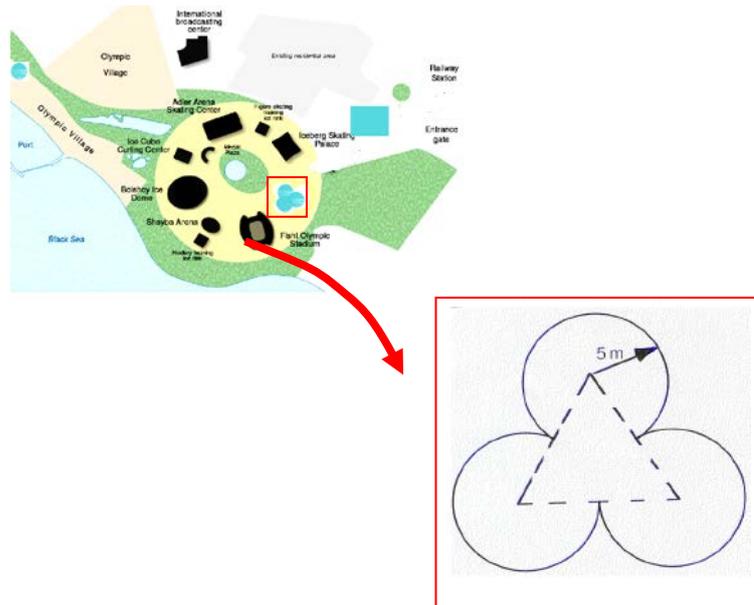


Ejercicio 1:

Sochi fue establecida como una elegante área vacacional por Stalin a mediados del siglo XX y hoy en día es el mayor centro turístico de Rusia, contando con bellos paisajes y parques. En uno de esos parques se plantean construir una fuente en forma de trébol, como indica la figura, y que será la mayor de la ciudad. ¿Cuántos litros de agua cabrían si la profundidad fuese de un metro?



Solución:

La altura del triángulo central se obtiene por el teorema de Pitágoras
 $a = \sqrt{10^2 - 5^2} \approx 8.66$.

El área del triángulo central es de $A_1 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8,66 \approx 21,64 \text{ m}^2$

Además del área del triángulo hay que contar 3 sectores circulares que equivalen a 2.5 círculos, por tanto $A_2 = 2,5 \cdot 3.1416 \cdot 5^2 = 196.35 \text{ m}^2$

El área suma es $A_1 + A_2 = 196.35 + 21,64 = 217,99 \text{ m}^2$,

El volumen es de $217,99 \text{ m}^3$ y por tanto caben 217990 litros de agua.

Ejercicio 2:

Deutsches Institut für Normung, más conocida por sus siglas DIN, es una de las empresas encargadas de unificar los formatos (o tamaños) de las hojas de papel. La hoja patrón, conocida como DIN A0, tiene una superficie de 1 metro cuadrado. A partir de ahí se establecen los demás patrones, de manera que la superficie de cada hoja es la mitad de la hoja precedente y las medidas de todas las hojas son proporcionales. Además, cada hoja se obtiene doblando por la mitad la hoja con el doble de superficie. Así, la hoja DIN A1 es la mitad de la DIN A0, la DIN A2 es la mitad de la DIN A1, la DIN A3 es la mitad de la DIN A2, la DIN A4 (esta hoja que estás leyendo) es la mitad de la DIN A3, etc.



Te pedimos que, ayudado de la anterior información, calcules las dimensiones de la hoja patrón, la DIN A0.

Solución:

Por una parte DIN A0 tiene 1 m² de superficie:

$$x \cdot y = 1$$

Por otra parte las hojas DIN A0 y DIN A1 son semejantes:

$$\frac{x}{\frac{y}{2}} = \frac{y}{x} \rightarrow 2 \cdot x^2 = y^2 \rightarrow \sqrt{2} \cdot x = y$$

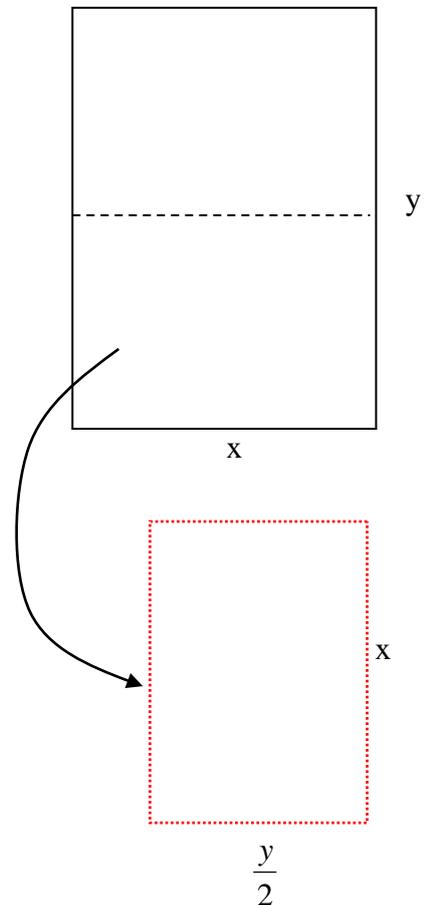
Sustituyendo en la primera ecuación:

$$x \cdot \sqrt{2}x = 1 \rightarrow x^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7071 \rightarrow$$

$$x \approx \sqrt{0.7071} = 0.84$$

$$\text{Por tanto } y = \frac{1}{0.84} = 1.1892$$

Nota : La hoja DIN A4 (la más usual en los documentos) es el resultado de dividir por la mitad tres veces la hoja DIN A1 por el lado mas largo, por tanto sus medidas son 0.21 por 0.297.



Ejercicio 3:

Un grupo de cinco aficionados a los deportes de invierno se desplazó a Sochi para apoyar a los 20 deportistas olímpicos y 7 paralímpicos que conformaban la delegación española en los Juegos.



Este grupo - A, B, C, D, E -, estaba formado por tres mujeres de, respectivamente, 22, 23 y 24 años y dos hombres de, respectivamente, 22 y 24 años. Sabiendo que:

D y C son del mismo sexo

E y A son de la misma edad

B es más joven que C y del mismo sexo que A

¿Cuáles eran las edades y el sexo de cada uno de los miembros del grupo?

Solución:

	22 años	23 años	24 años
mujeres	D	C	E
hombres	B		A

Ejercicio 4:

El día con mejores resultados para el equipo español en la Olimpiada de Sochi fue el 14/02/2014, en el que Javier Fernández obtuvo un 4º puesto en patinaje artístico masculino.

Si te fijas, la fecha de hoy es muy similar a la de entonces: 12/04/2014. Ambas fechas tienen en común que los cuatro primeros dígitos coinciden con los cuatro últimos salvo en el orden. Podemos decir que estos números son “equilibrados”.

- a) ¿Cuáles son las fechas que hay en este año que son números equilibrados?
- b) ¿Cuántos números equilibrados de ocho cifras se pueden formar con las cifras de la fecha de hoy 12042014?
- c) ¿Cuántos números equilibrados de ocho cifras existen, sin que se repita ninguna de ellas más de dos veces?

Nota 1: los números equilibrados no necesariamente deben corresponder a fechas, por ejemplo 34564356 es un número equilibrado y no es fecha.

Nota 2: También consideraremos número equilibrado de ocho cifras los que empiecen por cero. Por ejemplo 09459405.

Solución:

- a) Las fechas de este año acaban en 2014. Las cuatro primeras cifras deben corresponder a día y mes. Para los meses sólo son posibles las cifras 01, 02, 04, 10, 12. Completando estas cifras con la de los días nos quedan sólo 6 fechas: 24012014, 14022014, 12042014, 21042014, 24102014, 04122014.
- b) Las 4 primeras cifras deben estar formadas con las cifras de 2014, Hay $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ posibilidades. Por cada una de ellas habrá otras 24 posibilidades para las últimas 4 cifras, por tanto $24^2 = 576$ posibilidades.
- c) Ahora en las 4 primeros lugares podemos poner cualquiera de las cifras del 0 al 9 sin repetir. La primera cifra se puede elegir de 10 formas, la segunda de 9, la tercera de 8 y la cuarta de 7. En total 5040 posibilidades. Para las 4 últimas cifras solo podemos elegir de entre las 4 que están entre las primeras, por tanto $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ posibilidades. En total: $5040 \cdot 24 = 120960$ posibilidades.

Ejercicio 5:

El año pasado la nieve cubrió totalmente las montañas del Cáucaso y sus alrededores. Tanto que toda la costa rusa-georgiana del mar negro era esquiable.

Dos esquiadores rivales decidieron ese día prepararse con una prueba de ultra larga distancia. El ucraniano Oleksandr y el ruso Sergey escogieron casualmente la misma ruta costera y mientras Oleksandr iba de Gelendzhik a Sochi, el ruso la recorría entre Sochi y Gelendzhik.

Ambos salieron al amanecer y se movieron a velocidad constante hacia su destino. Al mediodía se cruzaron sin detenerse, ni cambiar de ritmo y ni siquiera saludarse pues se llevaban muy mal. Oleksandr llegó a su destino a las 16:00 y Sergey a las 21:00.

¿A qué hora amaneció aquel día?



Solución:

Pongamos que al mediodía Oleksandr y Sergei se cruzan en el punto A y que desde el amanecer hasta el mediodía había transcurrido un tiempo x . Sea d_1 la distancia recorrida por Oleksandr y d_2 la distancia recorrida por Sergei.

Como Oleksandr iba a la misma velocidad en todo el trayecto y

recorrió la distancia d_2 en 4 horas : $\frac{d_1}{x} = \frac{d_2}{4} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{x}{4}$.

Sergei también iba a velocidad constante y tardó en recorrer d_1 9

horas: $\frac{d_1}{9} = \frac{d_2}{x} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{9}{x}$

Por tanto : $\frac{x}{4} = \frac{9}{x} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$. Desde el amanecer hasta las 12 habían pasado 6 horas, por tanto había amanecido a las 6.